

BÀI 02 TẬP HỢP VÀ CÁC PHÉP TOÁN TRÊN TẬP HỢP

A LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1 Khái niệm cơ bản về tập hợp

a) Tập hợp

Có thể mô tả một tập hợp bằng một trong hai cách sau:

- **Cách 1:** Liệt kê các phần tử của tập hợp;
- **Cách 2:** Chỉ ra tính chất đặc trưng cho các phần tử của tập hợp

$a \in S$: phần tử a thuộc tập hợp S .

$a \notin S$: phần tử a không thuộc tập hợp S .

Chú ý: Số phần tử của tập hợp S được kí hiệu là $n(S)$.

Tập hợp không chứa phần tử nào được gọi là **tập rỗng**, kí hiệu là $\emptyset$.

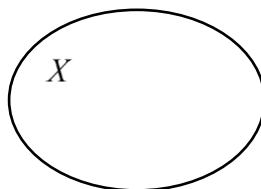
b) Tập hợp con

Nếu mọi phần tử của tập hợp T đều là phần tử của tập hợp S thì ta nói T là một tập hợp con (tập con) của S và ta viết là $T \subset S$ (đọc là T chứa trong S hoặc T là tập con của S).

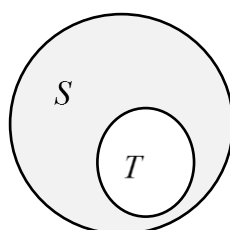
- Thay cho $T \subset S$, ta còn viết $S \supset T$ (đọc là S chứa T).
- Kí hiệu $T \not\subset S$ để chỉ T không là tập con của S .

Nhận xét:

- Từ định nghĩa trên, T là tập con của S nếu mệnh đề sau đúng: $\forall x, x \in T \Rightarrow x \in S$.
- Quy ước tập rỗng là tập con của mọi tập hợp.



Người ta thường minh họa một tập hợp bằng một hình phẳng được bao quanh bởi đường kín, gọi là biểu đồ Ven như hình vẽ trên



Minh họa T là một tập con của S như hình vẽ trên.

c) Hai tập hợp bằng nhau

Hai tập hợp S và T được gọi là hai tập hợp bằng nhau nếu mỗi phần tử của T cũng là phần tử của tập hợp S và ngược lại. Kí hiệu: $S = T$.

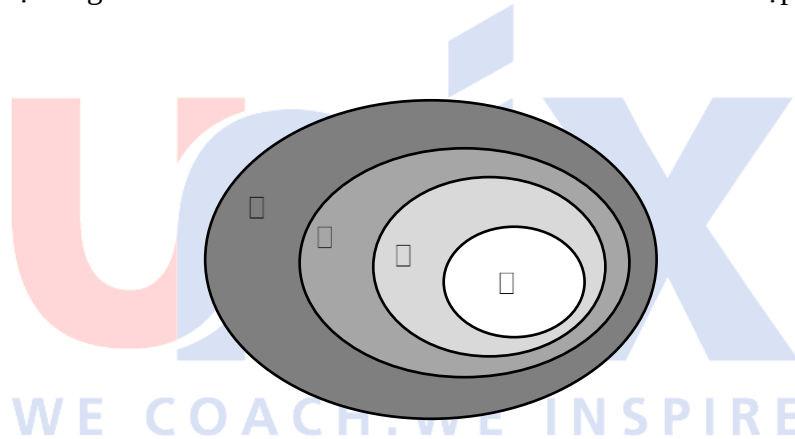
2 Các tập hợp số

a) Mối quan hệ giữa các tập hợp số

- Tập hợp các số tự nhiên $\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; 4; \dots\}$.
- Tập hợp các số nguyên $\mathbb{Z}$ gồm các số tự nhiên và các số nguyên âm:
$$\mathbb{Z} = \{\dots; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\dots\}.$$
- Tập hợp các số hữu tỉ $\mathbb{Q}$ gồm các số viết được dưới dạng phân số $\frac{a}{b}$, với $a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$.

Số hữu tỉ còn được biểu diễn dưới dạng số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn tuần hoàn.

- Tập hợp các số thực $\mathbb{R}$ gồm các số hữu tỉ và các số vô tỉ. Số vô tỉ là các số thập phân vô hạn không tuần hoàn.

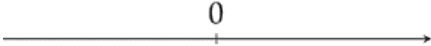
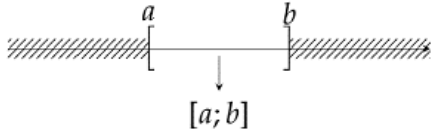
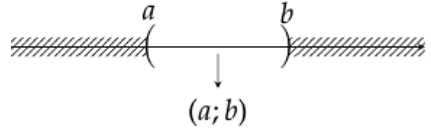
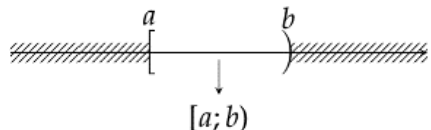
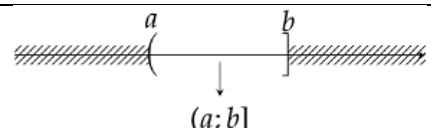
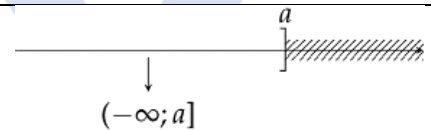
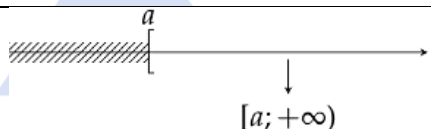
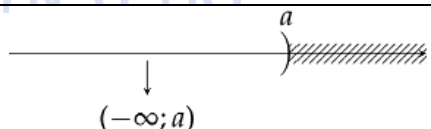
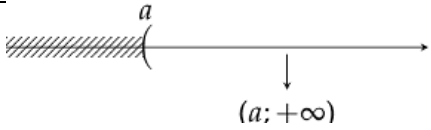


- Mối quan hệ giữa các tập hợp số: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.

b) Các tập con thường dùng của $\mathbb{R}$

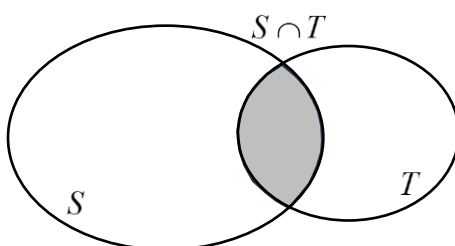
- Kí hiệu $+\infty$: Đọc là dương vô cực (hoặc dương vô cùng)
- Kí hiệu $-\infty$: Đọc là âm vô cực (hoặc âm vô cùng)
- a, b gọi là các đầu mút của đoạn, khoảng hay nửa khoảng

Một số tập con thường dùng của tập số thực $\mathbb{R}$:

Tên gọi	Kí hiệu	Tập hợp	Biểu diễn trên trục số (Phần không bị gạch chéo)
Tập số thực	$(-\infty; +\infty)$	$\mathbb{R}$	
Đoạn	$[a; b]$	$\{x \in \mathbb{R} a \leq x \leq b\}$	
Khoảng	$(a; b)$	$\{x \in \mathbb{R} a < x < b\}$	
Nửa khoảng	$a; b)$	$\{x \in \mathbb{R} a \leq x < b\}$	
Nửa khoảng	$a; b]$	$\{x \in \mathbb{R} a < x \leq b\}$	
Nửa khoảng	$-\infty; a]$	$\{x \in \mathbb{R} x \leq a\}$	
Nửa khoảng	$a; +\infty)$	$\{x \in \mathbb{R} x \geq a\}$	
Khoảng	$(-\infty; a)$	$\{x \in \mathbb{R} x < a\}$	
Khoảng	$(a; +\infty)$	$\{x \in \mathbb{R} x > a\}$	

3 Các phép toán trên tập hợp

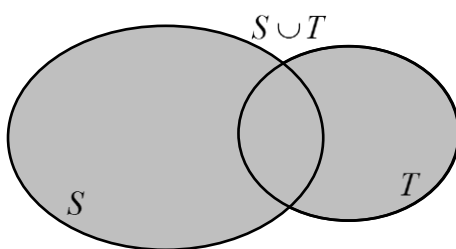
a) Giao của hai tập hợp



Tập hợp gồm các phần tử thuộc cả hai tập hợp S và T gọi là giao của hai tập hợp S và T , kí hiệu là

$$S \cap T \quad S \cap T = \{x | x \in S \vee x \in T\}$$

b) Hợp của hai tập hợp:



Tập hợp gồm các phần tử thuộc tập hợp S hoặc T tập hợp gọi là hợp của hai tập hợp S và T , kí hiệu $S \cup T$.

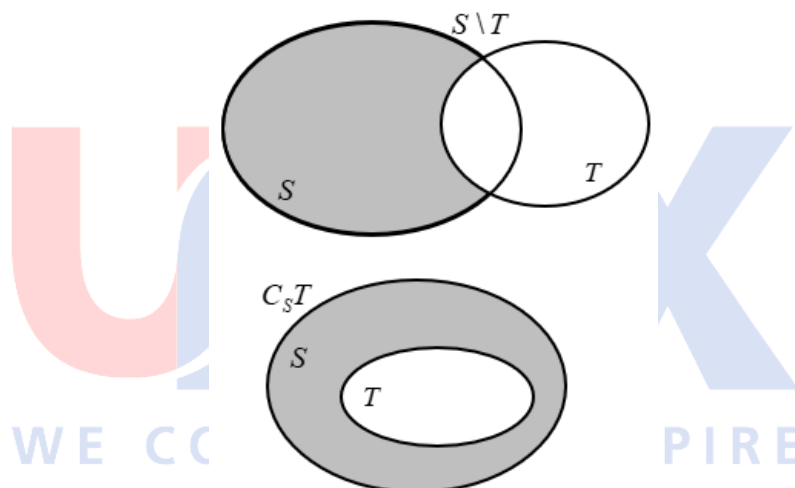
$$S \cup T = \{x | x \in S \vee x \in T\}.$$

c) Hiệu của hai tập hợp:

Hiệu của hai tập hợp S và T là tập hợp gồm các phần tử thuộc tập hợp S mà không thuộc tập hợp T , kí hiệu $S \setminus T$.

$$S \setminus T = \{x | x \in S \wedge x \notin T\}.$$

Nếu T là tập con của tập hợp S , thì $S \setminus T$ còn được gọi là Phần bù của T trong S , kí hiệu là $C_S T$



Chú ý: $C_S S = \emptyset$.

B

PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

Dạng 1: Tập hợp và các phần tử của tập hợp

- **Cách liệt kê:** Ghi tất cả các phần tử của tập hợp

- **Cách nêu tính chất đặc trưng:** Từ tất cả các phần tử của tập hợp, nhận biết tính chất đặc trưng và ghi tính chất đặc trưng của các phần tử.

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Viết lại các tập hợp sau bằng cách liệt kê các phần tử của nó:

a) $A = \{x \in \mathbb{R} | (2x^2 - 5x + 3)(x^2 - 4x + 3) = 0\}$

b) $B = \{x \in \mathbb{N} | (2x^2 - 5x + 3)(x^2 - 4x + 3) = 0\}$

c) $C = \{x \in \mathbb{N} | x < 5\}$

Lời giải

a) Ta có $(2x^2 - 5x + 3)(x^2 - 4x + 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 5x + 3 = 0 \\ x^2 - 4x + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{3}{2} \\ x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$

Vì $x \in \mathbb{R}$ nên $A = \{1; \frac{3}{2}; 3\}$.

b) Ta có $(2x^2 - 5x + 3)(x^2 - 4x + 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 5x + 3 = 0 \\ x^2 - 4x + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{3}{2} \\ x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$. Vì $x \in \mathbb{N}$ nên $B =$

$\{1; 3\}$

c) Ta có $x < 5$ và $x \in \mathbb{N}$ nên $x \in \{0; 1; 2; 3; 4\}$. Vậy $C = \{0; 1; 2; 3; 4\}$

Bài tập 2: Viết lại các tập hợp sau bằng cách chỉ rõ tính chất đặc trưng cho các phần tử của nó

a) $A = \{0; 1; 2; 3; 4\}$

b) $B = \{9; 36; 81; 144\}$

Lời giải

a) Ta nhận thấy các phần tử của tập hợp A là các số tự nhiên và nhỏ hơn 5.

Do đó $A = \{x \in \mathbb{N} | x < 5\}$.

b) Ta có $9 = 3^2$, $36 = 6^2$, $81 = 9^2$, $144 = 12^2$ và các số 3, 6, 9, 12 đều là bội của 3.

Do đó ta viết lại tập hợp B bằng cách chỉ ra tính chất đặc trưng là $B = \{(3k)^2 | k \in \mathbb{N}^*, k \leq 4\}$.

Bài tập 3: Viết lại các tập hợp sau bằng cách liệt kê các phần tử của nó:

a) $A = \{x \in \mathbb{R} | 2x^2 - 5x + 3 = 0\}$.

b) $B = \{x \in \mathbb{N} | (9 - x^2)(x^2 - 3x + 2) = 0\}$

c) $C = \{x \in \mathbb{Q} | (5 - x^2)(x^2 - 5x + 6) = 0\}$

Lời giải

Ta có $2x^2 - 5x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in \mathbb{R} \\ x = \frac{3}{2} \in \mathbb{R} \end{cases} \Rightarrow A = \{1; \frac{3}{2}\}$.

$$b) \text{ Ta có } (9 - x^2)(x^2 - 3x + 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 9 - x^2 = 0 \\ x^2 - 3x + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \notin \mathbb{N} \\ x = 3 \in \mathbb{N} \\ x = 1 \in \mathbb{N} \\ x = 2 \in \mathbb{N} \end{cases} \cdot \text{Vậy } B = \{3; 1; 2\}.$$

$$c) \text{ Ta có } (5 - x^2)(x^2 - 5x + 6) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 5 - x^2 = 0 \\ x^2 - 5x + 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm\sqrt{5} \notin \mathbb{Q} \\ x = 3 \in \mathbb{Q} \\ x = 2 \in \mathbb{Q} \end{cases} \cdot \text{Vậy } C = \{2; 3\}.$$

Bài tập 4: Cho tập hợp $A = \left\{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{x^2+2}{x} \in \mathbb{Z}\right\}$

a) Hãy xác định tập A bằng cách liệt kê các phần tử

b) Tìm tất cả các tập con của tập hợp A mà số phần tử của nó nhỏ hơn 3.

Lời giải

a) Ta có $\frac{x^2+2}{x} = x + \frac{2}{x} \in \mathbb{Z}$ với $x \in \mathbb{Z}$ khi và chỉ khi x là ước của 2 hay $x \in \{-2; -1; 1; 2\}$

Vậy $A = \{-2; -1; 1; 2\}$

b) Tất cả các tập con của tập hợp A mà số phần tử của nó nhỏ hơn 3 là:

Tập không có phần tử nào: $\emptyset$

Tập có một phần tử: $\{-2\}, \{-1\}, \{1\}, \{2\}$

Tập có hai phần tử: $\{-2; -1\}, \{-2; 1\}, \{-2; 2\}, \{-1; 1\}, \{-1; 2\}, \{1; 2\}$.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Ký hiệu nào sau đây dùng để viết đúng mệnh đề: “3 là một số tự nhiên”?

A. $3 \subset \mathbb{N}$

B. $3 \in \mathbb{N}$

C. $3 < \mathbb{N}$

D. $3 \leq \mathbb{N}$

Lời giải

Đáp án A sai vì kí hiệu “ $\subset$ ” chỉ dùng cho hai tập hợp mà ở đây “3” là một số

Hai đáp án C và D đều sai vì ta không muốn so sánh một số với tập hợp.

Câu 2: Ký hiệu nào sau đây để chỉ $\sqrt{5}$ không phải là một số hữu tỉ?

A. $\sqrt{5} \neq \mathbb{Q}$

B. $\sqrt{5} \notin \mathbb{Q}$

C. $\sqrt{5} \notin \mathbb{Q}$

D. $\sqrt{5} \subset \mathbb{Q}$

Lời giải

Vì $\sqrt{5}$ chỉ là một phần tử còn $\mathbb{Q}$ là một tập hợp nên các đáp án A, B, D đều sai.

Câu 3: Cho $A = \{x \in \mathbb{N}^*, x < 10, x : 3\}$. Chọn khẳng định đúng.

A. A có 4 phần tử.

B. A có 3 phần tử.

C. A có 5 phần tử.

D. A có 2 phần tử.

Lời giải

Ta có $A = \{x \in \mathbb{N}^*, x < 10, x : 3\} = \{3; 6; 9\} \Rightarrow A$ có 3 phần tử.

Câu 4: Cho tập hợp $A = \{x + 1 | x \in \mathbb{N}, x \leq 5\}$. Tập hợp A là:

- A. $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ B. $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ C. $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$
D. $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

Lời giải

Vì $x \in \mathbb{N}, x \leq 5$ nên $x \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5\} \Rightarrow x + 1 = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

Câu 5: Hãy liệt kê các phần tử của tập hợp $X = \{x \in \mathbb{Z} | 2x^2 - 3x + 1 = 0\}$.

- A. $X = \{0\}$ B. $X = \{1\}$ C. $X = \left\{1; \frac{1}{2}\right\}$ D. $X = \left\{1; \frac{3}{2}\right\}$

Lời giải

Vì phương trình $2x^2 - 3x + 1 = 0$ có nghiệm $\begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$ nhưng vì $x \in \mathbb{Z}$ nên $\frac{1}{2} \notin \mathbb{Z}$.

Vậy $X = \{1\}$.

Câu 6: Liệt kê các phần tử của tập hợp $X = \{x \in \mathbb{R} | 2x^2 - 5x + 3 = 0\}$.

- A. $X = \{0\}$ B. $X = \{1\}$ C. $X = \left\{\frac{3}{2}\right\}$ D. $X = \left\{1; \frac{3}{2}\right\}$

Lời giải

Vì phương trình $2x^2 - 5x + 3 = 0$ có nghiệm $\begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{3}{2} \end{cases} \in \mathbb{R}$ nên $X = \left\{1; \frac{3}{2}\right\}$.

Câu 7: Trong các tập sau, tập nào là tập rỗng?

- A. $\{x \in \mathbb{Z} | |x| < 1\}$ B. $\{x \in \mathbb{Z} | 6x^2 - 7x + 1 = 0\}$
C. $\{x \in \mathbb{Q} : x^2 - 4x + 2 = 0\}$ D. $\{x \in \mathbb{R} : x^2 - 4x = 3 = 0\}$

Lời giải

Đáp án A: $x \in \mathbb{Z}, |x| < 1 \Leftrightarrow -1 < x < 1 \Rightarrow x = 0$.

Đáp án B: Giải phương trình: $6x^2 - 7x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{6} \end{cases}$. Vì $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x = 1$.

Đáp án C: $x^2 - 4x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \pm \sqrt{2}$. Vì $x \in \mathbb{Q} \Rightarrow$ Đây là tập rỗng.

Câu 8: Cho tập hợp $M = \{(x; y) | x; y \in \mathbb{N}, x + y = 1\}$. Hỏi tập M có bao nhiêu phần tử?

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Lời giải

Vì $x; y \in \mathbb{N}$ nên x, y thuộc vào tập $\{0; 1; 2; \dots\}$

Vậy cặp $(x; y)$ là $(1; 0), (0; 1)$ thỏa mãn $x + y = 1 \Rightarrow$ Có 2 cặp hay M có 2 phần tử.

Câu 9: Cho tập hợp $A = \{x^2 + 1 | x \in \mathbb{N}, x \leq 5\}$. Hãy liệt kê các phần tử của tập hợp A .

- A. $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$ B. $A = \{1; 2; 5; 10; 17; 26\}$
 C. $A = \{2; 5; 10; 17; 26\}$ D. $A = \{0; 1; 4; 9; 16; 25\}$

Lời giải

Ta có $A = \{x^2 + 1 | x \in \mathbb{N}, x \leq 5\}$. Vì $x \in \mathbb{N}, x \leq 5$ nên $x \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5\} \Rightarrow x^2 + 1 \in \{1; 2; 5; 10; 17; 26\}$.

Câu 10: Hãy liệt kê các phần tử của tập hợp: $X = \{x \in \mathbb{R} | x^4 - 6x^2 + 8 = 0\}$.

A. $X = \{2; 4\}$

B. $X = \{-\sqrt{2}; \sqrt{2}\}$

C. $X = \{\sqrt{2}; 2\}$

D. $X = \{-\sqrt{2}; \sqrt{2}; -2; 2\}$

Lời giải

Giải phương trình $x^4 - 6x^2 + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 2 \\ x^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm\sqrt{2} \\ x = \pm 2 \end{cases}$.

Câu 11: Cho tập hợp $M = \{(x; y) \mid x, y \in \mathbb{R}, x^2 + y^2 \leq 0\}$. Khi đó tập hợp M có bao nhiêu phần tử?

A. 0

B. 1

C. 2

D. Vô số

Lời giải

Vì $\begin{cases} x^2 \geq 0 \\ y^2 \geq 0 \end{cases}$ nên $x^2 + y^2 \leq 0 \Leftrightarrow x = y = 0$. Khi đó tập hợp M có 1 phần tử duy nhất là $\{(0; 0)\}$.

Câu 12: Số phần tử của tập hợp: $A = \{x \in \mathbb{R} \mid (x^2 + x)^2 = x^2 - 2x + 1\}$ là:

A. 0

B. 3

C. 1

D. 2

Lời giải

Giải phương trình $(x^2 + x)^2 = x^2 - 2x + 1$ trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow (x^2 + x)^2 - (x - 1)^2 = 0$

$\Leftrightarrow (x^2 + x - x + 1)(x^2 + x + x - 1) = 0 \Leftrightarrow (x^2 + 1)(x^2 + 2x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 - \sqrt{2} \\ x = -1 + \sqrt{2} \end{cases}$

Câu 13: Số tập con của tập hợp: $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 3(x^2 + x)^2 - 2x^2 - 2x = 0\}$ là:

A. 16

B. 8

C. 12

D. 10

Lời giải

Giải phương trình $3(x^2 + x)^2 - 2(x^2 + x) = 0$

Đặt $x^2 + x = t$ ta có phương trình $3t^2 - 2t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = \frac{2}{3} \end{cases}$

Với $t = 0$ ta có $x^2 + x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$

Với $t = \frac{2}{3}$ ta có: $x^2 + x = \frac{2}{3} \Leftrightarrow 3x^2 + 3x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{33}}{3}$

Vậy A có 4 phần tử suy ra số tập con của A là $2^4 = 16$.

Câu 14: Số phần tử của tập hợp: $A = \{x \in \mathbb{R} \mid (2x^2 + x - 4)^2 = 4x^2 - 4x + 1\}$ là:

A. 0

B. 2

C. 4

D. 3

Lời giải

Giải phương trình $(2x^2 + x - 4)^2 = 4x^2 - 4x + 1 \Leftrightarrow (2x^2 + x - 4)^2 = (2x - 1)^2$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 + x - 4 = 2x - 1 \\ 2x^2 + x - 4 = -2x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - x - 3 = 0 \\ 2x^2 + 3x - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{3}{2} \\ x = 1 \\ x = -\frac{5}{2} \end{cases}$. Vậy A có 4 phần tử.

Câu 15: Hãy liệt kê các phần tử của tập hợp $X = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + x + 1 = 0\}$:

A. $X = 0$.

B. $X = \{0\}$.

C. $X = \emptyset$.

D. $X = \{\emptyset\}$.

Lời giải

Phương trình $x^2 + x + 1 = 0$ vô nghiệm nên $X = \emptyset$.

Câu 16: Số phần tử của tập hợp $A = \{k^2 + 1/k \in \mathbb{Z}, |k| \leq 2\}$ là:

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 5.

Lời giải

Ta có: $A = \{k^2 + 1/k \in \mathbb{Z}, |k| \leq 2\}$. Ta có $k \in \mathbb{Z}, |k| \leq 2 \Leftrightarrow -2 \leq k \leq 2 \Rightarrow A = \{1; 2; 5\}$.

Câu 17: Trong các tập hợp sau, tập nào là tập rỗng?

- A. $T_1 = \{x \in \mathbb{N} | x^2 + 3x - 4 = 0\}$. B. $T_1 = \{x \in \mathbb{R} | x^2 - 3 = 0\}$
 C. $T_1 = \{x \in \mathbb{N} | x^2 = 2\}$. D. $T_1 = \{x \in \mathbb{Q} | (x^2 + 1)(2x - 5) = 0\}$.

Lời giải

$$\text{Vì } x^2 = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2} \notin \mathbb{N} \\ x = -\sqrt{2} \notin \mathbb{N} \end{cases}$$

Câu 18: Cho tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} | (x^2 - 1)(x^2 + 2) = 0\}$. Các phần tử của tập A là:

- A. $A = \{-1; 1\}$ B. $A = \{-\sqrt{2}; -1; 1; \sqrt{2}\}$ C. $A = \{-1\}$ D. $A = \{1\}$

Lời giải

Ta có: $A = \{x \in \mathbb{R} | (x^2 - 1)(x^2 + 2) = 0\}$.

$$\text{Ta có } (x^2 - 1)(x^2 + 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 1 = 0 \\ x^2 + 2 = 0 \text{ (vn())} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases} \Rightarrow A = \{-1; 1\}.$$

Câu 19: Trong các tập hợp sau, tập hợp nào là tập rỗng?

- A. $A = \{x \in \mathbb{N} | x^2 - 4 = 0\}$. B. $B = \{x \in \mathbb{R} | x^2 + 2x + 3 = 0\}$.
 C. $C = \{x \in \mathbb{R} | x^2 - 5 = 0\}$. D. $D = \{x \in \mathbb{Q} | x^2 + x - 12 = 0\}$.

Lời giải

$$A = \{x \in \mathbb{N} | x^2 - 4 = 0\} \Rightarrow A = \{2\}.$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} | x^2 + 2x + 3 = 0\} \Rightarrow B = \emptyset.$$

$$C = \{x \in \mathbb{R} | x^2 - 5 = 0\} \Rightarrow C = \{-\sqrt{5}; \sqrt{5}\}.$$

$$D = \{x \in \mathbb{Q} | x^2 + x - 12 = 0\} \Rightarrow D = \{-3; 4\}.$$

Câu 20: Trong các tập hợp sau, tập hợp nào khác rỗng?

- A. $A = \{x \in \mathbb{R} | x^2 + x + 1 = 0\}$. B. $B = \{x \in \mathbb{N} | x^2 - 2 = 0\}$.
 C. $C = \{x \in \mathbb{Z} | (x^3 - 3)(x^2 + 1) = 0\}$. D. $D = \{x \in \mathbb{Q} | x(x^2 + 3) = 0\}$.

Lời giải

$$A = \{x \in \mathbb{R} | x^2 + x + 1 = 0\}. \text{ Ta có } x^2 + x + 1 = 0 \text{ (vn())} \Rightarrow A = \emptyset.$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} | x^2 - 2 = 0\}. \text{ Ta có } x^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2} \notin \mathbb{N} \Rightarrow B = \emptyset$$

$$C = \{x \in \mathbb{Z} | (x^3 - 3)(x^2 + 1) = 0\}. \text{ Ta có } (x^3 - 3)(x^2 + 1) = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{3} \notin \mathbb{Z} \Rightarrow C = \emptyset$$

$$D = \{x \in \mathbb{Q} | x(x^2 + 3) = 0\}. \text{ Ta có } x(x^2 + 3) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow D = \{0\}.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Tập hợp $A = \{x \in \mathbb{Z} | 1 < x < 10\}$ có 8 phần tử
- b) Tập hợp $B = \{x \in \mathbb{R} | x^2 + x = 0\}$ có 2 phần tử
- c) Tập hợp $C = \{x \in \mathbb{Q} | (x^2 - 1)(x - \sqrt{2})(2x + 3) = 0\}$ có 2 phần tử
- d) Tập hợp $D = \{n \in \mathbb{N} | -4 < 2n - 1 < 5\}$ có 3 phần tử

Lời giải

- a) Đúng: $A = \{2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$.
- b) Đúng: $B = \{-1; 0\}$.
- c) Sai: $C = \left\{\frac{-3}{2}; -1; 1\right\}$.
- d) Đúng: $D = \{0; 1; 2\}$.

Câu 2: Cho các tập hợp sau: A các số nguyên tố nhỏ hơn 11; $B = \{x \in \mathbb{R} | 3x^2 - 4x + 1 = 0\}$; $C = \{x \in \mathbb{N} | (x^2 - 5x + 6)(2x + 1) = 0\}$; $D = \{x \in \mathbb{Z} | |x + 1| < 3\}$.

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Tập hợp A có 4 phần tử
- b) Tập hợp B có 3 phần tử
- c) Tập hợp C có 3 phần tử
- d) Tập hợp D có 3 phần tử

Lời giải

- a) Đúng: Ta có: Các số nguyên tố nhỏ hơn 11 là: 2; 3; 5; 7. Vậy $A = \{2; 3; 5; 7\}$.
- b) Sai: Ta có: $3x^2 - 4x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in \mathbb{R} \\ x = \frac{1}{3} \in \mathbb{R} \end{cases}$. Vậy $B = \left\{\frac{1}{3}; 1\right\}$.
- c) Sai: $(x^2 - 5x + 6)(2x + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 5x + 6 = 0 \\ 2x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \in \mathbb{N} \\ x = 3 \in \mathbb{N} \\ x = \frac{-1}{2} \notin \mathbb{N} \end{cases}$. Vậy $C = \{2; 3\}$
- d) Đúng: Ta có: $\begin{cases} x \in \mathbb{Z} \\ |x + 1| < 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = -1 \\ x = 0 \end{cases}$. Vậy $D = \{-2; -1; 0\}$.

Câu 3: Cho các tập hợp sau

$$A = \{x \in \mathbb{R} | 6x^2 - 7x + 1 = 0\}; B = \{x \in \mathbb{Z} | |x| < 1\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{Q} | x^2 - 4x + 2 = 0\}; D = \{x \in \mathbb{R} | x^2 - 4x + 3 = 0\}.$$

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Tập hợp A là tập hợp rỗng
- b) Tập hợp B là tập hợp rỗng
- c) Tập hợp C là tập hợp rỗng
- d) Tập hợp D là tập hợp rỗng

Lời giải

a) Sai: $A = \{x \in \mathbb{Z} | 6x^2 - 7x + 1 = 0\}$. Ta có $6x^2 - 7x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{6} \notin \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow A = \{1\} \neq \emptyset$.

b) Sai: $B = \{x \in \mathbb{Z} | |x| < 1\} \Rightarrow B = \{0\} \neq \emptyset$.

c) Đúng: $C = \{x \in \mathbb{Q} | x^2 - 4x + 2 = 0\}$. Ta có $x^2 - 4x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 - \sqrt{2} \notin \mathbb{Q} \\ x = 2 + \sqrt{2} \notin \mathbb{Q} \end{cases} \Rightarrow C = \emptyset$.

d) Sai: $D = \{x \in \mathbb{Q} | x^2 - 4x + 3 = 0\}$. $x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases} \Rightarrow D = \{1; 3\} \neq \emptyset$.

Câu 4: Cho các tập hợp sau $A = \{x \in \mathbb{Q} | x^2 - x - 6 = 0\}$; $B = \{x \in \mathbb{Z} | x^4 - 11x^2 + 18 = 0\}$.
 $C = \{x \in \mathbb{N} | (x^2 - 3x - 10)(5x^3 - 6x^2 + x) = 0\}$; $D = \{x \in \mathbb{Z} | -2 < 3x + 7 \leq 10\}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Tập hợp A có 2 phần tử

b) Tập hợp B có 3 phần tử

c) Tập hợp C có 2 phần tử

d) Tập hợp D có 4 phần tử

Lời giải

Viết tập hợp dưới dạng liệt kê các phần tử

a) Đúng: $x^2 - x - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \in \mathbb{Q} \\ x = 3 \in \mathbb{Q} \end{cases}$. Vậy $A = \{-2; 3\}$

b) Sai: $x^4 - 11x^2 + 18 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 2 \\ x^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2} \notin \mathbb{Z} \\ x = -\sqrt{2} \notin \mathbb{Z} \\ x = 3 \in \mathbb{Z} \\ x = -3 \in \mathbb{Z} \end{cases}$. Vậy $B = \{-3; 3\}$

c) Sai: $(x^2 - 3x - 10)(5x^3 - 6x^2 + x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x - 10 = 0 \\ 5x^3 - 6x^2 + x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \in \mathbb{N} \\ x = -2 \notin \mathbb{N} \\ x = 0 \in \mathbb{N} \\ x = 1 \in \mathbb{N} \\ x = \frac{1}{5} \notin \mathbb{N} \end{cases}$. Vậy

$C = \{0; 1; 5\}$

d) Đúng: $-2 < 3x + 7 \leq 10 \Leftrightarrow -3 < x \leq 1$. Mà $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in D = \{-2; -1; 0; 1\}$.

Câu 5: Cho các tập hợp

$$\begin{aligned} A &= \{x \in \mathbb{Z} | |x| < 1\}. & B &= \{x \in \mathbb{Z} | 6x^2 - 7x + 1 = 0\}. \\ C &= \{x \in \mathbb{Q} | x^2 - 4x + 2 = 0\}. & D &= \{x \in \mathbb{N} | x^2 - 4x + 3 = 0\}. \end{aligned}$$

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Tập hợp A có 2 phần tử

- b) Tập hợp B có 1 phần tử
- c) Tập hợp C có 3 phần tử
- d) Tập hợp D có 2 phần tử

Lời giải

a) Sai: $A = \{x \in \mathbb{Z} | |x| < 1\} \Rightarrow A = \{0\}$.

b) Đúng: $B = \{x \in \mathbb{Z} | 6x^2 - 7x + 1 = 0\}$. Ta có: $6x^2 - 7x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{6} \end{cases} \notin \mathbb{Z} \Rightarrow B = \{1\}$.

c) Sai: $C = \{x \in \mathbb{Q} | x^2 - 4x + 2 = 0\}$.

Ta có: $x^2 - 4x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 - \sqrt{2} \notin \mathbb{Q} \\ x = 2 + \sqrt{2} \notin \mathbb{Q} \end{cases} \Rightarrow C = \emptyset$.

d) Đúng: $D = \{x \in \mathbb{N} | x^2 - 4x + 3 = 0\}$

$$x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases} \Rightarrow D = \{1; 3\}.$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Cho tập $X = \{x \in \mathbb{R} | (x^2 - 4)(x - 1) = 0\}$. Tính tổng S các phần tử của tập X .

Lời giải

Các phần tử của tập hợp X là các nghiệm thực của phương trình $(x^2 - 4)(x - 1) = 0$.

$$\text{Ta có: } (x^2 - 4)(x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4 = 0 \\ x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 2 \\ x = 1 \end{cases}$$

Do đó: $S = 2 + (-2) + 1 = 1$.

Câu 2: Tìm số phần tử của tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} | (x - 1)(x + 2)(x^3 - 4x) = 0\}$.

Lời giải

$$(x - 1)(x + 2)(x^3 - 4x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 = 0 \\ x + 2 = 0 \\ x^3 - 4x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \\ x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

$\Rightarrow A = \{1; -2; 0; 2\}$. Vậy A có 4 phần tử.

Câu 3: Cho tập $X = \{x \in \mathbb{N} | (x^2 - 4)(x - 1)(2x^2 - 7x + 3) = 0\}$. Tính tổng S các phần tử của X .

Lời giải

$$\text{Ta có: } (x^2 - 4)(x - 1)(2x^2 - 7x + 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4 = 0 \\ x - 1 = 0 \\ 2x^2 - 7x + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 2 \\ x = 1 \\ x = 3 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}.$$

Vì $x \in \mathbb{N}$ nên $X = \{1; 2; 3\}$.

Vậy tổng $S = 1 + 2 + 3 = 6$.

Câu 4: Tập hợp $A = \{x \in \mathbb{N} | (x - 1)(x + 2)(x^3 + 4x) = 0\}$ có bao nhiêu phần tử?

Lời giải

Ta có $(x - 1)(x + 2)(x^3 + 4x) = 0 \Leftrightarrow x(x - 1)(x + 2)(x^2 + 4) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 1 = 0 \\ x + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2. \\ x = 0 \end{cases}$$

Vì $x \in \mathbb{N} \Rightarrow x = 0; x = 1$. Vậy $A = \{0; 1\} \Rightarrow$ tập A có hai phần tử.

Câu 5: Xác định số phần tử của tập hợp $X = \{n \in \mathbb{N} | n : 4, n < 2017\}$.

Lời giải

Tập hợp X gồm các phần tử là những số tự nhiên nhỏ hơn 2017 và chia hết cho 4.

Từ 0 đến 2015 có 2016 số tự nhiên, ta thấy cứ 4 số tự nhiên liên tiếp sẽ có duy nhất một số chia hết cho 4. Suy ra có 504 số tự nhiên chia hết cho 4 từ 0 đến 2015. Hiển nhiên $2016 : 4$.

Vậy có tất cả 505 số tự nhiên nhỏ hơn 2017 và chia hết cho 4.

-----HẾT-----

