

Dạng 2: Áp dụng định lý sin trong tam giác

Phương pháp: Sử dụng các hệ thức lượng giác cơ bản

Sử dụng định lý sin trong tam giác: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Cho tam giác ABC có các góc $\hat{A} = 75^\circ, \hat{B} = 45^\circ$. Tính tỉ số $\frac{AB}{AC}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{c}{b} = \frac{\sin C}{\sin B} = \frac{\sin(180^\circ - 75^\circ - 45^\circ)}{\sin 45^\circ} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

Bài tập 2: Cho tam giác ABC có góc $\widehat{BAC} = 60^\circ$ và cạnh $BC = \sqrt{3}$. Tính bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Lời giải

$$\text{Ta có: } \frac{BC}{\sin A} = 2R \Leftrightarrow R = \frac{BC}{2 \sin A} = \frac{\sqrt{3}}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = 1.$$

Bài tập 3: Cho tam giác ABC có $bc = a^2$. Chứng minh rằng $\sin^2 A = \sin B \sin C$

Lời giải

Theo giả thiết ta có $a^2 = bc$

Thay $a = 2R \sin A, b = 2R \sin B, c = 2R \sin C$ vào hệ thức trên ta được

$$4R^2 \sin^2 A = 2R \sin B \cdot 2R \sin C \Rightarrow \sin^2 A = \sin B \cdot \sin C$$

Bài tập 4: Cho điểm D nằm trong tam giác ABC sao cho $\widehat{DAB} = \widehat{DBC} = \widehat{DCA} = \varphi$. Chứng minh rằng:
 $\sin^3 \varphi = \sin(A - \varphi) \cdot \sin(B - \varphi) \cdot \sin(C - \varphi)$.

Lời giải

Theo định lý sin, trong các tam giác ABD, BCD, ACD .

$$\text{Ta có: } \frac{BD}{\sin \varphi} = \frac{AD}{\sin(B - \varphi)}; \frac{CD}{\sin \varphi} = \frac{BD}{\sin(C - \varphi)}; \frac{AD}{\sin \varphi} = \frac{CD}{\sin(A - \varphi)}$$

$$\text{Từ đó ta được } \frac{AD \cdot BD \cdot CD}{\sin^3 \varphi} = \frac{AD \cdot BD \cdot CD}{\sin(A - \varphi) \cdot \sin(B - \varphi) \cdot \sin(C - \varphi)}.$$

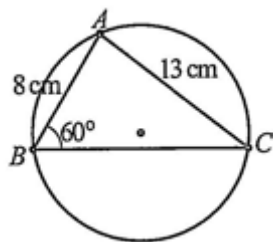
Bài tập 5: Cho tam giác ABC thỏa mãn $\sin A = 2 \sin B \cdot \cos C$. Chứng minh rằng tam giác ABC là tam giác cân.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \sin A = 2 \sin B \cdot \cos C \Leftrightarrow \frac{a}{2R} = 2 \cdot \frac{b}{2R} \cdot \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \Leftrightarrow a^2 = a^2 + b^2 - c^2 \Leftrightarrow b^2 = c^2 \Leftrightarrow b = c$$

Vậy ABC là tam giác cân tại A .

Bài tập 6: Từ một tấm bìa hình tròn, bạn Thảo cắt ra một hình tam giác có các cạnh $AB = 8\text{cm}, AC = 13\text{cm}$ và $\hat{B} = 60^\circ$ (Hình). Tính độ dài cạnh BC và bán kính R của miềng bìa (làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị centimet).



Lời giải

Đặt $BC = x (x > 0)$.

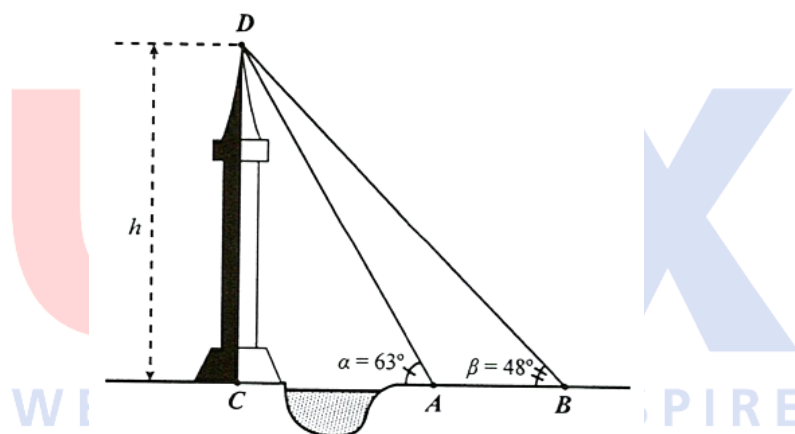
Áp dụng định lí côsin ta có: $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos B$

Suy ra $13^2 = 8^2 + x^2 - 2 \cdot 8 \cdot x \cdot \cos 60^\circ \Leftrightarrow x^2 - 8x - 105 = 0$.

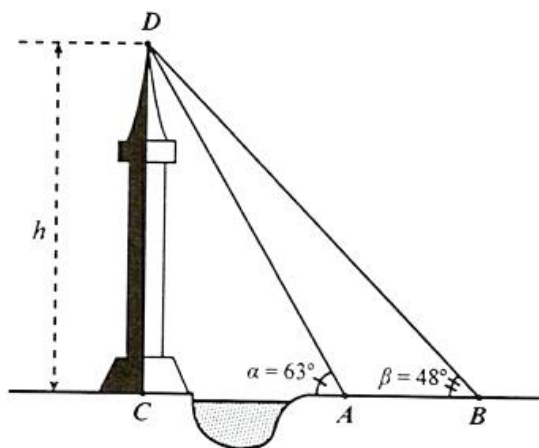
Giải phương trình trên ta được $x = 15$ hoặc $x = -7$ mà do $x > 0$ nên $x = 15$.

Suy ra $BC = 15(\text{cm})$. Áp dụng định lí sin ta có: $\frac{AC}{\sin B} = 2R \Rightarrow R = \frac{AC}{2 \sin B} = \frac{13}{2 \sin 60^\circ} \approx 7,5(\text{cm})$

Bài tập 7: Giả sử $CD = h$ là chiều cao của tháp trong đó C là chân tháp. Chọn hai điểm A, B trên mặt đất sao cho ba điểm A, B và C thẳng hàng. Ta đo được $AB = 24\text{m}$, $\widehat{CAD} = 63^\circ$, $\widehat{CBD} = 48^\circ$. Tính chiều cao h của tháp?



Lời giải



Ta có $\alpha = D_1 + \beta \Rightarrow D_1 = \alpha - \beta = 63^\circ - 48^\circ = 15^\circ$.

Áp dụng định lí sin vào tam giác ABD ta có:

$$\frac{AD}{\sin \beta} = \frac{AB}{\sin D_1} \Rightarrow AD = \frac{AB \cdot \sin \beta}{\sin D_1} = \frac{24 \cdot \sin 48^\circ}{\sin 15^\circ} \approx 68,91 \text{ (mét)}$$

Trong tam giác vuông ACD ta có: $h = CD = AD \cdot \sin \alpha \approx 68,91$ (mét)

Vậy chiều cao của cái tháp khoảng 68,91 (mét).

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho tam giác ABC . Tìm công thức sai:

- A. $\frac{a}{\sin A} = 2R$. B. $\sin A = \frac{a}{2R}$. C. $b \sin B = 2R$. D. $\sin C = \frac{c \sin A}{a}$.

Lời giải

Ta có: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$.

Câu 2: Cho $\triangle ABC$ với các cạnh $AB = c, AC = b, BC = a$. Gọi R, r, S lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp và diện tích của tam giác ABC . Trong các phát biểu sau, phát biểu nào **sai**?

- A. $S = \frac{abc}{4R}$. B. $R = \frac{a}{\sin A}$.
C. $S = \frac{1}{2}ab \sin C$. D. $a^2 + b^2 - c^2 = 2ab \cos C$.

Lời giải

Theo định lý sin trong tam giác, ta có $\frac{a}{\sin A} = 2R$.

Câu 3: Cho tam giác ABC thỏa mãn hệ thức $b + c = 2a$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. $\cos B + \cos C = 2 \cos A$. B. $\sin B + \sin C = 2 \sin A$.
C. $\sin B + \sin C = \frac{1}{2} \sin A$. D. $\sin B + \cos C = 2 \sin A$.

Lời giải

Ta có: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R \Rightarrow \frac{\frac{b+c}{2}}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$
 $\Leftrightarrow \frac{b+c}{2 \sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \Leftrightarrow \sin B + \sin C = 2 \sin A$

Câu 4: Cho $\triangle ABC$ có $AB = 5; \hat{A} = 40^\circ; \hat{B} = 60^\circ$. Độ dài BC gần nhất với kết quả nào?

- A. 3,7. B. 3,3. C. 3,5. D. 3,1.

Lời giải

$$\hat{C} = 180^\circ - \hat{A} - \hat{B} = 180^\circ - 40^\circ - 60^\circ = 80^\circ$$

Áp dụng định lý sin: $\frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow BC = \frac{AB}{\sin C} \cdot \sin A = \frac{5}{\sin 80^\circ} \sin 40^\circ \approx 3,3$.

Câu 5: Tam giác ABC có $\hat{B} = 30^\circ, \hat{C} = 45^\circ$ và $AB = 5$. Hỏi cạnh AC bằng bao nhiêu?

- A. $AC = 5\sqrt{2}$. B. $AC = \frac{5\sqrt{6}}{2}$. C. $AC = \frac{5\sqrt{2}}{2}$. D. $AC = \frac{5\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Theo Định lý sin ta có $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ nên $AC = \frac{AB \cdot \sin B}{\sin C} = \frac{5 \cdot \sin 30^\circ}{\sin 45^\circ} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$.

Câu 6: Tính chu vi tam giác ABC , biết rằng $AB = 6$ và $2 \sin A = 3 \sin B = 4 \sin C$.

- A. 26. B. 13. C. $5\sqrt{26}$. D. $10\sqrt{6}$.

Lời giải

Vì $2 \sin A = 3 \sin B = 4 \sin C$ nên ta có: $2 \frac{a}{2R} = 3 \frac{b}{2R} = 4 \frac{c}{2R} \Leftrightarrow 2a = 3b = 4c = 4 \cdot AB = 24$.

Do đó: $a = 12, b = 8, c = 6$. Chu vi tam giác ABC bằng 26.

Câu 7: Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn bán kính $R, AB = R, AC = R\sqrt{3}$. Tính góc A biết B là góc tù.

- A. 45° . B. 30° . C. 60° . D. 90° .

Lời giải

Góc B là góc tù nên A, C là góc nhọn.

Ta có: $\frac{AB}{\sin C} = 2R \Leftrightarrow \frac{R}{\sin C} = 2R \Leftrightarrow \sin C = \frac{1}{2} \Rightarrow C = 30^\circ$ (vì C nhọn).

Tương tự: $\frac{AC}{\sin B} = 2R \Leftrightarrow \frac{R\sqrt{3}}{\sin B} = 2R \Leftrightarrow \sin B = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow B = 120^\circ$ (do B tù)

Suy ra: $A = 180^\circ - (30^\circ + 120^\circ) = 30^\circ$.

Câu 8: Cho tam giác ABC có $\hat{A} = 30^\circ$ và $b + c = 2a$. Chọn mệnh đề **đúng**?

- A. $\sin B + \sin C = 1$. B. $\sin B + \sin C = \sqrt{3}$.
C. $\sin B + \sin C = \frac{1}{2}$. D. $\sin B + \sin C = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Áp dụng định lí sin ta có $\sin B + \sin C = \frac{b}{2R} + \frac{c}{2R} = \frac{b+c}{2R} = \frac{2a}{2R} = 2 \sin A = 1$.

Câu 9: Cho tam giác ABC có $\sin^2 A + \sin^2 B = \sin^2 C$. Tam giác ABC là tam giác
A. vuông tại C . B. vuông tại A . C. cân. D. đều.

Lời giải

Áp dụng định lí sin $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ ta có: $\begin{cases} \sin A = \frac{a}{2R} \\ \sin C = \frac{c}{2R} \\ \sin B = \frac{b}{2R} \end{cases}$

Theo giả thiết ta có: $\sin^2 A + \sin^2 B = \sin^2 C \Leftrightarrow \left(\frac{a}{2R}\right)^2 + \left(\frac{b}{2R}\right)^2 = \left(\frac{c}{2R}\right)^2 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = c^2$.

Vậy tam giác ABC là tam giác vuông tại C do: $a^2 + b^2 = c^2 \Leftrightarrow CB^2 + CA^2 = AB^2$

Câu 10: Cho tam giác ABC có $\sin A = 2 \sin B \cdot \cos C$. Tam giác ABC là tam giác

- A. vuông tại C . B. vuông tại A . C. cân tại A . D. đều.

Lời giải

Áp dụng định lí sin $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ ta có: $\begin{cases} \sin A = \frac{a}{2R} \\ \sin C = \frac{c}{2R} \\ \sin B = \frac{b}{2R} \end{cases}$

Theo giả thiết ta có: $\sin^2 A + \sin^2 B = \sin^2 C \Leftrightarrow \left(\frac{a}{2R}\right)^2 + \left(\frac{b}{2R}\right)^2 = \left(\frac{c}{2R}\right)^2 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = c^2$.

Vậy tam giác ABC là tam giác vuông tại C do: $a^2 + b^2 = c^2 \Leftrightarrow CB^2 + CA^2 = AB^2$

Câu 11: Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC biết $AB = 10$ và $\tan(A + B) = \frac{1}{3}$.

- A. $\frac{5\sqrt{10}}{9}$. B. $\frac{10}{3}$. C. $\frac{\sqrt{10}}{5}$. D. $5\sqrt{10}$.

Lời giải

Ta có: $\tan(A + B) = \frac{1}{3}$ nên $\tan C = -\frac{1}{3}$. Do đó $3 \sin C = -\cos C$, mà $\sin^2 C + \cos^2 C = 1$

$$\Rightarrow \sin C = \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{10} \text{ mà } \frac{AB}{\sin C} = 2R \Rightarrow R = \frac{AB}{2 \sin C} = 5\sqrt{10}.$$

Câu 12: Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC biết $AB = 12$ và $\cot(A + B) = \frac{1}{3}$.

A. $2\sqrt{10}$.

B. $\frac{9\sqrt{10}}{5}$.

C. $5\sqrt{10}$.

D. $3\sqrt{2}$.

Lời giải

Ta có: $\cot(A + B) = \frac{1}{3}$ nên $\cot C = -\frac{1}{3}$ suy ra $3 \cos C = -\sin C$.

$$\text{Mà } \sin^2 C + \cos^2 C = 1 \Rightarrow \sin C = \frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{10} \text{ nên } \frac{AB}{\sin C} = 2R \Rightarrow R = \frac{AB}{2 \sin C} = 2\sqrt{10}.$$

Câu 13: Cho tam giác ABC có các góc $\hat{B} = 120^\circ, \hat{C} = 40^\circ$, cạnh $BC = 5\text{cm}$. Tính độ dài cạnh AB (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

A. 7cm .

B. 8cm .

C. 9cm .

D. 10cm .

Lời giải

Xét tam giác ABC ta có: $\hat{A} = 180^\circ - 120^\circ - 40^\circ = 20^\circ$

$$\text{Theo định lý sin ta có } \frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} \Rightarrow AB = \frac{BC \sin C}{\sin A} = \frac{5 \cdot \sin 40^\circ}{\sin 20^\circ} \approx 9(\text{cm})$$

Câu 14: Cho tam giác ABC với $BC = a, AC = b, AB = c$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a = 2R \cos A$.

B. $a = 2R \sin A$.

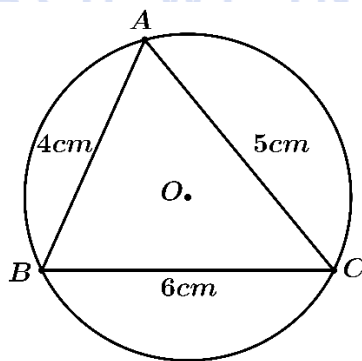
C. $a = 2R \tan A$.

D. $a = R \sin A$.

Lời giải

Áp dụng định lý sin trong tam giác ABC có: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R \Rightarrow a = 2R \cdot \sin a$

Câu 15: Từ một miếng bìa hình tròn, bạn Nam cắt ra một hình tam giác ABC có độ dài các cạnh $AB = 4\text{cm}, AC = 5\text{cm}, BC = 6\text{cm}$ như hình minh họa dưới đây. Tính bán kính R của miếng bìa ban đầu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị theo đơn vị centimet)



A. $3(\text{cm})$.

B. $5(\text{cm})$.

C. $4(\text{cm})$.

D. $2(\text{cm})$.

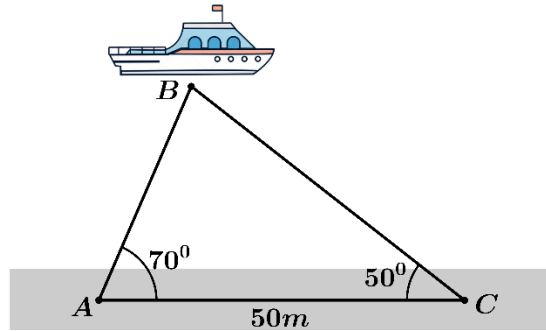
Lời giải

Áp dụng định lý cosin cho tam giác ABC , ta có: $\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} = \frac{4^2 + 5^2 - 6^2}{2 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{1}{8}$. Mà $\hat{A} <$

$$180^\circ \text{ nên } \sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A} = \sqrt{1 - \frac{1}{64}} = \frac{3\sqrt{7}}{8}$$

$$\text{Áp dụng định lý sin, ta có: } \frac{BC}{\sin A} = 2R \Rightarrow R = \frac{BC}{2 \sin A} = \frac{6}{2 \cdot \frac{3\sqrt{7}}{8}} \approx 3(\text{cm}).$$

Câu 16: Để đo khoảng cách từ vị trí A trên bờ sông đến vị trí B của con tàu bị mắc cạn gần một cù lao giữa sông, bạn Minh đi dọc bờ sông từ vị trí A đến vị trí C cách A một khoảng bằng 50 m và đo các góc $\widehat{BAC} = 70^\circ$, $\widehat{BCA} = 50^\circ$ như hình minh họa dưới đây. Tính khoảng cách AB theo đơn vị mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)



A. 43(m).

B. 42(m).

C. 44(m).

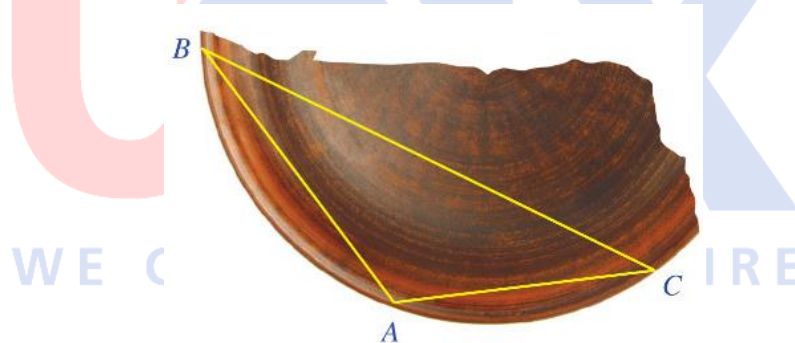
D. 45(m).

Lời giải

Xét tam giác ABC ta có: $\widehat{ABC} = 180^\circ - 70^\circ - 50^\circ = 60^\circ$.

Áp dụng định lí sin, ta có: $\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B} \Rightarrow AB = \frac{AC \sin C}{\sin B} = \frac{50 \sin 50^\circ}{\sin 60^\circ} \approx 44(m)$

Câu 17: Để xác định bán kính của chiếc đĩa cổ hình tròn bị vỡ một phần, các nhà khảo cổ lấy ba điểm A, B, C trên vành đĩa và tiến hành đo đạc thu được kết quả như sau: cạnh $AB \approx 9,5\text{ cm}$, $\widehat{ACB} \approx 60^\circ$. Bán kính của chiếc đĩa xấp xỉ là:



A. 5,5 cm.

B. 18 cm.

C. 11 cm.

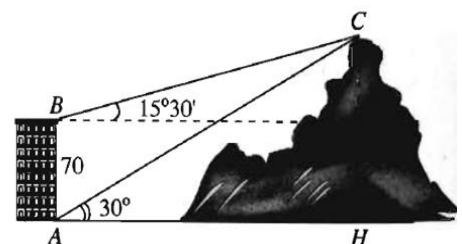
D. 9,5 cm.

Lời giải

Áp dụng định lý sin trong tam giác ABC , ta có:

$$\frac{AB}{\sin C} = 2R \Rightarrow R = \frac{AB}{2 \sin C} \approx \frac{9,5}{2 \sin 60^\circ} \approx 5,5(\text{cm})$$

Câu 18: Từ hai vị trí A và B của một tòa nhà, người ta quan sát đỉnh C của ngọn núi. Biết rằng độ cao $AB = 70\text{ m}$, phương nhìn AC tạo với phương nằm ngang góc 30° , phương nhìn BC tạo với phương nằm ngang góc $15^\circ 30'$. Ngọn núi đó có độ cao so với mặt đất gần nhất với giá trị nào sau đây?



A. 135m.

B. 234m.

C.

D. 165m.

D. 195m.

Lời giải

Từ giả thiết, ta suy ra tam giác ABC có $\widehat{CAB} = 60^\circ$, $\widehat{ABC} = 105^\circ 30'$ và $c = 70$.

Khi đó $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Leftrightarrow \hat{C} = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{B}) = 180^\circ - 165^\circ 30' = 14^\circ 30'$.

Theo định lí sin, ta có $\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ hay $\frac{b}{\sin 105^\circ 30'} = \frac{70}{\sin 14^\circ 30'}$.

Do đó $AC = b = \frac{70 \cdot \sin 105^\circ 30'}{\sin 14^\circ 30'} \approx 269,4$ m.

Gọi CH là khoảng cách từ C đến mặt đất. Tam giác vuông ACH có cạnh CH đối diện với góc 30° nên $CH = \frac{AC}{2} = \frac{269,4}{2} = 134,7$ m.

Vậy ngọn núi cao khoảng 135 m.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho tam giác ABC có $AC = 10$, $BC = 12$, $\hat{B} = 45^\circ$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Công thức tính bán kính của đường tròn ngoại tiếp ΔABC là $R = \frac{BC}{2 \sin B}$.

b) $\sin A = \frac{5\sqrt{2}}{12}$.

c) Bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔABC là $5\sqrt{2}$.

d) $\frac{3BC - 2AC - AB}{3 \sin A - 2 \sin B - \sin C} = 10\sqrt{2}$.

Lời giải

a) Sai: Ta có: $R = \frac{BC}{2 \sin A}$.

b) Sai Ta có: $\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} \Rightarrow \sin A = \frac{BC \cdot \sin B}{AC} = \frac{12 \cdot \sin 45^\circ}{10} = \frac{3\sqrt{2}}{5}$.

c) Đúng: Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ΔABC là: $R = \frac{AC}{2 \sin B} = \frac{10}{2 \cdot \sin 45^\circ} = 5\sqrt{2}$.

d) Đúng: Ta có: $R = \frac{BC}{2 \sin A} = \frac{AC}{2 \sin B} = \frac{AB}{2 \sin C} \Rightarrow R = \frac{3BC}{6 \sin A} = \frac{2AC}{4 \sin B} = \frac{AB}{2 \sin C}$

$$= \frac{3BC - 2AC - AB}{2(3 \sin A - 2 \sin B - \sin C)} \Rightarrow \frac{3BC - 2AC - AB}{3 \sin A - 2 \sin B - \sin C} = 2R = 10\sqrt{2}$$

Câu 2: Cho tam giác ABC có $AC = 20$, $\hat{B} = 60^\circ$, $\cos \hat{C} = 0,8$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Góc C là góc nhọn.

b) Độ dài cạnh AB là $8\sqrt{3}$.

c) Bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔABC là $\frac{20\sqrt{3}}{3}$.

d) Độ dài đường trung tuyến từ đỉnh A trong ΔABC lớn hơn 13.

Lời giải

a) Đúng: Ta có: $\cos C = 0,8 > 0 \Rightarrow \hat{C} < 90^\circ$

b) Đúng : Ta có: $\sin C = \sqrt{1 - \cos^2 C} = \sqrt{1 - 0,8^2} = 0,6$.

$$\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B} \Rightarrow AB = \frac{AC \cdot \sin C}{\sin B} = \frac{20 \cdot 0,6}{\sin 60^\circ} = 8\sqrt{3}$$

Tư vấn hướng nghiệp cho học sinh bằng phân tích nhân tướng học – xem chỉ tay – tử vi

c) Đúng: Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác $\triangle ABC$ là: $R = \frac{AC}{2 \sin B} = \frac{20}{2 \cdot \sin 60^\circ} = \frac{20\sqrt{3}}{3}$.

d) Sai: Ta có: $\sin A = \sin(B + C) = \sin B \cdot \cos C + \cos B \cdot \sin C = \frac{3+4\sqrt{3}}{10}$.

$$\frac{AC}{\sin B} = \frac{BC}{\sin A} \Rightarrow BC = \frac{AC \cdot \sin A}{\sin B} = \frac{20 \cdot \frac{3+4\sqrt{3}}{10}}{\sin 60^\circ} = 16 + 4\sqrt{3}$$

Đường trung tuyến từ đỉnh A trong $\triangle ABC$ có độ dài là:

$$m_A = \sqrt{\frac{AB^2 + AC^2}{2} - \frac{BC^2}{4}} = \sqrt{\frac{(8\sqrt{3})^2 + 20^2}{2} - \frac{(16+4\sqrt{3})^2}{4}} \approx 12,8 < 13.$$

Câu 3: Cho tam giác ABC có $AB = 4, AC = 5$ và $\cos \hat{A} = \frac{3}{5}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Số đo góc $\hat{A}$ của $\triangle ABC$ bằng 45° .

b) Độ dài cạnh BC của $\triangle ABC$ bằng $\sqrt{29}$.

c) Bán kính đường tròn ngoại tiếp của $\triangle ABC$ xấp xỉ bằng 3,37.

d) Đường cao kẻ từ đỉnh A trong $\triangle ABC$ có độ dài xấp xỉ bằng 2,97.

Lời giải

a) Sai: Ta có $\cos A = \frac{3}{5} \Rightarrow \hat{A} \approx 54^\circ$.

b) Đúng: Áp dụng định lí côsin ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A = 4^2 + 5^2 - 2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \frac{3}{5} = 29 \text{ suy ra } BC = \sqrt{29}.$$

c) Đúng: Vì $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$ nên $\sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A} = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \frac{4}{5}$

$$\text{Suy ra } R = \frac{a}{2 \sin A} = \frac{\sqrt{29}}{2 \cdot \frac{4}{5}} = \frac{5\sqrt{29}}{8} \approx 3,37.$$

d) Đúng: Vì $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$ nên $\sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A} = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \frac{4}{5}$

$$\text{Theo công thức tính diện tích ta có } S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5 \cdot \frac{4}{5} = 8 \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác: } S_{ABC} = \frac{1}{2} a \cdot h_a = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{29} \cdot h_a \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } \frac{1}{2} \cdot \sqrt{29} \cdot h_a = 8 \Rightarrow h_a = \frac{16\sqrt{29}}{29}$$

$$\text{Vậy độ dài đường cao kẻ từ } A \text{ là } h_a = \frac{16\sqrt{29}}{29} \approx 2,97.$$

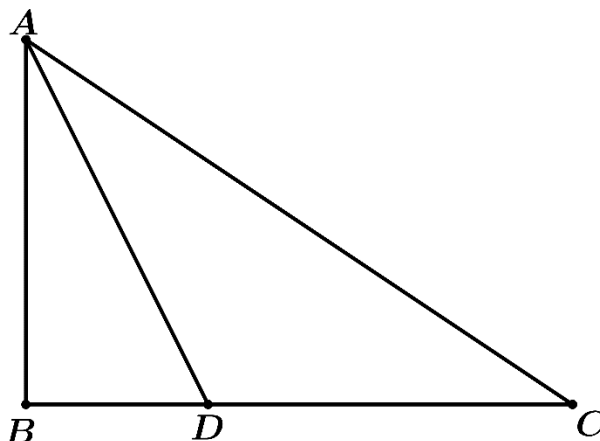
Câu 4: Cho tam giác ABC vuông tại B và D là một điểm thuộc cạnh BC sao cho $CD = 30, \widehat{BCA} = 43^\circ, \widehat{BDA} = 67^\circ$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $AD^2 = AC^2 + AD^2 - 2AC \cdot AD \cdot \cos C$

b) Số đo góc $\widehat{CAD}$ bằng 42° .

c) Số đo góc $\widehat{BAD}$ bằng 23° .

d) Độ dài cạnh AB của $\triangle ABC$ xấp xỉ bằng 46,3.



a) Sai: Ta có $AD^2 = AC^2 + CD^2 - 2AC \cdot CD \cdot \cos C$.

b) Sai: Trong tam giác ACD : có góc $\widehat{CAD} = 67^\circ - 43^\circ = 24^\circ$.

c) Đúng: Ta có $\widehat{BAC} = 90^\circ - \widehat{ACB} = 47^\circ \Rightarrow \widehat{BAD} = \widehat{BAC} - \widehat{CAD} = 23^\circ$.

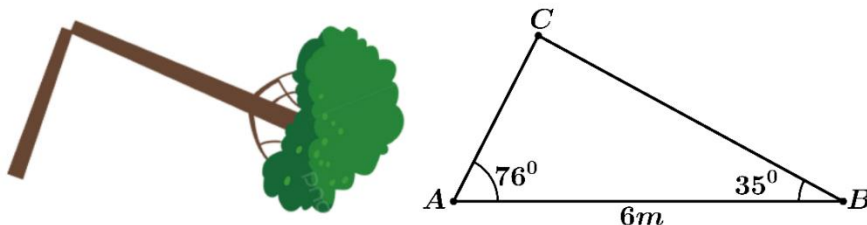
d) Đúng: Áp dụng định lý sin trong tam giác ACD ta có: $\frac{AD}{\sin 43^\circ} = \frac{CD}{\sin 24^\circ} \Rightarrow AD \approx 50,3$

Trong tam giác vuông BAD ta có $\sin 67^\circ = \frac{AB}{AD} \Rightarrow AB \approx 46,3$

Độ dài cạnh AB của $\triangle ABC$ xấp xỉ bằng 46,3.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1: Một cái cây dạng thẳng đứng bị gió mạnh làm gãy không hoàn toàn (hai đoạn thân bị gãy vẫn dính liền nhau như hình vẽ). Một người muốn đo chiều cao của cây trước khi gãy, người ấy đo được đoạn thẳng nối từ gốc cây đến ngọn cây (đã ngã) là $AB = 6\text{ m}$, hai góc $\widehat{CAB} = 76^\circ$, $\widehat{CBA} = 35^\circ$. Tính chiều dài của cây trước khi bị gãy (giả sử sự biến dạng lúc gãy không ảnh hưởng đến tổng độ dài của cây)?



Lời giải

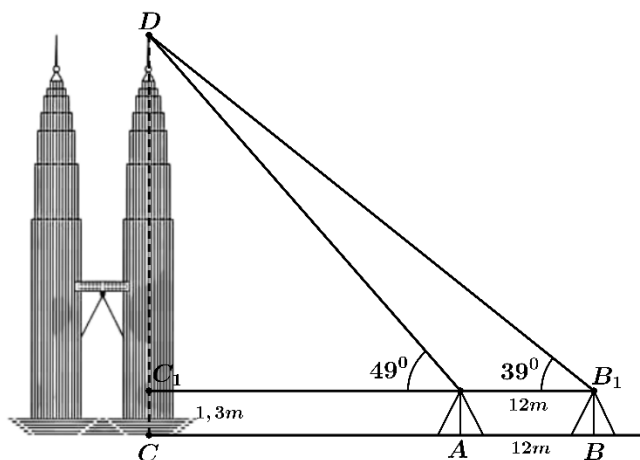
Ta có: $\widehat{C} = 180^\circ - (\widehat{A} + \widehat{B}) = 180^\circ - (76^\circ + 35^\circ) = 69^\circ$.

Theo định lí sin: $\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B} = \frac{BC}{\sin A} \Rightarrow AC = \frac{AB \cdot \sin B}{\sin C} = \frac{6 \cdot \sin 35^\circ}{\sin 69^\circ} \approx 3,69\text{ (m)}$

$\Rightarrow BC = \frac{AB \cdot \sin A}{\sin C} = \frac{6 \cdot \sin 76^\circ}{\sin 69^\circ} \approx 6,24\text{ m} \Rightarrow AC + BC \approx 9,93\text{ (m)}$.

Vậy chiều cao ban đầu của cây xấp xỉ bằng 9,93 (m).

Câu 2: Muốn đo chiều cao của tháp chàm Por Klong Garai ở Ninh Thuận người ta lấy hai điểm A và B trên mặt đất có khoảng cách $AB = 12\text{ m}$ cùng thẳng hàng với chân C của tháp để đặt hai giác kế. Chân của giác kế có chiều cao $h = 1,3\text{ m}$. Gọi D là đỉnh tháp và hai điểm A_1, B_1 cùng thẳng hàng với C_1 thuộc chiều cao CD của tháp. Người ta đo được góc $\widehat{DA_1C_1} = 49^\circ$ và $\widehat{DB_1C_1} = 35^\circ$. Tính chiều cao CD của tháp (kết quả làm tròn đến một chữ số sau dấu phẩy).



Lời giải

Ta có: $\widehat{C_1DA_1} = 90^\circ - 49^\circ = 41^\circ$; $\widehat{C_1DB_1} = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$, nên $\widehat{A_1DB_1} = 14^\circ$.

Xét tam giác A_1DB_1 có: $\frac{A_1B_1}{\sin \widehat{A_1DB_1}} = \frac{A_1D}{\sin \widehat{A_1B_1D}} \Rightarrow A_1D = \frac{12 \cdot \sin 35^\circ}{\sin 14^\circ} \approx 28,45\text{ (m)}$.

Xét tam giác C_1A_1D vuông tại C_1 có:

$$\sin \widehat{C_1A_1D} = \frac{C_1D}{A_1D} \Rightarrow C_1D = A_1D \cdot \sin \widehat{C_1A_1D} = 28,45 \cdot \sin 49^\circ \approx 21,47\text{ (m)}$$

$$\Rightarrow CD = C_1D + CC_1 \approx 22,8\text{ (m)}$$

Câu 3: Cho tam giác nhọn ABC có $a = 3, b = 4$ và diện tích $S = 3\sqrt{3}$. Gọi R là bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Tính $\sqrt{39}R$.

Lời giải

Ta có: $S = \frac{1}{2}ab \sin C \Rightarrow \sin C = \frac{2S}{ab} = \frac{2 \cdot 3\sqrt{3}}{3 \cdot 4} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \widehat{C} = 60^\circ$.

$$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos C} = \sqrt{13}; \frac{c}{\sin C} = 2R \Rightarrow R = \frac{c}{2 \sin C} = \frac{\sqrt{13}}{2 \sin 60^\circ} = \frac{\sqrt{39}}{3} \Rightarrow \sqrt{39}R = 13$$

Câu 4: Cho tam giác ABC có $\frac{5}{\sin A} = \frac{4}{\sin B} = \frac{3}{\sin C}$ và $a = 10$. Tính chu vi tam giác đó

Lời giải

$$\text{Ta có: } \frac{5}{\sin A} = \frac{4}{\sin B} = \frac{3}{\sin C} \Leftrightarrow \frac{10}{\sin A} = \frac{8}{\sin B} = \frac{6}{\sin C} \Leftrightarrow \frac{a}{\sin A} = \frac{8}{\sin B} = \frac{6}{\sin C}.$$

Theo định lý sin trong tam giác ta tính được $b = 8, c = 6$ nên chu vi tam giác là $a + b + c = 24$.

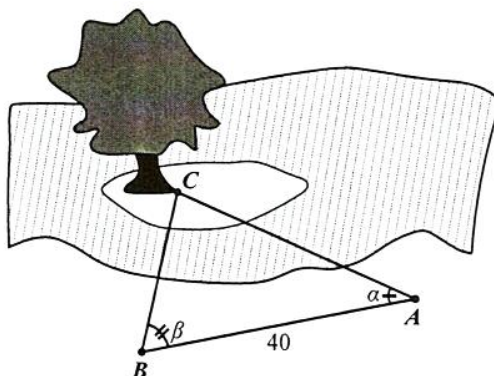
Câu 5: Cho tam giác ABC nhọn có $BC = 3a$ và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $R = a\sqrt{3}$. Tính số đo góc $\widehat{A}$.

Lời giải

$$\text{Áp dụng định lý sin trong tam giác } ABC \text{ ta có: } \frac{BC}{\sin A} = 2R \Rightarrow \sin A = \frac{BC}{2R} = \frac{3a}{2a\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Suy ra $\widehat{A} = 60^\circ$ (do tam giác ABC nhọn).

- Câu 6:** Để đo khoảng cách từ một điểm A trên bờ sông đến gốc cây C trên cù lao giữa sông, người ta chọn một điểm B cùng ở trên bờ với A sao cho từ A và B có thể nhìn thấy điểm C . Ta đo được khoảng cách $AB = 40\text{ m}$, $\widehat{CAB} = 45^\circ$, $\widehat{CBA} = 70^\circ$. Vậy sau khi đo đạc và tính toán khoảng cách AC bằng bao nhiêu mét? (kết quả làm tròn đến một chữ số sau dấu phẩy).

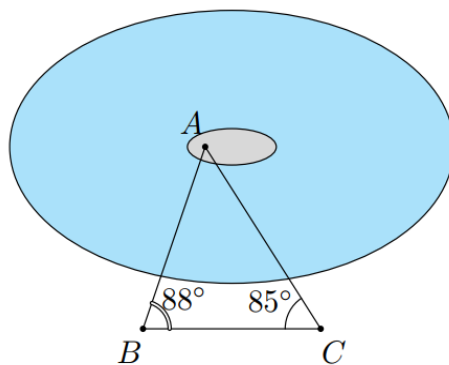


Lời giải

Ta có: $\widehat{C} = 180^\circ - \widehat{A} - \widehat{B} = 65^\circ$. Áp dụng định lí sin vào tam giác ABC ta có: $\frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow AC = \frac{AB \cdot \sin B}{\sin C} = \frac{40 \cdot \sin 70^\circ}{\sin 65^\circ} \approx 41,5\text{ (m)}$

Vậy khoảng cách giữa A và C khoảng $41,5\text{ (m)}$.

- Câu 7:** Ở giữa một cái hồ có một cái đảo nhỏ. Để tính khoảng cách từ điểm A trên đảo đến điểm B trên bờ hồ, người ta chọn điểm C . Sau đó thực hiện đo các góc B , C và khoảng cách BC . Biết $\widehat{B} = 88^\circ$, $\widehat{C} = 85^\circ$ và $BC = 50\text{ m}$. Tính khoảng cách từ A đến B (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

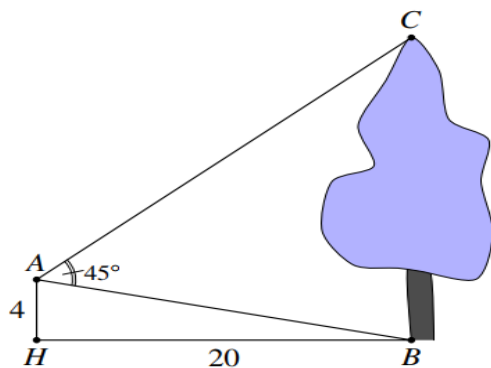


Lời giải

Ta có $\widehat{A} = 180^\circ - \widehat{B} - \widehat{C} = 180 - 88^\circ - 85^\circ = 7^\circ$.

Áp dụng định lí sin ta có: $\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} \Rightarrow AB = \frac{BC \sin C}{\sin A} = \frac{50 \sin 85^\circ}{\sin 7^\circ} \approx 408,7\text{ m}$.

- Câu 8:** Từ vị trí A người ta quan sát một cây cao (hình vẽ). Biết $AH = 4\text{ m}$, $HB = 20\text{ m}$, $\widehat{BAC} = 45^\circ$. Chiều cao của cây bằng bao nhiêu?



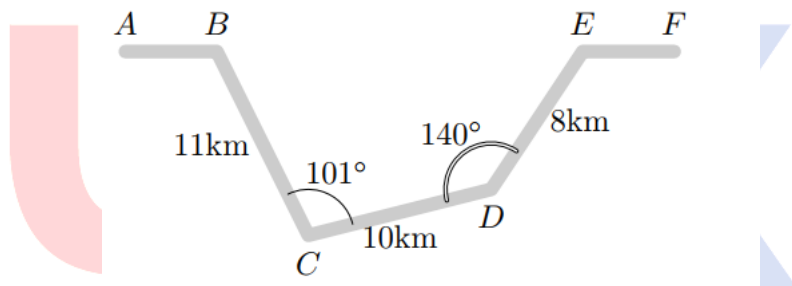
Lời giải

Trong tam giác AHB ta có: $\tan \widehat{ABH} = \frac{AH}{BH} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5} \Rightarrow \widehat{ABH} \approx 11^\circ 19'$.

Suy ra $\widehat{ABC} = 90^\circ - \widehat{ABH} \approx 78^\circ 41' \Rightarrow \widehat{ACB} = 180^\circ - (\widehat{BAC} + \widehat{ABC}) \approx 56^\circ 19'$.

Áp dụng định lý sin trong tam giác ABC : $\frac{AB}{\sin \widehat{ACB}} = \frac{CB}{\sin \widehat{BAC}} \Rightarrow CB = \frac{AB \cdot \sin \widehat{BAC}}{\sin \widehat{ACB}} \approx 17 \text{ m}$

Câu 9: Để tránh núi, đường đi hiện tại phải vòng qua núi như mô hình trong hình vẽ. Hỏi quãng đường đi thẳng từ B đến E dài bao nhiêu km (làm tròn đến hàng phần mười)?



Lời giải

Gọi M là giao điểm của BC và DE .

Ta có $\widehat{MCD} = 180^\circ - 101^\circ = 79^\circ$, $\widehat{MDC} = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$, $\widehat{CMD} = 180^\circ - 79^\circ - 40^\circ = 61^\circ$.

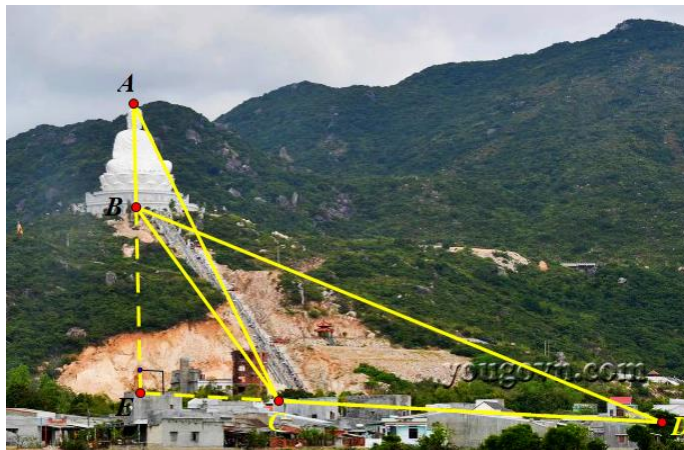
Áp dụng định lý sin: $\frac{CD}{\sin \widehat{CMD}} = \frac{CM}{\sin \widehat{MDC}} \Rightarrow CM = \frac{CD \sin \widehat{MDC}}{\sin \widehat{CMD}} = \frac{10 \sin 40^\circ}{\sin 61^\circ} \Rightarrow MB \approx 18,3493$

$\frac{CD}{\sin \widehat{CMD}} = \frac{MD}{\sin \widehat{MCD}} \Rightarrow CM = \frac{CD \sin \widehat{MCD}}{\sin \widehat{CMD}} = \frac{10 \sin 79^\circ}{\sin 61^\circ} \Rightarrow ME \approx 18,2238$.

Áp dụng định lý cosin: $BE = \sqrt{MB^2 + ME^2 - 2MB \cdot ME \cos \widehat{BME}}$

$$\approx \sqrt{18,3493^2 + 18,2238^2 - 2 \cdot 18,3493 \cdot 18,2238 \cos 61^\circ} \approx 18,6 \text{ (km)}.$$

Câu 10: Để tính chiều cao AB của bức tượng, người ta đo ở hai vị trí C và D cách nhau 200m. Tại C người ta đo được $\widehat{BCE} = 52^\circ$, $\widehat{ACE} = 67^\circ$, tại D người ta đo được $\widehat{BDC} = 23^\circ$. Tính chiều cao AB .



Chùa Ông Núi, ngôi chùa cổ và nổi tiếng ở Bình Định, trong đó điểm nổi bật nhất của chùa chính là bức tượng Phật ngồi lớn nhất Đông Nam Á.

Lời giải

Ta có $\widehat{BCD} = 180^\circ - 52^\circ = 128^\circ$, $\widehat{CBD} = 52^\circ - 23^\circ = 29^\circ$

Áp dụng định lý sin trong tam giác BCD ta được $\frac{BC}{\sin D} = \frac{CD}{\sin B} \Rightarrow BC = \frac{CD \sin D}{\sin B} \approx 161,2m$

Trong tam giác vuông BCE ta có $BE = BC \cdot \sin \widehat{BCE} \approx 127m$, $CE = BC \cdot \cos \widehat{BCE} \approx 99m$

Trong tam giác vuông ACE ta có $AE = \frac{EC}{\tan \widehat{ACE}} \approx 233m$.

Vậy chiều cao $AB \approx 233 - 127 = 106m$.

Câu 11: Để tính chiều rộng cửa biển CD của cảng Quy Nhơn, người ta chọn 2 vị trí A và B cách nhau 800m trên bờ biển. Từ vị trí A , người ta đo được $\widehat{CAD} = 17^\circ$, $\widehat{BAD} = 121^\circ$, tại B người ta đo được $\widehat{ABC} = 24^\circ$, $\widehat{DBC} = 15^\circ$. Tính CD .



Lời giải

Ta có $\widehat{BAC} = 138^\circ$, $\widehat{ACB} = 18^\circ$, $\widehat{ABD} = 39^\circ$, $\widehat{ADB} = 20^\circ$.

Áp dụng định lý sin trong tam giác ABC ta có $\frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow AC = \frac{AB \sin B}{\sin C} \approx 1053(m)$

Áp dụng định lý sin trong tam giác ABD ta có $\frac{AD}{\sin B} = \frac{AB}{\sin D} \Rightarrow AD = \frac{AB \sin B}{\sin D} \approx 1472(m)$

Áp dụng định lý cosin trong tam giác ACD : $CD^2 = AC^2 + AD^2 - 2AC \cdot AD \cdot \cos A \approx 311018$

Suy ra $CD \approx 558(m)$

Câu 12: Để tính chiều cao của tháp, có 2 người đứng ở vị trí C và D cách nhau 40m. Người ở vị trí C đo được góc $\widehat{ACB} = 45^\circ$, $\widehat{ACD} = 84^\circ$, người ở vị trí D đo được góc $\widehat{ADC} = 50^\circ$. Tính chiều cao AB của tháp.



Tháp được xây dựng vào cuối thế kỷ XI, đầu thế kỷ XII tại xã Phước Hiệp, Tuy Phước, Bình Định trên đỉnh một quả đồi nằm giữa hai nhánh sông Côn bên cạnh quốc lộ 1A, cách Tp. Quy Nhơn khoảng 20km. Đây là một quần thể gồm 4 tháp, đứng nhìn từ xa trông giống như chiếc bánh ít nên người dân nơi đây gọi là Tháp Bánh Ít.

Lời giải

Xét tam giác ACD có $\widehat{CAD} = 180^\circ - 84^\circ - 50^\circ = 46^\circ$

Áp dụng định lý sin trong tam giác ACD , ta có $\frac{CD}{\sin A} = \frac{AC}{\sin D} \Rightarrow AC = \frac{CD \sin D}{\sin A} \approx 42,6$

Xét tam giác ABC , ta có $\sin 45^\circ = \frac{AB}{AC} \Rightarrow AB = AC \cdot \sin 45^\circ \approx 30m$.

-----HẾT-----