

MỤC LỤC

♦ CHƯƠNG 2. BẤT PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN.....	2
▣ BÀI 1. BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN.....	2
✱. Đề kiểm tra rèn luyện.....	2
♦ Đề 1:	2
♦ Đề 2:	17
♦ Đề 3:	28

▣ **BÀI 1. BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN**

✱. **Đề kiểm tra rèn luyện**

♦ **Đề 1:**

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp các điểm có tọa độ là nghiệm của bất phương trình $ax + by \leq c$ (các hệ số a, b, c là những số thực, a và b không đồng thời bằng 0) không được gọi là miền nghiệm của nó.
- B.** Biểu diễn tập nghiệm của bất phương trình $2x - 3y + 1 < 0$ trên hệ trục Oxy là đường thẳng $2x - 3y + 1 = 0$.
- C.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp các điểm có tọa độ là nghiệm của bất phương trình $ax + by \leq c$ (các hệ số a, b, c là những số thực, a và b không đồng thời bằng 0) được gọi là miền nghiệm của nó.
- D.** Nghiệm của bất phương trình $ax + by \leq c$ (các hệ số a, b, c là những số thực, a và b không đồng thời bằng 0) là tập rỗng.

Lời giải

Chọn C

Câu 2: Câu nào sau đây **sai**?

Miền nghiệm của bất phương trình $-x + 2 + 2(y - 2) < 2(1 - x)$ là nửa mặt phẳng chứa điểm

- A.** $(0; 0)$.
- B.** $(1; 1)$.
- C.** $(4; 2)$.
- D.** $(1; -1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $-x + 2 + 2(y - 2) < 2(1 - x) \Leftrightarrow -x + 2 + 2y - 4 < 2 - 2x \Leftrightarrow x + 2y < 4$.

Để thấy tại điểm $(4; 2)$ ta có: $4 + 2 \cdot 2 = 8 > 4$.

Câu 3: Câu nào sau đây đúng?

Miền nghiệm của bất phương trình $3(x - 1) + 4(y - 2) < 5x - 3$ là nửa mặt phẳng chứa điểm

- A.** $(0; 0)$.
- B.** $(-4; 2)$.
- C.** $(-2; 2)$.
- D.** $(-5; 3)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $3(x - 1) + 4(y - 2) < 5x - 3 \Leftrightarrow 3x - 3 + 4y - 8 < 5x - 3 \Leftrightarrow 2x - 4y + 8 > 0$
 $\Leftrightarrow x - 2y + 4 > 0$

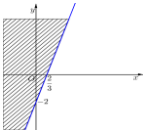
Để thấy tại điểm $(0; 0)$ ta có: $0 - 2 \cdot 0 + 4 = 4 > 0$.

Câu 4: Miền nghiệm của bất phương trình $-3x + y + 2 \leq 0$ không chứa điểm nào sau đây?

- A. $A(1; 2)$. B. $B(2; 1)$. C. $C\left(1; \frac{1}{2}\right)$. D. $D(3; 1)$.

Lời giải

Chọn A



Trước hết, ta vẽ đường thẳng $(d): -3x + y + 2 = 0$.

Ta thấy $(0; 0)$ không là nghiệm của bất phương trình.

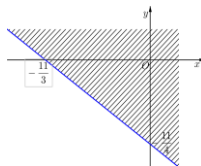
Vậy miền nghiệm là nửa mặt phẳng bờ (d) không chứa điểm $(0; 0)$.

Câu 5: Miền nghiệm của bất phương trình $x + 3 + 2(2y + 5) < 2(1 - x)$ không chứa điểm nào sau đây?

- A. $A(-1; -2)$. B. $B\left(-\frac{1}{11}; -\frac{2}{11}\right)$. C. $C(0; -3)$. D. $D(-4; 0)$.

Lời giải

Chọn B



Đầu tiên, thu gọn bất phương trình đề bài đã cho về thành $3x + 4y + 11 < 0$.

Ta vẽ đường thẳng $(d): 3x + 4y + 11 = 0$.

Ta thấy $(0; 0)$ không là nghiệm của bất phương trình.

Vậy miền nghiệm là nửa mặt phẳng (không kể bờ (d)) không chứa điểm $(0; 0)$.

Câu 6: Miền nghiệm của bất phương trình $2x + y > 1$ không chứa điểm nào sau đây?

- A. $A(1; 1)$. B. $B(2; 2)$. C. $C(3; 3)$. D. $D(-1; -1)$.

Lời giải

Chọn D

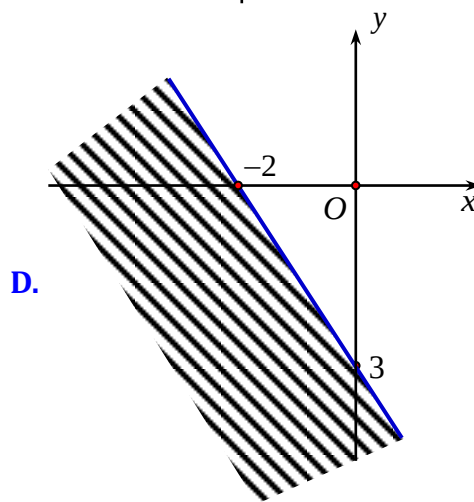
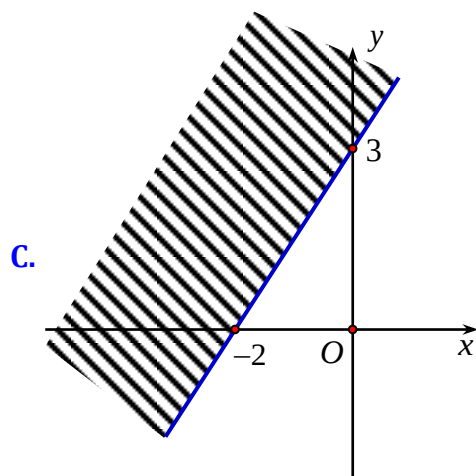
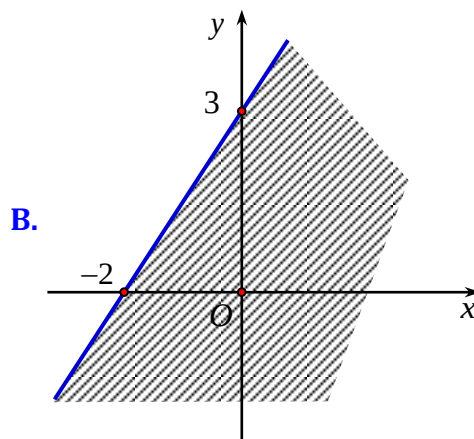
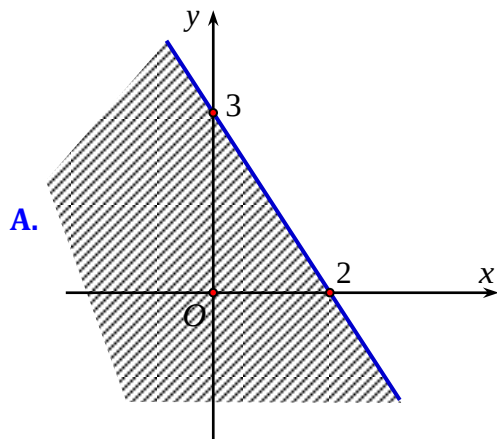


Trước hết, ta vẽ đường thẳng $(d): 2x + y = 1$.

Ta thấy $(0; 0)$ không là nghiệm của bất phương trình đã cho.

Vậy miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng (không kể bờ (d)) không chứa điểm $(0; 0)$.

Câu 7: Miền nghiệm của bất phương trình $3x + 2y > -6$ là

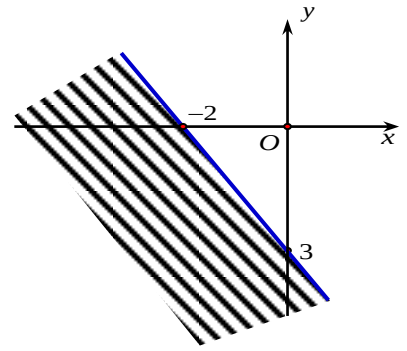


Lời giải

Chọn D

Trước hết, ta vẽ đường thẳng $(d): 3x + 2y = -6$.

Ta thấy $(0; 0)$ là nghiệm của bất phương trình đã cho. Vậy miền nghiệm cần tìm là nửa mặt phẳng (không kể bờ (d)) chứa điểm $(0; 0)$.



Câu 8: Cho bất phương trình $-2x + \sqrt{3}y + \sqrt{2} \leq 0$ có tập nghiệm là S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $(1; 1) \in S$. B. $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; 0\right) \in S$. C. $(1; -2) \notin S$. D. $(1; 0) \notin S$.

Lời giải

Chọn B

Ta thấy $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; 0\right) \in S$ vì $-2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{3} \cdot 0 + \sqrt{2} = 0$.

Câu 9: Cặp số $(x; y) = (2; 3)$ là nghiệm của bất phương trình nào sau đây?

- A. $4x > 3y$. B. $x - 3y + 7 < 0$. C. $2x - 3y - 1 > 0$. D. $x - y < 0$.

Lời giải

Chọn D

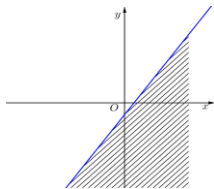
Ta có $2 - 3 = -1 < 0$ nên Chọn **D**.

Câu 10: Miền nghiệm của bất phương trình $2x - \sqrt{2}y + \sqrt{2} - 2 \leq 0$ chứa điểm nào sau đây?

- A. $A(1; 1)$. B. $B(1; 0)$. C. $C(\sqrt{2}; \sqrt{2})$. D. $D(\sqrt{2}; -\sqrt{2})$.

Lời giải

Chọn A



Trước hết, ta vẽ đường thẳng $(d): 2x - \sqrt{2}y + \sqrt{2} - 2 = 0$.

Ta thấy $(0; 0)$ là nghiệm của bất phương trình đã cho.

Vậy miền nghiệm cần tìm là nửa mặt phẳng bờ (d) chứa điểm $(0; 0)$.

Câu 11: Cho bất phương trình $2x + 4y < 5$ có tập nghiệm là S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $(1; 1) \in S$. B. $(1; 10) \in S$. C. $(1; -1) \in S$. D. $(1; 5) \in S$.

Lời giải

Chọn C

Ta thấy $(1; -1)$ thỏa mãn hệ phương trình do đó $(1; -1)$ là một cặp nghiệm của hệ phương trình.

Câu 12: Cho bất phương trình $x - 2y + 5 > 0$ có tập nghiệm là S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $(2; 2) \in S$. B. $(1; 3) \in S$. C. $(-2; 2) \in S$. D. $(-2; 4) \in S$.

Lời giải

Chọn A

Ta thấy $(2; 2) \in S$ vì $2 - 2 \cdot 2 + 5 > 0$.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau

- a) $\frac{-1}{7}x - \frac{y}{3} \leq 8$ là bất phương trình bậc nhất hai ẩn;
b) $\sqrt{2}x^2 - 5\sqrt{y} \geq 8$ là bất phương trình bậc nhất hai ẩn;
c) $2\frac{1}{x} - 5\frac{1}{y} > 8$ là bất phương trình bậc nhất hai ẩn;
d) $\frac{2}{-5}x - 5^2y \leq -\sqrt{15}$ là bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

Các bất phương trình bậc nhất hai ẩn là: $\frac{-1}{7}x - \frac{y}{3} \leq 8$ và $\frac{2}{-5}x - 5^2y \leq -\sqrt{15}$.

Câu 2. Cho bất phương trình bậc nhất hai ẩn $2x - 5y \leq 8$. Khi đó:

- a) $(3; -4)$ không là một nghiệm của bất phương trình
b) $(-2; 2)$ không là một nghiệm của bất phương trình
c) $(-3; -1)$ là một nghiệm của bất phương trình
d) $(5; 0)$ không là một nghiệm của bất phương trình

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

Thay $(3; -4)$ vào bất phương trình $2x - 5y \leq 8$ ta được $2.3 - 5.(-4) \leq 8 \Leftrightarrow 26 \leq 8$

(vô lí), nên $(3; -4)$ không là một nghiệm của bất phương trình $2x - 5y \leq 8$.

Thay $(-2; 2)$ vào bất phương trình $2x - 5y \leq 8$ ta được $2.(-2) - 5.2 \leq 8 \Leftrightarrow -14 \leq 8$

(đúng), nên $(-2; 2)$ là một nghiệm của bất phương trình $2x - 5y \leq 8$.

Thay $(-3; -1)$ vào bất phương trình $2x - 5y \leq 8$ ta được

$2.(-3) - 5.(-1) \leq 8 \Leftrightarrow -1 \leq 8$ (đúng), nên $(-3; -1)$ là một nghiệm của bất phương trình $2x - 5y \leq 8$.

Thay $(5; 0)$ vào bất phương trình $2x - 5y \leq 8$ ta được $2.5 - 5.0 \leq 8 \Leftrightarrow 10 \leq 8$ (vô

lí), nên $(5; 0)$ không là một nghiệm của bất phương trình $2x - 5y \leq 8$.

Câu 3. Cho điểm $(-1; 2)$ và các bất phương trình:

$3x - 5y < -15$; $2x + y \leq 0$; $3x - 9y > 7$; $-4x + 3y \geq 5$. Khi đó:

a) $(-1; 2)$ không là một nghiệm của bất phương trình $3x - 5y < -15$.

b) $(-1; 2)$ là một nghiệm của bất phương trình $2x + y \leq 0$.

c) $(-1; 2)$ là một nghiệm của bất phương trình $3x - 9y > 7$.

d) $(-1; 2)$ là một nghiệm của bất phương trình $-4x + 3y \geq 5$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
----------------	----------------	---------------	----------------

Thay $(-1; 2)$ vào bất phương trình $3x - 5y < -15$ ta được: $3.(-1) - 5.2 < -15 \Leftrightarrow -13 < -15$ (vô lí), nên $(-1; 2)$ không là một nghiệm của bất phương trình $3x - 5y < -15$.

Thay $(-1; 2)$ vào bất phương trình $2x + y \leq 0$ ta được: $2.(-1) + 2 \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq 0$

(đúng), nên $(-1; 2)$ là một nghiệm của bất phương trình $2x + y \leq 0$.

Thay $(-1; 2)$ vào bất phương trình $3x - 9y > 7$ ta được: $3.(-1) - 9.2 > 7 \Leftrightarrow -21 > 7$

(vô lí), nên $(-1; 2)$ không là một nghiệm của bất phương trình $3x - 9y > 7$.

Thay $(-1; 2)$ vào bất phương trình $-4x + 3y \geq 5$ ta được: $-4.(-1) + 3.2 \geq 5 \Leftrightarrow$

$10 \geq 5$ (đúng), nên $(-1; 2)$ là một nghiệm của bất phương trình $-4x + 3y \geq 5$.

Câu 4. Một cửa hàng dành tối đa 10 triệu để nhập x tạ gạo và y tạ mì. Biết mỗi tạ gạo mua hết 1,5 triệu, mỗi tạ mì mua hết 1,2 triệu. Khi đó:

a) Bất phương trình biểu thị mối liên hệ giữa x và y là: $1,5x + 1,2y \leq 10$.

b) Bất phương trình biểu thị mối liên hệ giữa x và y là: $1,5x + 1,2y \geq 10$.

c) Miền nghiệm của bất phương trình $1,5x + 1,2y \leq 10$ là nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng $d: 1,5x + 1,2y = 10$ chứa điểm $O(0; 0)$

d) Miền nghiệm của bất phương trình $1,5x + 1,2y \leq 10$ là nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng $d: 1,5x + 1,2y = 10$ không chứa điểm $O(0; 0)$

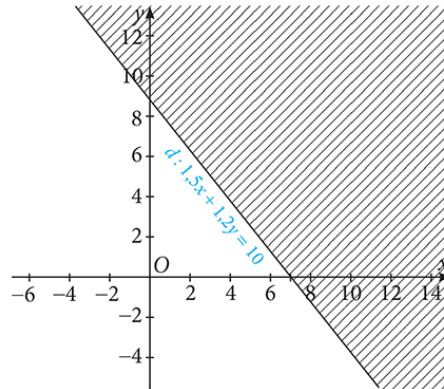
Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
----------------	---------------	----------------	---------------

Bất phương trình biểu thị mối liên hệ giữa x và y là: $1,5x + 1,2y \leq 10$.

Miền nghiệm của bất phương trình $1,5x + 1,2y \leq 10$ là nửa mặt phẳng bờ

là đường thẳng $d: 1,5x + 1,2y = 10$ chứa điểm $O(0;0)$, được biểu diễn là miền không bị gạch chéo, tính cả bờ $d: 1,5x + 1,2y = 10$.



Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 1: Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = 3y - 2x$ trên miền xác định bởi hệ
$$\begin{cases} x - y \leq 6 \\ y - 2x \geq 2 \\ x + y \leq 4 \end{cases}$$

Trả lời: -16

Lời giải

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = 3y - 2x$ trên miền xác định bởi hệ
$$\begin{cases} x - y \leq 6 \\ x \geq 2 \\ x + y \leq 4 \end{cases}$$
. Vẽ đường thẳng

$d_1: x - y - 6 = 0$ đi qua hai điểm $(0; -6)$ và $(6; 0)$.

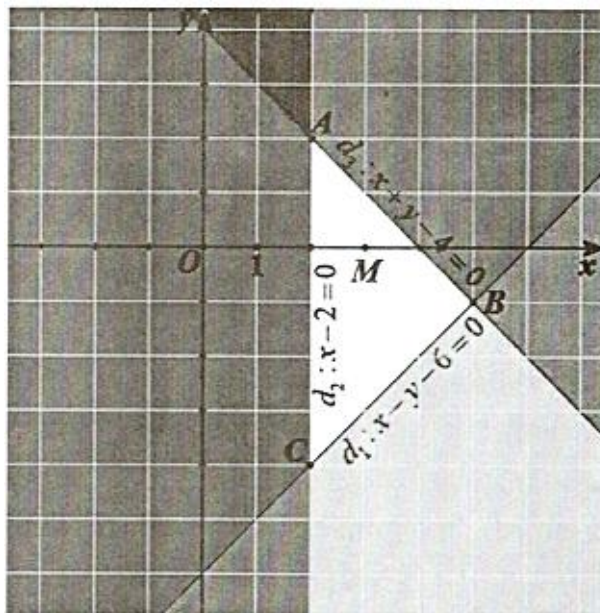
Vẽ đường thẳng $d_2: x - 2 = 0$ đi qua hai điểm $(2; 0)$ và $(2; 2)$.

Vẽ đường thẳng $d_3: x + y - 4 = 0$ đi qua hai điểm $(0; 4)$ và $(4; 0)$.

Xét điểm $M(3; 0)$. Ta thấy tọa độ M thỏa mãn tất cả các bất phương trình trong hệ.

Do đó, miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x - y \leq 6 \\ x \geq 2 \\ x + y \leq 4 \end{cases}$$
 là miền không bị tô đậm (hình tam giác

ABC bao gồm cả các cạnh AB, BC và AC trên hình vẽ).



Tìm tọa độ các điểm A, B, C .

Điểm $A = d_2 \cap d_3$ nên tọa độ điểm A là nghiệm của hệ $\begin{cases} x = 2 \\ x + y - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$. Vậy $A(2; 2)$.

Điểm $B = d_1 \cap d_3$ nên tọa độ điểm B là nghiệm của hệ $\begin{cases} x - y - 6 = 0 \\ x + y - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = -1 \end{cases}$. Vậy $B(5; -1)$.

Điểm $C = d_1 \cap d_2$ nên tọa độ điểm C là nghiệm của hệ $\begin{cases} x = 2 \\ x - y - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -4 \end{cases}$. Vậy $C(2; -4)$.

Ta thấy $F = 3y - 2x$ đạt giá trị nhỏ nhất chỉ có thể tại các điểm A, B, C .

Tại $A(2; 2)$ thì $F = 2$.

Tại $B(5; -1)$ thì $F = -13$

Tại $C(2; -4)$ thì $F = -16$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = 3y - 2x$ trên miền xác định bởi hệ $\begin{cases} x - y \leq 6 \\ x \geq 2 \\ x + y \leq 4 \end{cases}$ là -16 khi $x = 2, y = -4$.

Câu 2: Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $F = x - 3y + 1$ trên miền xác định bởi hệ $\begin{cases} 2x - y \leq 4 \\ y - x \leq 1 \\ x + y \geq 2 \end{cases}$.

Trả lời: 3

Lời giải

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $F = x - 3y + 1$ trên miền xác định bởi hệ

$$\begin{cases} 2x - y \leq 4 \\ y - x \leq 1 \\ x + y \geq 2 \end{cases}$$

Vẽ đường thẳng $d_1: 2x - y - 4 = 0$ đi qua hai điểm $(0; -4)$ và $(2; 0)$.

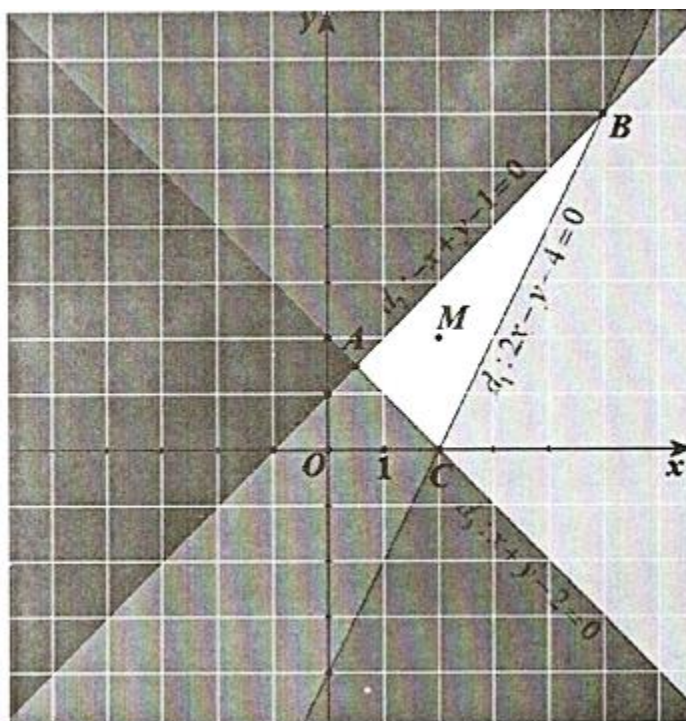
Vẽ đường thẳng $d_2: -x + y - 1 = 0$ đi qua hai điểm $(0; 1)$ và $(-1; 0)$.

Vẽ đường thẳng $d_3: x + y - 2 = 0$ đi qua hai điểm $(0; 2)$ và $(2; 0)$.

Xét điểm $M(2; 2)$. Ta thấy tọa độ M thỏa mãn tất cả các bất phương trình trong hệ.

Do đó, miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x - y \leq 4 \\ y - x \leq 1 \\ x + y \geq 2 \end{cases}$ là miền không bị tô đậm (hình tam giác

ABC bao gồm cả các cạnh AB, BC và AC trên hình vẽ).



Tìm tọa độ các điểm A, B, C .

Điểm $A = d_2 \cap d_3$ nên tọa độ điểm A là

$$\text{nghiệm của hệ } \begin{cases} -x + y = 1 \\ x + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{3}{2} \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } A\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right).$$

$$\text{Điểm } B = d_1 \cap d_2 \text{ nên tọa độ điểm } B \text{ là nghiệm của hệ } \begin{cases} 2x - y - 4 = 0 \\ -x + y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 6 \end{cases}. \text{ Vậy } B(5; 6).$$

Điểm $C = d_1 \cap d_3$ nên tọa độ điểm C là nghiệm của hệ $\begin{cases} 2x - y - 4 = 0 \\ x + y - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases}$. Vậy $C(2;0)$.

Ta thấy $F = x - 3y + 1$ đạt giá trị lớn nhất chỉ có thể tại các điểm A, B, C .

Tại $A\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$ thì $F = -3$.

Tại $B(5;6)$ thì $F = -12$

Tại $C(2;0)$ thì $F = 3$

Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức $F = x - 3y + 1$ trên miền xác định bởi hệ $\begin{cases} 2x - y \leq 4 \\ y - x \leq 1 \\ x + y \geq 2 \end{cases}$ là 3

khi $x = 2, y = 0$.

Câu 3: Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F(x; y) = x - y$ với điều kiện $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y - 3 \leq 0 \end{cases}$.

Trả lời: -3

Lời giải

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F(x; y) = x - y$ với điều kiện $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y - 3 \leq 0 \end{cases}$.

Vẽ đường thẳng $d_1 : x = 0$ đi qua hai điểm $(0;0)$ và $(0;1)$.

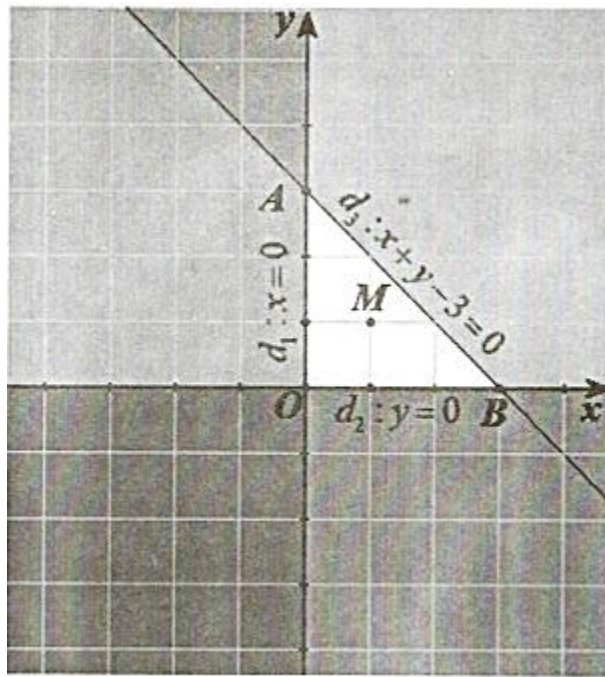
Vẽ đường thẳng $d_2 : y = 0$ đi qua hai điểm $(0;0)$ và $(1;0)$.

Vẽ đường thẳng $d_3 : x + y - 3 = 0$ đi qua hai điểm $(0;3)$ và $(3;0)$.

Xét điểm $M(1;1)$. Ta thấy tọa độ M thỏa mãn tất cả các bất phương trình trong hệ.

Do đó, miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y - 3 \leq 0 \end{cases}$ là miền không bị tô đậm (hình tam giác

OAB bao gồm cả các cạnh OA, OB và AB trên hình vẽ).



Tìm tọa độ các điểm O, A, B .

Điểm $O = d_1 \cap d_2$ nên tọa độ điểm O là nghiệm của hệ $\begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases}$. Vậy $O(0;0)$.

Điểm $A = d_1 \cap d_3$ nên tọa độ điểm A là

nghiệm của hệ $\begin{cases} x=0 \\ x+y-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=3 \end{cases}$. Vậy $A(0;3)$.

Điểm $B = d_2 \cap d_3$ nên tọa độ điểm B là nghiệm của hệ $\begin{cases} y=0 \\ x+y-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=0 \end{cases}$. Vậy $B(3;0)$.

Ta thấy $F = x - y$ đạt giá trị nhỏ nhất chỉ có thể tại các điểm O, A, B .

Tại $O(0;0)$ thì $F = 0$.

Tại $A(0;3)$ thì $F = -3$

Tại $B(3;0)$ thì $F = 3$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = x - y$ trên miền xác định bởi hệ $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y - 3 \leq 0 \end{cases}$ là -3

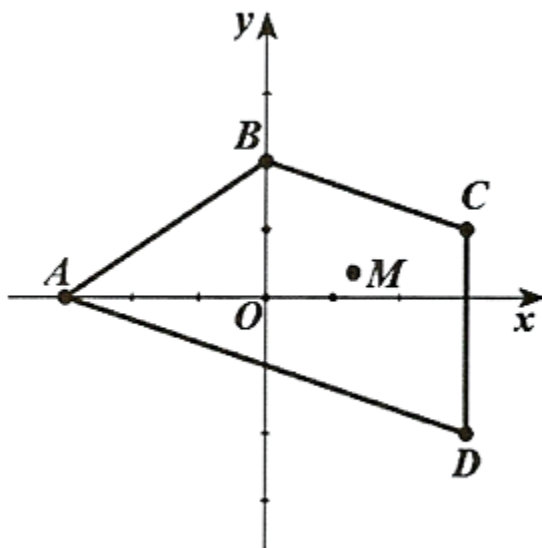
khi $x=0, y=3$.

Câu 4: Trong mặt phẳng Oxy , cho tứ giác $ABCD$ có $A(-3;0); B(0;2); C(3;1); D(3;-2)$. Tìm tất cả các giá trị của m sao cho điểm $M(m;m-1)$ nằm trong hình tứ giác $ABCD$ kể cả 4 cạnh.

Trả lời: $0 \leq m \leq \frac{9}{4}$

Lời giải

Trong mặt phẳng Oxy , cho tứ giác $ABCD$ có $A(-3;0); B(0;2); C(3;1); D(3;-2)$. Tìm tất cả các giá trị của m sao cho điểm $M(m;m-1)$ nằm trong hình tứ giác $ABCD$ kể cả 4 cạnh.



Nhận thấy hình tứ giác $ABCD$ tính cả 4 cạnh của nó là miền nghiệm của hệ bất phương trình gồm 4 bất phương trình có miền nghiệm là nửa mặt phẳng chứa điểm $O(0;0)$ và lần lượt có các bờ là các đường thẳng AB, BC, CD và DA .

Phương trình đường thẳng AB :

$$\frac{x+3}{0-(-3)} = \frac{y-0}{2-0} \Leftrightarrow 2x-3y+6=0.$$

Bất phương trình có miền nghiệm là nửa mặt phẳng bờ AB (tính cả bờ AB) và chứa điểm O là $2x-3y+6 \geq 0$.

Phương trình đường thẳng BC : $\frac{x-0}{3-0} = \frac{y-2}{1-2} \Leftrightarrow x+3y-6=0$. Bất phương trình có miền nghiệm là nửa mặt phẳng bờ BC (tính cả bờ BC) và chứa điểm O là $x+3y-6 \leq 0$.

Phương trình đường thẳng CD : $x-3=0$. Bất phương trình có miền nghiệm là nửa mặt phẳng bờ CD (tính cả bờ CD) và chứa điểm O là $x-3 \leq 0$.

Phương trình đường thẳng DA : $\frac{x+3}{3-(-3)} = \frac{y-0}{-2-0} \Leftrightarrow x+3y+3=0$. Bất phương trình có miền nghiệm là nửa mặt phẳng bờ DA (tính cả bờ DA) và chứa điểm O là $x+3y+3 \geq 0$.

Hình tứ giác $ABCD$ tính cả 4 cạnh của nó là miền nghiệm của hệ bất phương trình

$$\begin{cases} 2x-3y+6 \geq 0 \\ x+3y-6 \leq 0 \\ x-3 \leq 0 \\ x+3y+3 \geq 0 \end{cases} \quad (1)$$

Điểm $M(m;m-1)$ nằm trong hình tứ giác $ABCD$ tính cả 4 cạnh của nó khi và chỉ khi $(m;m-1)$ là một nghiệm của hệ (1), tức là

$$\begin{cases} 2m - 3(m-1) + 6 \geq 0 \\ m + 3(m-1) - 6 \leq 0 \\ m - 3 \leq 0 \\ m + 3(m-1) + 3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 9 \\ m \leq \frac{9}{4} \\ m \leq 3 \\ m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq m \leq \frac{9}{4}$$

Vậy các giá trị của m thỏa mãn là $0 \leq m \leq \frac{9}{4}$.

Câu 5: Trong một đợt dã ngoại, một trường học cần thuê xe chở 180 người và 8 tấn hàng. Nơi thuê xe có hai loại xe A và B , trong đó xe A có 10 chiếc và xe B có 9 chiếc. Một xe loại A cho thuê với giá 5 triệu đồng và một xe loại B cho thuê với giá 4 triệu đồng. Biết rằng mỗi xe loại A có thể chở tối đa 30 người và 0,8 tấn hàng, mỗi xe loại B có thể chở tối đa 20 người và 1,6 tấn hàng. Tìm số xe mỗi loại sao cho chi phí thuê là thấp nhất.

Trả lời: 4 xe loại A và 3 xe loại B .

Lời giải

Gọi x, y (xe) lần lượt là số xe loại A và B cần thuê.

Khi đó, số tiền cần bỏ ra để thuê xe là $F(x; y) = 5x + 4y$ (triệu đồng)

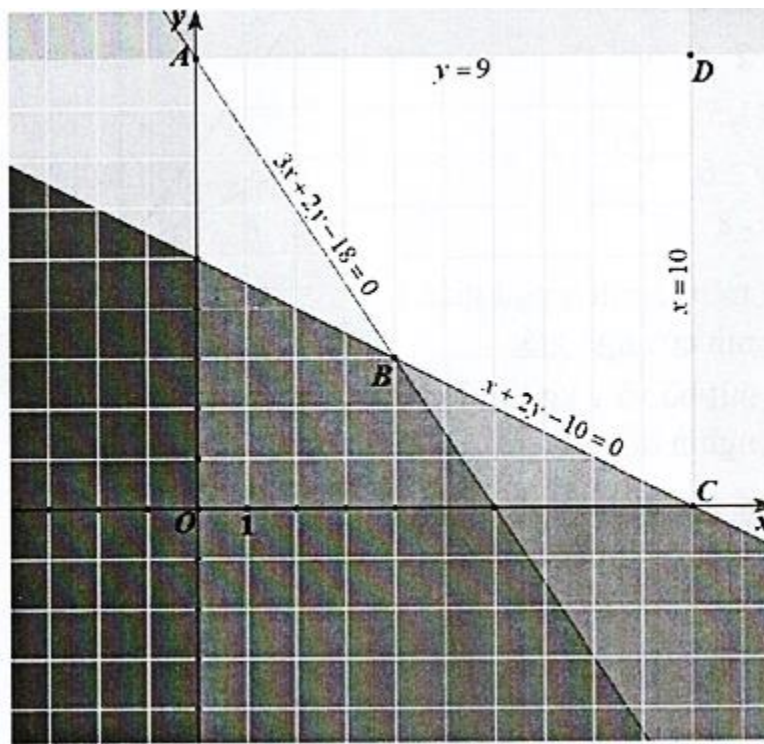
Ta có x xe loại A chở được $30x$ người và $0,8x$ tấn hàng; y xe loại B chở được $20y$ người và $1,6y$ tấn hàng.

Suy ra x xe loại A và y xe loại B chở được $30x + 20y$ người và $0,8x + 1,6y$ tấn hàng.

$$\text{Ta có hệ bất phương trình sau: } \begin{cases} 30x + 20y \geq 180 \\ 0,8x + 1,6y \geq 8 \\ 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2y \geq 18 \\ x + 2y \geq 10 \\ 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 9 \end{cases} \quad (*)$$

Bài toán trở thành tìm giá trị nhỏ nhất của $F(x; y)$ trên miền nghiệm của hệ (*).

Miền nghiệm của hệ (*) là tứ giác $ABCD$ (kể cả bờ)



Tìm tọa độ các điểm A, B, C, D .

Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ $\begin{cases} 3x+2y-18=0 \\ y=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=9 \end{cases}$. Vậy $A(0;9)$.

Tọa độ điểm B là nghiệm của hệ $\begin{cases} 3x+2y-18=0 \\ x+2y-10=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=3 \end{cases}$. Vậy $B(4;3)$.

Tọa độ điểm C là nghiệm của hệ $\begin{cases} x=10 \\ x+2y-10=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=10 \\ y=0 \end{cases}$. Vậy $C(10;0)$.

Tọa độ điểm D là nghiệm của hệ $\begin{cases} x=10 \\ y=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=10 \\ y=9 \end{cases}$. Vậy $D(10;9)$.

Ta thấy $F(x; y) = 5x + 4y$ đạt giá trị nhỏ nhất chỉ có thể tại các điểm A, B, C, D .

Tại $A(0;9)$ thì $F = 36$ (triệu đồng).

Tại $B(4;3)$ thì $F = 32$ (triệu đồng).

Tại $C(10;0)$ thì $F = 50$ (triệu đồng).

Tại $D(10;9)$ thì $F = 86$ (triệu đồng).

Như vậy để chi phí thấp nhất cần thuê 4 xe loại A và 3 xe loại B .

Câu 6: Một gia đình cần ít nhất 1200 đơn vị protein và 800 đơn vị lipid trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi kilogram thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipid. Mỗi kilogram thịt lợn chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất 2,0kg thịt bò và 1,5kg thịt lợn. Giá tiền 1kg thịt bò là 200 nghìn đồng, 1kg thịt lợn là 100 nghìn đồng. Gọi x, y lần lượt là số kg thịt bò và thịt lợn mà gia đình đó cần mua để tổng số tiền họ phải trả là ít nhất mà vẫn đảm bảo lượng protein và lipid trong thức ăn. Tính $4x^2 + y^2$.

Trả lời: $\frac{45}{16}$

Lời giải

Điều kiện: $0 \leq x \leq 2; 0 \leq y \leq 1,5$

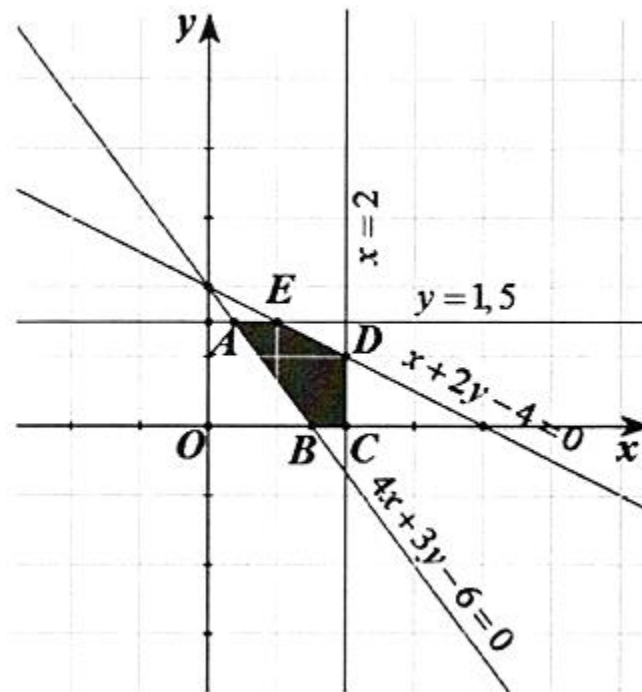
Khi đó số protein có được là $800x + 600y$ và số lipid có được là $200x + 400y$

Vì gia đình đó cần ít nhất 1200 đơn vị protein và 800 đơn vị lipid trong thức ăn mỗi ngày nên điều kiện tương ứng là:

$$800x + 600y \geq 1200 \Leftrightarrow 4x + 3y \geq 6 \text{ và } 200x + 400y \geq 800 \Leftrightarrow x + 2y \geq 4$$

Ta có hệ bất phương trình sau:

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 2 \\ 0 \leq y \leq 1,5 \\ 4x + 3y \geq 6 \\ x + 2y \geq 4 \end{cases} (*)$$



Miền nghiệm của hệ trên là miền ngũ giác $ABCDE$ kể cả các cạnh của ngũ giác.

Chi phí để mua $x \text{ kg}$ thịt bò và $y \text{ kg}$ thịt lợn là $T = 200x + 100y$ (nghìn đồng).

Bài toán trở thành tìm giá trị nhỏ nhất của $T(x; y) = 200x + 100y$ trên miền nghiệm của hệ (*).

Tìm tọa độ các điểm A, B, C, D, E .

$$\text{Tọa độ điểm } A \text{ là nghiệm của hệ } \begin{cases} 4x + 3y - 6 = 0 \\ y = \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{8} \\ y = \frac{3}{2} \end{cases}. \text{ Vậy } A\left(\frac{3}{8}; \frac{3}{2}\right).$$

Tọa độ điểm C là nghiệm của hệ $\begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases}$. Vậy $C(2;0)$.

Tọa độ điểm D là nghiệm của hệ $\begin{cases} x=2 \\ x+2y-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$. Vậy $D(2;1)$.

Tọa độ điểm E là nghiệm của hệ $\begin{cases} x+2y-4=0 \\ y=\frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=\frac{3}{2} \end{cases}$. Vậy $E\left(1;\frac{3}{2}\right)$.

Ta thấy $T(x;y) = 200x + 100y$ đạt giá trị nhỏ nhất chỉ có thể tại các điểm A, B, C, D, E .

Tại $A\left(\frac{3}{8};\frac{3}{2}\right)$ thì $T = 200 \cdot \frac{3}{8} + 100 \cdot \frac{3}{2} = 225$ (nghìn đồng).

Tại $B\left(\frac{3}{2};0\right)$ thì $T = 200 \cdot \frac{3}{2} + 100 \cdot 0 = 300$ (nghìn đồng).

Tại $C(2;0)$ thì $T = 200 \cdot 2 + 100 \cdot 0 = 400$ (nghìn đồng).

Tại $D(2;1)$ thì $T = 200 \cdot 2 + 100 \cdot 1 = 500$ (nghìn đồng).

Tại $E\left(1;\frac{3}{2}\right)$ thì $T = 200 \cdot 1 + 100 \cdot \frac{3}{2} = 350$ (nghìn đồng).

Như vậy để chi phí bỏ ra thấp nhất mà vẫn đảm bảo nhu cầu dinh dưỡng khi $x = \frac{3}{8}$ và

$$y = \frac{3}{2} \Rightarrow 4x^2 + y^2 = 4 \cdot \left(\frac{3}{8}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{45}{16}.$$

•Đề 2:

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Câu nào sau đây **sai**?

Miền nghiệm của bất phương trình $x+3+2(2y+5) < 2(1-x)$ là nửa mặt phẳng chứa điểm

A. $(-3;-4)$.

B. $(-2;-5)$.

C. $(-1;-6)$.

D. $(0;0)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $x+3+2(2y+5) < 2(1-x) \Leftrightarrow x+3+4y+10 < 2-2x \Leftrightarrow 3x+4y+8 < 0$.

Dễ thấy tại điểm $(0;0)$ ta có: $3 \cdot 0 + 4 \cdot 0 + 8 > 0$ (mâu thuẫn).

Câu 2: Câu nào sau đây đúng?

Miền nghiệm của bất phương trình $4(x-1)+5(y-3) > 2x-9$ là nửa mặt phẳng chứa điểm

A. $(0;0)$.

B. $(1;1)$.

C. $(-1;1)$.

D. $(2;5)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $4(x-1)+5(y-3) > 2x-9 \Leftrightarrow 4x-4+5y-15 > 2x-9 \Leftrightarrow 2x+5y-10 > 0$.

Để thấy tại điểm $(2;5)$ ta có: $2.2+5.5-10>0$ (đúng).

Câu 3: Trong các cặp số sau đây, cặp nào **không** là nghiệm của bất phương trình $2x+y<1$?

A. $(-2;1)$.

B. $(3;-7)$.

C. $(0;1)$.

D. $(0;0)$.

Lời giải

Chọn C

Nhận xét: chỉ có cặp số $(0;1)$ không thỏa bất phương trình.

Câu 4: Miền nghiệm của bất phương trình $3x+2(y+3)>4(x+1)-y+3$ là phần mặt phẳng chứa điểm nào?

A. $(3;0)$.

B. $(3;1)$.

C. $(1;1)$.

D. $(0;0)$.

Lời giải

Chọn C

Nhận xét: chỉ có cặp số $(1;1)$ thỏa bất phương trình.

$(-2;1)$ không là nghiệm của bất phương trình $x-4y+5\geq 0$.

Câu 5: Trong các bất phương trình sau, bất phương trình nào là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

A. $2x-5y+3z\leq 0$.

B. $3x^2+2x-4>0$.

C. $2x^2+5y>3$.

D. $2x+3y<5$.

Lời giải

Chọn D

Theo định nghĩa bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Câu 6: Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của bất phương trình $2x+y-3>0$?

A. $Q(-1;-3)$.

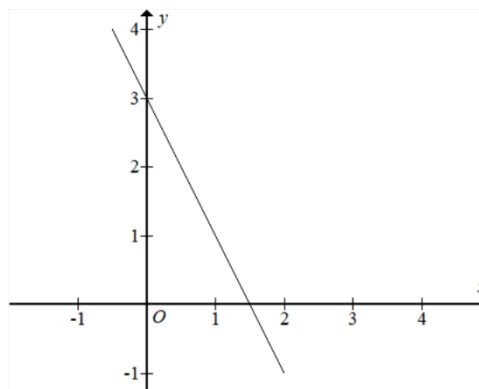
B. $M\left(1;\frac{3}{2}\right)$.

C. $N(1;1)$.

D. $P\left(-1;\frac{3}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn B



Tập hợp các điểm biểu diễn nghiệm của bất phương trình $2x+y-3>0$ là nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng $2x+y-3=0$ và không chứa gốc tọa độ.

Từ đó ta có điểm $M\left(1;\frac{3}{2}\right)$ thuộc miền nghiệm của bất phương trình $2x+y-3>0$.

Câu 7: Miền nghiệm của bất phương trình $(1+\sqrt{3})x-(1-\sqrt{3})y\geq 2$ chứa điểm nào sau đây?

A. $A(1; -1)$.

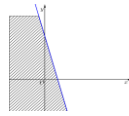
B. $B(-1; -1)$.

C. $C(-1; 1)$.

D. $D(-\sqrt{3}; \sqrt{3})$.

Lời giải

Chọn A



Trước hết, ta vẽ đường thẳng $(d): (1 + \sqrt{3})x - (1 - \sqrt{3})y = 2$.

Ta thấy $(0; 0)$ không là nghiệm của bất phương trình đã cho.

Vậy miền nghiệm là nửa mặt phẳng bờ (d) không chứa điểm $(0; 0)$.

Câu 8: Miền nghiệm của bất phương trình $5(x+2) - 9 < 2x - 2y + 7$ là phần mặt phẳng **không** chứa điểm nào?

A. $(-2; 1)$.

B. $(2; 3)$.

C. $(2; -1)$.

D. $(0; 0)$.

Lời giải

Chọn C

Nhận xét: chỉ có cặp số $(2; 3)$ không thỏa bất phương trình.

Câu 9: Miền nghiệm của bất phương trình $x - 2 + 2(y - 1) > 2x + 4$ chứa điểm nào sau đây?

A. $A(1; 1)$.

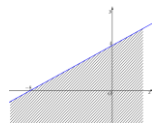
B. $B(1; 5)$.

C. $C(4; 3)$.

D. $D(0; 4)$.

Lời giải

Chọn B



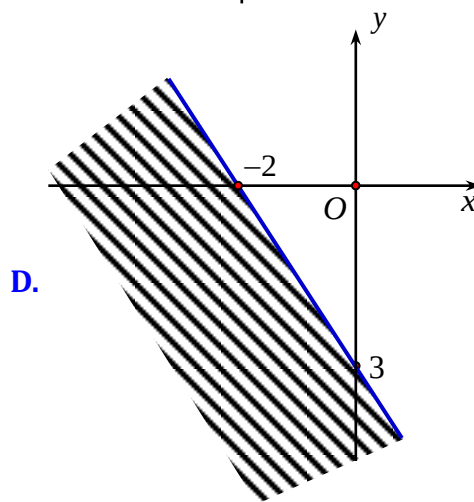
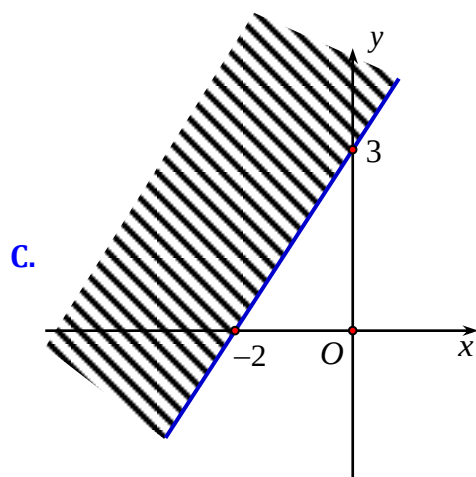
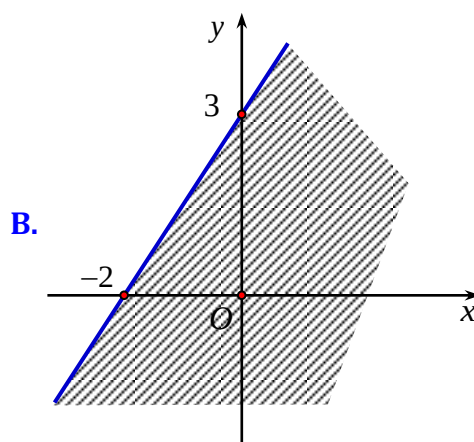
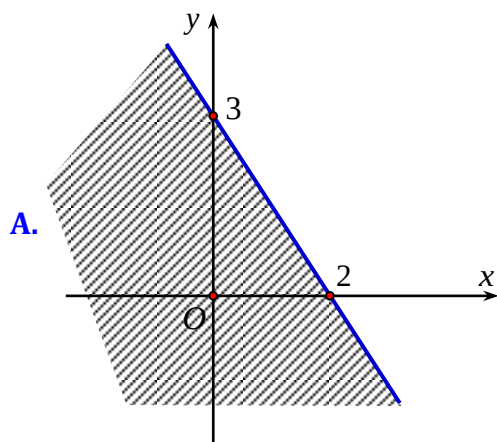
Đầu tiên ta thu gọn bất phương trình đã cho về thành $-x + 2y - 8 > 0$.

Vẽ đường thẳng $(d): -x + 2y - 8 = 0$.

Ta thấy $(0; 0)$ không là nghiệm của bất phương trình đã cho.

Vậy miền nghiệm cần tìm là nửa mặt phẳng (không kể bờ (d)) không chứa điểm $(0; 0)$.

Câu 10: Miền nghiệm của bất phương trình $3x - 2y > -6$ là

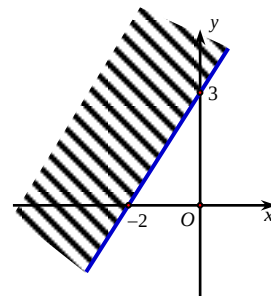


Lời giải

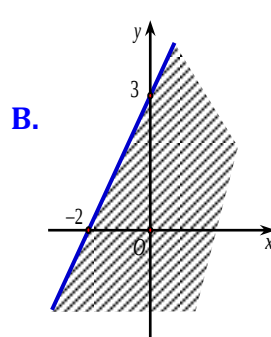
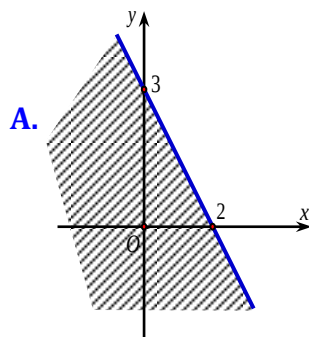
Chọn C

Trước hết, ta vẽ đường thẳng $(d): 3x - 2y = -6$.

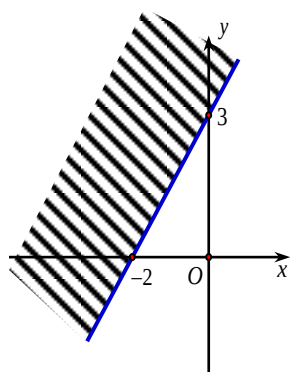
Ta thấy $(0; 0)$ là nghiệm của bất phương trình đã cho. Vậy miền nghiệm cần tìm là nửa mặt phẳng bờ (d) chứa điểm $(0; 0)$.



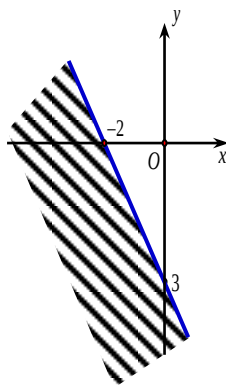
Câu 11: Miền nghiệm của bất phương trình $3x + 2y > 6$ là



C.



D.

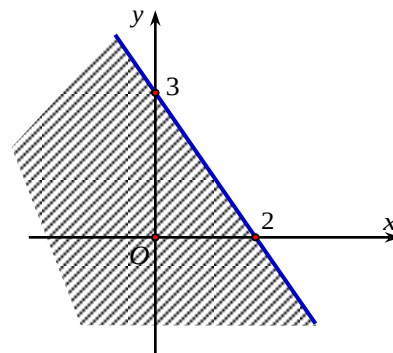


Lời giải

Chọn A

Trước hết, ta vẽ đường thẳng $(d): 3x + 2y = 6$.

Ta thấy $(0; 0)$ không phải là nghiệm của bất phương trình đã cho. Vậy miền nghiệm cần tìm là nửa mặt phẳng (không kể bờ (d)) không chứa điểm $(0; 0)$.



Câu 12: Cặp số $(x_0; y_0)$ nào là nghiệm của bất phương trình $3x - 3y \geq 4$.

A. $(x_0; y_0) = (-2; 2)$. B. $(x_0; y_0) = (5; 1)$. C. $(x_0; y_0) = (-4; 0)$. D. $(x_0; y_0) = (2; 1)$.

Lời giải

Chọn B

Thế các cặp số $(x_0; y_0)$ vào bất phương trình:

$$(x_0; y_0) = (-2; 2) \Rightarrow 3x - 3y \geq 4 \Leftrightarrow 3(-2) - 3.2 \geq 4 \text{ (vô lí)}$$

$$(x_0; y_0) = (5; 1) \Rightarrow 3x - 3y \geq 4 \Leftrightarrow 3.5 - 3.1 \geq 4 \text{ (đúng)}$$

$$(x_0; y_0) = (-4; 0) \Rightarrow 3x - 3y \geq 4 \Leftrightarrow 3.(-4) - 3.0 \geq 4 \text{ (vô lí)}$$

$$(x_0; y_0) = (2; 1) \Rightarrow 3x - 3y \geq 4 \Leftrightarrow 3.2 - 3.1 \geq 4 \text{ (vô lí)}.$$

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho bất phương trình $-2x + 3y > 3$. Khi đó:

- a) $(0; 0)$ không là nghiệm bất phương trình.
- b) $(-1; 1)$ không là nghiệm bất phương trình.
- c) $(0; 1)$ không là nghiệm bất phương trình.
- d) $(1; 3)$ là nghiệm bất phương trình.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) Thay $x = 0, y = 0$ vào bất phương trình: $0 > 3$ (sai). Vì vậy $(0; 0)$ không là nghiệm bất phương trình.

- b) Thay $x = -1, y = 1$ vào bất phương trình: $2 + 3 > 3$ (đúng). Vì vậy $(-1; 1)$ là nghiệm bất phương trình.
- c) Thay $x = 0, y = 1$ vào bất phương trình: $3 > 3$ (sai). Vì vậy $(0; 1)$ không là nghiệm bất phương trình.
- d) Thay $x = 1, y = 3$ vào bất phương trình: $-2 + 9 > 3$ (đúng). Vì vậy $(1; 3)$ là nghiệm bất phương trình.

Câu 2: Điểm $O(0; 0)$ thuộc miền nghiệm của bất phương trình

- a) $x + 3y + 2, 0$;
 b) $x + y + 2 \leq 0$;
 c) $2x + 5y - 2 < 0$;
 d) $2x + y < 0$.

Lời giải:

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------------	---------------	----------------	---------------

- a) Thay $x = y = 0$ vào a), ta được: $2, 0$ (sai). Vì vậy $O(0; 0)$ không thuộc miền nghiệm của a).
- b) Thay $x = y = 0$ vào b), ta được: $2, 0$ (sai). Vì vậy $O(0; 0)$ không thuộc miền nghiệm của b).
- c) Thay $x = y = 0$ vào c), ta được: $-2 < 0$ (đúng). Vì vậy $O(0; 0)$ thuộc miền nghiệm của c).
- d) Thay $x = y = 0$ vào d), ta được: $0 < 0$ (sai). Vì vậy $O(0; 0)$ không thuộc miền nghiệm của d).

Câu 3: An thích ăn hai loại trái cây là cam và xoài, mỗi tuần mẹ cho An 200000 đồng để mua trái cây. Biết rằng giá cam là 15000 đồng/ 1 kg, giá xoài là 30000 đồng/1 kg. Gọi x, y lần lượt là số ki-lô-gam cam và xoài mà An có thể mua về sử dụng trong một tuần. Khi đó:

- a) Trong tuần, số tiền An có thể mua cam là $15000x$, số tiền An có thể mua xoài là $30000y(x, y > 0)$.
- b) Bất phương trình bậc nhất cho hai ẩn x, y là $3x + 6y \geq 40$
- c) Cặp số $(5; 4)$ thỏa mãn bất phương trình bậc nhất cho hai ẩn x, y
- d) An có thể mua $4kg$ cam, $5kg$ xoài trong tuần.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
----------------	---------------	----------------	---------------

- a) Trong tuần, số tiền An có thể mua cam là $15000x$, số tiền An có thể mua xoài là $30000y(x, y > 0)$.
- b) Ta có bất phương trình: $15000x + 30000y, 200000 \Leftrightarrow 3x + 6y, 40(*)$.
- c) Xét $x = 5, y = 4$, thay vào bất phương trình: $3.5 + 6.4, 40$ (đúng) nên $(5; 4)$ là một nghiệm của $(*)$.
- d) An có thể mua $5kg$ cam, $4kg$ xoài trong tuần.

Câu 4: Một công ty viễn thông tính phí 1 nghìn đồng mỗi phút gọi nội mạng và 2 nghìn đồng mỗi phút gọi ngoại mạng. Gọi x và y lần lượt là số phút gọi nội mạng, ngoại mạng của Bình

trong một tháng và Bình muốn số tiền phải trả cho tổng đài luôn thấp hơn 100 nghìn đồng. Khi đó:

- a) Số tiền phải trả cho cuộc gọi nội mạng mỗi tháng là x (nghìn đồng), số tiền phải trả cho cuộc gọi ngoại mạng mỗi tháng là $2y$ (nghìn đồng). Điều kiện: $x \in \square, y \in \square$.
- b) Bất phương trình bậc nhất gồm hai ẩn số x, y đã cho là $x + 2y < 100$.
- c) $x = 50, y = 20$ nghiệm của bất phương trình bậc nhất gồm hai ẩn số x, y đã cho.
- d) Miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất gồm hai ẩn số x, y đã cho là một hình vuông

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Số tiền phải trả cho cuộc gọi nội mạng mỗi tháng là x (nghìn đồng), số tiền phải trả cho cuộc gọi ngoại mạng mỗi tháng là $2y$ (nghìn đồng). Điều kiện: $x \in \square, y \in \square$.

b) Ta có bất phương trình: $x + 2y < 100$ (*).

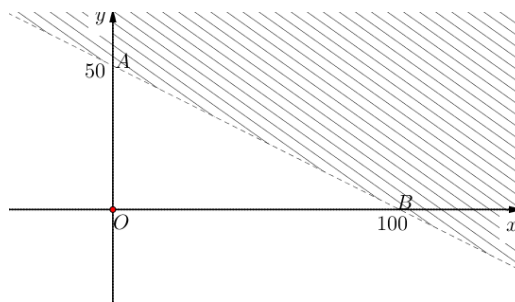
c) Xét $x = 50, y = 20$, thay vào (*): $50 + 2.20 < 100$ (đúng), suy ra $(50; 20)$ là một nghiệm của (*).

d) Biểu diễn miền nghiệm của (*) trên hệ trục tọa độ: Vẽ đường thẳng $x + 2y = 100$ theo bảng giá trị:

x	0	100
y	50	0

Ta thấy điểm $O(0;0)$ thuộc miền nghiệm của (*) do thay tọa độ O vào (*): $0 < 100$ (đúng).

Vậy miền nghiệm của bất phương trình (*): $x + 2y < 100$ là nửa mặt phẳng (không kể d) có chứa điểm O (phần không gạch chéo trên hình).



Trong thực tế, vì $x \in \square, y \in \square$ nên ta chỉ xét miền nghiệm bất phương trình ứng với miền tam giác OAB mà thôi.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 1: Một hộ nông dân định trồng dưa và củ đậu trên diện tích 8 ha. Trên diện tích mỗi ha, nếu trồng dưa thì cần 20 công và thu 3 triệu đồng, nếu trồng củ đậu thì cần 30 công và thu 4 triệu đồng. Hỏi cần trồng mỗi loại cây trên với diện tích là bao nhiêu ha để thu được nhiều tiền nhất, biết rằng tổng số công không quá 180.

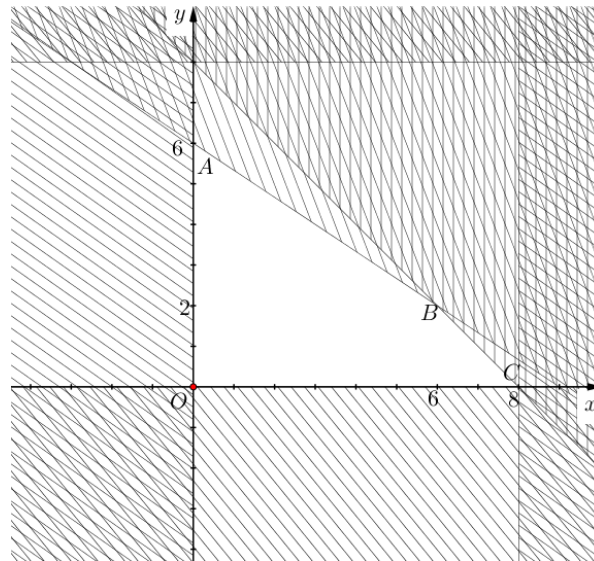
Trả lời: 6ha dưa và 2ha củ đậu

Lời giải

Gọi x, y lần lượt là số ha trồng dưa và củ đậu. Điều kiện: $0, x, 8, 0, y, 8$. Tổng diện tích trồng là $x + y$ (ha); tổng số công cần thiết là $20x + 30y$ (công). Số tiền thu được là $T(x, y) = 3x + 4y$

Ta có hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 0, x, 8 \\ 0, y, 8 \\ x + y, 8 \\ 20x + 30y, 180 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0, x, 8 \\ 0, y, 8 \\ x + y, 8 \\ 2x + 3y, 18 \end{cases}$$

Miền nghiệm của hệ (*) là miền tứ giác $OABC$ (kể cả biên) với $O(0;0), A(0;6), B(6;2), C(8;0)$



Khi đó $T(x, y)$ đạt cực đại tại một trong các đỉnh của tứ giác $OABC$.

Ta có: $T(0,0) = 0; T(0;6) = 24; T(6;2) = 26; T(8;0) = 24$.

Vậy giá trị lớn nhất của $T(x, y)$ bằng 26 (triệu đồng), khi đó $x = 6, y = 2$ (tức là hộ nông dân cần trồng 6ha dưa và 2ha củ đậu để có thể thu lợi số tiền nhiều nhất).

Câu 2: Có ba nhóm máy X, Y, Z dùng để sản xuất ra hai loại sản phẩm I và II. Để sản xuất một đơn vị sản phẩm mỗi loại lần lượt phải dùng các máy thuộc các nhóm khác nhau. Số máy trong một nhóm và số máy của từng nhóm cần thiết để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm thuộc mỗi loại được dùng cho trong bảng sau:

Nhóm	Số máy trong mỗi nhóm	Số máy trong từng nhóm để sản xuất ra một đơn vị	
		Loại I	Loại II
X	10	2	2
Y	4	0	2
Z	12	2	4

Một đơn vị sản phẩm loại I lãi 3 nghìn đồng, một đơn vị sản phẩm loại II lãi 5 nghìn đồng. Hãy lập kế hoạch sản xuất để cho tổng số tiền lãi thu được là cao nhất.

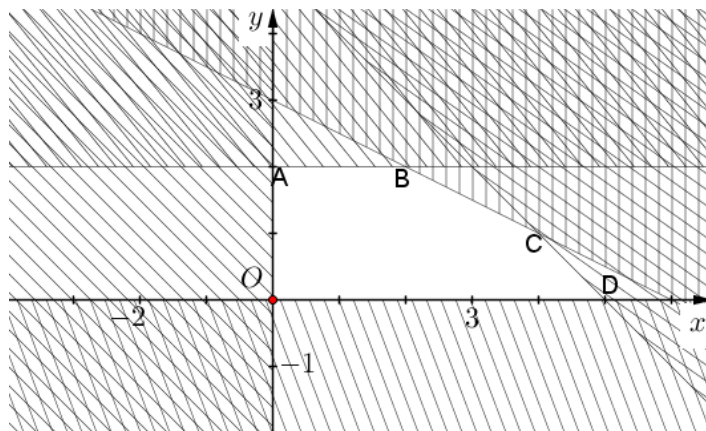
Trả lời: 4 sản phẩm loại I và 1 sản phẩm loại II

Lời giải

Gọi x là số đơn vị sản phẩm loại I, y là số đơn vị sản phẩm loại II sản xuất ra. Như vậy tiền lãi có được là $F(x, y) = 3x + 5y$ (nghìn đồng).

Theo giả thiết, số máy cần dùng nhóm X: $2x + 2y$ (máy); số máy cần dùng ở nhóm Y là $0x + 2y$ (máy); số máy cần dùng ở nhóm Z là $2x + 4y$ (máy).

Ta có hệ bất phương trình (*):
$$\begin{cases} 2x + 2y \leq 10 \\ 2y \leq 4 \\ 2x + 4y \leq 12 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$



Miền nghiệm của hệ (*) được biểu diễn là miền của ngũ giác $OABCD$ với $O(0;0)$, $A(0;2)$, $B(2;2)$, $C(4;1)$, $D(5;0)$.

Xét $O(0;0)$, ta có $F(0;0) = 3.0 + 5.0 = 0$;

Xét $A(0;2)$, ta có $F(0;2) = 3.0 + 5.2 = 10$;

Xét $B(2;2)$, ta có $F(2;2) = 3.2 + 5.2 = 16$;

Xét $C(4;1)$, ta có $F(4;1) = 3.4 + 5.1 = 17$;

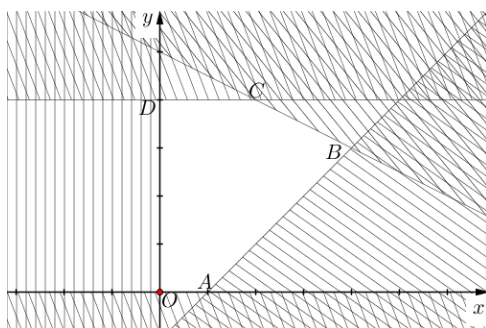
Xét $D(5;0)$, ta có $F(5;0) = 3.5 + 5.0 = 15$.

Từ các kết quả trên, ta thấy khoản lãi lớn nhất ($F(x; y)$ lớn nhất) bằng 17 (ngàn đồng), khi đó người ta cần làm ra 4 sản phẩm loại I và 1 sản phẩm loại II (tức là $x = 4, y = 1$).

Câu 3: Tìm GTLN của $f(x, y) = x + 2y$ với điều kiện
$$\begin{cases} 0 \leq y \leq 4 & (d_1) \\ 0 \leq x & (d_2) \\ x - y - 1 \leq 0 & (d_3) \\ x + 2y - 10 \leq 0 & (d_4) \end{cases}$$

Trả lời: 10

Lời giải



$\{M(x; y)\}$ thoả mãn (I) là miền bên trong đa giác $OABCD$

Tìm toạ độ A, B, C, D bằng phương pháp đồ thị hay phương trình hoành độ giao điểm.

Thay toạ độ O, A, B, C, D vào $f(x; y) = x + 2y$ ta có

	O	A	B	C	D
$f(x; y)$	0	1	10	10	8

$$\Rightarrow \max(f(x; y)) = 10$$

Câu 4: Bác Năm dự định trồng ngô và đậu xanh trên một mảnh đất có diện tích 8 hecta (ha). Nếu trồng 1 ha ngô thì cần 20 ngày công và thu được 40 triệu đồng. Nếu trồng 1 ha đậu xanh thì cần 30 ngày công và thu được 50 triệu đồng. Bác Năm cần trồng bao nhiêu ha cho mỗi loại cây để thu được nhiều tiền nhất? Biết rằng, bác Năm chỉ có thể sử dụng không quá 180 ngày công cho việc trồng ngô và đậu xanh.

Trả lời: 6 ha ngô và 2 ha đậu xanh.

Lời giải

Gọi x là số hecta (ha) đất trồng ngô và y là số hecta đất trồng đậu xanh.

Ta có các điều kiện ràng buộc đối với x, y như sau: Hiển nhiên $x \geq 0, y \geq 0$.

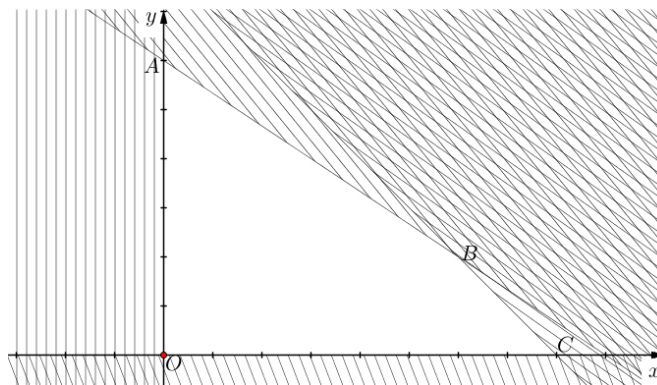
- Diện tích canh tác không vượt quá 8 ha nên $x + y \leq 8$.

- Số ngày công sử dụng không vượt quá 180 nên $20x + 30y \leq 180$.

Từ đó, ta có hệ bất phương trình mô tả các điều kiện ràng buộc:

$$\begin{cases} x + y \leq 8 \\ 20x + 30y \leq 180 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình này trên hệ trục toạ độ Oxy , ta được miền tứ giác $OABC$ (Hình). Toạ độ các đỉnh của tứ giác đó là: $O(0; 0); A(0; 6); B(6; 2); C(8; 0)$



Gọi F là số tiền (đơn vị: triệu đồng) bác Năm thu được, ta có: $F = 40x + 50y$.

Ta phải tìm x, y thoả mãn hệ bất phương trình sao cho F đạt giá trị lớn nhất, nghĩa là tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $F = 40x + 50y$ trên miền tứ giác $OABC$.

Tính các giá trị của biểu thức F tại các đỉnh của đa giác, ta có:

Tại $O(0; 0)$: $F = 40.0 + 50.0 = 0$; Tại $A(0; 6)$: $F = 40.0 + 50.6 = 300$;

Tại $B(6; 2)$: $F = 40.6 + 50.2 = 340$; Tại $C(8; 0)$: $F = 40.8 + 50.0 = 320$.

F đạt giá trị lớn nhất bằng 340 tại $B(6; 2)$.

Vậy để thu được nhiều tiền nhất, bác Năm cần trồng 6 ha ngô và 2 ha đậu xanh.

Câu 5: Một công ty X có 2 phân xưởng A, B cùng sản xuất 2 loại sản phẩm M, N . Số đơn vị sản phẩm các loại được sản xuất ra và chi phí mỗi giờ hoạt động của A, B như sau:

	Phân xưởng 1	Phân xưởng 2
Sản phẩm M	250	250
Sản phẩm N	100	200
Chi phí	600.000	1.000.000

Công ty nhận được yêu cầu đặt hàng là 5000 đơn vị sản phẩm M và 3000 đơn vị sản phẩm N .

Công ty đã tìm được cách phân phối thời gian cho mỗi phân xưởng hoạt động thỏa mãn yêu cầu đơn đặt hàng và chi phí thấp nhất. Hỏi chi phí thấp nhất bằng bao nhiêu?

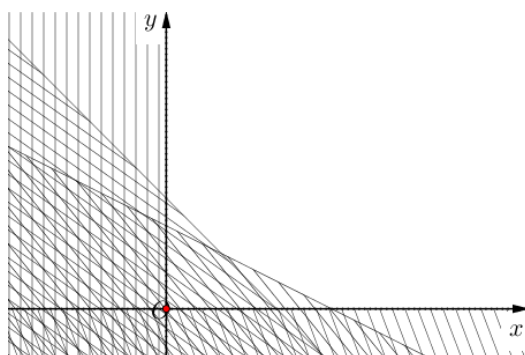
Trả lời: 16000000 đồng.

Lời giải

Gọi x, y lần lượt là số giờ nên cho phân xưởng A và B . Ta có bài toán

$$F = 600000x + 1000000y \rightarrow \min F \text{ thỏa } \begin{cases} 250x + 250y \geq 5000 & (1) \\ 100x + 200y \geq 3000 & (2) \\ x \geq 0, y \geq 0 & (3) \end{cases}$$

Miền ràng buộc D của bài toán được biểu diễn bằng cách vẽ đồ thị bất phương trình (1) và (2) và (3) tạo thành miền kín rồi lấy các điểm giao nhau làm tọa độ điểm đỉnh. Đỉnh nào làm cho F nhỏ nhất thì thỏa yêu cầu bài toán.



Qua vẽ hình ta tìm được phương án tối ưu là $x = 10, y = 10$

Vậy để thỏa mãn yêu cầu đặt hàng với chi phí thấp nhất công ty cần cho phân xưởng A và B hoạt động 10 giờ. Chi phí thấp nhất là 16000000 đồng.

Câu 6: Một người dùng ba loại nguyên liệu A, B, C để sản xuất ra hai loại sản phẩm P và Q . Để sản xuất 1kg mỗi loại sản phẩm P hoặc Q phải dùng một số kilôgam nguyên liệu khác nhau. Tổng số kilôgam nguyên liệu mỗi loại mà người đó có và số kilôgam từng loại nguyên liệu cần thiết để sản xuất ra 1 kg sản phẩm mỗi loại được cho trong bảng sau:

Loại nguyên liệu	Số kilôgam nguyên liệu đang có	Số kilôgam từng loại nguyên liệu cần để sản xuất 1kg sản phẩm	
		P	Q
A	10	2	2
B	4	0	2
C	12	2	4

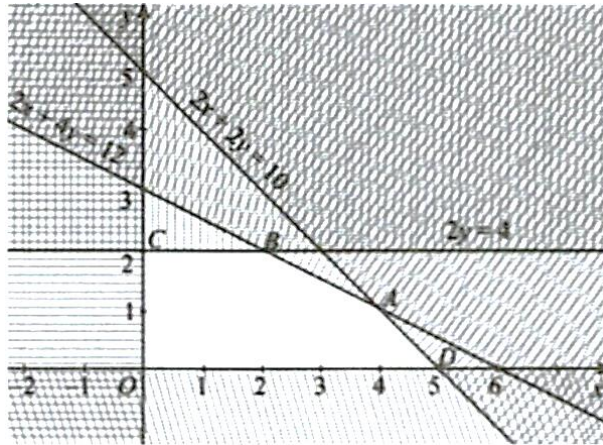
Biết 1kg sản phẩm P có lợi nhuận 3 triệu đồng và 1kg sản phẩm Q có lợi nhuận 5 triệu đồng. Người đó đã lập được phương án sản xuất hai loại sản phẩm trên sao cho có lãi cao nhất. Hỏi lãi cao nhất bằng bao nhiêu?

Trả lời: 17 triệu đồng.

Lời giải

Gọi x là số kilôgam sản phẩm P , y là số kilôgam sản phẩm Q cần sản xuất. Ta có hệ bất phương trình: $2x + 2y \leq 10$; $2y \leq 4$; $2x + 4y \leq 12$; $x \geq 0$; $y \geq 0$.

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình trên hệ trục tọa độ Oxy , ta được như hình trên.



Miền nghiệm là miền ngũ giác $OCBAD$, các đỉnh: $O(0;0)$; $C(0;2)$; $B(2;2)$; $A(4;1)$; $D(5;0)$

Gọi F là số tiền lãi (đơn vị: triệu đồng) thu được, ta có: $F = 3x + 5y$.

Tính giá trị của F tại các đỉnh của ngũ giác:

Tại $O(0;0)$: $F = 3.0 + 5.0 = 0$; Tại $C(0;2)$: $F = 3.0 + 5.2 = 10$;

Tại $B(2;2)$: $F = 3.2 + 5.2 = 16$; Tại $A(4;1)$: $F = 3.4 + 5.1 = 17$;

Tại $D(5;0)$: $F = 3.5 + 5.0 = 15$. F đạt giá trị lớn nhất bằng 17 tại $A(4;1)$.

Vậy cần sản xuất 4kg sản phẩm P và 1 kg sản phẩm Q để có lãi cao nhất là 17 triệu đồng.

•Đề 3:

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Điểm $A(2;1)$ thuộc miền nghiệm của bất phương trình nào sau đây?

- A. $x - y + 1 < 0$. B. $-2x + y - 2 > 0$.
C. $2x - y + 1 > 0$. D. $x - 2y > 0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $2.2 - 1 + 1 = 4 > 0$.

Câu 2: Cho bất phương trình $x - 2y + 5 > 0$ có tập nghiệm là S . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

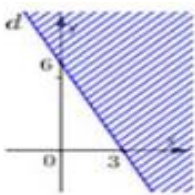
- A. $(-2; 2) \in S$. B. $(2; 2) \in S$. C. $(-2; 4) \in S$. D. $(1; 3) \in S$.

Lời giải

Chọn B

Thay tọa độ các điểm vào bất phương trình ta thấy $(2; 2) \in S$.

Câu 3: Miền nghiệm được cho bởi hình bên, là miền nghiệm của bất phương trình nào?



- A.** $2x + y - 6 > 0$. **B.** $2x + y - 6 < 0$.
C. $x + 2y - 6 < 0$. **D.** $x + 2y - 6 > 0$.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị ta thấy điểm $O(0;0)$ thuộc miền nghiệm của bất phương trình, và $(3;0) \in d$.

Câu 4: Miền nghiệm của bất phương trình $3(x-1) + 4(y-2) < 5x - 3$ là nửa mặt phẳng chứa điểm

- A.** $Q(-5;3)$. **B.** $O(0;0)$. **C.** $N(-4;2)$. **D.** $P(-2;2)$.

Lời giải

Chọn B

$$3(x-1) + 4(y-2) < 5x - 3 \Leftrightarrow 2x - 4y + 8 > 0 \Leftrightarrow x - 2y + 4 > 0.$$

Thay lần lượt tọa độ các điểm vào hệ bất phương trình, tọa độ điểm nào thỏa mãn hệ bất phương trình thì điểm đó thuộc miền nghiệm của bất phương trình đã cho.

Câu 5: Cặp số nào dưới đây là nghiệm của bất phương trình $2x - y > 3$?

- A.** $(3;1)$. **B.** $(0;-2)$. **C.** $(1;1)$. **D.** $(2;1)$.

Lời giải

Chọn A

Thay $x=3$, $y=1$ vào bất phương trình $2x - y > 3$ ta được: $5 > 3$.

Câu 6: Miền nghiệm của bất phương trình $5(x+2) - 9 < 2x - 2y + 7$ **không** chứa điểm nào trong các điểm sau?

- A.** $(2;3)$. **B.** $(-2;1)$. **C.** $(2;-1)$. **D.** $(0;0)$.

Lời giải

Chọn A

Thay tọa độ điểm $(2;3)$ vào bất phương trình $5(x+2) - 9 < 2x - 2y + 7$ ta có:

$$5(2+2) - 9 < 2.2 - 2.3 + 7 \Leftrightarrow 11 < 5.$$

Vậy miền nghiệm của bất phương trình $5(x+2) - 9 < 2x - 2y + 7$ không chứa điểm $(2;3)$.

Câu 7: Điểm $O(0;0)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình nào sau đây?

- A.** $\begin{cases} x + 3y - 6 > 0 \\ 2x + y + 4 > 0 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x + 3y - 6 > 0 \\ 2x + y + 4 < 0 \end{cases}$
C. $\begin{cases} x + 3y - 6 < 0 \\ 2x + y + 4 > 0 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x + 3y - 6 < 0 \\ 2x + y + 4 < 0 \end{cases}$

Lời giải

Chọn C

Câu 8: Cho hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 2x - \frac{3}{2}y \geq 1 & (1) \\ 4x - 3y \leq 2 & (2) \end{cases}$$
 có tập nghiệm S . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\left(-\frac{1}{4}; -1\right) \notin S$.

B. $S = \{(x; y) | 4x - 3y = 2\}$.

C. Biểu diễn hình học của S là nửa mặt phẳng chứa gốc tọa độ và kể cả bờ d , với d là đường thẳng $4x - 3y = 2$.

D. Biểu diễn hình học của S là nửa mặt phẳng không chứa gốc tọa độ và kể cả bờ d , với d là đường thẳng $4x - 3y = 2$.

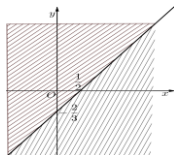
Lời giải

Chọn B

Trước hết, ta vẽ hai đường thẳng:

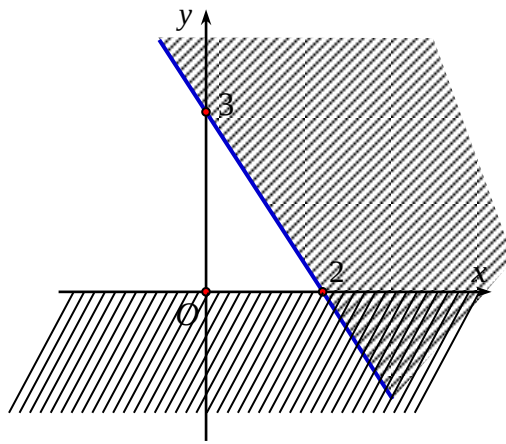
$$(d_1): 2x - \frac{3}{2}y = 1$$

$$(d_2): 4x - 3y = 2$$



Thử trực tiếp ta thấy $(0; 0)$ là nghiệm của bất phương trình (2) nhưng không phải là nghiệm của bất phương trình (1). Sau khi gạch bỏ các miền không thích hợp, tập hợp nghiệm của hệ bất phương trình chính là các điểm thuộc đường thẳng $(d): 4x - 3y = 2$.

Câu 9: Phần không gạch chéo ở hình sau đây là biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn hệ A, B, C, D?



A. $\begin{cases} y > 0 \\ 3x + 2y < 6 \end{cases}$

B. $\begin{cases} y > 0 \\ 3x + 2y < -6 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x > 0 \\ 3x + 2y < 6 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x > 0 \\ 3x + 2y > -6 \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Dựa vào hình vẽ ta thấy đồ thị gồm hai đường thẳng $(d_1): y = 0$ và đường thẳng $(d_2): 3x + 2y = 6$.

Miền nghiệm gồm phần y nhận giá trị dương.

Lại có $(0; 0)$ thỏa mãn bất phương trình $3x + 2y < 6$.

Câu 10: Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x - y \leq 2 \\ 3x + 5y \leq 15 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho là miền tứ giác $ABCO$ kể cả các cạnh với $A(0; 3)$, $B\left(\frac{25}{8}; \frac{9}{8}\right)$, $C(2; 0)$ và $O(0; 0)$.

B. Đường thẳng $\Delta: x + y = m$ có giao điểm với tứ giác $ABCO$ kể cả khi $-1 \leq m \leq \frac{17}{4}$.

C. Giá trị lớn nhất của biểu thức $x + y$, với x và y thỏa mãn hệ bất phương trình đã cho là $\frac{17}{4}$.

D. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $x + y$, với x và y thỏa mãn hệ bất phương trình đã cho là 0.

Lời giải

Chọn B

Trước hết, ta vẽ bốn đường thẳng:

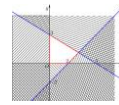
$$(d_1): x - y = 2$$

$$(d_2): 3x + 5y = 15$$

$$(d_3): x = 0$$

$$(d_4): y = 0$$

$$F = y - x$$



Miền nghiệm là phần không bị gạch, kể cả biên.

Câu 11: Giá trị nhỏ nhất của biểu thức trên miền xác định bởi hệ
$$\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$$
 là.

A. $\min F = 1$ khi $x = 2, y = 3$.

$x = 0, y = 2$.

C. $\min F = 3$ khi $x = 1, y = 4$.

$x = 0, y = 0$.

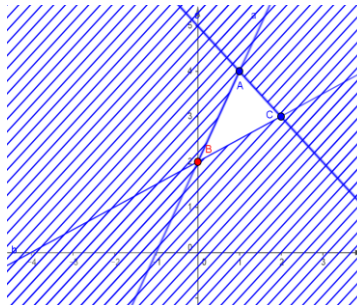
B. $\min F = 2$ khi

D. $\min F = 0$ khi

Lời giải

Chọn A

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$$
 trên hệ trục tọa độ như dưới đây:



Nhận thấy biểu thức $F = y - x$ chỉ đạt giá trị nhỏ nhất tại các điểm A, B hoặc C .

Ta có: $F(A) = 4 - 1 = 3; F(B) = 2; F(C) = 3 - 2 = 1$.

Vậy $\min F = 1$ khi $x = 2, y = 3$.

Câu 12: Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F(x, y) = x - 2y$, với điều kiện
$$\begin{cases} 0 \leq y \leq 5 \\ x \geq 0 \\ x + y - 2 \geq 0 \\ x - y - 2 \leq 0 \end{cases}$$
 là

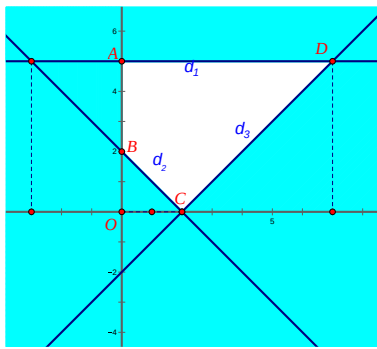
A. -12 .

B. -10 .

C. -8 . **D.** -6 .

Lời giải

Chọn B



Vẽ các đường thẳng $d_1: y=5$;

$d_2: x+y-2=0$; $d_3: x-y-2=0$;

$Ox: y=0$; $Oy: x=0$.

Các đường thẳng trên đôi một cắt nhau tại $A(0;5)$

Vì điểm $M_0(2;1)$ có tọa độ thỏa mãn tất cả các bất pt trong hệ nên ta tô đậm các nửa mặt phẳng bờ d_1, d_2, d_3, Ox, Oy không chứa điểm M_0 . Miền không bị tô đậm là đa giác $ABCD$ kể cả các cạnh (hình bên) là miền nghiệm của hệ pt đã cho.

Kí hiệu $F(A) = F(x_A; y_A) = x_A - 2y_A$, ta có

$F(A) = -10, F(B) = -4, F(C) = 2; F(D) = -3, -10 < -4 < -3 < 2$.

Giá trị lớn nhất cần tìm là -10 .

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho bất phương trình: $x - 4y + 5 > 0$. Khi đó:

- a) $(-5; 0)$ là một nghiệm của bất phương trình.
- b) $(-2; -1)$ là một nghiệm của bất phương trình.
- c) $(0; 0)$ là một nghiệm của bất phương trình.
- d) $(1; 3)$ là một nghiệm của bất phương trình..

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------------	----------------	----------------	---------------

a) Thay $x = -5, y = 0$ vào bất phương trình đã cho: $-5 - 4 \cdot 0 + 5 > 0 \Leftrightarrow 0 > 0$ (sai).

Do vậy $(-5; 0)$ không là nghiệm của bất phương trình.

b) Thay $x = -2, y = -1$ vào bất phương trình đã cho: $-2 - 4 \cdot (-1) + 5 > 0 \Leftrightarrow 7 > 0$ (đúng)

Do vậy $(-2; -1)$ là một nghiệm của bất phương trình.

c) Thay $x = 0, y = 0$ vào bất phương trình đã cho: $5 > 0$ (đúng). Do vậy $(0; 0)$ là một nghiệm của bất phương trình.

d) Thay $x = 1, y = 3$ vào bất phương trình đã cho: $1 - 4.3 + 5 > 0 \Leftrightarrow -6 > 0$ (sai). Do vậy $(1; 3)$ không là nghiệm của bất phương trình.

Câu 2: Xác định tính đúng, sai của các khẳng định sau:

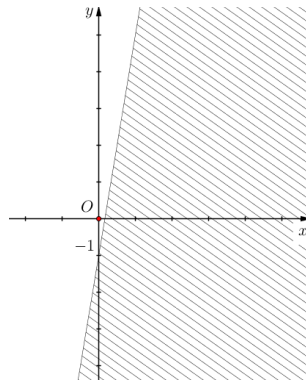
- a) Miền nghiệm của các bất phương trình $6x - y \leq 1$ chứa điểm O
- b) Miền nghiệm của các bất phương trình $2x + 3y > 5$ chứa điểm O
- c) Miền nghiệm của các bất phương trình $-3x + y \leq 0$ chứa điểm $M(0; 1)$
- d) Miền nghiệm của các bất phương trình $x - y < 7$ chứa điểm O

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
----------------	---------------	----------------	----------------

a) Vẽ đường thẳng $d: 6x - y = 1$ với các cặp giá trị là $x = 0, y = -1$ và $x = \frac{1}{6}, y = 0$.

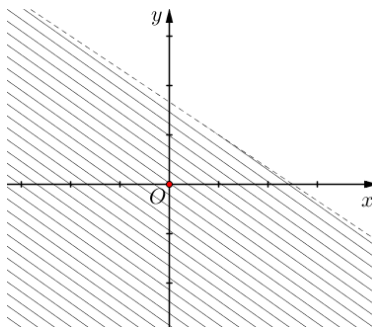
Xét điểm $O(0; 0)$: thay $x = 0, y = 0$ vào (1), ta được: $0 \leq 1$ (đúng). Do đó điểm O thuộc miền nghiệm của (1). Vậy miền nghiệm của (1) là nửa mặt phẳng (kể cả d) chứa điểm O (phần không gạch chéo trong hình).



b) $2x + 3y > 5$ (2).

Vẽ đường thẳng $d: 2x + 3y = 5$ với các cặp giá trị là $x = 1, y = 1$ và $x = \frac{5}{2}, y = 0$.

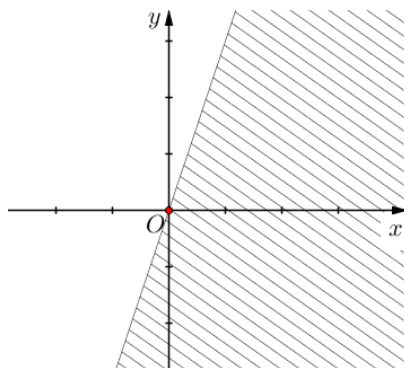
Xét điểm $O(0; 0)$: thay $x = 0, y = 0$ vào (2), ta được: $0 > 5$ (sai). Do đó điểm O không thuộc miền nghiệm của (2). Vậy miền nghiệm của (2) là nửa mặt phẳng (không kể cả d) không chứa điểm O (phần không gạch chéo trong hình).



c) $-3x + y \leq 0$ (3).

Vẽ đường thẳng $d: -3x + y = 0$ với các cặp giá trị $x = 0, y = 0$ và $x = 1, y = 3$.

Xét điểm $M(0;1)$; thay $x = 0, y = 1$ vào (3) : $1 \cdot 0$ (đúng), suy ra M thuộc miền nghiệm của (3). Vậy miền nghiệm của (3) là nửa mặt phẳng (kể cả d) chứa điểm M (phần không gạch chéo trong hình).

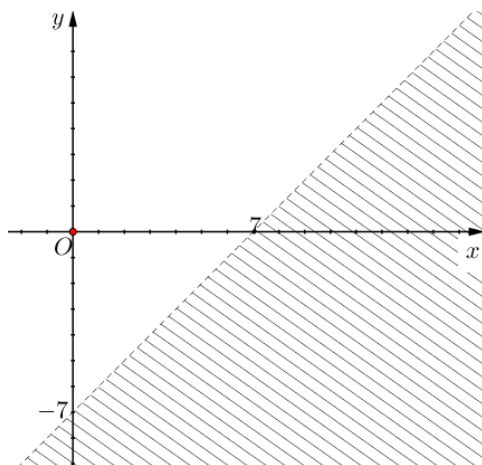


d) $x - y < 7$ (4)

Vẽ đường thẳng $d: x - y = 7$ với các cặp giá trị $x = 7, y = 0$ và $x = 0, y = -7$.

Xét điểm $O(0;0)$: thay $x = 0, y = 0$ vào (4): $0 < 7$ (đúng), suy ra O thuộc miền nghiệm của (4).

Vậy miền nghiệm của (4) là nửa mặt phẳng (không kể d) chứa điểm O (phần không gạch chéo trong hình).



Câu 3: Một đội sản xuất cần 3 giờ để làm xong sản phẩm loại I và 2 giờ để làm xong sản phẩm loại II . Biết thời gian tối đa cho việc sản xuất hai sản phẩm trên là 18 giờ. Gọi x, y lần lượt là số sản phẩm loại I , loại II mà đội làm được trong thời gian cho phép. Khi đó:

- Tổng thời gian làm xong sản phẩm loại I là $2x$, tổng thời gian làm xong sản phẩm loại II là $3y$.
- Bất phương trình bậc nhất hai ẩn theo x, y với điều kiện $x, y \in \mathbb{N}$ là $3x + 2y < 18$
- $(3; 4)$ là một nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn theo x, y với điều kiện $x, y \in \mathbb{N}$
- $(4; 3)$ là một nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn theo x, y với điều kiện $x, y \in \mathbb{N}$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

- Tổng thời gian làm xong sản phẩm loại I là $3x$, tổng thời gian làm xong sản phẩm loại II là $2y$.

b) Ta có bất phương trình: $3x + 2y \leq 18$ (*), điều kiện $x, y \in \mathbb{Z}$.

c) Thay cặp số (3; 4) vào bất phương trình (*): $3 \cdot 3 + 2 \cdot 4 \leq 18$ (đúng), suy ra (3; 4) là một nghiệm của (*).

d) Thay cặp số (4; 3) vào bất phương trình (*): $3 \cdot 4 + 2 \cdot 3 \leq 18$ (đúng), suy ra (4; 3) là một nghiệm của (*).

Câu 4: Một trò chơi chọn ô chữ đơn giản mà kết quả gồm một trong hai khả năng: Nếu người chơi chọn được chữ A thì người ấy được cộng 3 điểm, nếu người chơi chọn được chữ B thì người ấy bị trừ 1 điểm. Người chơi chỉ chiến thắng khi đạt được số điểm tối thiểu là 20. Gọi x, y theo thứ tự là số lần người chơi chọn được chữ A và chữ B. Khi đó:

a) Tổng số điểm người chơi đạt được khi chọn chữ A là $3x$, tổng số điểm người chơi bị trừ khi chọn chữ B là y .

b) Bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y trong tình huống người chơi chiến thắng là $3x - y \geq 20$.

c) Người chơi chọn được chữ A 7 lần và chọn được chữ B 1 lần thì người đó vừa đủ điểm dành chiến thắng trò chơi.

d) Người chơi chọn được chữ A 8 lần và chọn được chữ B 3 lần thì người đó vừa đủ điểm dành chiến thắng trò chơi.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Tổng số điểm người chơi đạt được khi chọn chữ A là $3x$, tổng số điểm người chơi bị trừ khi chọn chữ B là y .

b) Với $x, y \in \mathbb{Z}$, ta có bất phương trình: $3x - y \geq 20$ (*).

c) Thay cặp số (7; 1) vào bất phương trình (*): $3 \cdot 7 - 1 \geq 20$ (đúng), suy ra (7; 1) là một nghiệm của (*). Điều này cho thấy nếu người chơi chọn được chữ A 7 lần và chọn được chữ B 1 lần thì người đó vừa đủ điểm dành chiến thắng trò chơi.

d) Thay cặp số (8; 4) vào bất phương trình (*): $3 \cdot 8 - 4 \geq 20$ (đúng), suy ra (8; 4) là một nghiệm của (*). Điều này cho thấy nếu người chơi chọn được chữ A 8 lần và chọn được chữ B 4 lần thì người đó vừa đủ điểm dành chiến thắng trò chơi.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

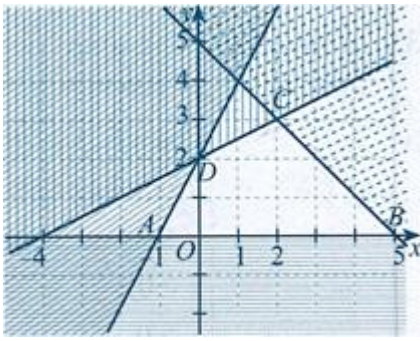
Câu 1: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $m \leq -x + y$ với mọi cặp số $(x; y)$ thoả mãn hệ bất

$$\text{phương trình sau: } \begin{cases} -2x + y \leq 2 \\ -x + 2y \leq 4 \\ x + y \leq 5 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Trả lời: $m \leq -5$

Lời giải

Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền tứ giác $ABCD$ với $A(-1; 0), B(5; 0), C(2; 3), D(0; 2)$ (Hình). Ta có: $x - y + m \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -x + y$.



Đặt $F = -x + y$. Tính giá trị của $F = -x + y$ tại các cặp số $(x; y)$ là toạ độ của các đỉnh tứ giác $ABCD$ rồi so sánh bằng -5 tại $x = 5, y = 0$.

Để $m \leq -x + y$ với mọi x, y thoả mãn hệ bất phương trình đã cho thì $m \leq \text{Min } F$ trên miền nghiệm của hệ bất phương trình đó hay $m \leq -5$.

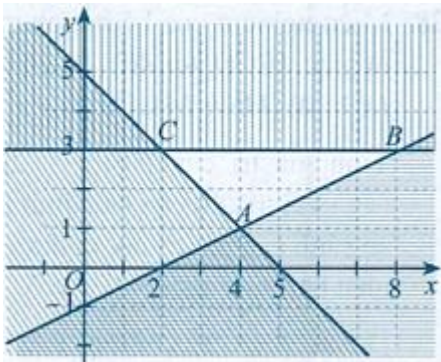
Câu 2: Cho hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} x + y \geq 5 \\ x - 2y \leq 2 \text{ (II)} \\ y \leq 3. \end{cases}$$
 Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình

$2x - 5y + m \geq 0$ nghiệm đúng với mọi cặp số $(x; y)$ thoả mãn hệ bất phương trình (II).

Trả lời: $m \geq 11$

Lời giải

Miền nghiệm của hệ bất phương trình (II) là miền tam giác ABC với $A(4; 1)$, $B(8; 3)$, $C(2; 3)$ (Hình).



Ta có: $2x - 5y + m \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -2x + 5y$.

Đặt $F = -2x + 5y$. Tính giá trị của $F = -2x + 5y$ tại các cặp số $(x; y)$ là toạ độ của các đỉnh tam giác ABC rồi so sánh các giá trị đó, ta được F đạt giá trị lớn nhất bằng 11 tại $x = 2, y = 3$.

Để bất phương trình $2x - 5y + m \geq 0$ nghiệm đúng với mọi x, y thoả mãn hệ bất phương trình đã cho thì $m \geq \text{Max } F$ trên miền nghiệm của hệ bất phương trình đó hay $m \geq 11$.

Câu 3: Trong một cuộc thi pha chế đồ uống gồm hai loại là A và B , mỗi đội chơi được sử dụng tối đa $24g$ hương liệu, 9 cốc nước lọc và $210g$ đường. Để pha chế 1 cốc đồ uống loại A cần 1 cốc nước lọc, $30g$ đường và $1g$ hương liệu. Để pha chế 1 cốc đồ uống loại B cần 1 cốc

nước lọc, 10g đường và 4g hương liệu. Mỗi cốc đồ uống loại A nhận được 6 điểm thưởng, mỗi cốc đồ uống loại B nhận được 8 điểm thưởng. Để đạt được số điểm thưởng cao nhất, đội chơi cần pha chế bao nhiêu cốc đồ uống mỗi loại?

Trả lời: 4 cốc đồ uống loại A, 5 cốc đồ uống loại B.

Lời giải

Gọi x, y lần lượt là số cốc đồ uống loại A, loại B mà đội chơi cần pha chế với $x \geq 0, y \geq 0$.

Số cốc nước cần dùng là: $x + y$ (cốc).

Lượng đường cần dùng là: $30x + 10y$ (g).

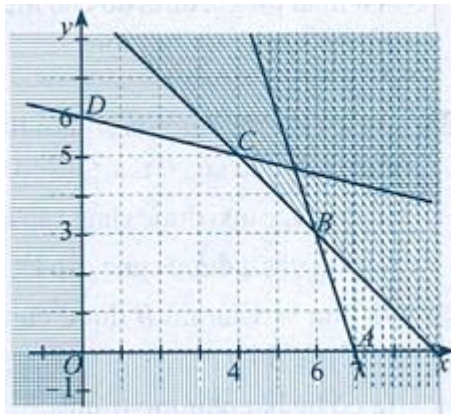
Lượng hương liệu cần dùng là: $x + 4y$ (g).

$$\text{Theo giả thiết, ta có: } \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 9 \\ 30x + 10y \leq 210 \\ x + 4y \leq 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 9 \\ 3x + y \leq 21 \\ x + 4y \leq 24 \end{cases} \quad (III)$$

Số điểm thưởng nhận được là: $F = 6x + 8y$.

Ta tìm giá trị lớn nhất trên miền nghiệm của hệ bất phương trình (III).

Miền nghiệm của hệ bất phương trình (III) là miền ngũ giác $OABCD$ với $O(0;0), A(7;0), B(6;3), C(4;5), D(0;6)$ (hình).



Tính giá trị của $F = 6x + 8y$ tại các cặp số $(x; y)$ là tọa độ của các đỉnh ngũ giác $OABCD$ rồi so sánh các giá trị đó, ta được F đạt giá trị lớn nhất bằng 64 tại $x = 4; y = 5$.

Vậy để đạt được số điểm thưởng cao nhất, đội chơi cần pha chế 4 cốc đồ uống loại A, 5 cốc đồ uống loại B.

Câu 4: Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi ki-lô-gam thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipid. Mỗi ki-lô-gam thịt lợn (heo) chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất là 1,6kg thịt bò và 1,1kg thịt lợn; giá 1kg thịt bò là 200000 đồng, 1kg thịt lợn là 160000 đồng. Hỏi gia đình đó cần mua bao nhiêu ki-lô-gam thịt mỗi loại để đảm bảo cung cấp đủ lượng protein, lipid cho gia đình và có chi phí là ít nhất?

Trả lời: $0,6\text{kg}$ thịt bò và $0,7\text{kg}$ thịt lợn

Lời giải

Gọi x, y lần lượt là số ki-lô-gam thịt bò và thịt lợn mà gia đình đó mua trong một ngày với $0 \leq x \leq 1,6, 0 \leq y \leq 1,1$.

Số đơn vị protein gia đình có là: $800x + 600y$.

Số đơn vị lipid gia đình có là: $200x + 400y$. Theo bài ra, ta có:

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \\ 800x + 600y \geq 900 \\ 200x + 400y \geq 400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \\ 8x + 6y \geq 9 \\ x + 2y \geq 2 \end{cases} \quad (IV)$$

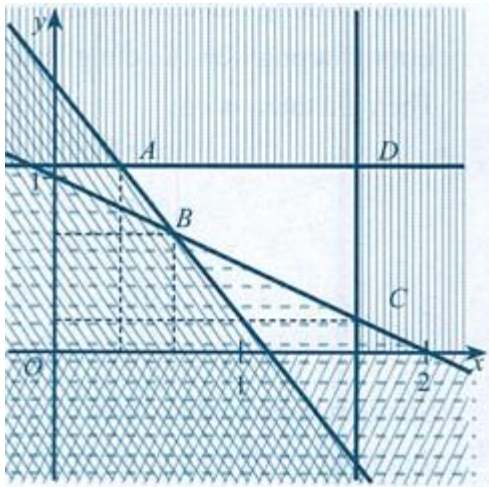
Số tiền gia đình đã dùng để mua thịt bò và thịt lợn là:

$$T = 200000x + 160000y \text{ (đồng)}.$$

Bài toán đưa về tìm x, y là nghiệm của hệ bất phương trình (IV) để $T = 200000x + 160000y$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Trước hết, ta biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình (IV).

Miền nghiệm của hệ bất phương trình (IV) là miền tứ giác $ABCD$ với $A(0, 3; 1, 1), B(0, 6; 0, 7), C(1, 6; 0, 2), D(1, 6; 1, 1)$ (hình)



Tính giá trị của T tại các cặp số $(x; y)$ là tọa độ của các đỉnh tứ giác $ABCD$ rồi so sánh các giá trị đó, ta được T đạt giá trị nhỏ nhất bằng 232000 đồng tại $x = 0,6; y = 0,7$

Vậy để đảm bảo cung cấp đủ lượng protein, lipid cho gia đình và có chi phí là ít nhất thì gia đình đó cần mua thêm $0,6\text{kg}$ thịt bò và $0,7\text{kg}$ thịt lợn

Câu 5: Nhân dịp tết Trung thu, xí nghiệp sản xuất bánh muốn sản xuất hai loại bánh: bánh nướng và bánh dẻo. Để sản xuất hai loại bánh này, xí nghiệp cần: đường, bột mì, trứng, mứt bí, lạp xường,... Xí nghiệp đã nhập về 600kg bột mì và 240kg đường, các nguyên liệu khác luôn đáp ứng được số lượng mà xí nghiệp cần. Mỗi chiếc bánh nướng cần 120g bột mì, 60g đường. Mỗi chiếc bánh dẻo cần 160g bột mì và 40g đường. Theo khảo sát thị trường, lượng bánh dẻo tiêu thụ không vượt quá ba lần lượng bánh nướng và sản phẩm của xí nghiệp sản xuất luôn được tiêu thụ hết. Mỗi chiếc bánh nướng lãi 8000 đồng, mỗi chiếc bánh dẻo lãi 6000 đồng, Hãy lập kế hoạch sản xuất cho xí nghiệp để đáp ứng nhu

cầu thị trường; đảm bảo lượng bột mì, đường không vượt quá số lượng mà xí nghiệp đã chuẩn bị và vẫn thu được lợi nhuận cao nhất.

Trả lời: 3000 chiếc bánh nướng và 1.500 chiếc bánh dẻo.

Lời giải

Gọi x, y (chiếc) là số lượng bánh nướng, bánh dẻo mà xí nghiệp cần sản xuất. Trong đó $0 < x, 0 < y$ với $x, y \in \mathbb{N}^*$.

Khối lượng bột mì cần dùng là: $0,12x + 0,16y(kg)$.

Khối lượng đường cần dùng là: $0,06x + 0,04y(kg)$.

Ta có: $0,12x + 0,16y \leq 600$ hay $3x + 4y \leq 15000$;

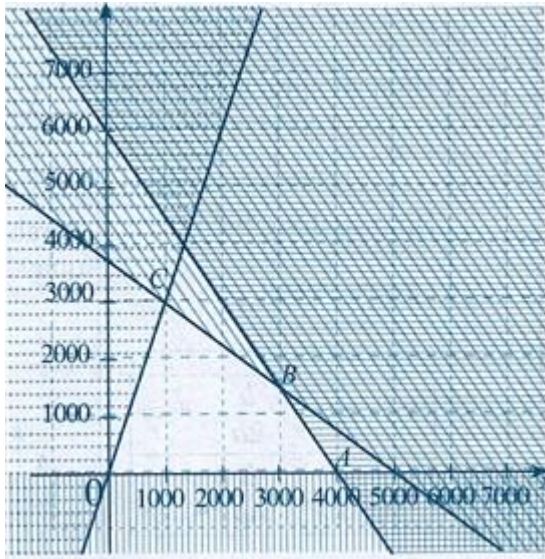
$0,06x + 0,04y \leq 240$ hay $3x + 2y \leq 12000$.

Số tiền lãi thu được là: $T = 8x + 6y$ (nghìn đồng). Bài toán đưa về, tìm x, y là nghiệm của

$$\text{hệ bất phương trình: } \begin{cases} 3x + 4y \leq 15000 \\ 3x + 2y \leq 12000 \\ y \leq 3x \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \quad (V) \text{ để } T = 8x + 6y \text{ đạt giá trị lớn nhất.}$$

Trước hết, ta biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình (V).

Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền tứ giác $OABC$ với $O(0; 0), A(4000; 0), B(3000; 1500), C(1000; 3000)$



Tính giá trị của T tại các cặp số $(x; y)$ là tọa độ các đỉnh trên rồi so sánh các giá trị đó, ta được T đạt giá trị lớn nhất bằng 33000 (nghìn đồng) hay 33 triệu đồng tại $x = 3000; y = 1500$.

Vậy để đạt được tiền lãi cao nhất, xí nghiệp nên sản xuất 3000 chiếc bánh nướng và 1.500 chiếc bánh dẻo.

Câu 6: Một xưởng sản xuất hai loại sản phẩm là sản phẩm loại I và sản phẩm loại II:

- Mỗi kg sản phẩm loại I cần 2 kg nguyên liệu và 30 giờ, thu lời được 40 nghìn.

- Mỗi kg sản phẩm loại II cần 4 kg nguyên liệu và 15 giờ, thu lời được 30 nghìn. Xưởng có 200 kg nguyên liệu và 1200 giờ làm việc tối đa. Nên sản xuất mỗi loại sản phẩm bao nhiêu để có mức lời cao nhất?

Trả lời: 20 sản phẩm loại I và 40 sản phẩm loại II

Lời giải

Gọi x, y lần lượt là số kg sản phẩm loại I và loại II mà xưởng sản xuất được.

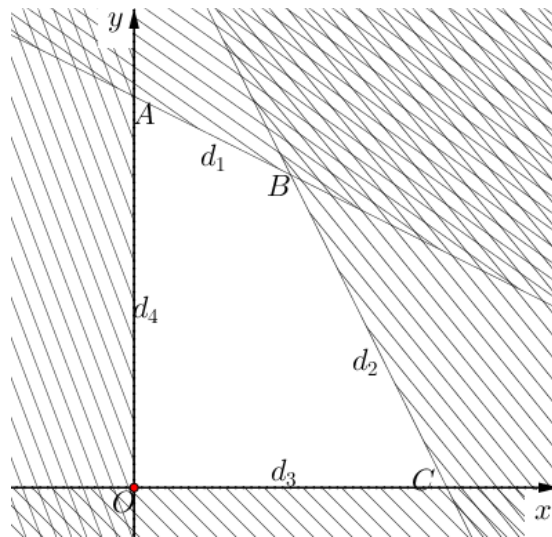
Tổng nguyên liệu được dùng là $2x + 4y(kg)$; tổng thời gian sản xuất là $30x + 15y$ (giờ); $x, y \geq 0$.

$$\text{Ta có hệ bất phương trình: } \begin{cases} 2x + 4y \leq 200 \\ 30x + 15y \leq 1200 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y \leq 100 \\ 2x + y \leq 80 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Vẽ trên cùng hệ trục các đường thẳng $d_1: x + 2y = 100, d_2: 2x + y = 80, d_3: y = 0, d_4: x = 0$

Ta có điểm $M(1;1)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình vì khi thay tọa độ điểm này vào hệ:

$$\begin{cases} 1 + 2.1 \leq 100 \\ 2.1 + 1 \leq 80 \\ 1 \geq 0 \\ 1 \geq 0 \end{cases} \quad (\text{đúng})$$



Gạch bỏ các phần không thuộc miền nghiệm của mỗi bất phương trình trong hệ (nửa mặt phẳng có bờ là các đường thẳng d_1, d_2, d_3, d_4 và không chứa điểm M). Khi đó miền nghiệm của hệ bất phương trình chính là miền của tứ giác $OABC$ (kể cả các cạnh của tứ giác đó) với $O(0;0), A(0;50), B(20;40), C(40;0)$.

Lãi thu về từ việc sản xuất hai sản phẩm: $F(x; y) = 40x + 30y$ (nghìn đồng).

Tại $O(0;0)$, ta có $F(0;0) = 0$; tại $A(0;50)$, ta có $F(0;50) = 1500$; tại $B(20;40)$, ta có $F(20;40) = 2000$; tại $C(40;0)$, ta có $F(40;0) = 1600$.

Vậy lãi suất cao nhất thu được bằng 2000000 đồng, khi đó $x = 20, y = 40$ (tức là xưởng cần sản xuất ra 20 sản phẩm loại I và 40 sản phẩm loại II).

