

Dạng 3: Mệnh đề kéo theo, mệnh đề đảo, mệnh đề tương đương

- Mệnh đề “Nếu P thì Q ” được gọi là một **mệnh đề kéo theo** và kí hiệu $P \Rightarrow Q$.
- Mệnh đề $Q \Rightarrow P$ được gọi là **mệnh đề đảo** của mệnh đề $P \Rightarrow Q$.
- Mệnh đề “ P nếu và chỉ nếu Q ” được gọi là một **mệnh đề tương đương** và kí hiệu là $P \Leftrightarrow Q$.

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Lập mệnh đề $P \Rightarrow Q$ và xét tính đúng sai của nó, với $P: “\pi > 4”$ và $Q: “\pi^2 > 10”$.

Lời giải

Ta có mệnh đề $P \Rightarrow Q$ là “Nếu $\pi > 4$ thì $\pi^2 > 10$ ”.

Vì P sai (và Q sai) nên mệnh đề $P \Rightarrow Q$ là mệnh đề đúng.

Bài tập 2: Phát biểu mệnh đề đảo của mệnh đề “Nếu $A = 90^\circ$ thì $\triangle ABC$ là tam giác vuông” và xét tính đúng sai của mệnh đề đó.

Lời giải

Ta có mệnh đề $P \Rightarrow Q$: “Nếu $A = 90^\circ$ thì $\triangle ABC$ là tam giác vuông”

Mệnh đề đảo của mệnh đề trên là $Q \Rightarrow P$: “Nếu $\triangle ABC$ là tam giác vuông thì $A = 90^\circ$ ”.

Mệnh đề $Q \Rightarrow P$ là mệnh đề sai, ví dụ trường hợp $\triangle ABC$ vuông tại B .

Bài tập 3: Cho hai mệnh đề P và Q :

P : “ $ABCD$ là tứ giác nội tiếp”.

Q : “Tổng số đo hai góc đối nhau bằng 180° ”.

Hãy phát biểu mệnh đề $P \Rightarrow Q$ dưới dạng điều kiện cần và đủ.

Lời giải

Điều kiện cần: “ $ABCD$ là tứ giác nội tiếp là điều kiện cần để tổng số đo hai góc đối nhau bằng 180° ”.

Điều kiện đủ: “Trong tứ giác $ABCD$, tổng số đo hai góc đối nhau bằng 180° là điều kiện đủ để $ABCD$ là tứ giác nội tiếp”.

Bài tập 4: Phát biểu mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$ và xét tính đúng sai của nó. Giải thích

P : “Bất phương trình $x^2 - 3x + 1 > 0$ có nghiệm”.

Q : “Bất phương trình $x^2 - 3x + 1 \leq 0$ vô nghiệm”.

Lời giải

Mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$: “Bất phương trình $x^2 - 3x + 1 > 0$ có nghiệm khi chỉ khi bất phương trình $x^2 - 3x + 1 \leq 0$ vô nghiệm”.

Mệnh đề trên sai. Vì bất phương trình $x^2 - 3x + 1 \leq 0$ có nghiệm.

Bài tập 5: Phát biểu mệnh đề $P \Rightarrow Q$ và phát biểu mệnh đề đảo, xét tính đúng sai của nó.

a) P : “Tứ giác $ABCD$ là hình thoi” và Q : “Tứ giác $ABCD$ AC và BD cắt nhau tại trung điểm mỗi đường”.

b) P : “ $2 > 9$ ” và Q : “ $4 < 3$ ”.

c) P : " Tam giác ABC vuông cân tại A " và Q : " Tam giác ABC có $A = 2B$ ".

d) P : " Ngày 2 tháng 9 là ngày Quốc Khánh của nước Việt Nam" và Q : " Ngày 27 tháng 7 là ngày thương binh liệt sĩ".

Lời giải

a) Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ là " Nếu tứ giác $ABCD$ là hình thoi thì AC và BD cắt nhau tại trung điểm mỗi đường", mệnh đề này đúng.

Mệnh đề đảo là $Q \Rightarrow P$: "Nếu tứ giác $ABCD$ có AC và BD cắt nhau tại trung điểm mỗi đường thì $ABCD$ là hình thoi", mệnh đề này sai.

b) Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ là " Nếu $2 > 9$ thì $4 < 3$ ", mệnh đề này đúng vì mệnh đề P sai.

Mệnh đề đảo là $Q \Rightarrow P$: " Nếu $4 < 3$ thì $2 > 9$ ", mệnh đề này đúng vì mệnh đề Q sai.

c) Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ là " Nếu tam giác ABC vuông cân tại A thì $A = 2B$ ", mệnh đề này đúng.

Mệnh đề đảo là $Q \Rightarrow P$: " Nếu tam giác ABC có $A = 2B$ thì nó vuông cân tại A ", mệnh đề này sai.

d) Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ là " Nếu ngày 2 tháng 9 là ngày Quốc Khánh của nước Việt Nam thì ngày 27 tháng 7 là ngày thương binh liệt sĩ".

Mệnh đề đảo là $Q \Rightarrow P$: " Nếu ngày 27 tháng 7 là ngày thương binh liệt sĩ thì ngày 2 tháng 9 là ngày Quốc Khánh của nước Việt Nam". Hai mệnh đề trên đều đúng vì mệnh đề P, Q đều đúng.

Bài tập 6: Phát biểu mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$ bằng hai cách và xét tính đúng sai của nó.

a) P : "Tứ giác $ABCD$ là hình thoi" và Q : "Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành có hai đường chéo vuông góc với nhau".

b) P : " Bất phương trình $\sqrt{x^2 - 3x} > 1$ có nghiệm" và Q : " $\sqrt{(-1)^2 - 3 \cdot (-1)} > 1$ ".

Lời giải

a) Ta có mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$ đúng vì mệnh đề $P \Rightarrow Q, Q \Rightarrow P$ đều đúng và được phát biểu bằng hai cách như sau:

"Tứ giác $ABCD$ là hình thoi khi và chỉ khi tứ giác $ABCD$ là hình bình hành có hai đường chéo vuông góc với nhau" và

"Tứ giác $ABCD$ là hình thoi nếu và chỉ nếu tứ giác $ABCD$ là hình bình hành có hai đường chéo vuông góc với nhau".

b) Ta có mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$ đúng vì mệnh đề P, Q đều đúng (do đó mệnh đề $P \Rightarrow Q, Q \Rightarrow P$ đều đúng) và được phát biểu bằng hai cách như sau:

" Bất phương trình $\sqrt{x^2 - 3x} > 1$ có nghiệm khi và chỉ khi $\sqrt{(-1)^2 - 3 \cdot (-1)} > 1$ " và

" Bất phương trình $\sqrt{x^2 - 3x} > 1$ có nghiệm nếu và chỉ nếu $\sqrt{(-1)^2 - 3 \cdot (-1)} > 1$ ".

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. Tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật thì tứ giác $ABCD$ có 3 góc vuông.
B. Tam giác ABC là tam giác đều $\Leftrightarrow \hat{A} = 60^\circ$.
C. Tam giác ABC cân tại $A \Rightarrow AB = AC$.
D. Tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn tâm $O \Rightarrow OA = OB = OC = OD$

Lời giải

Mệnh đề “Tam giác ABC là tam giác đều $\Leftrightarrow \hat{A} = 60^\circ$ ” sai vì chiều ngược lại sai, một tam giác có góc $\hat{A} = 60^\circ$ thì chưa hẳn nó là tam giác đều.

Câu 2. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề sai?

- A. $\sqrt{23} < 5 \Rightarrow -2\sqrt{23} > -2 \cdot 5$.
B. $\pi < 4 \Leftrightarrow \pi^2 < 16$.
C. $-\pi < -2 \Leftrightarrow \pi^2 < 4$.
D. $\sqrt{23} < 5 \Rightarrow 2\sqrt{23} < 2 \cdot 5$.

Lời giải

Do $\pi^2 > 4$ là sai nên mệnh đề $-\pi < -2 \Leftrightarrow \pi^2 < 4$ là sai.

Câu 3. Cho “ $P \Leftrightarrow Q$ ” là mệnh đề đúng. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. $\bar{P} \Leftrightarrow \bar{Q}$ đúng.
B. $\bar{Q} \Leftrightarrow P$ sai.
C. $\bar{P} \Leftrightarrow \bar{Q}$ sai.
D. $\bar{P} \Leftrightarrow Q$ sai

Lời giải

“ $\bar{P} \Leftrightarrow \bar{Q}$ sai” là mệnh đề sai.

Câu 4. Cho các mệnh đề P : “Hình bình hành $ABCD$ có một góc vuông”, Q : “ $ABCD$ là hình chữ nhật”.
Mệnh đề “ $P \Rightarrow Q$ ” được phát biểu là

- A. Nếu tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật thì $ABCD$ là hình bình hành và có một góc vuông.
B. Nếu hình bình hành $ABCD$ có một góc vuông thì $ABCD$ là hình chữ nhật.
C. Hình bình hành $ABCD$ có một góc vuông khi và chỉ khi $ABCD$ là hình chữ nhật.
D. Hình bình hành $ABCD$ có một góc vuông là điều kiện cần và đủ để $ABCD$ là hình chữ nhật

Lời giải

Mệnh đề “ $P \Rightarrow Q$ ” được phát biểu là “Nếu hình bình hành $ABCD$ có một góc vuông thì $ABCD$ là hình chữ nhật”.

Câu 5. Cho định lý “Nếu hai tam giác bằng nhau thì diện tích bằng nhau”. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hai tam giác bằng nhau là điều kiện cần và đủ để chúng có diện tích bằng nhau.
B. Hai tam giác bằng nhau là điều kiện cần để diện tích chúng bằng nhau.
C. Hai tam giác có diện tích bằng nhau là điều kiện đủ để chúng bằng nhau.
D. Hai tam giác bằng nhau là điều kiện đủ để diện tích chúng bằng nhau.

Lời giải

Vì các định lý toán học là những mệnh đề đúng và thường có dạng $P \Rightarrow Q$.

Khi đó, ta nói: P là điều kiện đủ để có Q , Q là điều kiện cần để có P .

Câu 6. Cho mệnh đề P : “Hai số nguyên chia hết cho 7” và mệnh đề Q : “Tổng của chúng chia hết cho 7”. Phát biểu mệnh đề $P \Rightarrow Q$.

- A. Nếu hai số nguyên chia hết cho 7 thì tổng của chúng không chia hết cho 7.
- B. Nếu hai số nguyên chia hết cho 7 thì tổng của chúng chia hết cho 7.**
- C. Nếu hai số nguyên không chia hết cho 7 thì tổng của chúng không chia hết cho 7.
- D. Nếu tổng của hai số nguyên chia hết cho 7 thì hai số nguyên đó chia hết cho 7.

Lời giải

Mệnh đề P : “Hai số nguyên chia hết cho 7”.

Mệnh đề Q : “Tổng của chúng chia hết cho 7”.

Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ có dạng: “Nếu P thì Q ”.

Vậy mệnh đề $P \Rightarrow Q$: “Nếu hai số nguyên chia hết cho 7 thì tổng của chúng chia hết cho 7”.

Câu 7. Mệnh đề đảo của mệnh đề nào sau đây là một mệnh đề đúng?

- A. Nếu một tứ giác là hình thoi thì tứ giác đó có hai đường chéo vuông góc.
- B. Nếu một tứ giác có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường thì tứ giác đó là hình bình hành.**
- C. Nếu một hình thang là hình thang cân thì hình thang đó có hai cạnh bên bằng nhau.
- D. Nếu một tứ giác là hình vuông thì tứ giác đó có 4 cạnh bằng nhau

Lời giải

Nếu một tứ giác có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường thì tứ giác đó là hình bình hành có mệnh đề đảo là mệnh đề đúng.

Câu 8. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề sai?

- A. Hai tam giác có diện tích bằng nhau là điều kiện cần để chúng là hai tam giác bằng nhau.
- B. Nếu hai tam giác bằng nhau thì chúng có diện tích bằng nhau.
- C. Hai tam giác bằng nhau là điều kiện cần và đủ để chúng có diện tích bằng nhau.**
- D. Hai tam giác bằng nhau là điều kiện đủ để chúng có diện tích bằng nhau

Lời giải

“Hai tam giác bằng nhau là điều kiện cần và đủ để chúng có diện tích bằng nhau” là mệnh đề sai.

Câu 9. Phát biểu mệnh đề đảo của mệnh đề “Nếu 12 chia hết cho 6 thì 12 chia hết cho 3”.

- A. Nếu 12 không chia hết cho 6 thì 12 không chia hết cho 3.
- B. Nếu 12 chia hết cho 3 thì 12 chia hết cho 6.**
- C. 12 chia hết cho 6 là điều kiện đủ để 12 chia hết cho 3.
- D. 12 chia hết cho 6 khi và chỉ khi 12 chia hết cho 3.

Lời giải

Mệnh đề đảo của mệnh đề “Nếu 12 chia hết cho 6 thì 12 chia hết cho 3” là “Nếu 12 chia hết cho 3 thì 12 chia hết cho 6”.

Câu 10. Mệnh đề nào sau đây, có mệnh đề đảo là đúng?

Tư vấn hướng nghiệp cho học sinh bằng phân tích nhân tướng học – xem chỉ tay – tử vi

- A. Một số tự nhiên có tận cùng bằng 5 thì số đó chia hết cho 5.
- B. Nếu hai tam giác bằng nhau thì diện tích bằng nhau.
- C. Nếu a và b cùng chia hết cho c thì ab chia hết cho c .
- D. Nếu a chia hết cho 2 thì $a+1$ là số lẻ.

Lời giải

Nếu $a+1$ là số lẻ thì a là số chẵn nên a sẽ chia hết cho 2.

Do đó mệnh đề: “Nếu a chia hết cho 2 thì $a+1$ là số lẻ” là mệnh đề có mệnh đề đảo đúng.

Câu 11. Cho định lí: “Nếu tam giác ABC vuông cân thì tam giác ABC có một góc bằng 45° ”. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào là mệnh đề đúng?

- A. Tam giác ABC vuông cân là điều kiện đủ để tam giác ABC có một góc bằng 45° .
- B. Tam giác ABC vuông cân là điều kiện cần và đủ để tam giác ABC có một góc bằng 45° .
- C. Tam giác ABC vuông cân là điều kiện cần để tam giác ABC có một góc bằng 45° .
- D. Tam giác ABC có một góc bằng 45° là điều kiện đủ để tam giác ABC vuông cân.

Lời giải

Tam giác ABC vuông cân là điều kiện đủ để tam giác ABC có một góc bằng 45° .

Câu 12. Cho mệnh đề $P \Rightarrow Q$ sai khi

- A. P đúng và Q đúng.
- B. P sai và Q đúng.
- C. P sai và Q sai.
- D. P đúng và Q sai.

Lời giải

Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ sai khi P đúng và Q sai.

Câu 13. Cho hai mệnh đề P và Q . Tìm điều kiện để mệnh đề $P \Rightarrow Q$ là mệnh đề \bfsai}}.

- A. P sai và Q đúng.
- B. P đúng và Q sai.
- C. P sai và Q sai.
- D. P đúng và Q đúng.

Lời giải

Ta có mệnh đề $P \Rightarrow Q$ chỉ sai khi P đúng Q sai.

Câu 14. Tìm mệnh đề đảo của mệnh đề “Nếu tam giác có 2 cạnh bằng nhau thì tam giác đó là tam giác cân”.

- A. Tam giác đó là tam giác cân.
- B. Một tam giác là tam giác cân nếu và chỉ nếu tam giác đó có 2 cạnh bằng nhau.
- C. Một tam giác không có hai cạnh bằng nhau thì tam giác đó không là tam giác cân.
- D. Nếu một tam giác là tam giác cân thì tam giác đó có hai cạnh bằng nhau.

Lời giải

Mệnh đề đảo của mệnh đề \, “Nếu tam giác có 2 cạnh bằng nhau thì tam giác đó là tam giác cân” là “Nếu một tam giác là tam giác cân thì tam giác đó có hai cạnh bằng nhau”.

Câu 15. Cho mệnh đề $P \Rightarrow Q$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Q là điều kiện cần và đủ để có P .
- B. P là điều kiện cần để có Q .
- C. Q là điều kiện đủ để có P .

D. P là điều kiện đủ để có Q .

Lời giải

Ta có P là điều kiện đủ để có Q , Q là điều kiện cần để có P .

Câu 16. Cho mệnh đề " $\forall x \in X, P(x) \Rightarrow Q(x)$ ". Chọn khẳng định không đúng.

- A. $P(x)$ là điều kiện đủ để có $Q(x)$. B. $Q(x)$ là điều kiện cần để có $P(x)$.
C. $P(x)$ là giả thiết và $Q(x)$ là kết luận. D. $P(x)$ là điều kiện cần để có $Q(x)$

Câu 17. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào có mệnh đề đảo đúng?

- A. Nếu số nguyên n có chữ số tận cùng là 5 thì số nguyên n chia hết cho 5.
B. Nếu tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường thì tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.
C. Nếu tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật thì tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo bằng nhau.
D. Nếu tứ giác $ABCD$ là hình thoi thì tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo vuông góc với nhau.

Lời giải

Xét mệnh đề đảo của đáp án B: "Nếu tứ giác $ABCD$ là hình bình hành thì tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường". Mệnh đề này đúng.

Câu 18. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào có mệnh đề đảo đúng?

- A. Nếu số nguyên n có tổng các chữ số bằng 9 thì số tự nhiên n chia hết cho 3..
B. Nếu $x > y$ thì $x^2 > y^2$.
C. Nếu $x = y$ thì $t.x = t.y$.
D. Nếu $x > y$ thì $x^3 > y^3$.

Lời giải

Xét mệnh đề đảo của đáp án A: "Nếu số tự nhiên n chia hết cho 3 thì số nguyên n có tổng các chữ số bằng 9". Mệnh đề này sai vì tổng các chữ số của n phải chia hết cho 9 thì n mới chia hết cho 9.

Xét mệnh đề đảo của đáp án B:

"Nếu $x^2 > y^2$ thì $x > y$ " sai vì $x^2 > y^2 \Leftrightarrow |x| > |y| \Leftrightarrow \begin{cases} x > y \\ x < -y \end{cases}$.

Xét mệnh đề đảo của đáp án C: "Nếu $t.x = t.y$ thì $x = y$ " sai với $t = 0 \Rightarrow x, y \in \mathbb{R}$.

Câu 19. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề sai?

- A. " ABC là tam giác đều $\Leftrightarrow$ Tam giác ABC cân".
B. " ABC là tam giác đều $\Leftrightarrow$ Tam giác ABC cân và có một góc 60° ".
C. " ABC là tam giác đều $\Leftrightarrow ABC$ là tam giác có ba cạnh bằng nhau".
D. " ABC là tam giác đều $\Leftrightarrow$ Tam giác ABC có hai góc bằng 60° ".

Lời giải

Mệnh đề kéo théo " ABC là tam giác đều $\Rightarrow$ Tam giác ABC cân" là mệnh đề đúng, nhưng mệnh đề đảo " $Tam\ giác\ ABC\ cân \Rightarrow ABC$ là tam giác đều" là mệnh đề sai.

Do đó, 2 mệnh đề " ABC là tam giác đều" và " $Tam\ giác\ ABC\ cân$ " không phải là 2 mệnh đề tương đương.

Câu 20. Cho các mệnh đề sau, mệnh đề nào có mệnh đề đảo đúng?

- A. Nếu tứ giác $ABCD$ là hình thang cân thì 2 góc đối bù nhau.
B. Nếu $a = b$ thì $a.c = b.c$.

C. Nếu $a > b$ thì $a^2 > b^2$.

D. Nếu số nguyên chia hết cho 10 thì chia hết cho 5 và 2.

Lời giải

"Nếu số nguyên chia hết cho 10 thì chia hết cho 5 và 2" có mệnh đề đảo là "Nếu số nguyên chia hết cho 5 và 2 thì chia hết cho 10" là một mệnh đề đúng.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hai mệnh đề P : “ ABC là tam giác đều” và mệnh đề Q : “ ABC là tam giác cân”. Xét mệnh đề kéo theo “Nếu P thì Q ”. Các câu sau là đúng hay sai?

a) P là điều kiện đủ để có Q

b) Q là điều kiện cần để có P

c) Mệnh đề “Nếu P thì Q ” là mệnh đề đúng

d) Mệnh đề “Nếu Q thì P ” là mệnh đề đúng.

Lời giải

a) Đúng: P là điều kiện đủ để có Q .

b) Đúng: Q là điều kiện cần để có P .

c) Đúng: Mệnh đề “Nếu P thì Q ” là mệnh đề đúng.

d) Sai: Mệnh đề “Nếu Q thì P ” là mệnh đề sai.

Câu 2. Cho hai mệnh đề P : “Tứ giác $ABCD$ là hình vuông” và Q : “Tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật có hai đường chéo vuông góc với nhau”. Các câu sau là đúng hay sai?

a) Mệnh đề đảo của mệnh đề “ $P \Rightarrow Q$ ” là mệnh đề “Nếu $ABCD$ là hình chữ nhật có hai đường chéo vuông góc với nhau thì tứ giác $ABCD$ là hình vuông”.

b) Hai mệnh đề P và Q không tương đương với nhau.

c) Mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$ là mệnh đề sai.

d) P là điều kiện cần và đủ để có Q .

Lời giải

a) Đúng: Mệnh đề đảo của mệnh đề “ $P \Rightarrow Q$ ” là mệnh đề “Nếu $ABCD$ là hình chữ nhật có hai đường chéo vuông góc với nhau thì tứ giác $ABCD$ là hình vuông”.

b) Sai: Hai mệnh đề P và Q tương đương với nhau.

c) Sai: Mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$ là mệnh đề đúng.

d) Đúng: Vì P và Q tương đương nên P là điều kiện cần và đủ để có Q .

Câu 3. Cho hai mệnh đề sau:

P : “Hình bình hành có một góc vuông là hình chữ nhật”.

Q: “Số 7 là hợp số”.

- a) Mệnh đề P là mệnh đề đúng.
- b) Mệnh đề Q là mệnh đề đúng.
- c) Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ là mệnh đề đúng.
- d) Mệnh đề $Q \Rightarrow P$ là mệnh đề sai.

Lời giải

- a) Đúng: Mệnh đề P là mệnh đề đúng. Suy ra mệnh đề đúng.
- b) Sai: Số 7 là số nguyên tố. Suy ra mệnh đề sai.
- c) Sai: Vì P đúng và Q sai nên $P \Rightarrow Q$ là mệnh đề sai. Suy ra mệnh đề sai.
- d) Sai: Vì Q sai và P đúng nên $Q \Rightarrow P$ là mệnh đề đúng. Suy ra mệnh đề sai.

Câu 4. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) $\forall n \in \mathbb{N}, n^2$ chia hết cho 7 $\Rightarrow n$ chia hết cho 7.
- b) $\forall n \in \mathbb{N}, n^2$ chia hết cho 5 $\Rightarrow n$ chia hết cho 5.
- c) Nếu tam giác ABC không phải là tam giác đều thì tam giác đó có ít nhất một góc nhỏ hơn 60° .
- d) Tứ giác $ABCD$ nội tiếp được đường tròn $\Rightarrow$ Tổng của A và C bằng 180° .

Lời giải

- a) Đúng: Ta có thể sử dụng phương pháp chứng minh phản chứng như sau:

Giả sử n không chia hết cho 7, suy ra $n = 7m + i$, với $m = 0, 1, 2, \dots$ và $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$.

Ta có $n^2 = 49m^2 + 14im + i^2$, dễ thấy rằng i^2 nhận các giá trị 1, 4, 9, 16, 25, 36 đều không chia hết cho 7 nên n^2 không chia hết cho 7.

- b) Đúng: Chứng minh tương tự câu a).
- c) Đúng: Giả sử tam giác ABC không phải là tam giác đều và không có góc nào nhỏ hơn 60° , tức là cả ba góc đều lớn hơn hoặc bằng 60° .

Do $\hat{A} \geq 60^\circ$, $\hat{B} \geq 60^\circ$, $\hat{C} \geq 60^\circ$ nên $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} \geq 180^\circ$. Mà trong một tam giác, tổng ba góc luôn bằng 180° hay ta có $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$. Vậy khi đó phải có $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = 60^\circ$ hay tam giác ABC đều. Điều này trái với giả thiết.

Vậy nếu tam giác ABC không phải là tam giác đều thì tam giác đó có ít nhất một góc nhỏ hơn 60° .

- d) Đúng: Tứ giác $ABCD$ nội tiếp được đường tròn khi đó tổng của A và C bằng 180° .

Điều này trái với giả thiết n^2 chia hết cho 5. Vậy điều giả sử là sai, suy ra “Nếu bình phương của một số tự nhiên chia hết cho 5 thì số đó chia hết cho 5” là mệnh đề đúng.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1. Cho n là số tự nhiên. Xét các mệnh đề:

P : “ n là một số tự nhiên chia hết cho 16”.

Q : “ n là một số tự nhiên chia hết cho 8”.

Cho biết có bao nhiêu mệnh đề đúng trong các mệnh đề “ $P \Rightarrow Q$ ”; “ $Q \Rightarrow P$ ” và “ $P \Leftrightarrow Q$ ”.

Lời giải

Phát biểu mệnh đề $P \Rightarrow Q$: “Nếu n là một số tự nhiên chia hết cho 16 thì n là một số tự nhiên chia hết cho 8”.

Mệnh đề này đúng, vì n chia hết cho 16 thì $n = 16 \cdot k (k \in \mathbb{N})$ thì $n = 8 \cdot (2k)$ chia hết cho 8.

Phát biểu mệnh đề $Q \Rightarrow P$: “Nếu n là một số tự nhiên chia hết cho 8 thì n là một số tự nhiên chia hết cho 16”.

Mệnh đề này sai, với $n = 8$ là số tự nhiên chia hết cho 8 nhưng n không chia hết cho 16.

Do mệnh đề “ $P \Rightarrow Q$ ” đúng, mệnh đề “ $Q \Rightarrow P$ ” sai nên mệnh đề “ $P \Leftrightarrow Q$ ” sai.

Vậy có 1 mệnh đề đúng.

Câu 2: Cho các mệnh đề:

A: “Nếu $\triangle ABC$ đều có cạnh bằng a , đường cao là h thì $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ ”;

B: “Tứ giác có bốn cạnh bằng nhau là hình vuông”;

C: “15 là số nguyên tố”;

D: “ $\sqrt{125}$ là một số nguyên”.

Hãy cho biết trong các mệnh đề sau có bao nhiêu mệnh đề sai: $A \Rightarrow B, B \Rightarrow C, A \Rightarrow D$

Lời giải

$A \Rightarrow B$ là mệnh đề sai do A đúng, B sai.

$B \Rightarrow C$ là mệnh đề đúng do B, C đều sai.

$A \Rightarrow D$ là mệnh đề sai do A đúng, D sai.

Vậy có hai mệnh đề sai

Câu 3: Trên một hòn đảo, tôi đã gặp ba người A, B và C, một người là hiệp sĩ, một người khác là kẻ bất lương và người kia là gián điệp. Người hiệp sĩ luôn nói sự thật, kẻ bất lương luôn nói dối và gián điệp có thể nói dối hoặc nói sự thật.

A nói: “Tôi là hiệp sĩ.”

B nói, “Tôi là kẻ bất lương.”

C nói: “Tôi là gián điệp.”

Hỏi ai là gián điệp?

Lời giải

Do tính đúng sai nên để xác định kết quả nhanh nhất, ta sẽ xét hiệp sĩ và gián điệp.

Nếu A nói thật $\Rightarrow$ A là hiệp sĩ $\Rightarrow$ B hoặc C là kẻ bất lương.

Nếu B là kẻ bất lương $\Rightarrow$ B nói dối $\Rightarrow$ Mâu thuẫn

Nếu C là kẻ bất lương $\Rightarrow$ C nói dối $\Rightarrow$ Thỏa mãn

Vậy A là hiệp sĩ, C là kẻ bất lương và B là gián điệp cần tìm.

Câu 4: Ba anh em An, Bình, Vinh ngồi làm bài xung quanh một cái bàn được trải khăn mới. Khi phát hiện có vết mực, bà hỏi thì các cháu lần lượt trả lời:

An: “Em Vinh không làm đổ mực, đây là do em Bình.”

Bình: “Em Vinh làm đổ mực, anh An không làm đổ mực”.

Vinh: “Theo cháu, Bình không làm đổ mực, còn cháu hôm nay không chuẩn bị bài”.

Biết rằng trong 3 em thì có 2 em nói đúng, 1 em nói sai. Hỏi ai làm đổ mực?

Lời giải

Nếu An nói đúng thì Bình là người làm đổ, suy ra Bình nói sai, theo đề bài ta có Vinh nói đúng. Nếu Vinh nói đúng thì Bình không làm đổ mực. Suy ra mâu thuẫn.

Nếu Bình nói đúng, Vinh làm đổ mực thì An nói sai. Dẫn đến Vinh nói đúng. Suy ra thỏa mãn.

Vậy Vinh làm đổ mực.

Câu 5:Ếch hay cóc?

Trong một đầm lầy ma thuật, có hai loài lưỡng cư biết nói: cóc luôn luôn nói đúng và ếch luôn luôn nói sai.

Bốn loài lưỡng cư, Brian, Chris, LeRoy và Mike sống cùng nhau trong đầm lầy này và chúng đưa ra những tuyên bố sau:

Brian: "Mike và tôi là những loài khác nhau."

Chris: "LeRoy là một con ếch."

LeRoy: "Chris là một con ếch."

Mike: "Trong bốn người chúng tôi, ít nhất hai người là cóc."

Có bao nhiêu loài lưỡng cư là ếch?

Lời giải

Giả sử Brian là cóc (nói thật) $\Rightarrow$ Mike là ếch (nói dối)

$\Rightarrow$ Chỉ có 1 con là ếch trong 4 con mà Mike đã là ếch $\Rightarrow$ LeRoy và Chris là đều cóc (nói thật)

Nhưng Chris nói LeRoy là ếch $\Rightarrow$ mâu thuẫn

Vậy Brian nói dối (là Ếch) $\Rightarrow$ Brian và Mike cùng là loài ếch (nói dối)

$\Rightarrow$ Chỉ có 1 con cóc và 3 con còn lại là ếch (*)

Nếu Chris là Cóc (nói thật) $\Rightarrow$ LeRoy là ếch (nói dối) $\Rightarrow$ Thỏa mãn (*)

Nếu LeRoy là Cóc (nói thật) $\Rightarrow$ Chris là ếch (nói dối) $\Rightarrow$ Thỏa mãn (*)

Vậy có 3 loài lưỡng cư là ếch.

-----HẾT-----

