

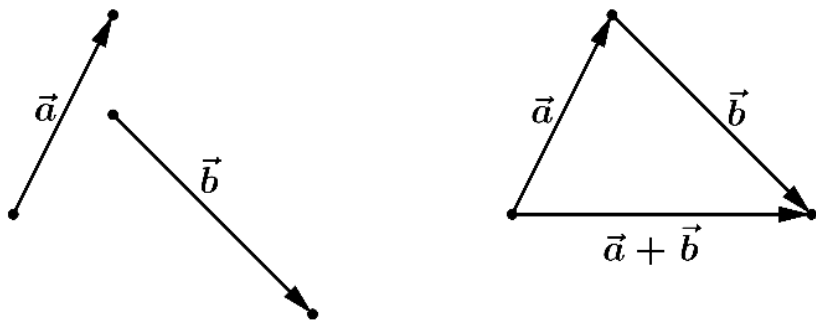
BÀI

02

TỔNG VÀ HIỆU CỦA HAI VECTƠ

A LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

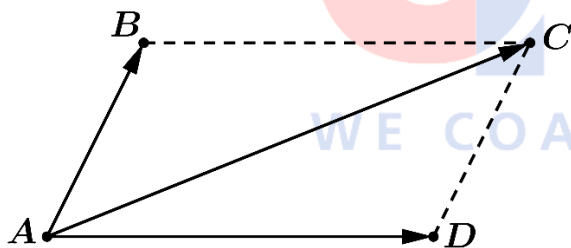
1 Tổng của hai vectơ



Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Lấy một điểm A tùy ý ta vẽ $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$. Khi đó vectơ $\overrightarrow{AC}$ được gọi là tổng của hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ và được kí hiệu là $\vec{a} + \vec{b}$.

Phép lấy tổng của hai vectơ được gọi là phép cộng vectơ.

Quy tắc ba điểm: Với ba điểm bất kì A, B, C ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.



Quy tắc hình bình hành: Nếu $ABCD$ là một hình bình hành thì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

Với ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ tùy ý:

- Tính chất giao hoán: $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$
- Tính chất kết hợp: $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$
- Tính chất của vectơ – không: $\vec{a} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{a} = \vec{a}$

Chú ý: Do các vectơ $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c}$ và $\vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$ bằng nhau, nên ta còn viết chúng dưới dạng $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ và gọi là tổng của ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$. Tương tự, ta cũng có thể viết tổng của một số vectơ mà không cần dùng dấu ngoặc.

2 Hiệu của hai vector

- Vector có cùng độ dài và ngược hướng với vector $\vec{a}$ được gọi là vector đối của vector $\vec{a}$.

Vector đối của vector $\vec{a}$ được kí hiệu là $-\vec{a}$.

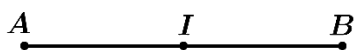
- Vector $\vec{0}$ được coi là vector đối của chính nó.

- Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Ta gọi hiệu của hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là vector $\vec{a} + (-\vec{b})$, kí hiệu $\vec{a} - \vec{b}$.

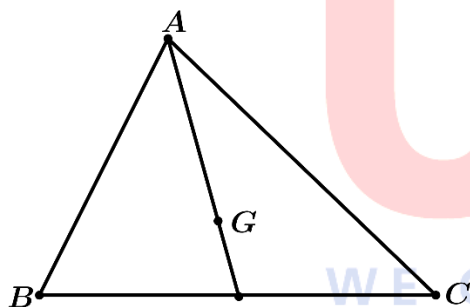
Chú ý 1: Hai vector đối nhau khi và chỉ khi tổng của chúng bằng $\vec{0}$

Quy tắc về hiệu vector: Với ba điểm O, A, B tùy ý, ta luôn có: $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{AB}$.

Chú ý 2:



- Điểm I là trung điểm của đoạn thẳng AB khi và chỉ khi $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.



- Điểm G là trọng tâm của tam giác ABC khi và chỉ khi $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

B PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

Dạng 1: Tính tổng và hiệu của hai vector

Phương pháp:

- Sử dụng khái niệm tổng và hiệu của hai vector
- Sử dụng quy tắc ba điểm, quy tắc hình bình hành
- Sử dụng quy tắc trung điểm, trọng tâm của tam giác

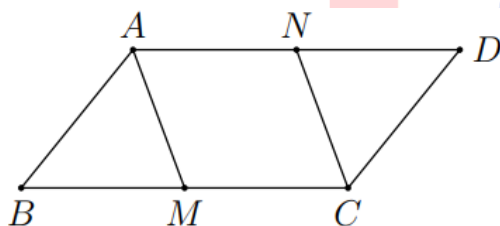
BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Cho hình bình hành $ABCD$ với M và N lần lượt là trung điểm của BC và AD . Tìm tổng của hai vector:

a) $\overrightarrow{NC}$ và $\overrightarrow{MC}$

b) $\overrightarrow{AM}$ và $\overrightarrow{CD}$

Lời giải



a) Vì $\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AN}$ nên ta có $\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{NC} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AN} + \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{AC}$.

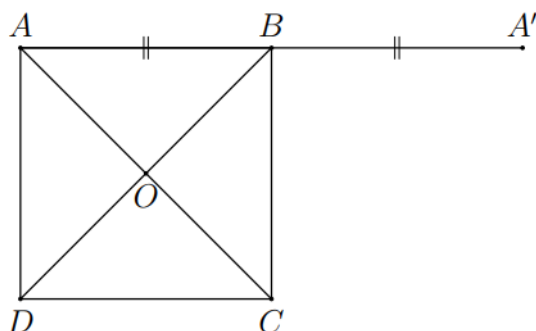
b) Vì $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA}$ nên ta có $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BM}$.

Bài tập 2: Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a với tâm là O . Tính:

a) Độ dài vector $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CB}$

b) Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}|$

Lời giải



a) Ta có $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CO} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{BO}$.

Mặt khác $BO = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + a^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ nên $|\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CB}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

b) Gọi A' là điểm đối xứng với A qua B .

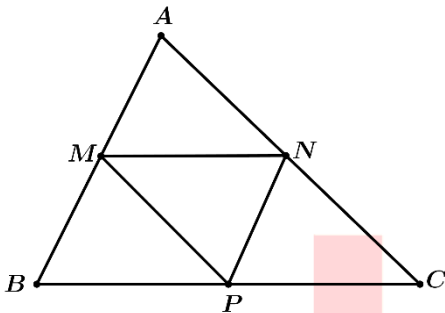
Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA'} = \overrightarrow{AA'}$ nên $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}| = |\overrightarrow{AA'}| = 2a$.

Bài tập 3: Cho tam giác ABC . Các điểm M , N và P lần lượt là trung điểm các cạnh AB , AC và BC .

a) Tìm các hiệu sau $\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN}$; $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{NC}$ và $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{PN}$

b) Phân tích vector $\overrightarrow{AM}$ theo hai vector $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{MP}$

Lời giải



a) Theo quy tắc ba điểm, thì $\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{NM}$.

Vì MP là đường trung bình của tam giác ABC và $\overrightarrow{MP}$ cùng hướng với $\overrightarrow{NC}$ nên ta có $\overrightarrow{NC} = \overrightarrow{MP}$

Do vậy: $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{MN} - \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{PN}$. Vì $-\overrightarrow{PN} = \overrightarrow{NP}$ nên $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{PN} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MP}$.

b) Ta có $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{NP}$ nên có phân tích sau $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MP} - \overrightarrow{MN}$.

Bài tập 4: Cho bốn điểm bất kỳ A , B , C và D . Hãy chứng minh đẳng thức: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$.

Lời giải

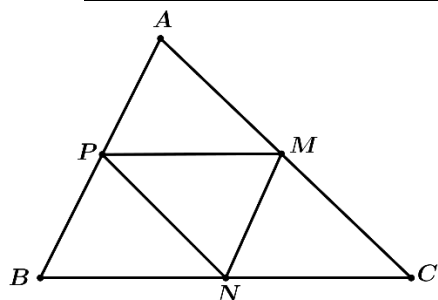
$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB}) + (\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BD}) = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} + (\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DB}) = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} + \vec{0} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}.$$

Bài tập 5: Cho tam giác ABC . Gọi M , N , P lần lượt là trung điểm của các cạnh BC , CA , AB . Chứng minh rằng:

a) $\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AP} = \vec{0}$

b) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}$, với O là điểm bất kì.

Lời giải



a) Vì PN, MN là đường trung bình của tam giác ABC nên $PN \parallel BM, MN \parallel BP$ suy ra tứ giác $BMNP$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{PN}$ và N là trung điểm của $AC \Rightarrow \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{NA}$.

Do đó theo quy tắc ba điểm ta có: $\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AP} = (\overrightarrow{PN} + \overrightarrow{NA}) + \overrightarrow{AP} = \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AP} = \vec{0}$.

b) Theo quy tắc ba điểm ta có:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} &= (\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PA}) + (\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{MB}) + (\overrightarrow{ON} + \overrightarrow{NC}) = (\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}) + \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{NC} \\ &= (\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}) - (\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AP}) \end{aligned}$$

Theo câu a) $\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AP} = \vec{0}$ ta suy ra $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}$.

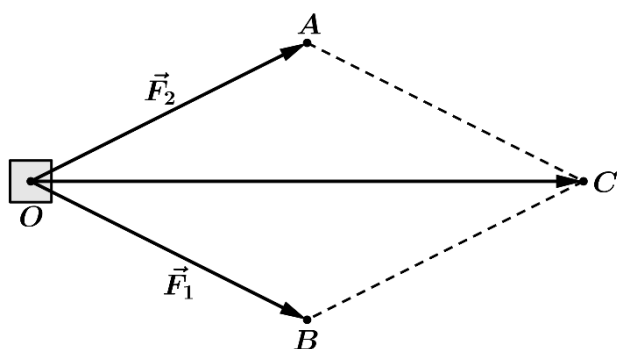
Bài tập 6: Cho n điểm $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$, xác định vector $\overrightarrow{A_{n-1}A_n} + \overrightarrow{A_{n-2}A_{n-1}} + \overrightarrow{A_{n-3}A_{n-2}} + \dots + \overrightarrow{A_2A_3} + \overrightarrow{A_1A_2}$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } &\overrightarrow{A_{n-1}A_n} + \overrightarrow{A_{n-2}A_{n-1}} + \overrightarrow{A_{n-3}A_{n-2}} + \dots + \overrightarrow{A_2A_3} + \overrightarrow{A_1A_2} \\ &= \overrightarrow{A_1A_2} + \overrightarrow{A_2A_3} + \dots + \overrightarrow{A_{n-3}A_{n-2}} + \overrightarrow{A_{n-2}A_{n-1}} + \overrightarrow{A_{n-1}A_n} \end{aligned}$$

$$\text{Do đó } \overrightarrow{A_{n-1}A_n} + \overrightarrow{A_{n-2}A_{n-1}} + \overrightarrow{A_{n-3}A_{n-2}} + \dots + \overrightarrow{A_2A_3} + \overrightarrow{A_1A_2} = \overrightarrow{A_1A_n}.$$

Bài tập 7: Có hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ cùng tác động vào một vật đứng tại điểm O , biết hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ đều có cường độ là 30 (N) và chúng hợp với nhau một góc 60° . Hỏi vật đó phải chịu một lực tổng hợp có cường độ bằng bao nhiêu?



Lời giải

$$\text{Giả sử } \vec{F}_1 = \overrightarrow{OA}, \vec{F}_2 = \overrightarrow{OB}.$$

Theo quy tắc hình bình hành, suy ra $\vec{F_1} + \vec{F_2} = \vec{OC}$ như hình vẽ.

Ta có $AOB = 60^\circ$, $OA = OB = 50$ nên tam giác OAB đều suy ra $OC = 30\sqrt{3}$.

Vậy $|\vec{F_1} + \vec{F_2}| = |\vec{OC}| = 30\sqrt{3}(\text{N})$.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho 3 điểm A, B, C phân biệt. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{BC}$. B. $\vec{MP} + \vec{NM} = \vec{NP}$.
C. $\vec{CA} + \vec{BA} = \vec{CB}$. D. $\vec{AA} + \vec{BB} = \vec{AB}$.

Lời giải

$$\vec{MP} + \vec{NM} = \vec{NM} + \vec{MP} = \vec{NP}.$$

Câu 2: Tính tổng $\vec{MN} + \vec{PQ} + \vec{RN} + \vec{NP} + \vec{QR}$.

- A. $\vec{MR}$. B. $\vec{MN}$. C. $\vec{PR}$. D. $\vec{MP}$.

Lời giải

$$\vec{MN} + \vec{PQ} + \vec{RN} + \vec{NP} + \vec{QR} = \vec{MN} + \vec{NP} + \vec{PQ} + \vec{QR} + \vec{RN} = \vec{MN}$$

Câu 3: Cho 4 điểm A, B, C, D phân biệt. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\vec{AB} + \vec{CD} = \vec{AD} + \vec{CB}$. B. $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} = \vec{DA}$.
C. $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{CD} + \vec{DA}$. D. $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{CD} + \vec{DB}$.

Lời giải

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB}) + (\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BD}) = (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}) + (\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BD}) = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} + \vec{0} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$$

Câu 4: Cho tam giác đều ABC , cạnh $2a$ và có P, N, M lần lượt là trung điểm BC, CA và AB . Giá trị của $|\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{CM} + \overrightarrow{PC}|$ là

- A. 0 B. a C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ D. $2a$

Lời giải

Theo quy tắc 3 điểm ta có $|\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{CM} + \overrightarrow{PC}| = |\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{CM}| = |\overrightarrow{AM}| = AM = a$.

Câu 5: Cho hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DB}$ B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BD}$
C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{AC}$ D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$

Lời giải

Quy tắc hình bình hành: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

Câu 6: Cho hình vuông $ABCD$, tâm O . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CA}$ B. $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{AO} = \overrightarrow{CA}$
C. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CA}$ D. $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$

Lời giải

Quy tắc hình bình hành: $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CA}$.

Câu 7: Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của đoạn thẳng BC và AD . Tính tổng $\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{MC}$

- A. $\overrightarrow{AC}$ B. $\overrightarrow{NM}$ C. $\overrightarrow{CA}$ D. $\overrightarrow{MN}$

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{NC} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AN} + \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{AC}$.

Câu 8: Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{DO} = \vec{0}$ B. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$
C. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{DO} = \vec{0}$ D. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$

Lời giải

Vì O là tâm hình bình hành $ABCD$ nên ta có:
$$\begin{cases} \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \vec{0} \\ \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} = \vec{0} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$$

Câu 9: Cho hình bình hành $ABCD$ và điểm M tùy ý. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}$. B. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MB}$.
C. $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{CM} + \overrightarrow{MD}$. D. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}$.

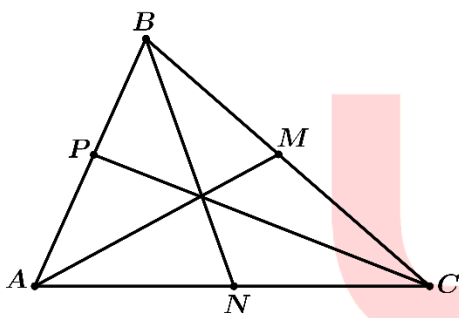
Lời giải

Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD$. Ta có:
$$\begin{cases} \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MO} \\ \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} = 2\overrightarrow{MO} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}$$

Câu 10: Cho $\triangle ABC$, AM, BN, CP là các trung tuyến. D, E, F là trung điểm của AM, BN và CP . Với O là điểm bất kì. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OF}$. B. $2(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}) = 3(\overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OF})$.
C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 2(\overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OF})$. D. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 3(\overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OF})$.

Lời giải



Ta có:
$$\begin{cases} 2\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 2\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OM} = 4\overrightarrow{OD} \quad (1) \\ \overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 2\overrightarrow{OB} + 2\overrightarrow{ON} = 4\overrightarrow{OE} \quad (2) \\ \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + 2\overrightarrow{OC} = 2\overrightarrow{OP} + 2\overrightarrow{OC} = 4\overrightarrow{OF} \quad (3) \end{cases}$$

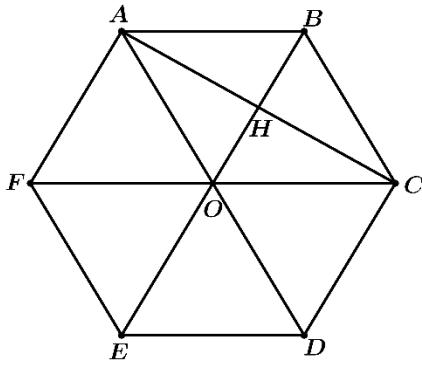
Cộng vế theo vế (1), (2), (3) ta được:

$$4(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}) = 4(\overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OF}) \Leftrightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OF}$$

Câu 11: Cho lục giác đều $ABCDEF$ cạnh a có tâm O . Tính giá trị $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{FE}|$.

- A. a . B. $a\sqrt{3}$. C. $a\sqrt{2}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải



Ta có: $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{FE}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AO}| = |\overrightarrow{AC}| = AC$.

Vì $ABCDEF$ là lục giác đều nên $\triangle ABO$ đều. Gọi H là trung điểm $BO \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vì $ABCO$ là hình bình hành nên $AC = 2AH = a\sqrt{3}$.

Câu 12: Cho tam giác ABC vuông tại A biết $AB = 3, AC = 4$. Tính độ dài vectơ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

A. $\frac{5}{2}$. B. 3. C. 4. D. 5.

Lời giải

Dựng hình chữ nhật $ABDC$. Ta có: $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AD}| = AD = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

Câu 13: Cho hình thang $ABCD$ có AB song song với CD biết $AB = 2, CD = 1$. Gọi O là trung điểm AD . Độ dài vectơ $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$ bằng

A. 0. B. 1. C. $\frac{3}{2}$. D. 3.

Lời giải

Ta có: $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = |\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{DC}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}| \Rightarrow |\overrightarrow{AB}| + |\overrightarrow{DC}| = 3$.

(Vì $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}$ là 2 véc tơ cùng hướng).

Câu 14: Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 5. Độ dài vectơ $\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} - 2\overrightarrow{MD}$ bằng

A. $5\sqrt{2}$. B. 5. C. $5\sqrt{3}$. D. 10.

Lời giải

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$.

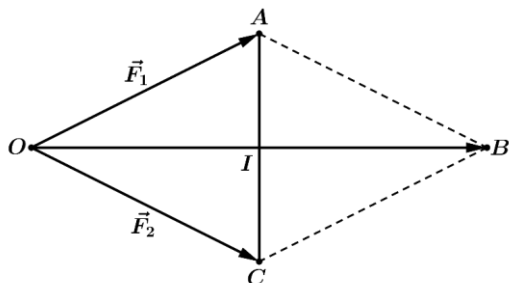
Ta có: $\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} - 2\overrightarrow{MD} = (\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OA}) - 2(\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OB}) + 3(\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OC}) - 2(\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OD})$

$= \overrightarrow{OA} - 2\overrightarrow{OB} + 3\overrightarrow{OC} - 2\overrightarrow{OD} = -2\overrightarrow{OA} \Rightarrow |\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} - 2\overrightarrow{MD}| = |-2\overrightarrow{OA}| = 2OA = AC = 5\sqrt{2}$

Câu 15: Cho hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ cùng tác động vào vật đứng tại điểm O , biết hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ đều có cường độ $60N$ và hợp với nhau một góc 60° . Hỏi vật đó phải chịu một lực tổng hợp có cường độ là bao nhiêu?

- A. 30. B. $30\sqrt{3}$. C. 120. D. $60\sqrt{3}$.

Lời giải

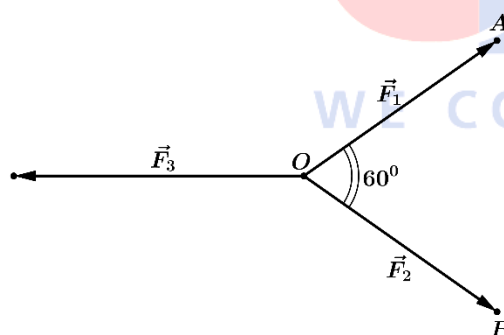


Dựng hình bình hành $OACB$ như hình vẽ.

Tổng hợp lực tác động vào vật tại O là: $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{OA} + \vec{OC} = \vec{OB}$

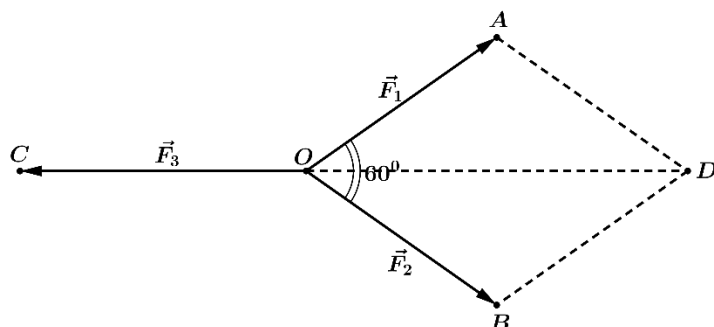
Độ lớn tổng hợp lực: $|\vec{F}| = |\vec{OB}| = OB = 2OI = 2 \cdot \frac{60\sqrt{3}}{2} = 60\sqrt{3}$ do ΔOAC đều.

Câu 16: Cho ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ cùng tác động vào vật đứng tại điểm O minh họa như hình vẽ. Biết sau khi tác động lực thì vật đứng yên. Hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ đều có cường độ $100N$ và hợp với nhau một góc 60° . Hỏi cường độ lực $\vec{F}_3$ là bao nhiêu?



- A. $50\sqrt{3}$. B. $100\sqrt{3}$. C. 100. D. 200.

Lời giải



Dựng hình bình hành $OADB$ như hình vẽ.

Tổng hợp lực tác động vào vật tại O là: $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}$

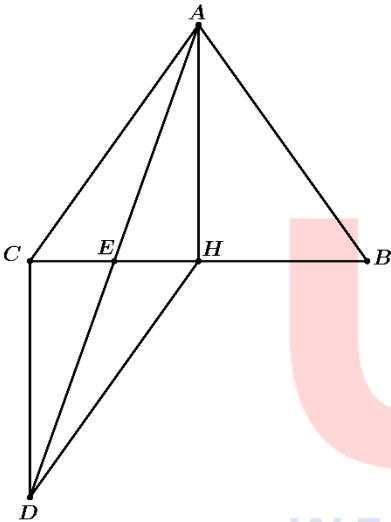
Vì vật đứng yên nên $\vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{OC} = -(\vec{OA} + \vec{OB})$.

$$|\vec{F}_3| = |-(\vec{OA} + \vec{OB})| = |\vec{OA} + \vec{OB}| = |\vec{OD}| = OD = 2OI = 2 \cdot \frac{100\sqrt{3}}{2} = 100\sqrt{3} \quad . (\text{vì } \triangle OAB \text{ đều})$$

Câu 17: Cho tam giác ABC đều cạnh a có AH là đường cao. Khi đó $|\vec{AC} + \vec{AH}|$ bằng

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{13}}{2}$. C. $2a$. D. $a\sqrt{3}$.

Lời giải



Tam giác $\triangle ABC$ đều cạnh a có AH là trung tuyến $\Rightarrow HB = HC = \frac{a}{2}$

Đường cao: $AH = \sqrt{AB^2 - HB^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Gọi D là điểm sao cho $ACDH$ là hình bình hành ta có: $\vec{AC} + \vec{AH} = \vec{AD}$

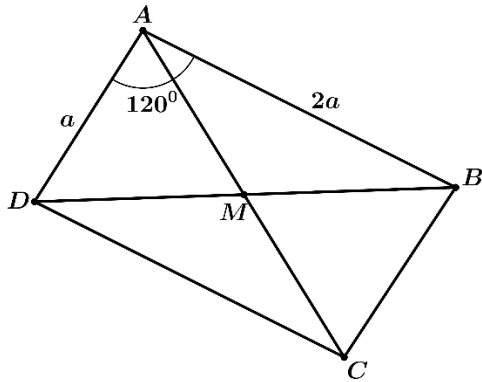
$\Rightarrow |\vec{AC} + \vec{AH}| = |\vec{AD}| = AD$. Gọi $E = AD \cap CH$ thì $AD = 2AE$.

Xét tam giác AHE vuông tại H có: $AE = \sqrt{AH^2 + EH^2} = \frac{a\sqrt{13}}{4}$ nên $AD = 2AE = \frac{a\sqrt{13}}{2}$.

Câu 18: Cho tam giác ABC , biết $AB = a, AC = 2a$ và $BAC = 120^\circ$. Khi đó $|\vec{AB} + \vec{AC}|$ bằng

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $a\sqrt{3}$. C. $a\sqrt{2}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải



Xét tam giác ABC ta có: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cos A = 7a^2$.

Gọi M là trung điểm cạnh BC , ta có: $AM^2 = \frac{2(AB^2 + AC^2) - BC^2}{4} = \frac{3a^2}{4} \Rightarrow AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

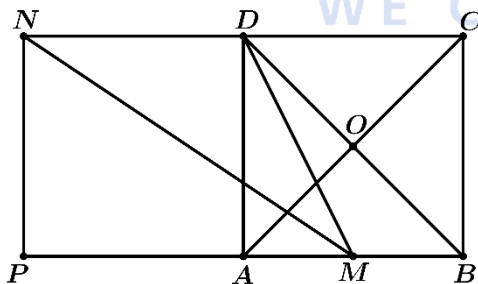
Mặt khác, gọi D là điểm sao cho tứ giác $ABDC$ là hình bình hành.

Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD} \Rightarrow |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AD}| = AD = 2AM = a\sqrt{3}$.

Câu 19: Cho hình vuông $ABCD$ tâm O cạnh $3a$. Gọi M là trung điểm của AB , N là điểm đối xứng với C qua D . Giá trị của $|\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DM}|$ bằng

- A. $\frac{3a\sqrt{15}}{2}$. B. $3a\sqrt{5}$. C. $\frac{3a\sqrt{13}}{2}$. D. $\frac{3a\sqrt{5}}{4}$.

Lời giải



Ta thấy: $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DM} = \overrightarrow{ND} + \overrightarrow{DM} = \overrightarrow{NM}$

Qua N kẻ đường thẳng song song với AD cắt AB tại P .

Khi đó tứ giác $ADNP$ là hình vuông và $PM = PA + AM = 3a + \frac{3a}{2} = \frac{9a}{2}$

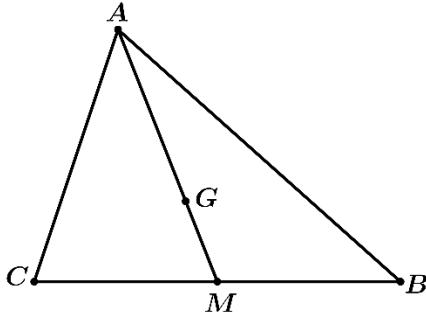
Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông NPM ta có:

$$MN^2 = NP^2 + PM^2 = (3a)^2 + \left(\frac{9a}{2}\right)^2 = \frac{117a^2}{4} \Rightarrow MN = \frac{3a\sqrt{13}}{2} \text{ suy ra } |\overrightarrow{NM}| = MN = \frac{3a\sqrt{13}}{2}$$

Câu 20: Cho tam giác ABC đều có độ dài cạnh bằng a , gọi M là trung điểm của BC , G là trọng tâm tam giác. Độ dài $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}$ bằng

- A. $a\sqrt{3}$. B. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải



Ta có M là trung điểm của BC , nên $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GM} = \overrightarrow{AG}$.

Suy ra $|\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}| = |\overrightarrow{AG}| = AG = \frac{2}{3}AM = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 21: Trên đường tròn $C(O; R)$ lấy điểm cố định A ; B là điểm di động trên đường tròn đó. Gọi M là điểm di động sao cho $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$. Khi đó tập hợp điểm M là:

- A. Đường tròn tâm O bán kính $2R$. B. Đường tròn tâm A bán kính R .
C. Đường thẳng song song với OA . D. Đường tròn tâm C bán kính $R\sqrt{3}$.

Lời giải

Từ giả thiết $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} \Rightarrow O, A, M, B$ theo thứ tự là các đỉnh của hình bình hành. Do $AM = OB = R \Rightarrow$ Tập hợp điểm M là đường tròn tâm A bán kính R .

Câu 22: Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CA và dựng điểm K sao cho $\overrightarrow{MK} + \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$. Khi đó, điểm K trùng với điểm nào trong các điểm sau:

- A. N . B. P . C. A . D. B .

Lời giải

Ta có: M là trung điểm AB nên $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$

Ta có $\overrightarrow{MK} + \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \Leftrightarrow \overrightarrow{MK} + \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MC} \Leftrightarrow \overrightarrow{MK} = \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MN} \Leftrightarrow \overrightarrow{MK} = \overrightarrow{NC}$.

Theo tính chất đường trung bình của tam giác thì tứ giác $MPCN$ là hình bình hành

Suy ra $\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{NC}$. Do đó điểm K trùng với điểm P .

Câu 23: Cho n điểm phân biệt trên mặt phẳng. Bạn An kí hiệu chúng là $A_1, A_2, \dots, A_n$. Bạn Bình kí hiệu chúng là $B_1, B_2, \dots, B_n$ ($A_i \neq B_n$). Vectơ tổng $\overrightarrow{A_1B_1} + \overrightarrow{A_2B_2} + \dots + \overrightarrow{A_nB_n}$ bằng

- A. $\vec{0}$. B. $\overrightarrow{A_1A_n}$. C. $\overrightarrow{B_1B_n}$. D. $\overrightarrow{A_1B_n}$.

Lời giải

Lấy điểm O bất kì.

$$\text{Khi đó: } \overrightarrow{A_1B_1} + \overrightarrow{A_2B_2} + \dots + \overrightarrow{A_nB_n} = (\overrightarrow{A_1O} + \overrightarrow{A_2O} + \dots + \overrightarrow{A_nO}) + (\overrightarrow{OB_1} + \overrightarrow{OB_2} + \dots + \overrightarrow{OB_n})$$

$$\text{Vì } \{B_1, B_2, \dots, B_n\} = \{A_1, A_2, \dots, A_n\} \text{ nên } \overrightarrow{OB_1} + \overrightarrow{OB_2} + \dots + \overrightarrow{OB_n} = \overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OA_2} + \dots + \overrightarrow{OA_n}$$

$$\text{Do đó } \overrightarrow{A_1B_1} + \overrightarrow{A_2B_2} + \dots + \overrightarrow{A_nB_n} = (\overrightarrow{A_1O} + \overrightarrow{OA_1}) + (\overrightarrow{A_2O} + \overrightarrow{OA_2}) + \dots + (\overrightarrow{A_nO} + \overrightarrow{OA_n}) = \vec{0}$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng $2a$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

b) $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}| = 2a$

c) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}| = 2a$

d) $|\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}| = 2a\sqrt{3}$

Lời giải

a) Ta có theo quy tắc ba điểm: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

b) Ta có theo quy tắc trừ: $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{CB}| = CB = 2a$

c) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}| = |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AB}| = |\vec{0}| = 0$

d) Gọi E là trung điểm của CD theo tính chất trung điểm đoạn thẳng ta có:

$$|\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}| = 2|\overrightarrow{AE}| = 2\sqrt{AD^2 + DE^2} = 2\sqrt{4a^2 + a^2} = 2a\sqrt{5}$$

Câu 2: Cho tam giác ABC . Bên ngoài của tam giác vẽ các hình bình hành $ABIJ, BCPQ, CARS$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $\overrightarrow{RJ} = \overrightarrow{RA} + \overrightarrow{AJ}$

b) $\overrightarrow{IQ} = \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{QB}$

c) $\overrightarrow{PS} = \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{SC}$

d) $\overrightarrow{RJ} + \overrightarrow{IQ} + \overrightarrow{PS} = \vec{0}$

Lời giải

a) Đúng: $\overrightarrow{RJ} = \overrightarrow{RA} + \overrightarrow{AJ}$.

b) Sai: $\overrightarrow{IQ} = \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{BQ}$

c) Sai: $\overrightarrow{PS} = \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{CS}$

d) Đúng: Khi đó: $\overrightarrow{RJ} + \overrightarrow{IQ} + \overrightarrow{PS} = (\overrightarrow{RA} + \overrightarrow{AJ}) + (\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{BQ}) + (\overrightarrow{PC} + \overrightarrow{CS})$

$= (\overrightarrow{RA} + \overrightarrow{CS}) + (\overrightarrow{AJ} + \overrightarrow{IB}) + (\overrightarrow{BQ} + \overrightarrow{PC}) = (\overrightarrow{SC} + \overrightarrow{CS}) + (\overrightarrow{BI} + \overrightarrow{IB}) + (\overrightarrow{CP} + \overrightarrow{PC}) = \overrightarrow{SS} + \overrightarrow{BB} + \overrightarrow{CC} = \vec{0}$

Vậy $\overrightarrow{RJ} + \overrightarrow{IQ} + \overrightarrow{PS} = \vec{0}$.

Câu 3: Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$

b) Gọi E là điểm đối xứng với B qua C . Khi đó $ADEC$ là hình thang.

c) $|\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}| = a\sqrt{2}$

d) $|\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}| = a\sqrt{3}$.

Lời giải

a) Đúng: Theo quy tắc hình bình hành ta có $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.

b) Sai: Gọi E là điểm đối xứng với B qua C .

Do $CE = AD = a, CE \parallel AD$ nên $ADEC$ là hình bình hành.

c) Đúng: Theo định lý Pytago: $AC^2 = AB^2 + BC^2 = a^2 + a^2 = 2a^2 \Rightarrow AC = a\sqrt{2}$

Vậy $|\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}| = AC = a\sqrt{2}$.

d) Sai: Ta có: $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AE}$. Áp dụng định lý Pytago cho tam giác ABE :

$AE^2 = AB^2 + BE^2 = a^2 + (2a)^2 = 5a^2 \Rightarrow AE = a\sqrt{5}$. Vậy $|\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}| = AE = a\sqrt{5}$

Câu 4: Cho hình chữ nhật $ABCD$ tâm O có cạnh $AB = 2a, BC = a$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

b) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$.

c) $|\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}| = a\sqrt{3}$.

d) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DB}| = a\sqrt{5}$

Lời giải

a) Đúng: Ta có theo quy tắc hình bình hành : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$

b) Đúng : Ta có theo tính chất O là tâm hình chữ nhật thì O là trung điểm các đoạn AC, BD nên :

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}) + (\overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OB}) = \vec{0}$$

c) Sai: Theo quy tắc hình bình hành ta có: $|\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}| = |\overrightarrow{DB}| = DB = a\sqrt{5}$.

d) Sai: Gọi E là trung điểm của CB ta có:

$$|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DB}| = |\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC}| = 2|\overrightarrow{DE}| = 2\sqrt{DC^2 + CE^2} = 2\sqrt{4a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = a\sqrt{17}$$

Câu 5: Cho tam giác ABC . Các điểm M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, AC, BC . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{NM}$

b) $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{MP}$

c) $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{PN} = \overrightarrow{MP}$

d) $\overrightarrow{CP} - \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{CM}$.

Lời giải

a) Đúng: Dễ thấy tứ giác $AMPN, MNCP$ là hình bình hành

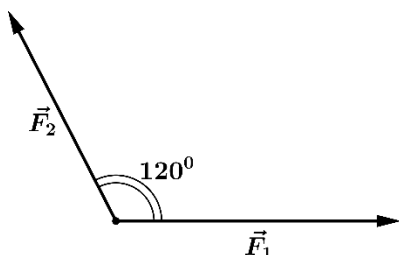
Ta có theo quy tắc ba điểm : $\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{NM}$

b) Sai: Ta có theo quy tắc trừ : $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{MN} - \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{PN} (\overrightarrow{NC} = \overrightarrow{MP})$.

c) Đúng: Ta có: $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{PN} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MP}$.

d) Đúng: Ta có: $\overrightarrow{CP} - \overrightarrow{AN} = -\overrightarrow{AN} + \overrightarrow{CP} = \overrightarrow{NA} + \overrightarrow{CP} = \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{CP} = \overrightarrow{CM}$.

Câu 6: Hình vẽ dưới biểu diễn hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ cùng tác động lên một vật, cho $|\vec{F}_1| = 3N, |\vec{F}_2| = 2N$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



a) $\vec{F}_1$ cùng hướng với $\vec{F}_2$

b) $|\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = |\vec{F}_1| + |\vec{F}_2|$

c) $|\vec{F}_1 - \vec{F}_2| = |\vec{F}_1| - |\vec{F}_2|$

d) $|\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = \sqrt{19}$

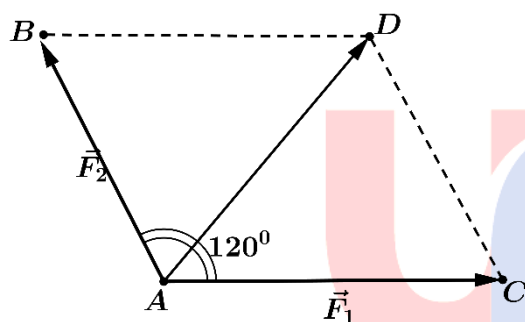
Lời giải

a) Sai: $\vec{F}_1$ không cùng hướng với $\vec{F}_2$

b) Sai: $\vec{F}_1$ không cùng hướng với $\vec{F}_2$ nên $|\vec{F}_1 + \vec{F}_2| \neq |\vec{F}_1| + |\vec{F}_2|$

c) Sai: $\vec{F}_1$ không ngược hướng với $\vec{F}_2$

d) Đúng: Dựng hình bình hành $ABDC$ với hai cạnh là hai vector $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ như hình vẽ:



Ta có: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{AC} + \vec{AB} = \vec{AD} \Rightarrow |\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = |\vec{AD}| = AD$

Xét $\triangle ABD$ ta có: $BD = AC = |\vec{F}_1| = 3, AB = |\vec{F}_2| = 2$ và $\angle ABD = 180^\circ - \angle BAC = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

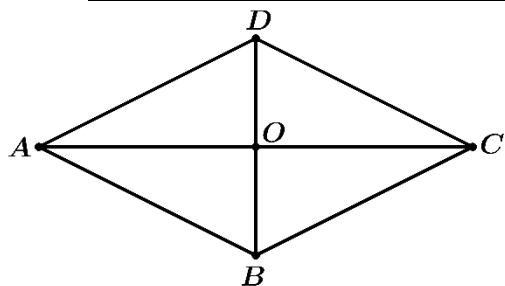
Theo định lí cosin ta có: $AD^2 = AB^2 + BD^2 - 2 \cdot AB \cdot BD \cdot \cos \angle ABD$

$$\Leftrightarrow AD^2 = 2^2 + 3^2 - 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \cos 120^\circ \Leftrightarrow AD^2 = 19 \Leftrightarrow AD = \sqrt{19} \Rightarrow |\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = \sqrt{19}$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Cho hình thoi $ABCD$ tâm O và có cạnh bằng a , $\angle BAD = 60^\circ$. Cho hai lực lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ có điểm đặt A theo hướng của $\vec{AD}; \vec{AB}$. Cường độ của hai lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ đều là $50N$. Tính cường độ tổng hợp lực của hai lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

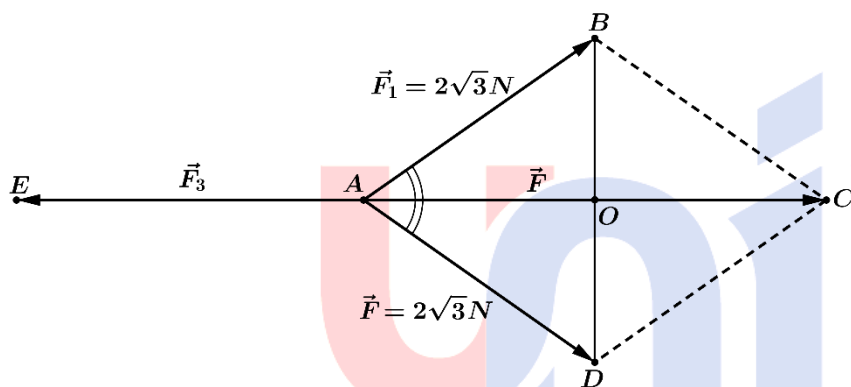
Lời giải



Ta có: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{AD} + \vec{AB} = \vec{AC} \Rightarrow |\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = AC = 2AO = 2 \cdot \frac{50\sqrt{3}}{2} = 50\sqrt{3}$,

Câu 2: Cho hình thoi $ABCD$ cạnh a có $BAD = 60^\circ$. Gọi O là giao điểm hai đường chéo. Biểu diễn các lực $\vec{F}_1 = \vec{AB}, \vec{F}_2 = \vec{AD}, \vec{F}_3$ cùng tác động vào một vật đặt tại điểm A và ở trạng thái cân bằng biết $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = 2\sqrt{3}N$. Tính độ lớn của lực $\vec{F}_3$.

Lời giải



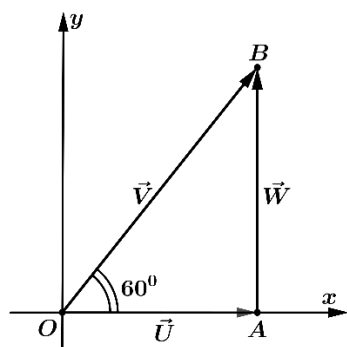
Ta có tam giác ABD đều $AC = 2AO = 2 \cdot \frac{AB\sqrt{3}}{2} = 6$

Do A ở vị trí cân bằng nên hai lực $\vec{F}$ và $\vec{F}_3$ có cùng cường độ và ngược hướng tức là các vector $\vec{AC}$ và $\vec{AD}$ đối nhau. Vậy cường độ lực $\vec{F}_3$ bằng $|\vec{F}_3| = |\vec{F}| = AE = 6N$

Câu 3: Một toa xe hành lý đang được kéo với một lực $\vec{V}$ với độ lớn $780N$ và tạo với hướng chuyển động một góc 60° . Ta thấy $\vec{V}$ theo hai lực thành phần có phương ngang và phương thẳng đứng.



Xét hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ với $\vec{OB} = \vec{V}$ và $(Ox; OB) = 60^\circ$.



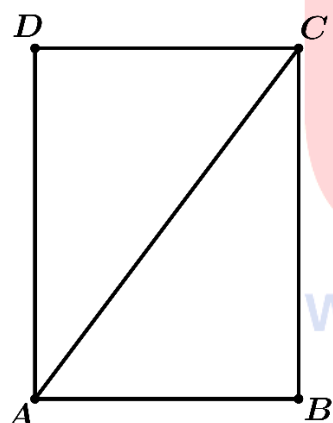
Khi xe kéo một đoạn đường 10 mét tính công sinh ra.

Lời giải

Công sinh ra khi xe kéo một đoạn đường 10m: $A = \vec{F} \cdot \vec{d} = 780 \cdot 10 \cdot \cos 60^\circ = 3900 (J)$

Câu 4: Một khúc sông rộng 200m. Một chiếc thuyền chèo qua sông với vận tốc chèo 15km/h theo phương vuông góc với bờ sông. Biết rằng vận tốc nước chảy là 3 km/h. Một lần khác thuyền muốn đến bờ bên kia tại điểm cách điểm đến theo phương vuông góc một khoảng bằng 50m. Tính vận tốc chèo của thuyền (biết rằng vận tốc dòng nước không đổi)

Lời giải



Gọi C là điểm đến của thuyền theo phương vuông góc và D là điểm đến của thuyền.

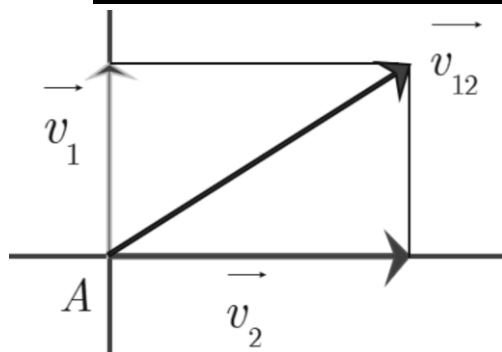
Ta có: $\tan DAB = \frac{DB}{AB} = \frac{200}{50} = 4$

Vector vận tốc dòng nước cùng hướng $\overrightarrow{AB}$ và vector vận tốc thuyền cùng hướng $\overrightarrow{AC}$.

Suy ra vận tốc chèo của thuyền là $v = 3 \cdot \tan DAB = 3 \cdot 4 = 12 (km/h)$

Câu 5: Hai ô tô cùng xuất phát từ A theo hai hướng vuông góc với nhau, vận tốc tương ứng của hai xe là X (km/h) và $(100 - x\sqrt{3})$ (km/h). Hỏi X bằng bao nhiêu để vận tốc tương đối giữa xe ô tô thứ nhất và người ngồi trên xe ô tô thứ hai là nhỏ nhất:

Lời giải



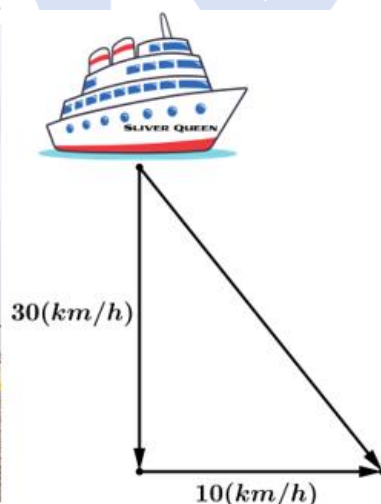
Vận tốc tương đối của xe ô tô thứ nhất đối với ô tô thứ hai là: $\vec{v}_{12} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$. Theo quy tắc hình bình hành thì $|\vec{v}_{12}|$ là đường chéo của hình chữ nhật có hai cạnh là $|\vec{v}_1|$ và $|\vec{v}_2|$

$$|\vec{v}_{12}|^2 = |\vec{v}_1|^2 + |\vec{v}_2|^2 = x^2 + (100 - x\sqrt{3})^2 = 4x^2 - 200\sqrt{3}x + 10000 = (2x - 50\sqrt{3})^2 + 2500 \geq 2500$$

$$\Rightarrow |\vec{v}_{12}| \geq 50$$

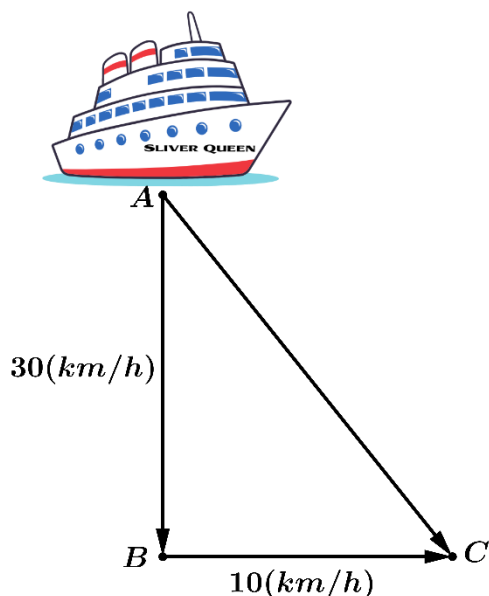
Vậy vận tốc tương đối của xe ô tô thứ nhất đối với người ngồi trên xe ô tô thứ hai nhỏ nhất 50 (km/h)

Câu 6: VinFast là một hãng xe ô tô điện của Việt Nam. Năm 2023, VinFast đã xuất khẩu gần 1900 chiếc xe điện VF8 sang thị trường Bắc Mỹ bằng tàu Silver Queen. Biết rằng con tàu có vectơ vận tốc chỉ theo hướng Nam, vận tốc của dòng nước là một vectơ theo hướng Đông như hình minh họa dưới đây. Tính độ dài vectơ tổng của hai vectơ nói trên (kết quả làm tròn đến một chữ số sau dấu phẩy).



Lời giải

Gọi vectơ vận tốc của tàu là $\vec{AB}$ và vectơ vận tốc của dòng nước là vectơ $\vec{BC}$



Ta có vectơ tổng là $\vec{F} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

Độ dài vectơ tổng là: $|\vec{F}| = |\overrightarrow{AC}| = AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{30^2 + 10^2} = 10\sqrt{10} \text{ (km/h)}$

Vậy độ dài vectơ tổng là $10\sqrt{10} \approx 31,6 \text{ (km/h)}$

-----HẾT-----

