

Dạng 2: Hai vector bằng nhau

Phương pháp:

- Sử dụng các khái niệm vector
- Lưu ý trong tam giác ABC : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow |\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$ và $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ cùng hướng.

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Cho vector $\overrightarrow{AB}$ và một điểm C . Có bao nhiêu điểm D thỏa mãn $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

Lời giải

Nếu C nằm trên đường thẳng AB thì D cũng nằm trên đường thẳng AB .

Nếu C không nằm trên đường thẳng AB thì tứ giác $ABDC$ là hình bình hành. Khi đó D nằm trên đường thẳng đi qua C và song song với đường thẳng AB .

Do vậy, có vô số điểm D thỏa mãn $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

Bài tập 2: Cho tứ giác $ABCD$. Điều kiện nào là điều kiện cần và đủ để $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$?

Lời giải

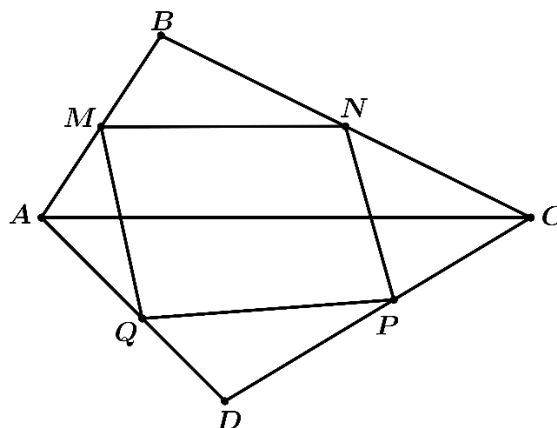
Ta có: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Rightarrow \begin{cases} AB \parallel CD \\ AB = CD \end{cases} \Rightarrow ABDC$ là hình bình hành.

Mặt khác, $ABDC$ là hình bình hành $\Rightarrow \begin{cases} AB \parallel CD \\ AB = CD \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

Do đó điều kiện cần và đủ để $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ là $ABCD$ là hình bình hành.

Bài tập 3: Cho tứ giác đều $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA . Chứng minh $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$.

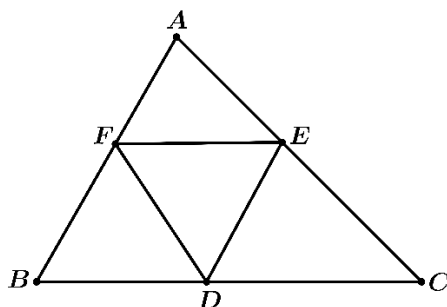
Lời giải



Ta có: $\begin{cases} MN \parallel AC \\ MN = \frac{1}{2} AC \end{cases}; \begin{cases} PQ \parallel AC \\ PQ = \frac{1}{2} AC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} MN \parallel PQ \\ MN = PQ \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$. Vậy $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$.

Bài tập 4: Cho tam giác ABC . Gọi D, E, F lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CA, AB . Chứng minh rằng $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{CD}$.

Lời giải

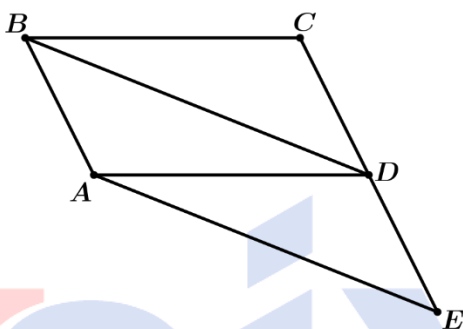


Chứng minh $EFCD$ là hình bình hành

Dễ chứng minh được $EF = \frac{1}{2}BC = CD$ và $EF \parallel CD \Rightarrow EFCD$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{CD}$.

Bài tập 5: Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi E là điểm đối xứng C của qua D . Chứng minh rằng $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BD}$

Lời giải



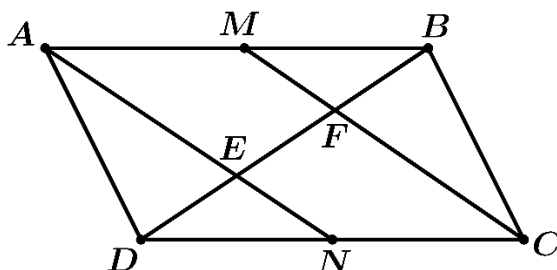
Vì $ABCD$ là hình bình hành nên ta có: $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$ (1).

Ta có E là điểm đối xứng C của qua D nên D là trung điểm của $CE \Leftrightarrow \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DE}$ (2).

Từ (1) và (2) ta có: $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{DE} \Leftrightarrow ABDE$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BD}$.

Bài tập 6: Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, DC . Các đường thẳng AN và CM lần lượt cắt BD tại E, F . Chứng minh rằng $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{FB}$

Lời giải



Ta có $\begin{cases} AM = CN \\ AM \parallel CN \end{cases} \Leftrightarrow AMCN$ là hình bình hành.

Theo giả thiết ta có N là trung điểm DC và $NE \parallel CF \Rightarrow NE$ là đường trung bình của $\triangle DFC$ Khi đó E là trung điểm của $DF \Rightarrow \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{EF}$ (1).

Tương tự ta cũng có F là trung điểm của BE nên $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{FB}$ (2).

Từ (1) và (2) ta có: $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{FB}$.

Bài tập 7: Cho hình thang cân $ABCD$ có hai đáy là AB và CD . Tìm vector:

- Cùng hướng với $\overrightarrow{AB}$
- Ngược hướng với $\overrightarrow{AB}$.

c) Chỉ ra các vectơ có độ dài bằng nhau

Lời giải



a) Ta có $ABCD$ là hình thang có hai đáy là AB và CD nên $AB \parallel CD$

Khi đó vectơ cùng hướng với vectơ $\overrightarrow{AB}$ là vectơ $\overrightarrow{DC}$ (do cùng phương, cùng chiều).

b) Vectơ ngược hướng với vectơ $\overrightarrow{AB}$ là vectơ $\overrightarrow{BA}$ và $\overrightarrow{CD}$

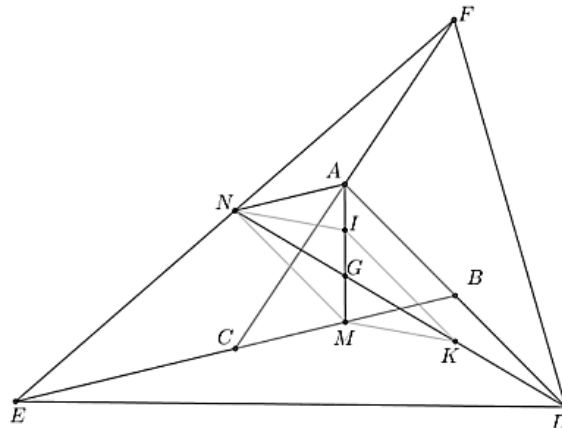
c) Các vectơ có cùng độ dài là: $|\overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{DA}| = |\overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{CB}|$ và $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{CA}| = |\overrightarrow{BD}| = |\overrightarrow{DB}|$.

Bài tập 8: Cho tam giác ABC . Vẽ D đối xứng với A qua B , E đối xứng với B qua C và F đối xứng với C qua A . Gọi G là giao điểm của trung tuyến AM của tam giác ABC với trung tuyến DN của tam giác DEF . Gọi I, K lần lượt là trung điểm của GA và GD . Chứng minh rằng:

a) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{NM}$

b) $\overrightarrow{MK} = \overrightarrow{NI}$.

Lời giải



a) Ta có AN là đường trung bình của tam giác FCE nên $AN \parallel CE \Rightarrow AN \parallel MB$.

$$AN = \frac{1}{2}CE; MB = \frac{1}{2}CB = \frac{1}{2}CE \Rightarrow AN = MB.$$

Suy ra tứ giác $ANMB$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{NM}$

b) Gọi I, K lần lượt là trung điểm của GA và $GD \Rightarrow \overrightarrow{IK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{NM}$.

Do đó tứ giác $INMK$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{MK} = \overrightarrow{NI}$

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho 3 điểm A, B, C không thẳng hàng, M là điểm bất kỳ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\forall M, \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB}$.

B. $\exists M, \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC}$.

C. $\forall M, \overrightarrow{MA} \neq \overrightarrow{MB} \neq \overrightarrow{MC}$.

D. $\exists M, \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB}$.

Lời giải

Ta có 3 điểm A, B, C không thẳng hàng, M là điểm bất kỳ.

Suy ra $\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}, \overrightarrow{MC}$ không cùng phương $\Rightarrow \forall M, \overrightarrow{MA} \neq \overrightarrow{MB} \neq \overrightarrow{MC}$.

Câu 2: Gọi C là trung điểm của đoạn AB . Hãy chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB}$.

B. $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ cùng hướng.

C. $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CB}$ ngược hướng.

D. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CB}|$.

Lời giải

Ta có C là trung điểm của đoạn AB và $\overrightarrow{AC}$ cùng hướng.

Câu 3: Cho hình bình hành $ABCD$. Trong các khẳng định sau hãy tìm khẳng định sai

A. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB}$.

B. $|\overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{CB}|$.

C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

D. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$.

Lời giải

Ta có $ABCD$ là hình bình hành. Suy ra $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.

Câu 4: Cho hình vuông $ABCD$, khẳng định nào sau đây đúng:

A. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$.

B. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$.

C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

D. $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ cùng hướng.

Lời giải

Ta có $ABCD$ là hình vuông. Suy ra $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$.

Câu 5: Cho tứ giác $ABCD$. Điều kiện nào là điều kiện cần và đủ để $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$?

A. $ABCD$ là hình bình hành.

B. $ABDC$ là hình bình hành.

C. AD và BC có cùng trung điểm.

D. $AB = CD$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Rightarrow \begin{cases} AB \parallel CD \\ AB = CD \end{cases} \Rightarrow ABDC \text{ là hình bình hành.}$

Mặt khác, $ABDC$ là hình bình hành $\Rightarrow \begin{cases} AB \parallel CD \\ AB = CD \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

Do đó, điều kiện cần và đủ để $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ là $ABDC$ là hình bình hành.

Câu 6: Gọi O là giao điểm của hai đường chéo của hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

B. $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{DO}$.

C. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OC}$.

D. $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}$.

Lời giải

$\overrightarrow{OA} \neq \overrightarrow{OC}$.

Câu 7: Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA . Khẳng định nào sau đây là sai?

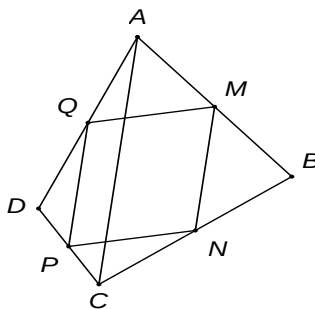
A. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$.

B. $|\overrightarrow{QP}| = |\overrightarrow{MN}|$.

C. $\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{NP}$.

D. $|\overrightarrow{MN}| = |\overrightarrow{AC}|$.

Lời giải

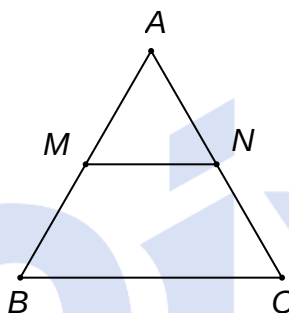


Ta có $\begin{cases} MN \parallel PQ \\ MN = PQ \end{cases}$ (do cùng song song và bằng $\frac{1}{2}AC$). Do đó $MNPQ$ là hình bình hành.

Câu 8: Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC của tam giác đều ABC . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB}$. B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$. C. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{BC}$. D. $|\overrightarrow{BC}| = 2|\overrightarrow{MN}|$.

Lời giải



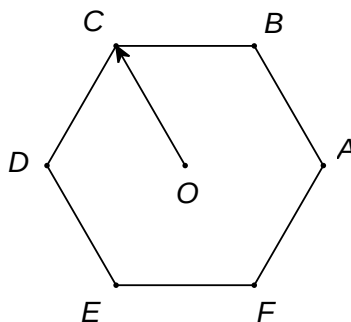
Ta có MN là đường trung bình của tam giác ABC .

Do đó $BC = 2MN \rightarrow |\overrightarrow{BC}| = 2|\overrightarrow{MN}|$.

Câu 9: Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O . Số các vector bằng $\overrightarrow{OC}$ có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của lục giác là

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 6.

Lời giải



Đó là các vector: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{ED}$.

Câu 10: Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA . Trong các khẳng định sau, hãy tìm khẳng định sai?

A. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$. B. $\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{NP}$. C. $|\overrightarrow{PQ}| = |\overrightarrow{MN}|$. D. $|\overrightarrow{MN}| = |\overrightarrow{AC}|$.

Lời giải

Ta có MN là đường trung bình của tam giác ABC . Suy ra $MN = \frac{1}{2}AC$ hay $|\overrightarrow{MN}| = \frac{1}{2}|\overrightarrow{AC}|$

Câu 11: Cho tam giác đều ABC với đường cao AH . Đẳng thức nào sau đây đúng.

A. $\overrightarrow{HB} = \overrightarrow{HC}$. B. $|\overrightarrow{AC}| = 2|\overrightarrow{HC}|$. C. $|\overrightarrow{AH}| = \frac{\sqrt{3}}{2}|\overrightarrow{HC}|$. D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.

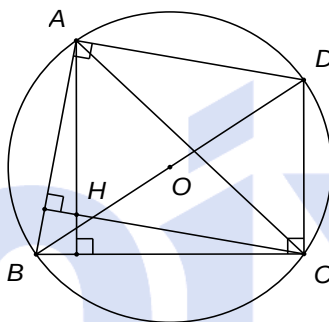
Lời giải

Vì H là trung điểm AC và $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{HC}$ cùng hướng $\Rightarrow |\overrightarrow{AH}| = 2|\overrightarrow{HC}|$.

Câu 12: Cho tam giác ABC có trực tâm H . Gọi D là điểm đối xứng với B qua tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CH}$. B. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$.
C. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CH}$. D. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$ và $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OD}$.

Lời giải



Ta có $AH \perp BC$ và $DC \perp BC$ (do góc $\widehat{DCB}$ chắn nửa đường tròn). Suy ra $AH \parallel DC$.

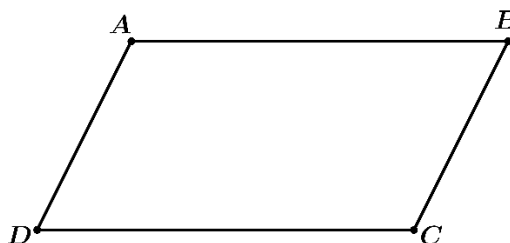
Tương tự ta cũng có $CH \parallel AD$.

Suy ra tứ giác $ADCH$ là hình bình hành. Do đó $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$.

Câu 13: Cho hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây **sai**?

A. $|\overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{BC}|$. B. $|\overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{DA}|$. C. $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BD}|$. D. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$.

Lời giải



Vì tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nên $AB = CD$ và $AD = BC$.

$AB = CD \Rightarrow |\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$; $AD = BC \Rightarrow |\overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{BC}|$ và $|\overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{DA}|$

Câu 14: Chọn khẳng định sai trong các khẳng định sau:

A. $|\overrightarrow{PQ}| = \overrightarrow{PQ}$.
B. Độ dài của một vector là khoảng cách giữa điểm đầu và điểm cuối của vector đó.

C. Độ dài của vector $\vec{a}$ được kí hiệu là $|\vec{a}|$.

D. $|\overrightarrow{AB}| = AB = BA$.

Lời giải

Dựa vào định nghĩa vector và độ dài vector.

Câu 15: Cho $\overrightarrow{AB}$ khác $\vec{0}$ và điểm C . Có bao nhiêu điểm D thỏa $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$?

A. Vô số.

B. 1 điểm.

C. 2 điểm.

D. 3 điểm.

Lời giải

Vì $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}| \Leftrightarrow AB = CD$

Suy ra tập hợp điểm D thỏa mãn là đường tròn tâm C bán kính AB

Vậy có vô số điểm D thỏa mãn bài ra.

Câu 16: Cho hình thoi $ABCD$ tâm O , cạnh bằng a và góc A bằng 60° . Kết luận nào sau đây đúng?

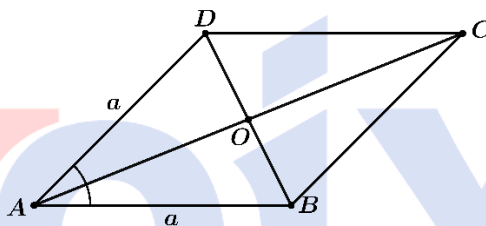
A. $|\overrightarrow{OA}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $|\overrightarrow{OA}| = a$.

C. $|\overrightarrow{OA}| = |\overrightarrow{OB}|$.

D. $|\overrightarrow{OA}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải



Ta có: $|\overrightarrow{OA}| = OA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ (vì tam giác ABD là tam giác đều).

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho tam giác ABC có M và N lần lượt là trung điểm của AB và AC . Lấy điểm P đối xứng với điểm M qua N . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

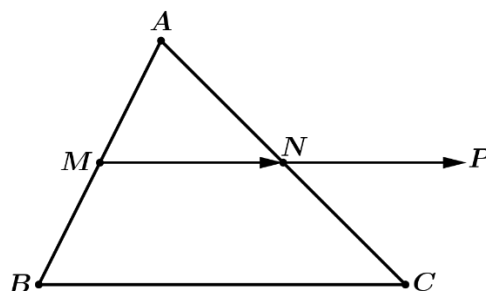
a) $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{BC}$ cùng phương.

b) $|\overrightarrow{MP}| = |\overrightarrow{BC}|$.

c) $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{BC}$ ngược hướng.

d) $\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{BC}$.

Lời giải



a) Đúng: Do MN là đường trung bình của tam giác ABC nên $MN \parallel BC$.

b) Đúng: Điểm P đối xứng với điểm M qua N nên $MP = 2MN = BC$ do đó $|\overrightarrow{MP}| = |\overrightarrow{BC}|$.

Tư vấn hướng nghiệp cho học sinh bằng phân tích nhân tướng học – xem chỉ tay – tử vi

c) Sai: Xét nửa mặt phẳng bờ AB chứa C , ta có N là trung điểm AC nên N và C cùng phía AB hay cùng phía MB do đó $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{BC}$ cùng hướng.

d) Đúng: Hai véc tơ cùng hướng, cùng độ dài suy ra $\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{BC}$.

Câu 2: Cho hình bình hành $ABCD$. Hai điểm M và N lần lượt là trung điểm của BC và AD , gọi E, F lần lượt là giao điểm của BD với AM, CN . Xét các véc tơ tạo thành từ các điểm đã cho. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

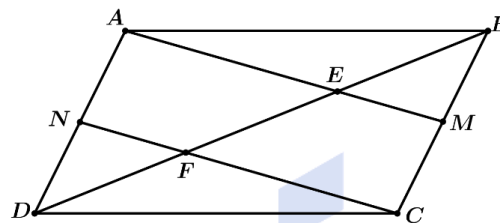
a) $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với $\overrightarrow{DC}$.

b) $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{MC}$.

c) $\overrightarrow{AD}$ cùng hướng với 4 véc tơ.

d) $\overrightarrow{DF} = \overrightarrow{EB}$.

Lời giải



a) Đúng: Theo tính chất hình bình hành.

b) Đúng: Ta có: $AN = \frac{1}{2}AD$; $CM = \frac{1}{2}BC \Rightarrow AN = CM$

Mặt khác: $\overrightarrow{AN}; \overrightarrow{MC}$ cùng hướng nên $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{MC}$.

c) Đúng: Theo tính chất hình bình hành ta có $\overrightarrow{AD}$ cùng hướng với 5 véc tơ sau: $\overrightarrow{AN}, \overrightarrow{ND}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BM}, \overrightarrow{MC}$.

d) Đúng: Do tứ giác $AMCN$ là hình bình hành nên $ME // FC$, $BM = MC$ suy ra $BE = EF$.

Mặt khác $\overrightarrow{BE}; \overrightarrow{EF}$ cùng hướng nên $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{EF}$. Tương tự $\overrightarrow{FD} = \overrightarrow{EF}$.

Câu 3: Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Xét các véc tơ tạo thành từ 5 điểm đã cho. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

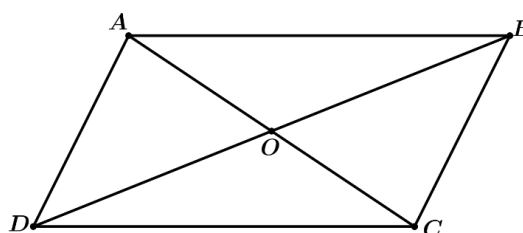
a) Có $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OC}$.

b) $\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OB}$ không cùng phương

c) Số véc tơ có điểm đầu là A khác $\vec{0}$ là 3.

d) Có đúng bốn cặp véc tơ bằng nhau.

Lời giải



- a) Sai: Do O là trung điểm của AC .
- b) Đúng: $\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OB}$ không cùng phương.
- c) Sai: Có 4 véc tơ thỏa mãn có điểm đầu là A
- d) Sai: Theo tính chất hhh suy ra $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{OD}, \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD} \dots$, có 8 cặp véc tơ bằng nhau.

Câu 4: Cho tam giác $\triangle ABC$ đều. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{BC}$ cùng hướng.
- b) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.
- c) $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$.
- d) Có 6 vectơ khác vectơ-không có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh A, B, C .

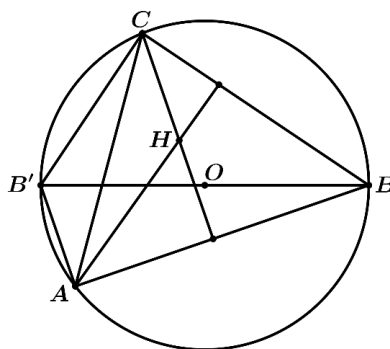
Lời giải

- a) Sai:
- b) Sai:
- c) Đúng: Do tam giác $\triangle ABC$ đều nên $AB = BC \Rightarrow |\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$.
- d) Đúng: Từ 3 điểm A, B, C ta chọn được 3 cặp điểm, cứ 2 điểm sẽ được hai véc tơ khác vectơ – không nên có 6 vectơ khác vectơ-không có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh A, B, C .

Câu 5: Cho $\triangle ABC$ có trực tâm H và O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác. Gọi B' là điểm đối xứng của B qua O . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) $B'C \perp BC$
- b) $B'C \parallel AB$
- c) Tứ giác $AB'CH$ là hình bình hành.
- d) $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{B'C}; \overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{HC}$

Lời giải



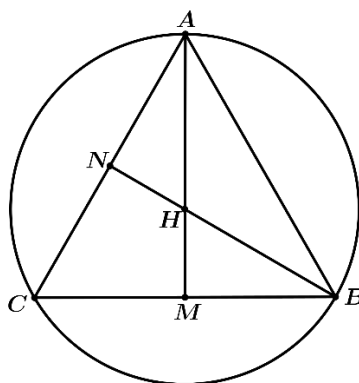
- a) Đúng: Ta có BB' là đường kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC nên $\widehat{BCB'} = 90^\circ$
 Vậy $B'C \perp BC$.
- b) Sai: Mặt khác $AH \perp BC$ suy ra $B'C \parallel AH$ (1).
- c) Đúng: Tương tự: $\widehat{BAB'} = 90^\circ$ hay $AB' \perp AB$ mà $CH \perp AB$ nên $CH \parallel AB'$ (2).
- d) Đúng: Từ (1) và (2) suy ra tứ giác $AB'CH$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{B'C}; \overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{HC}$.

Câu 6: Cho ΔABC đều cạnh a , trực tâm H . Khi đó:

- a) $AH \perp BC$
- b) $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$
- c) $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{HB} = \overrightarrow{HC}$
- d) $|\overrightarrow{HA}| = |\overrightarrow{HB}| = |\overrightarrow{HC}| = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

a) Đúng: Gọi M, N lần lượt là trung điểm cạnh BC, AB .



Do tam giác ABC đều nên AM, BN cũng là các đường cao của tam giác ABC ; vì vậy H vừa là trực tâm vừa là trọng tâm tam giác này.

b) Sai: Áp dụng định lí Pytago cho ΔABM ta có: $AM^2 = AB^2 - BM^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{3a^2}{4} \Rightarrow AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Theo tính chất trọng tâm, ta có: $AH = \frac{2}{3}AM = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

c) Sai: Dễ thấy ba vector $\overrightarrow{HA}, \overrightarrow{HB}, \overrightarrow{HC}$ có độ dài bằng nhau:

d) Đúng: $|\overrightarrow{HA}| = |\overrightarrow{HB}| = |\overrightarrow{HC}| = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

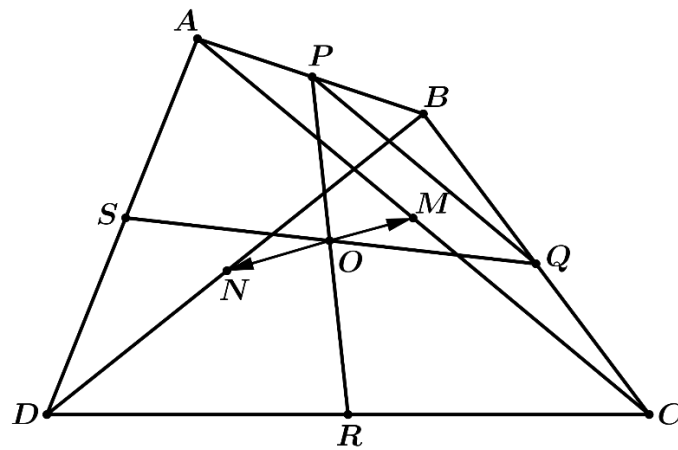
Câu 7: Cho tứ giác $ABCD$. Gọi P, Q, R, S lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA . Gọi O là giao điểm của PQ, SR và M, N lần lượt là trung điểm của AC, BD . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) PQ là đường trung bình của tam giác ABC
- b) $PQRS$ là hình bình hành
- c) $PMRN$ là hình bình hành.
- d) $\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON}$ là hai vector bằng nhau.

Lời giải

a) Đúng: Ta có PQ là đường trung bình của tam giác ABC nên $\begin{cases} PQ = \frac{1}{2}AC \\ PQ \parallel AC \end{cases} (1)$

Tương tự ta cũng có: $\begin{cases} SR = \frac{1}{2}AC \\ SR \parallel AC \end{cases} (2).$



b) Đúng: Từ (1) và (2) suy ra: $\begin{cases} PQ = SR \\ PQ // SR \end{cases} \Rightarrow PQRS \text{ là hình bình hành nên } \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{SR}.$

Ta có PM là đường trung bình của ΔABC nên $\begin{cases} PM = \frac{1}{2}BC \\ PM \parallel BC \end{cases}$ (3).

Tương tự ta cũng có: $\begin{cases} RN = \frac{1}{2}BC \\ RN \parallel BC \end{cases} (4).$

c) Đúng: Từ (3) và (4) suy ra: $\begin{cases} PM = RN \\ PM // RN \end{cases} \Rightarrow PMRN \text{ là hình bình hành.}$

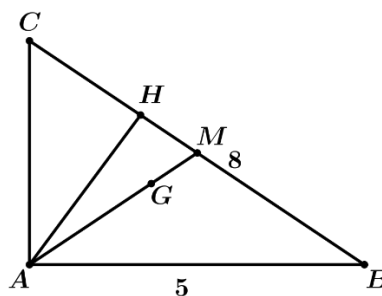
Mà O là trung điểm của đường chéo PR

d) Sai: Do đó: O cũng là trung điểm của đường chéo MN nên $\overrightarrow{OM} = -\overrightarrow{ON}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Cho tam giác ABC vuông tại A và $AB = 5, BC = 8$. Gọi G là trọng tâm của ΔABC . Hãy tính độ dài của $\vec{a} = 3.\vec{AG}$.

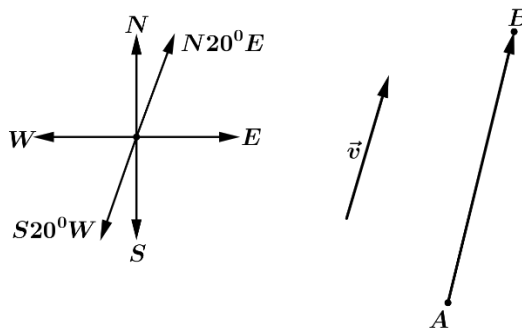
Lời giải



Ta có: $|\overrightarrow{AM}| = AM = \frac{BC}{2} = 4 \Rightarrow |\overrightarrow{AG}| = \frac{2}{3}AM = \frac{2}{3}4 = \frac{8}{3} \Rightarrow \vec{a} = 3|\overrightarrow{AG}| = 8$

Câu 2: Trên biển Đông, một tàu chuyển động đều từ vị trí A theo hướng $N20^\circ E$ với vận tốc 20 (km/h). Sau 2 giờ, tàu đến được vị trí B . Hỏi A cách B bao nhiêu kilômét?

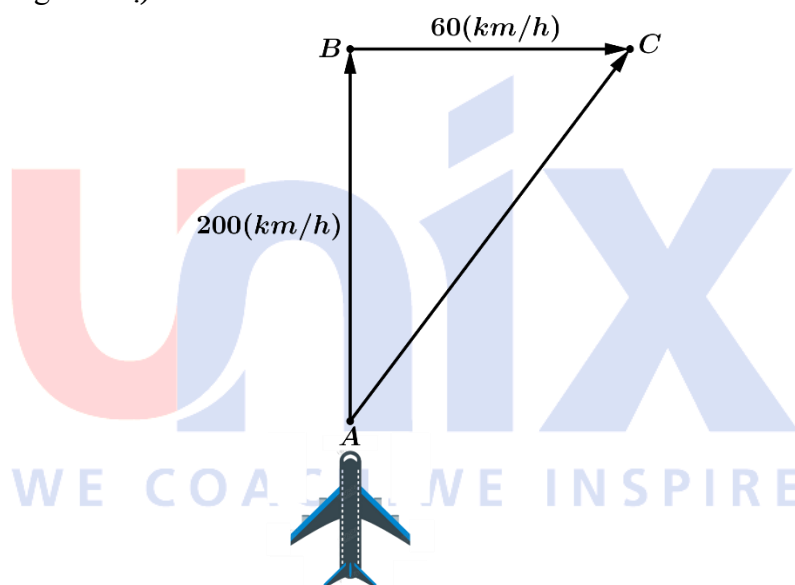
Lời giải



Ta sử dụng vector $\vec{v}$ có độ dài $|\vec{v}| = 20$ để biểu thị cho vận tốc của tàu. Vector $\overrightarrow{AB}$ để biểu thị cho quãng đường và hướng chuyển động của tàu từ A tới B . Do tàu chuyển động đều từ A , với vận tốc 20 (km/h) và trong 2 giờ tới B nên $AB = |\overrightarrow{AB}| = 2|\vec{v}| = 40$ (km).

Vậy A cách B khoảng 40 (km).

Câu 3: Một máy bay có vector vận tốc chỉ theo hướng bắc, vận tốc gió là một vector theo hướng đông như hình minh họa dưới đây. Biết rằng $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$. Tính độ dài vector $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Lời giải

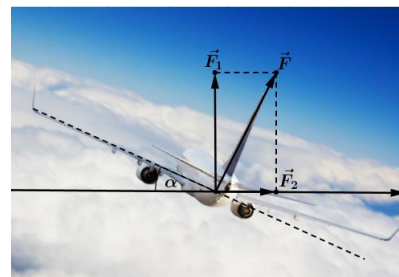
Gọi $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BC}$ lần lượt là vectơ vận tốc của máy bay và vận tốc của gió.

Khi đó ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

Suy ra $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{200^2 + 60^2} \approx 209$ (km/h).

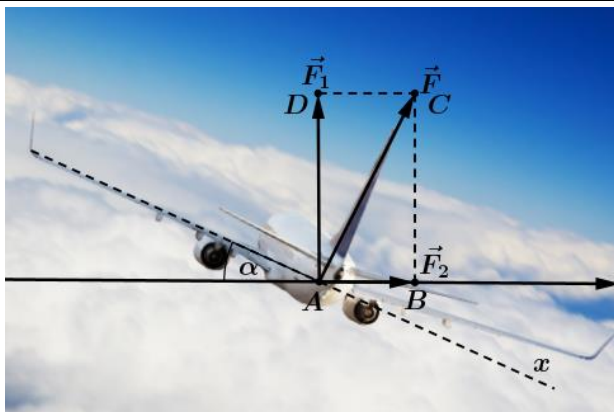
Vậy độ dài vector tổng của hai vectơ nói trên là khoảng 209 (km/h)..

Câu 4: Khi máy bay nghiêng cánh một góc α thì lực $\vec{F}$ của không khí tác động vuông góc với cánh và bằng tổng của lực nâng $\vec{F}_1$ và lực cản $\vec{F}_2$ như hình minh họa dưới đây. Cho biết góc $\alpha = 30^\circ$ và $|\vec{F}| = 8$. Tính $|\vec{F}_2|$.



Lời giải

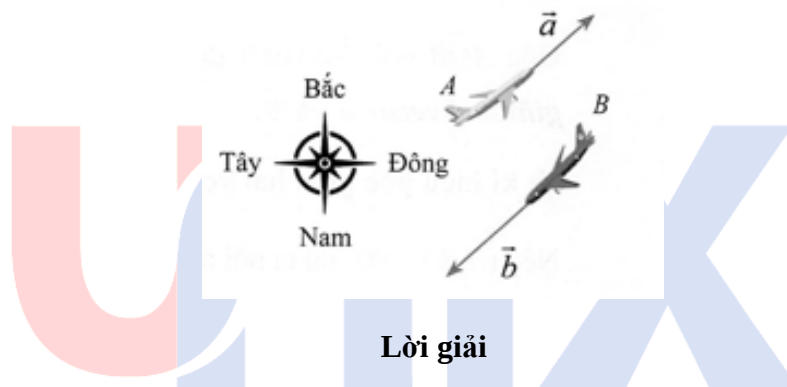
Kí hiệu các điểm như hình dưới



Khi đó các lực $\vec{F}, \vec{F}_1, \vec{F}_2$ lần lượt là $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB}$ $\alpha = \widehat{BAx} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{CAB} = 60^\circ$

Khi đó: $AB = AC \cdot \cos \widehat{CAB} = a \cdot \cos 60^\circ = \frac{a}{2} \Rightarrow |\vec{F}_2| = |\overrightarrow{AB}| = \frac{8}{2} = 4.$

Câu 5: Máy bay A đang bay về hướng Đông Bắc với tốc độ 600 (km/h). Cùng lúc đó, máy bay B đang bay về hướng Tây Nam với tốc độ 800 (800km/h). Tính $\frac{|\vec{b}|}{|\vec{a}|}$. (kết quả làm tròn đến hai chữ số sau dấu phẩy).



Lời giải

Vecto $\vec{a}, \vec{b}$ là vecto vận tốc của máy bay A và máy bay B.

Hai hướng Đông Bắc và Tây Nam là ngược nhau, do đó $\vec{b} = -\frac{4}{3}\vec{a}$

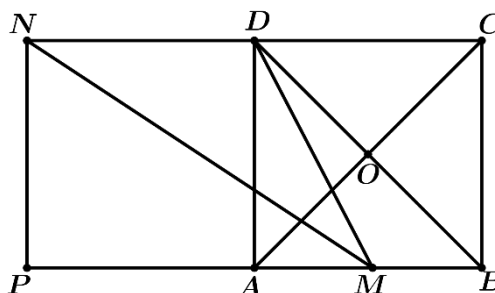
Do đó $|\vec{a}|, |\vec{b}|$ lần lượt là độ lớn của vecto vận tốc tương ứng.

Ta có: $|\vec{a}| = 600, |\vec{b}| = 800 \Rightarrow \frac{|\vec{b}|}{|\vec{a}|} = \frac{800}{600} = \frac{4}{3} \approx 1,33$

Câu 6: Cho hình vuông ABCD tâm O cạnh $\sqrt{13}$. Gọi M là trung điểm của AB, N là điểm đối xứng với C qua D, dựng $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{BA}$. Hãy tính độ dài của vector $\overrightarrow{MN}$.

Lời giải

Áp dụng định lý Pitago trong tam giác vuông MAD ta có:



Dựng hình vuông $APND \Rightarrow \overrightarrow{AP} = \overrightarrow{BA}$. Khi đó $PM = PA + AM = \sqrt{13} + \frac{\sqrt{13}}{2} = \frac{3\sqrt{13}}{2}$.

Áp dụng định lý Pitago trong tam giác vuông NPM ta có:

$$MN^2 = NP^2 + PM^2 = (\sqrt{13})^2 + \left(\frac{3\sqrt{13}}{2}\right)^2 = \frac{13^2}{4} \Rightarrow |\overrightarrow{MN}| = MN = \frac{13}{2} = 6,5.$$

-----HẾT-----

