

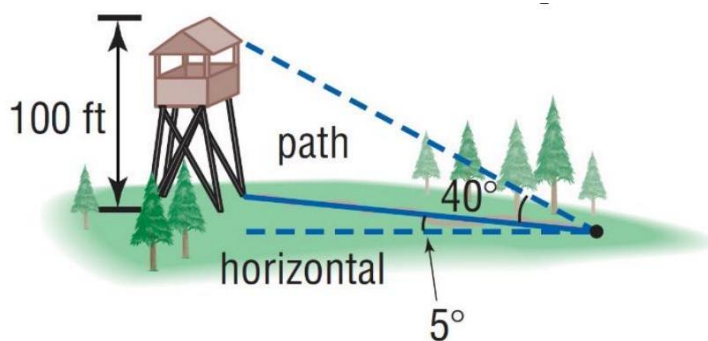
Dạng 4: Ứng dụng hệ thức lượng để giải các bài toán thực tế

Phương pháp: Sử dụng các hệ thức lượng trong tam giác

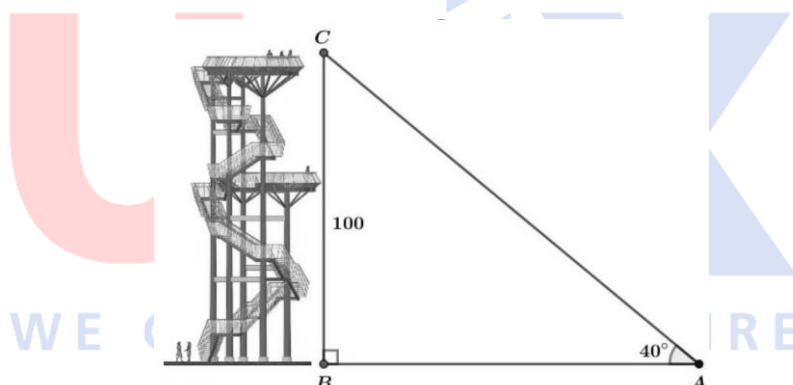
Sử dụng các công thức tính diện tích, định lý cosin, định lý sin trong tam giác.

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Một nhân viên kiểm lâm đang đi trên đường nghiêng một góc 5° so với đường thẳng đứng để hướng về tháp quan sát cao 100 feet. Góc độ cao từ chân lên đỉnh tháp là 40° . Tính khoảng cách từ nhân viên kiểm lâm đến chân tháp vào thời điểm đó.



Lời giải

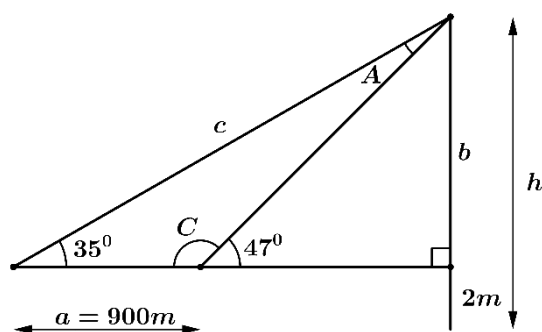


Giả sử nhân viên kiểm lâm tại thời điểm đó đang đứng tại điểm A , ta kí hiệu chân tháp là B và đỉnh tháp là C .

Xét $\triangle ABC$ vuông tại B có $A = 40^\circ$ và $BC = 100$ nên $AB = \frac{BC}{\tan A} = \frac{100}{\tan 40^\circ} \approx 119,175 \text{ ft}$.

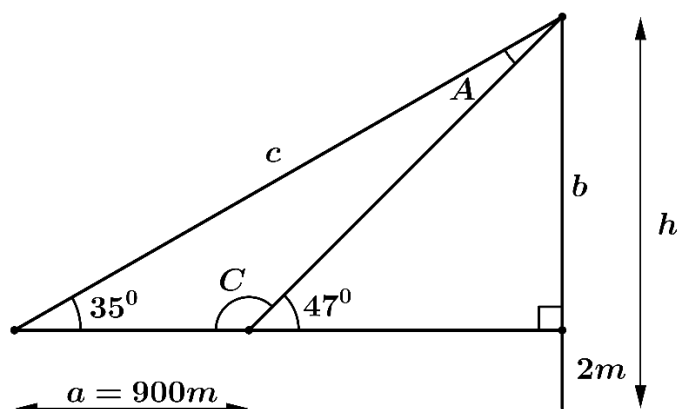
Vậy khoảng cách từ nhân viên đến chân tháp vào thời điểm đó xấp xỉ 119,175ft.

Bài tập 2: Để đo được chiều cao của một ngọn núi, một nhân viên trắc địa nhìn đỉnh núi tại hai vị trí cách nhau 900 mét nằm trên một đường thẳng đến ngọn núi (quan sát hình minh họa). Lần quan sát đầu tiên người này nhìn đỉnh núi với một góc nâng là 47° và lần thứ hai nhìn đỉnh núi với một góc nâng là 35° . Giả sử máy toàn đạc cao 2 mét, tìm chiều cao h của ngọn núi.



Lời giải

Ta mô hình hóa bài toán trên bằng hình vẽ như sau với h là chiều cao của ngọn núi.



Ta có: $C = 180^\circ - 47^\circ = 133^\circ$.

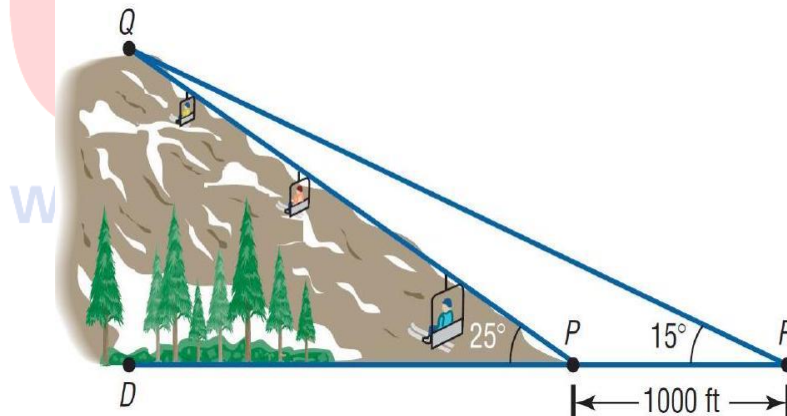
Mặt khác: $\hat{C} + \hat{A} + 35^\circ = 180^\circ \Leftrightarrow \hat{A} = 180^\circ - 35^\circ - 133^\circ = 12^\circ$.

Áp dụng định lí sin ta có: $\frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C} \Leftrightarrow c = \frac{900 \cdot \sin 133^\circ}{\sin 12^\circ} \approx 3165,8553$ (mét).

Mà $\sin 35^\circ = \frac{b}{c} \Rightarrow b = c \sin 35^\circ \approx 1815,8600$ (mét).

Vậy chiều cao của ngọn núi là: $h \approx 1815,8600 + 2 \approx 1817,860$ (mét).

Bài tập 3: Xác định độ dài của cáp treo trượt tuyết và độ cao của núi (tham khảo hình vẽ)



Để xác định chiều dài của cáp treo trượt tuyết cần lắp đặt từ điểm P đến điểm Q , một nhân viên trắc địa đo được DPQ bằng 25° , sau đó anh ta đi xa ra một đoạn 1000 feet tới điểm R và đo được PRQ bằng 15° .

a) Tính khoảng cách từ điểm P đến điểm Q ?

b) Tính chiều cao QD của núi?

Lời giải

a) Ta có: $DPQ = PQR + QRP \Rightarrow PQR = DPQ - QRP = 25^\circ - 15^\circ = 10^\circ$.

Áp dụng định lý sin trong tam giác PQR ta có:

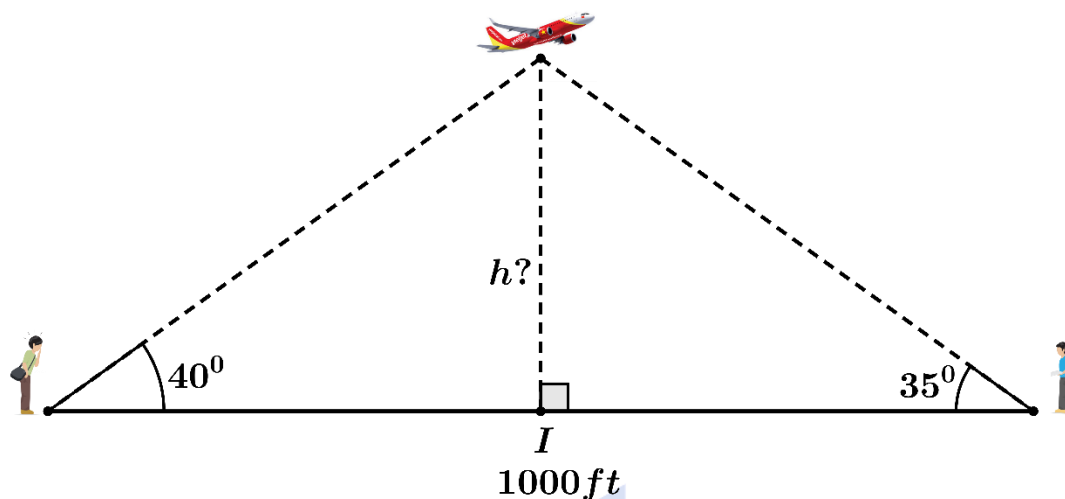
$$\frac{PR}{\sin PQR} = \frac{PQ}{\sin QRP} \Rightarrow PQ = \frac{PR \cdot \sin QRP}{\sin PQR} = \frac{1000 \cdot \sin 15^\circ}{\sin 10^\circ} \approx 1490,479 \text{ (feet)}$$

Vậy khoảng cách giữa hai điểm P và Q là 1490,479(feet).

b) Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông PQD ta có:

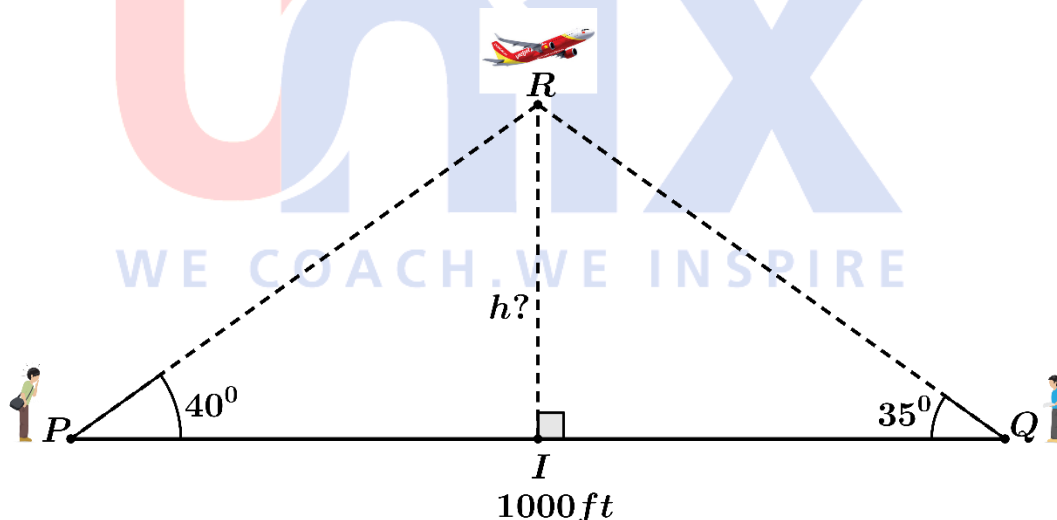
$$QD = PQ.\sin QPD = 1490,479.\sin 25^\circ = 629,904 \text{ (feet)}$$

Bài tập 4: Một chiếc máy bay của hãng hàng không VietJet được quan sát bởi hai người điều khiển không lưu cách nhau 1000 ft trên mặt đất. Máy bay bay trên đường nối liền giữa hai người và mỗi người quan sát nó theo một góc nâng được chỉ ra trong hình vẽ. Hỏi độ cao của chiếc máy bay so với mặt đất là bao nhiêu?



Lời giải

Mô hình bài toán như hình vẽ:



Trong ΔPRI có: $\cot RPI = \frac{PI}{RI} \Rightarrow PI = RI.\cot 40^\circ$.

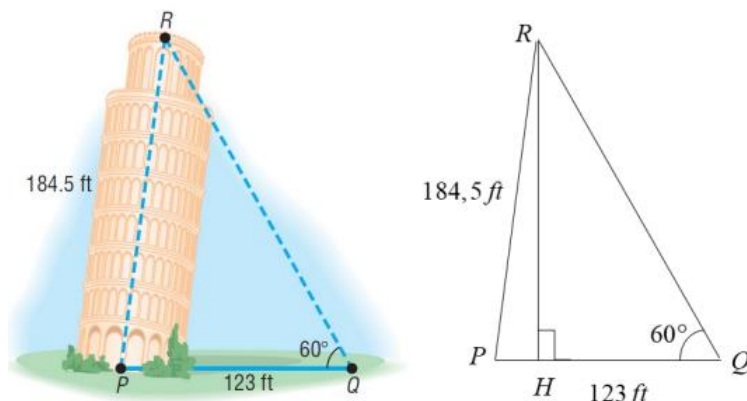
Trong ΔRQI có: $\cot RQI = \frac{QI}{RI} \Rightarrow QI = RI.\cot 35^\circ$.

Từ đó ta được: $PQ = PI + QI = RI.\cot 40^\circ + RI.\cot 35^\circ \Rightarrow PQ = RI.(\cot 40^\circ + \cot 35^\circ)$

$$\Rightarrow RI = \frac{PQ}{\cot 40^\circ + \cot 35^\circ} = \frac{1000}{\cot 40^\circ + \cot 35^\circ} \approx 381,694 \text{ (ft)}.$$

Vậy độ cao của máy bay so với mặt đất là 381,694(ft).

Bài tập 5: Tìm độ nghiêng của tháp nghiêng Pisa. Tháp nghiêng Pisa nổi tiếng có chiều cao là 184,5 feet. Góc nâng nhìn từ điểm Q cách chân tháp P một khoảng 123 feet lên đỉnh R của tháp có số đo là 60° . Tìm số đo góc RPQ (như hình vẽ) và tìm khoảng cách từ đỉnh R của tháp đến đường thẳng PQ .



Cách 1: Theo định lí cosin ta có: $RP^2 = QP^2 + QR^2 - 2QP \cdot QR \cdot \cos 60^\circ$

$$\Rightarrow (184,5)^2 = (123)^2 + QR^2 - 2 \cdot 123 \cdot QR \cdot \cos 60^\circ \Rightarrow QR = 212,1436(\text{ft}).$$

Áp dụng hệ quả của định lí cosin ta có:

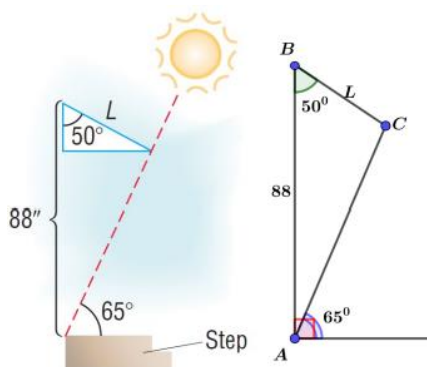
$$\cos RPQ = \frac{PR^2 + PQ^2 - RQ^2}{2 \cdot PR \cdot PQ} \approx \frac{(184,5)^2 + (123)^2 - (212,1436)^2}{2 \cdot 184,5 \cdot 123} \approx 0,0918 \Rightarrow RPQ \approx 84^\circ 44'.$$

Gọi H là chân đường cao kẻ từ R đến PQ .

$$\text{Ta có } \sin 60^\circ = \frac{RH}{RQ} \Rightarrow RH = RQ \cdot \sin 60^\circ = 183,722(\text{ft}).$$

Vậy khoảng cách từ đỉnh R của tháp đến đường thẳng PQ là $RH \approx 183,722\text{ft}$.

Bài tập 6: Một mái hiên che cửa kính có độ cao 88 inch và tạo với vách tường một góc 50° . Mục đích của mái hiên là che được ánh nắng mặt trời chiếu vào nhà khi góc giữa tia sáng mặt trời với mặt đất lớn hơn 65° . Xem hình vẽ dưới đây. Tính độ dài L của mái hiên.



Lời giải

Ta có $BAC = 25^\circ$; $ACB = 105^\circ$.

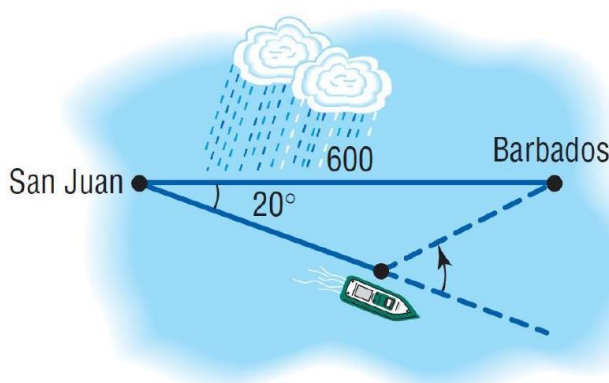
$$\text{Áp dụng định lý sin vào tam giác } ABC: \frac{AB}{\sin ACB} = \frac{BC}{\sin BAC} \Rightarrow BC = \frac{AB \cdot \sin 25^\circ}{\sin 105^\circ} \approx 12,001.$$

Vậy chiều dài L của mái hiên xấp xỉ 12,001 inch.

Bài tập 7: Một tàu du lịch chạy với tốc độ trung bình 15 hải lý/giờ khi đi từ San Juan, Puerto Rico, đến Barbados, Tây Ấn Độ, với khoảng cách 600 hải lý. Để tránh một cơn bão nhiệt đới, thuyền trưởng cho thuyền rời San Juan theo hướng lệch một góc 20° so với hướng đi thẳng đến Barbados. Thuyền trưởng duy trì tốc độ 15 hải lý/giờ trong 10 giờ, sau đó thuyền trưởng cho tàu đi thẳng đến Barbados mà không gặp bão.

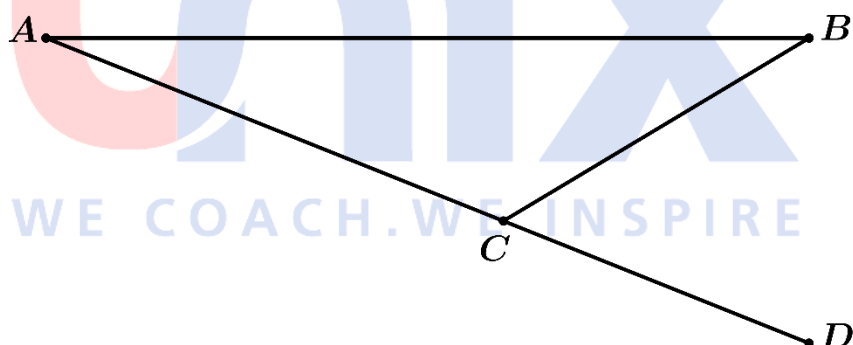
a) Tính góc mà thuyền trưởng quay đầu để đi thẳng đến Barbados?

b) Tính từ sau khi rẽ, nếu tốc độ được duy trì ở mức 15 hải lý/giờ thì sau bao lâu con tàu đến Barbados?



Lời giải

Gọi A là vị trí San Juan; B là vị trí Barbados; C là vị trí tàu sau 10 giờ.



a) Ta có $AB = 600$ (hải lý); $BAC = 20^\circ$.

Quãng đường tàu đi được trong 10 giờ đầu là $AC = 15 \cdot 10 = 150$ (hải lý)

Áp dụng định lý cosin cho $\triangle ABC$:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos BAC \Rightarrow BC \approx 461,9040 \text{ (hải lý)}$$

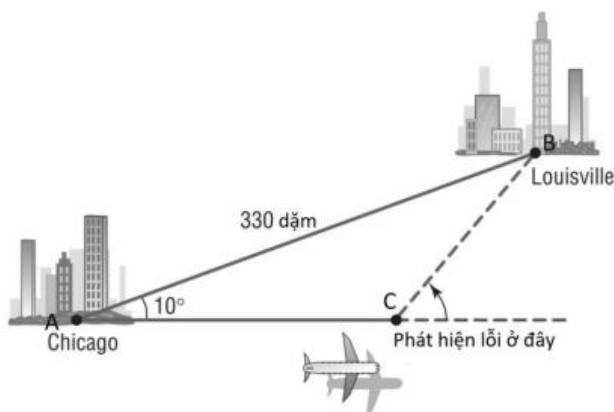
$$\text{Khi đó } \cos ACB = \frac{AC^2 + BC^2 - AB^2}{2 \cdot AC \cdot BC} \approx -0,8959 \Rightarrow ACB \approx 153,6243^\circ$$

$$\Rightarrow BCD = 180^\circ - ACB \approx 26,3757^\circ$$

Vậy thuyền trưởng phải quay đầu một góc xấp xỉ $26,3757^\circ$.

b) Thời gian đi kể từ sau khi rẽ là $t = \frac{BC}{15} \approx 30$ giờ 48 phút.

Bài tập 8: Trong một chuyến bay thử nghiệm từ Chicago tới Louisville, khoảng cách là 330 dặm, viên phi công đã vô tình chọn hướng bay sai lệch đi một góc 10° như hình vẽ dưới đây.



- a) Nếu máy bay duy trì tốc độ trung bình 220 dặm một giờ và nếu lỗi sai về hướng bay được phát hiện ra sau 15 phút, thì viên phi công nên điều chỉnh hướng bay chệch lên theo góc nào để bay tới được Louisville?
- b) Viên phi công nên duy trì tốc độ trung bình tiếp theo của máy bay là bao nhiêu để cho tổng thời gian của chuyến bay là 90 phút?

Lời giải

Đổi 15 phút bằng $\frac{15}{60} = 0.25$ giờ.

Đến khi phát hiện ra lỗi sai, máy bay đã bay được một quãng đường là $AC = 0,25.220 = 55$ (dặm).

Khi đó, máy bay còn cách Louisville một khoảng là $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos BAC}$
 $= \sqrt{330^2 + 55^2 - 2.330.55.\cos 10^\circ} \approx 276,0009$ (dặm).

a) Theo định lí sin ta có: $\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} \Leftrightarrow \sin B = \frac{AC.\sin A}{BC} = \frac{55.\sin 10^\circ}{276,0009} \approx 0,0346$

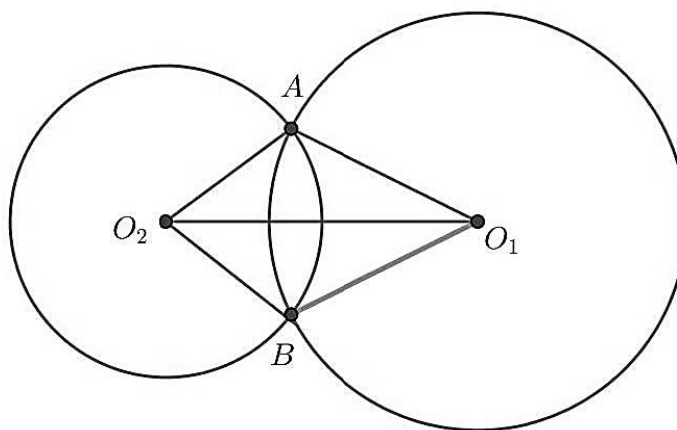
$\Rightarrow \hat{B} \approx 1,983^\circ$ (vì $AC < BC \Rightarrow \hat{B} < \hat{A} = 10^\circ < 90^\circ$).

Do đó, viên phi công cần điều chỉnh hướng bay một góc bằng $\hat{A} + \hat{B} = 11,98^\circ$ để bay thẳng tới Louisville.

b) Để tổng thời gian của chuyến bay là 90 phút, viên phi công nên duy trì tốc độ trung bình tiếp theo của máy bay là $\frac{276.0004}{1,5 - 0.25} \approx 220,8$ (dặm/giờ).

Bài tập 9: Người ta xây một sân khấu với sân có dạng của hai hình tròn giao nhau. Bán kính của hai hình tròn là 20 m và 15 m. Khoảng cách giữa hai tâm của hai hình tròn là 30 m. Chi phí làm mỗi mét vuông phần giao nhau của hai hình tròn là 300 nghìn đồng và chi phí làm mỗi mét vuông phần còn lại là 100 nghìn đồng. Hỏi số tiền làm mặt sân khấu là bao nhiêu?

Lời giải



Gọi O_1, O_2 lần lượt là tâm của hai đường tròn bán kính 20m và 15 m. Với A, B là hai giao điểm của hai đường tròn.

Ta có: $O_1A = O_1B = 20$ m; $O_2A = O_2B = 15$ m; $O_1O_2 = 30$ m.

$$\cos \angle BO_1O_2 = \frac{O_1B^2 + O_1O_2^2 - O_2B^2}{2O_1B \cdot O_1O_2} = \frac{43}{48} \Rightarrow \angle BO_1O_2 \approx 26^\circ 23'.$$

Theo tính chất hai đường tròn cắt nhau ta có O_1O_2 là tia phân giác $\angle AO_1B$

$$\Rightarrow \angle AO_1B = 2\angle BO_1O_2 = 52,77^\circ.$$

Suy ra diện tích hình quạt tròn O_1AB là $S_{O_1AB} = \pi \cdot 20^2 \cdot \frac{52,77}{360} \approx 184,2 \text{ (m}^2\text{)}.$

$$S_{\square O_1AB} = \frac{1}{2} O_1A \cdot O_1B \cdot \sin \angle AO_1B \approx 159,2 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Gọi S_1 là diện tích hình giới hạn bởi dây AB và cung AmB trong đường tròn (O_1).

$$\Rightarrow S_1 = S_{O_1AB} - S_{\square O_1AB} = 25 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Chứng minh tương tự ta được diện tích hình giới hạn bởi dây AB và cung AmB trong đường tròn (O_2) là $S_2 \approx 35 \text{ (m}^2\text{)}$ suy ra diện tích phần giao nhau là $S = S_1 + S_2 = 60 \text{ (m}^2\text{)}.$

$\Rightarrow$ Chi phí làm sân khấu phần giao nhau $60 \cdot 300000 = 18000000$ (nghìn đồng).

Tổng diện tích của hai hình tròn là $S' = \pi 20^2 + \pi 15^2 \approx 1963 \text{ (m}^2\text{)}.$

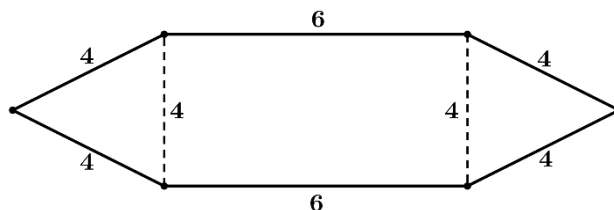
Diện tích phần không giao nhau là $S' - S = 1903 \text{ (m}^2\text{)}.$

$\Rightarrow$ Chi phí làm sân khấu phần không giao nhau $1903 \cdot 100000 = 190300000$ (nghìn đồng).

Số tiền làm mặt sân là $18000000 + 190000000 = 208300000 = 208,3$ triệu đồng.

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Một miếng đất có hình dạng là một hình lục giác. Các mệnh đề sau đúng hay sai?



Diện tích mảnh vườn là

- A. $24 + \sqrt{3}$. B. $24 + 4\sqrt{3}$. C. $12 + 8\sqrt{3}$. D. $24 + 8\sqrt{3}$.

Lời giải

Diện tích mỗi tam giác đều là: $\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot \sin 60^\circ = 4\sqrt{3}$.

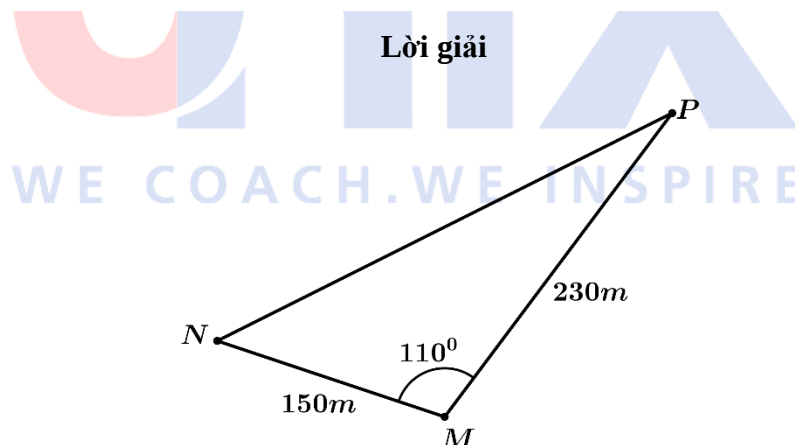
Diện tích hình chữ nhật là: $4 \cdot 6 = 24$.

Suy ra diện tích hình lục giác là: $24 + 2 \cdot 4\sqrt{3} = 24 + 8\sqrt{3}$.

Câu 2: Gia đình bạn An sở hữu một mảnh đất hình tam giác. Chiều dài của hàng rào MN là $150m$, chiều dài của hàng rào MP là $230m$. Góc giữa hai hàng rào MN và MP là 110° . Chiều dài hàng rào NP là.

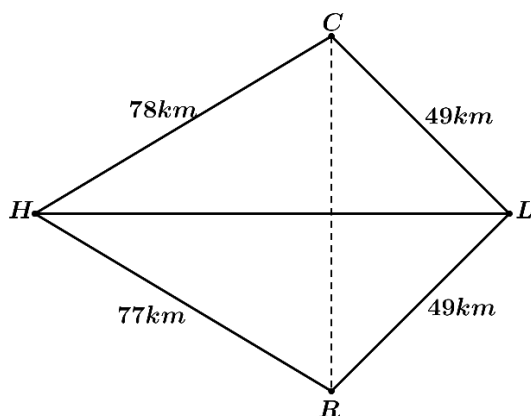
- A. $314,6m$. B. $310,6m$. C. $324,6m$. D. $321,6m$.

Lời giải



Chiều dài hàng rào NP : $NP^2 = MN^2 + MP^2 - 2MN \cdot MP \cdot \cos NMP$
 $= 150^2 + 230^2 - 2 \cdot 150 \cdot 230 \cdot \cos 110^\circ = 98999,4 (cm) \Rightarrow NP \approx 314,6(m)$,

Câu 3: Trên bản đồ địa lí, người ta thường gọi tứ giác với bốn đỉnh lần lượt là các thành phố Hà Tiên (H), Châu Đốc (C), Long Xuyên (L), Rạch Giá (R) là tứ giác Long Xuyên.



Châu Đốc (C) và Rạch Giá (R) cách nhau khoảng bao nhiêu km?

- A. 77,5(km). B. 74,5(km). C. 70,5(km). D. 80,5(km).

Lời giải

Trong tam giác HCL có: $HC^2 + CL^2 \neq HL^2$ và HL là cạnh lớn nhất của tam giác nên tam giác HCL không là tam giác vuông tại C .

Áp dụng hệ quả định lí côsin, ta có:

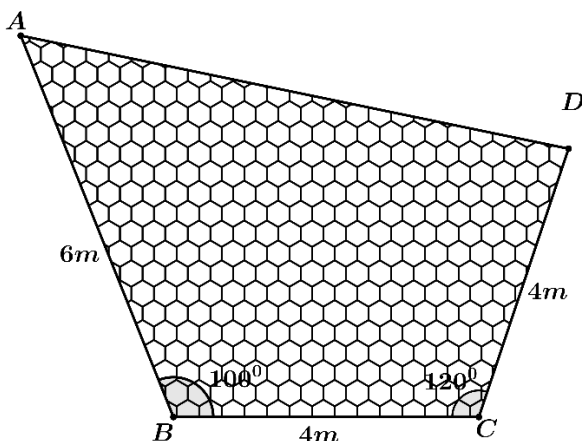
$$\cos CHL = \frac{HC^2 + HL^2 - CL^2}{2.HC.HL} = \frac{78^2 + 104^2 - 49^2}{2.78.104} \approx 0,88 \Rightarrow CHL \approx 28^\circ.$$

$$\cos RHL = \frac{HL^2 + HR^2 - RL^2}{2.HC.HR} = \frac{77^2 + 104^2 - 56^2}{2.77.104} \approx 0,85 \Rightarrow RHL \approx 32^\circ.$$

Áp dụng định lí côsin, ta có: $CR^2 = HC^2 + HR^2 - 2.HC.HR.\cos CHR \approx 6007 \Rightarrow CR \approx 77,5 \text{ (km)}$

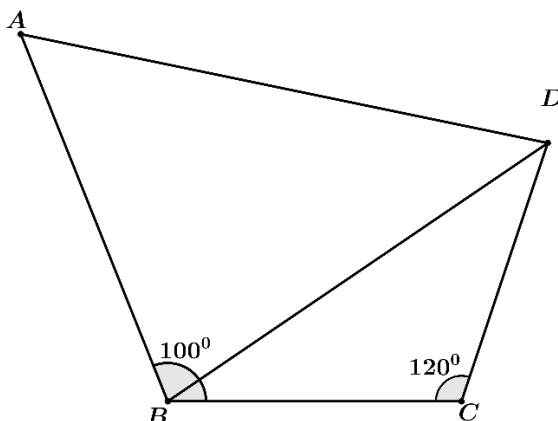
Vậy Châu Đốc và Rạch Giá cách nhau khoảng 77,5 km.

- Câu 4:** Người ta định lát gạch tổ ong trên mảnh đất hình tứ giác $ABCD$ như mô hình bên cạnh. Biết rằng $AB = 6m$, $BC = CD = 4m$, $ABC = 100^\circ$, $BCD = 120^\circ$ và giá lát gạch là 400 nghìn đồng trên một mét vuông bao gồm cả công thợ. Các mệnh đề sau đúng hay sai?



Số tiền để lát gạch cả mảnh đất đó là:

- A. 10583(VND). B. 10587(VND). C. 10593(VND). D. 10567(VND)



Nối BD , áp dụng định lý cosin trong tam giác ABC ta có:

$$BD = \sqrt{CD^2 + BC^2 - 2CD \cdot BC \cdot \cos BCD} \Leftrightarrow BD = \sqrt{16 + 16 - 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot \cos 120^\circ} = \sqrt{48} \text{ m}.$$

Tam giác BCD cân tại $C \Rightarrow DBC = 30^\circ \Rightarrow ABD = 70^\circ$.

Áp dụng công thức tính diện tích tam giác ta có:

$$S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot CD \cdot \sin BCD = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot \sin 120^\circ = 4\sqrt{3} (m^2).$$

$$S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} \cdot BA \cdot BD \cdot \sin ABD = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot \sqrt{48} \cdot \sin 70^\circ \approx 19,53 (m^2).$$

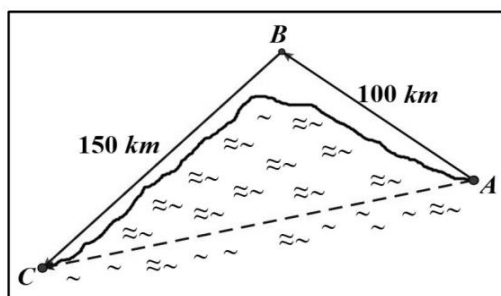
$$\Rightarrow S_{ABCD} = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle BCD} \approx 19,53 + 4\sqrt{3} \approx 26,46 (m^2).$$

Số tiền để lát gạch cả mảnh đất đó là: $26,46 \cdot 400 = 10584$ nghìn đồng.

Câu 5: Cho hai địa điểm A và C như hình vẽ. Biết $AB = 100$ (km), $BC = 150$ (km), $\angle ABC = 100^\circ$. Bạn An muốn đi từ A đến C bằng một trong hai cách sau đây:

Cách 1: Đi tàu thủy từ A đến C với vận tốc 30km/h.

Cách 2: Đi xe hơi từ A đến B rồi từ B đến C với vận tốc 50(km/h).



Diện tích $\triangle ABC$ là:

A. $S_{ABC} \approx 7386,06 (km^2)$.

B. $S_{ABC} \approx 7387 (km^2)$.

C. $S_{ABC} \approx 7385,06 (km^2)$.

D. $S_{ABC} \approx 7384,06 (km^2)$.

Lời giải

Áp dụng định lý cosin cho $\triangle ABC$ ta có:

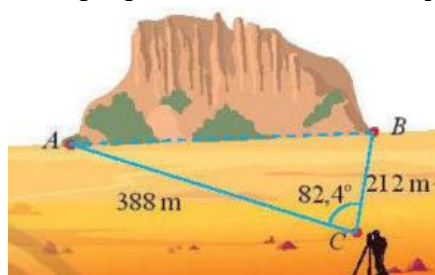
$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos ABC \Rightarrow AC = \sqrt{AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos ABC}$$

Theo định lý cosin ta có:

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos ABC} = \sqrt{100^2 + 150^2 - 2 \cdot 100 \cdot 150 \cdot \cos 100^\circ} \approx 194,19(\text{km})$$

$$\text{Diện tích tam giác } ABC: S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot BA \cdot BC \cdot \sin ABC = \frac{1}{2} \cdot 100 \cdot 150 \cdot \sin 100^\circ \approx 7386,06 \text{ km}^2$$

Câu 6: Một đường hầm được dự kiến xây dựng xuyên qua một ngọn núi. Để ước tính chiều dài của đường hầm, một kỹ sư thực hiện các phép đo đạc và cho ra kết quả như hình vẽ dưới.



Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng:

- A. 210. B. 211,35. C. 211,5. D. 212,35.

Lời giải

Áp dụng định lý cosin cho $\triangle ABC$ ta có: $AB^2 = CA^2 + CB^2 - 2CA \cdot CB \cdot \cos C$

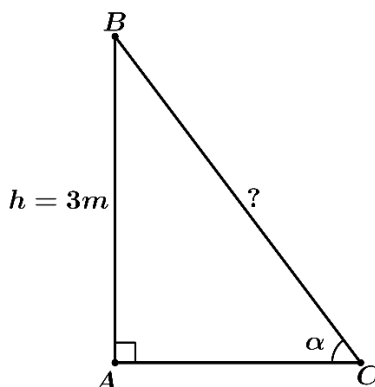
Áp dụng định lý cosin cho $\triangle ABC$ ta có:

$$AB^2 = CA^2 + CB^2 - 2CA \cdot CB \cdot \cos C = 388^2 + 212^2 - 2 \cdot 388 \cdot 212 \cdot \cos 82,4^\circ = 173730,2367$$

$$\Rightarrow AB \approx 417 \text{ m.}$$

Theo định lý sin trong tam giác ABC , ta có: $\frac{AB}{\sin C} = 2R \Rightarrow R = \frac{AB}{2 \sin C} = \frac{417}{2 \sin 82,4^\circ} \approx 210,35 \text{ m}$

Câu 7: Nhà bạn Bình có gác lửng cao so với nền nhà là 3 m . Ba của bạn Bình cần đặt một chiếc thang đi lên gác, biết khi đặt thang phải để thang tạo với mặt đất một góc 70° thì đảm bảo sự an toàn khi sử dụng (như hình vẽ).



Chiều dài của chiếc thang cần làm là

- A. 3. B. 3,19. C. 3,5. D. 3,4.

Lời giải

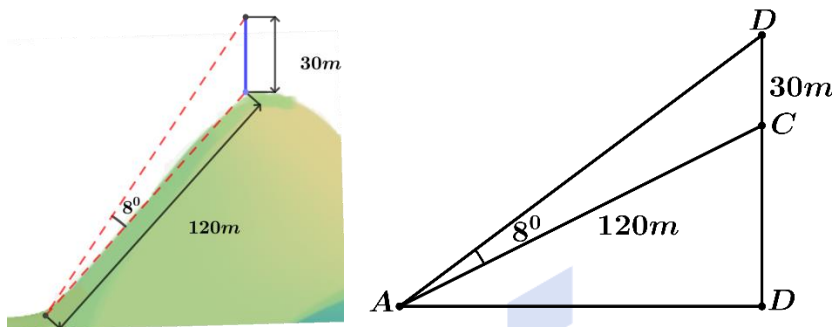
Theo tỉ số lượng giác của góc nhọn trong tam giác vuông ABC ta có $\sin \alpha = \frac{AB}{BC}$

Độ lớn góc $ACB = 70^\circ$

Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có: $\sin \alpha = \frac{AB}{BC} \Rightarrow BC = \frac{AB}{\sin \alpha} = \frac{3}{\sin 70^\circ} \approx 3,19m$.

Vậy chiều dài của chiếc thang cần làm là $l \approx 3,19m$

Câu 8: Một tháp nước cao $30m$ ở trên đỉnh của một ngọn đồi. Từ tháp đến chân ngọn đồi dài $120m$ và người ta quan sát thấy góc tạo thành giữa đỉnh và chân tháp là 8° (như hình vẽ).



Tính diện tích $\triangle ABC$

A. 1200.

B. 1204,4.

C. 1205,4.

D. 1206.

Lời giải

Theo định lý sin trong tam giác ABC ta có $\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} = 2R \Rightarrow \sin B = \frac{AC \cdot \sin A}{BC}$

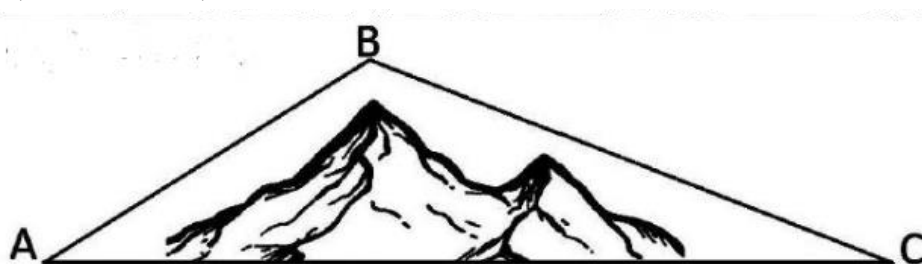
Ta có: $\sin B = \frac{AC \cdot \sin A}{BC} = \frac{120 \cdot \sin 8^\circ}{30} \approx 0,55 \Rightarrow ABC \approx 34^\circ$

Vì $ABC \approx 34^\circ$ nên $ACB = 180^\circ - ABC - ACB = 180^\circ - 8^\circ - 34^\circ = 138^\circ$.

Vậy diện tích tam giác ABC :

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot CB \cdot CA \cdot \sin ACB = \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 120 \cdot \sin 138^\circ \approx 1204,4 \text{ (đvdt)}$$

Câu 9: Giữa hai địa điểm A và C là một ngọn núi cao. Để đi từ A đến C , các xe ô tô có thể chạy đường tránh gồm hai đoạn đường là đi thẳng từ A đến B rồi đi thẳng từ B đến C , hoặc chạy thẳng qua hầm chui nối từ A đến C . Biết rằng các đoạn đường này tạo thành tam giác ABC có $AB = 16 \text{ km}$, $AC = 33 \text{ km}$, $BAC = 45^\circ$.



Tư vấn hướng nghiệp cho học sinh bằng phân tích nhân tướng học – xem chỉ tay – tử vi

Nếu ô tô đi thẳng qua hầm chui thì phải qua trạm thu phí qua hầm với mức giá 60.000 đồng được thu qua hình thức thu phí không dừng. Nếu ô tô đi qua đường tránh thì không mất phí. Nhiều phương tiện vẫn chọn đi đường tránh để không mất khoản phí qua hầm này. Một chiếc ô tô điện Vinfast VF e34 có thể đi được 300km sau một lần sạc đầy. Khi đến A xe đã đi được 262 km kể từ lần sạc đầy gần nhất. Tại C có một trạm sạc điện, ngoài ra trên đường đi không có một trạm sạc nào. Tài xế kiểm tra tài khoản thu phí không dừng vẫn còn đủ tiền phí qua trạm và xe không có sạc dự phòng. Tính diện tích của tam giác ABC (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

A. 189.

B. 187.

C. 185.

D. 181.

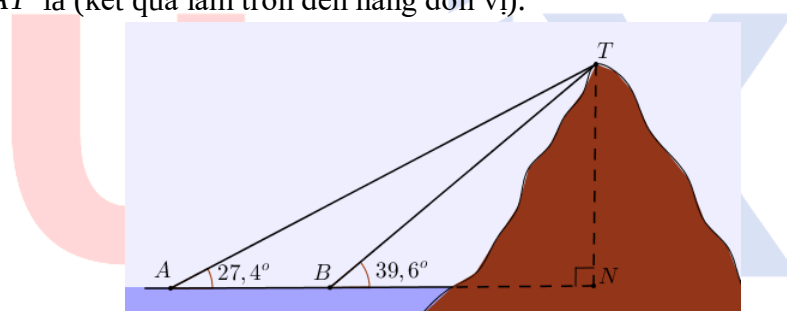
Lời giải

Ta có: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos A$

Ta có: $BC = \sqrt{16^2 + 33^2 - 2.16.33.\cos 45^\circ} \approx 24,46 \text{ km}$

Diện tích tam giác ABC: $S_{ABC} = \frac{1}{2}.AB.AC.\sin A = \frac{1}{2}.16.33.\sin 45^\circ \approx 187 \text{ (đvdt)}$

Câu 10: Các góc nhìn đến đỉnh núi so với mực nước biển được đo từ hai đèn tín hiệu A và B trên biển được thể hiện trên hình vẽ. Nếu các đèn tín hiệu cách nhau 1536 m. Khoảng cách từ điểm B đến cạnh AT là (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



A. 705.

B. 701.

C. 707.

D. 703.

Lời giải

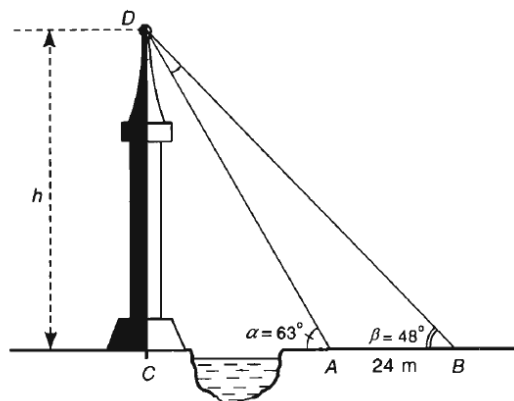
Ta có: $ATB = TBN - TAB = 12,2^\circ$; $ABT = 180^\circ - 39,6^\circ = 140,4^\circ$

Theo định lí sin ta có: $\frac{AT}{\sin 140,4^\circ} = \frac{AB}{\sin 12,2^\circ} \Rightarrow AT \approx 4633m$.

Diện tích tam giác ABT là: $S = \frac{1}{2}AT.AB.\sin 27,4^\circ \approx 1637457m^2$.

Ta có: $S_{\triangle ABT} = \frac{1}{2}AT.h_b \Rightarrow h_b = \frac{2S_{\triangle ABT}}{AT} \approx 707m$.

Câu 11: Giả sử $CD = h$ là chiều cao của tháp trong đó C là chân tháp. Chọn hai điểm A, B trên mặt đất sao cho ba điểm A, B và C thẳng hàng. Ta đo được $AB = 24 \text{ m}$, $CAD = 63^\circ$, $CBD = 48^\circ$. (Tham khảo hình vẽ bên dưới). Các mệnh đề sau đúng hay sai? (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).



Chiều cao của tháp là

- A. 60. B. 62,4. C. 63,4. D. 61,4.

Lời giải

Xét tam giác ADB với $B = 48^\circ$ và $A = 180^\circ - 63^\circ = 117^\circ$.

Áp dụng công thức $D + B + A = 180^\circ \Rightarrow D = 180^\circ - (B + A) = 15^\circ$.

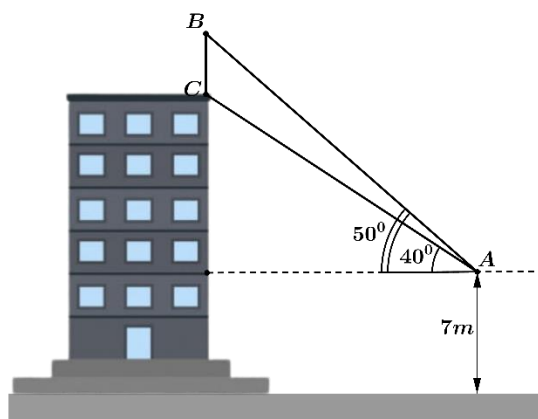
Áp dụng định lí sin, ta được: $\frac{AB}{\sin D} = \frac{AD}{\sin B} \Rightarrow AD = \sin B \cdot \frac{AB}{\sin D} = \sin 48^\circ \cdot \frac{24}{\sin 15^\circ} \approx 68,9 \text{ m}$.

Xét tam giác ADC vuông tại C với $A = 63^\circ$ và $AD = 68,9 \text{ m}$.

Áp dụng tỉ số lượng giác trong tam giác ADC vuông tại C , ta được:

$$\sin A = \frac{DC}{AD} \Rightarrow DC = AD \cdot \sin A \approx 61,4 \text{ m}.$$

Câu 12: Trên nóc một tòa nhà có một cột ăng-ten cao 5 m. Từ một vị trí quan sát A cao 7 m so với mặt đất có thể nhìn thấy đỉnh B và chân C của cột ăng-ten, với các góc tương ứng là 50° và 40° so với phương nằm ngang (tham khảo hình vẽ dưới đây) (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).



Chiều cao của tòa nhà là

- A. 19,5. B. 18,9. C. 18,2 D. 18,5.

Lời giải

Chiều cao của tòa nhà $h = CD + DF$

Xét tam giác ABC với $BAC = 10^\circ$; $ABC = 40^\circ$; $ACB = 130^\circ$ và $BC = 5$ m.

Áp dụng định lí sin, ta có:

$$\frac{BC}{\sin BAC} = \frac{AC}{\sin ABC} \Rightarrow AC = \sin ABC \cdot \frac{BC}{\sin BAC} = \sin 40^\circ \cdot \frac{5}{\sin 10^\circ} \approx 18,5 \text{ m.}$$

Xét tam giác ADC vuông tại D với $CAD = 40^\circ$ và $AC = 18,5$ m.

$$\text{Áp dụng tỉ số lượng giác ta có: } \sin CAD = \frac{DC}{AC} \Rightarrow DC = AC \cdot \sin A = 18,5 \cdot \sin 40^\circ \approx 11,9 \text{ m.}$$

Lại có: $DF = 7$ m. Vậy $h = CD + DF = 11,9 + 7 = 18,9$ m.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

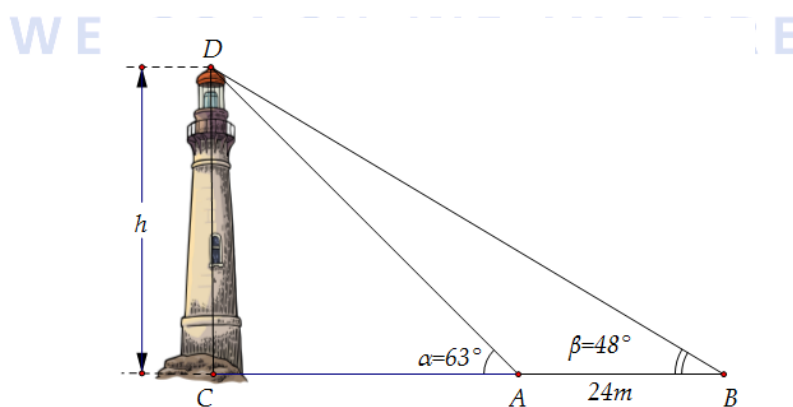
Câu 1: Cho tam giác ABC có các cạnh $a = 4, b = 5$ (giả thiết áp dụng cho câu a, b, c). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Công thức tính diện tích của $\triangle ABC$ là $S = \frac{abc}{2R}$.

b) Diện tích $\triangle ABC$ bằng $10\sqrt{3}$.

c) Chiều cao hạ từ đỉnh C của $\triangle ABC$ bằng $\frac{10\sqrt{7}}{7}$.

d) Giả sử $CD = h$ là chiều cao của tháp trong đó C là chân tháp. Chọn hai điểm A, B trên mặt đất sao cho ba điểm A, B, C thẳng hàng như hình vẽ dưới đây. Giả sử $AB = 24$ m, $CAD = 63^\circ$; $CBD = 48^\circ$. Chiều cao h của khối tháp nhỏ hơn 62 (m).



Lời giải

a) Sai: Ta có: $S = \frac{abc}{4R}$.

b) Sai: Ta có: $S = \frac{1}{2}ab \sin C = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5 \sin 60^\circ = 5\sqrt{3}$.

c) Đúng: Ta có: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C = 4^2 + 5^2 - 2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \cos 60^\circ = 21 \Rightarrow c = \sqrt{21}$

$$\text{Diện tích khi đó: } S = \frac{1}{2}ch_c \Rightarrow h_c = \frac{2S}{c} = \frac{2.5\sqrt{3}}{\sqrt{21}} = \frac{10\sqrt{7}}{7}.$$

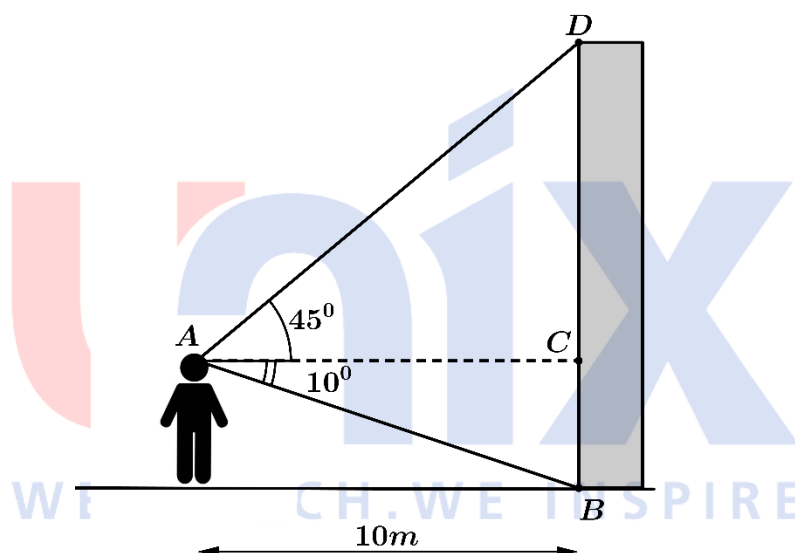
d) Đúng: Ta có $CAD = 63^\circ \Rightarrow BAD = 117^\circ \Rightarrow ADB = 180^\circ - (117^\circ + 48^\circ) = 15^\circ$

$$\text{Áp dụng định lý sin trong tam giác ABD ta có: } \frac{AB}{\sin ADB} = \frac{BD}{\sin BAD} \Rightarrow BD = \frac{AB \cdot \sin BAD}{\sin ADB}$$

$$\text{Tam giác BCD vuông tại C nên có: } \sin CBD = \frac{CD}{BD} \Rightarrow CD = BD \cdot \sin CBD$$

$$\text{Vậy } CD = \frac{AB \cdot \sin BAD \cdot \sin CBD}{\sin ADB} = \frac{24 \cdot \sin 117^\circ \cdot \sin 48^\circ}{\sin 15^\circ} \approx 61,4(m)$$

Câu 2: Một người quan sát đứng cách một cái tháp 10(m), nhìn thẳng cái tháp dưới một góc 55° và được phân tích như trong hình. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



- a) Số đo của góc $ADC = 45^\circ$
- b) Độ dài đoạn AB xấp xỉ bằng 10,15(m).
- c) Diện tích $\triangle ACD$ bằng $100(m^2)$.
- d) Chiều cao của tháp xấp xỉ bằng 11,76(m).

Lời giải

a) Đúng: $ADC = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$.

b) Đúng: $\cos CAB = \frac{AC}{AB} \Rightarrow AB = \frac{10}{\cos 10^\circ} \approx 10,15(m)$.

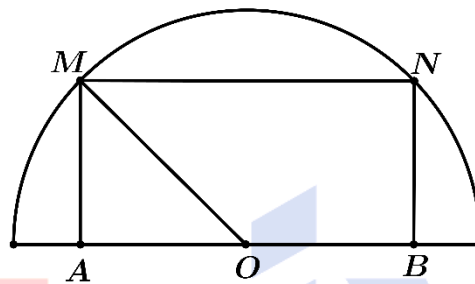
c) Đúng: $\cos CAD = \frac{AC}{AD} \Rightarrow AD = \frac{10}{\cos 45^\circ} \approx 10\sqrt{2}(m)$

$$\text{Khi đó } S_{ACD} = \frac{1}{2} AD \cdot AC \sin 45^\circ = \frac{1}{2} \cdot 10\sqrt{2} \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 50(m^2).$$

$$\text{d) Đúng: Ta có } S_{ABD} = \frac{1}{2} AD \cdot AB \sin 55^\circ = \frac{1}{2} \cdot 10\sqrt{2} \cdot 10,15 \sin 55^\circ \approx 58,79(m^2)$$

$$\text{Mặt khác } S_{ABD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD \Rightarrow BD = \frac{2S_{ABD}}{AC} = \frac{2 \cdot 58,79}{10} \approx 11,76(m).$$

Câu 3: Nhà bác An có một khoảng đất trống phía trước nhà là nửa đường tròn bán kính $R=1m$, bác muốn trồng hoa trên diện tích là hình chữ nhật nội tiếp trong nửa đường tròn sao cho một cạnh của hình chữ nhật nằm dọc theo đường kính của đường tròn. Giả sử khoảng đất được mô phỏng như hình vẽ. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



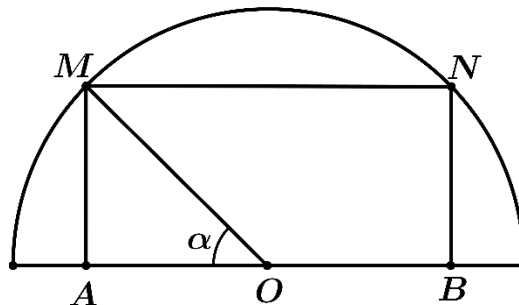
a) Độ dài đoạn $OM=1(m)$.

b) Nếu $AM=0,8(m)$ thì diện tích $\triangle AMO$ bằng $0,24(m^2)$.

c) Nếu $AM=0,5m$ và chu vi hình chữ nhật $AMNB$ bằng $1+2\sqrt{3}(m)$ thì diện tích đất trồng hoa bằng $\sqrt{3}(m^2)$.

d) Nếu $\angle AOM = \alpha$, mảnh đất trồng hoa có diện tích lớn nhất khi $\alpha = 90^\circ$.

Lời giải



a) Đúng: Ta có $OM=R=1(m)$.

b) Đúng: $\triangle AMO$ có $OM=1, AM=0,8(m)$ suy ra $AO = \sqrt{1-0,8^2} = \frac{3}{5}(m)$

$$\text{Vậy diện tích } \triangle AMO: S = \frac{1}{2} AM \cdot AO = \frac{1}{2} \cdot 0,8 \cdot \frac{3}{5} = \frac{6}{25}(m^2)$$

c) Sai: Ta có $2.(0,5 + AB) = 1 + 2\sqrt{3} \Leftrightarrow AB = \sqrt{3}(m)$; $S_{AMNB} = AB.AM = 0,5.\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}(m^2)$.

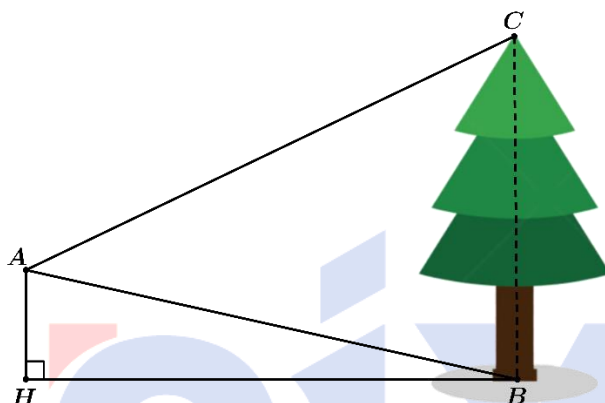
d) Ta có $\angle AOM = \alpha$, nên $MA = OM.\sin \alpha = \sin \alpha(m)$

$OA = OM.\cos \alpha = \cos \alpha(m)$ suy ra $AB = 2OA = 2\cos \alpha$.

Vậy diện tích $AMNB$: $S_{AMNB} = AM.AB = 2\sin \alpha \cos \alpha = \sin 2\alpha$

Do $0 \leq \sin 2\alpha \leq 1$ nên diện tích mảnh đất trồng hoa lớn nhất là $1(m^2)$ khi $2\alpha = 90^\circ \Leftrightarrow \alpha = 45^\circ$

Câu 4: Từ vị trí A người ta quan sát một cây cao (tham khảo hình bên dưới). Biết rằng độ dài $AH = 4(m)$; $HB = 20m$, $\angle BAC = 45^\circ$.



a) Diện tích $\triangle AHB$ bằng $40(m^2)$.

b) Nếu $\angle ACB = 45^\circ$ thì độ dài đoạn $AC = 10(m)$.

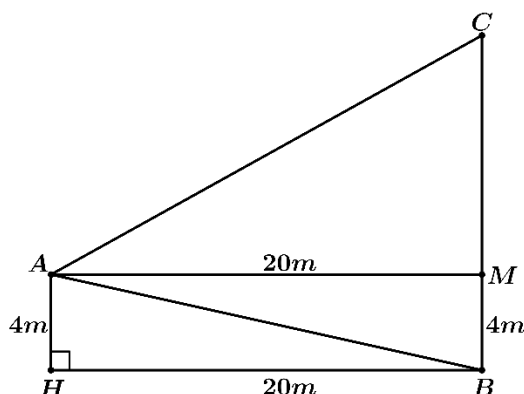
c) Số đo của góc $\angle ABC$ xấp xỉ $78^\circ 41'$.

d) Chiều cao của cây xấp xỉ bằng $17,33(m)$.

Lời giải

a) Đúng: Ta có $S_{\triangle AHB} = \frac{1}{2}AH.HB = \frac{1}{2}.4.20 = 40(m^2)$.

b) Sai: Kẻ $AM \perp BC$ ta có $AM = HB = 20(m)$



$$\text{Xét } \triangle AMC \text{ ta có } \sin ACM = \frac{AM}{AC} \Rightarrow AC = AM \cdot \sin 45^\circ = 20 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2} (m).$$

$$\text{c) Đúng: Ta có } \tan BAH = \frac{HB}{AH} = 5 \Rightarrow BAH \approx 78^\circ 41' \text{ mà } ABC = BAH = 78^\circ 41'.$$

$$\text{d) Đúng: Ta có } AB = \sqrt{AH^2 + HB^2} = \sqrt{4^2 + 20^2} = 4\sqrt{26} (m) \text{ và } ABC = BAH = 78^\circ 41'$$

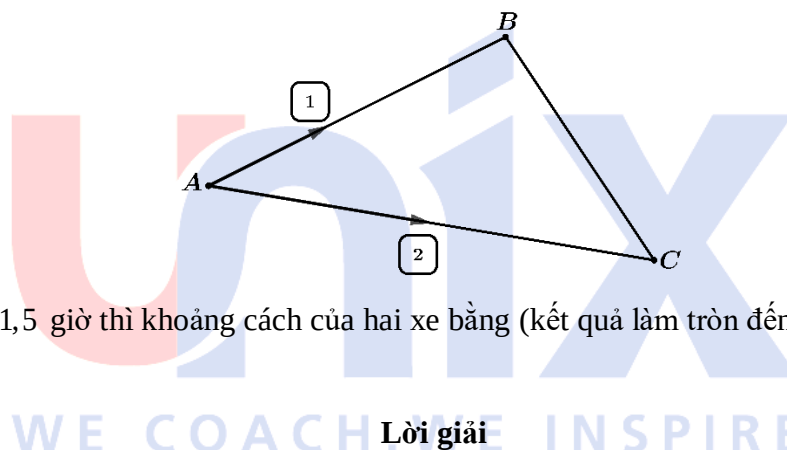
$$\text{Suy ra: } ACB = 180^\circ - 45^\circ - 78^\circ 41' = 56^\circ 19'$$

Áp dụng định lý sin cho tam giác ABC ta có :

$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow BC = \frac{AB \cdot \sin A}{\sin C} = \frac{4\sqrt{26} \cdot \sin 45^\circ}{\sin 56^\circ 19'} \approx 17,33 (m).$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1: Hai chiếc xe cùng xuất phát ở vị trí A , đi theo hai hướng tạo với nhau một góc 60° . Xe thứ nhất chạy với tốc độ $30(km/h)$, xe thứ hai chạy với tốc độ $40(km/h)$ (tham khảo hình vẽ).



Sau thời gian 1,5 giờ thì khoảng cách của hai xe bằng (kết quả làm tròn đến một chữ số sau dấu phẩy).

Lời giải

Ta có quãng đường xe thứ nhất đi sau 1,5 giờ là $S_1 = 30 \cdot 1,5 = 45(km)$ và quãng đường xe thứ hai đi sau 1,5 giờ là : $S_2 = 40 \cdot 1,5 = 60km$ nên ta có:

$$BC = \sqrt{45^2 + 60^2 - 2 \cdot 45 \cdot 60 \cdot \cos 60^\circ} = 15\sqrt{3} \approx 21,2(km)$$

Câu 2: Bác An cần đo khoảng cách từ một điểm trên bờ sông đến một điểm B ở giữa hồ mà không thể đến trực tiếp được. Bác sử dụng giác kế để chọn điểm C cùng nằm trên bờ với A sao cho $BAC = 30^\circ$; $ACB = 100^\circ$ và cạnh $AC = 50(m)$. Tính khoảng cách AB (kết quả làm tròn đến một chữ số sau dấu phẩy).

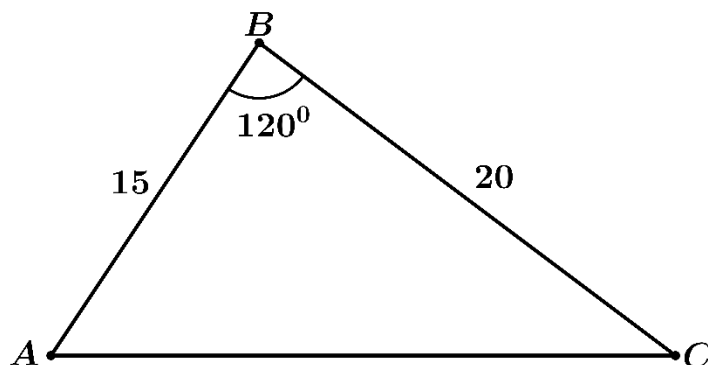
Lời giải

$$\text{Ta có: } B = 180^\circ - (A + C) = 180^\circ - 30^\circ - 100^\circ = 50^\circ$$

$$\text{Áp dụng định lí sin ta có } \frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B} \Rightarrow AB = \frac{AC \cdot \sin C}{\sin B} = \frac{50 \cdot \sin 100^\circ}{\sin 50^\circ} \approx 64,3(m)$$

Câu 3: Một ô tô muốn đi từ A đến C nhưng giữa A và C là một ngọn núi cao nên ô tô phải đi thành hai đoạn từ A đến B rồi từ B đến C , các đoạn đường tạo thành tam giác ABC có

$AB = 15(\text{km})$ $BC = 20(\text{km})$ và $\angle ABC = 120^\circ$ (tham khảo hình vẽ bên dưới). Giả sử ô tô chạy 5 km tốn một lít xăng, giá một lít xăng là 20.000 đồng. Nếu người ta làm một đoạn đường hầm xuyên núi chạy thẳng từ A đến C , khi đó ô tô chạy trên con đường này sẽ tiết kiệm được bao nhiêu nghìn đồng so với chạy trên đường cũ.



Lời giải

Quãng đường ô tô đi từ A đến C qua B là: $S_1 = AB + BC = 15 + 20 = 35(\text{ km})$.

Áp dụng định lý côsin vào tam giác ABC ta có: $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos \angle ABC$
 $= 15^2 + 20^2 - 2 \cdot 15 \cdot 20 \cdot \cos 120^\circ = 925 \Rightarrow AC = 5\sqrt{37}(\text{ km})$.

Nếu đi theo đường hầm thì quãng đường ô tô đi ít hơn là $S = S_1 - AC = 35 - 5\sqrt{37} \approx 4,6(\text{ km})$.

Ô tô tiết kiệm được số tiền là $\frac{4,6}{5} \cdot 20000 = 18400$ (đồng) hay 18,4 (nghìn đồng).

Câu 4: Trên nóc một tòa nhà có một cột ăng-ten cao $5(m)$. Từ vị trí quan sát A cao $7(m)$ so với mặt đất, có thể nhìn thấy đỉnh B và chân C của cột ăng-ten dưới góc 50° và 40° so với phương nằm ngang như hình vẽ. Tính khoảng cách từ điểm A đến chân C của cột (kết quả làm tròn đến một chữ số sau dấu phẩy)

Lời giải

Tam giác ABD vuông tại D có $\angle BAD = 50^\circ \Rightarrow \angle ABD = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$.

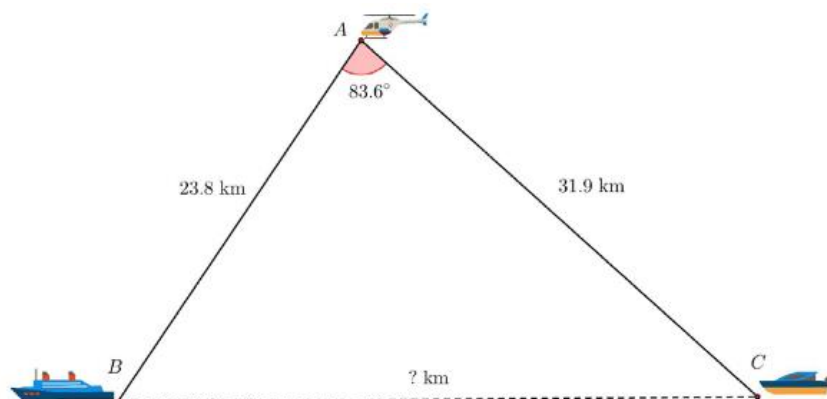
$\angle ACD = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ \Rightarrow \angle ACB = 180^\circ - \angle ACD = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$

Từ hình vẽ suy ra $\angle BAC = 10^\circ$ và $\angle ABD = 180^\circ - (\angle BAD + \angle ADB) = 180^\circ - (50^\circ + 90^\circ) = 40^\circ$

Áp dụng định lý sin trong tam giác ABC ta có:

$$\frac{BC}{\sin \angle BAC} = \frac{AC}{\sin \angle ABC} \Rightarrow AC = \frac{BC \cdot \sin \angle ABC}{\sin \angle BAC} = \frac{5 \cdot \sin 40^\circ}{\sin 10^\circ} \approx 18,5(m)$$

Câu 5: Một máy bay trực thăng A quan sát hai tàu B và C , B cách trực thăng 23,8km và C cách trực thăng 31,9 km. Góc nhìn $\angle BAC$ từ trực thăng đến hai tàu là $83,6^\circ$ như hình vẽ dưới đây. (Các kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



Tính khoảng cách từ điểm A đến cạnh BC (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

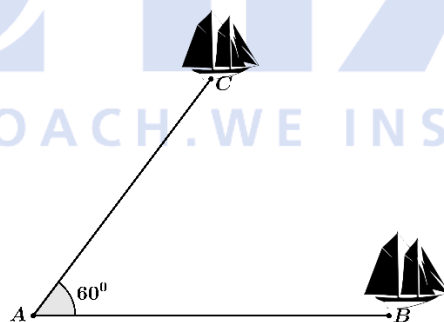
Diện tích tam giác ABC là: $S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin BAC = \frac{1}{2} \cdot 23,8 \cdot 31,9 \cdot \sin 83,6^\circ \approx 377 \text{ (km}^2\text{)}.$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos BAC = (23,8)^2 + (31,9)^2 - 2 \cdot 23,8 \cdot 31,9 \cdot \cos 83,6^\circ \approx 1415$$

$$\Rightarrow BC \approx 38 \text{ (km)}.$$

Khoảng cách từ A đến BC là: $\frac{2S_{ABC}}{BC} = \frac{2 \cdot 377}{38} \approx 20 \text{ (km)}.$

Câu 6: Hai chiếc tàu thủy cùng xuất phát từ vị trí A , đi thẳng theo hai hướng hợp với nhau một góc 60° . Tàu thứ nhất chạy với tốc độ 30 km/h , tàu thứ hai chạy với tốc độ 40 km/h . Sau 2 h , tàu thứ nhất ở vị trí C , tàu thứ hai ở vị trí B (tham khảo hình vẽ dưới).



Gọi S là diện tích của tam giác ABC . Tính $\frac{S}{100\sqrt{3}}$.

Lời giải

Vị trí tàu thủy thứ nhất và tàu thủy thứ hai sau 2 giờ lần lượt ở vị trí C và B .

Do tàu thứ nhất chạy với tốc độ 30 km/h nên $AC = 30 \cdot 2 = 60 \text{ (km)}$.

Do tàu thứ hai chạy với tốc độ 40 km/h nên $AB = 40 \cdot 2 = 80 \text{ (km)}$.

Diện tích tam giác ABC là: $S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A = \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot 80 \cdot \sin 60^\circ = 1200\sqrt{3} \text{ km}^2 \Rightarrow \frac{S}{100\sqrt{3}} = 12$

-----HẾT-----

