

MỤC LỤC

▣ BÀI 2. HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN	1
*. Đề kiểm tra rèn luyện	2
♦ Đề 1:	2
♦ Đề 2:	19
♦ Đề 3:	35

*. Đề kiểm tra rèn luyện

♦Đề 1:

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Trong các cặp số sau, cặp nào **không** là nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x+y-2 \leq 0 \\ 2x-3y+2 > 0 \end{cases}$ là

A. (0;0). B. (1;1). C. (-1;1). D. (-1;-1).

Lời giải

Chọn C

Ta thay cặp số (-1;1) vào hệ ta thấy không thỏa mãn.

Câu 2: Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} - 1 \geq 0 \\ 2(x-1) + \frac{3y}{2} \leq 4 \\ x \geq 0 \end{cases}$ là phần mặt phẳng chứa điểm

A. (2;1). B. (0;0). C. (1;1). D. (3;4).

Lời giải

Chọn A

Nhận xét: chỉ có điểm (2;1) thỏa mãn hệ.

Câu 3: Điểm nào sau đây **không** thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x+3y-1 > 0 \\ 5x-y+4 < 0 \end{cases}$?

A. (-1;4). B. (-2;4). C. (0;0). D. (-3;4).

Lời giải

Chọn C

Nhận xét: chỉ có điểm (0;0) không thỏa mãn hệ.

Câu 4: Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x-5y-1 > 0 \\ 2x+y+5 > 0 \\ x+y+1 < 0 \end{cases}$

A. (0;0). B. (1;0). C. (0;-2). D. (0;2).

Lời giải

Chọn C

Nhận xét: chỉ có điểm (0;-2) thỏa mãn hệ.

Câu 5: Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x - \frac{3}{2}y \geq 1 \\ 4x - 3y \leq 2 \end{cases}$ có tập nghiệm S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\left(-\frac{1}{4}; -1\right) \notin S$.

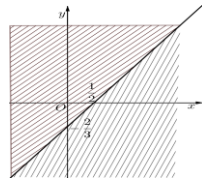
B. $S = \{(x; y) | 4x - 3y = 2\}$.

C. Biểu diễn hình học của S là nửa mặt phẳng chứa gốc tọa độ và kể cả bờ d , với d là đường thẳng $4x - 3y = 2$.

D. Biểu diễn hình học của S là nửa mặt phẳng không chứa gốc tọa độ và kể cả bờ d , với d là đường thẳng $4x - 3y = 2$.

Lời giải

Chọn B



Trước hết, ta vẽ hai đường thẳng:

$(d_1): 2x - \frac{3}{2}y = 1$

$(d_2): 4x - 3y = 2$

Thử trực tiếp ta thấy $(0; 0)$ là nghiệm của phương trình (2) nhưng không phải là nghiệm của phương trình (1). Sau khi gạch bỏ các miền không thích hợp, tập hợp nghiệm của bất phương trình chính là các điểm thuộc đường thẳng $(d): 4x - 3y = 2$.

Câu 6: Cho hệ $\begin{cases} 2x + 3y < 5 & (1) \\ x + \frac{3}{2}y < 5 & (2) \end{cases}$. Gọi S_1 là tập nghiệm của bất phương trình (1), S_2 là tập nghiệm của

bất phương trình (2) và S là tập nghiệm của hệ thì

A. $S_1 \subset S_2$.

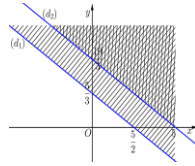
B. $S_2 \subset S_1$.

C. $S_2 = S$.

D. $S_1 \neq S$.

Lời giải

Chọn B



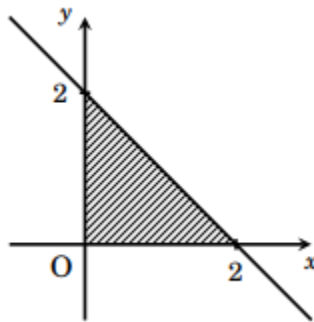
Trước hết, ta vẽ hai đường thẳng:

$$(d_1): 2x + 3y = 5$$

$$(d_2): x + \frac{3}{2}y = 5$$

Ta thấy $(0; 0)$ là nghiệm của cả hai bất phương trình. Điều đó có nghĩa gốc tọa độ thuộc cả hai miền nghiệm của hai bất phương trình. Say khi gạch bỏ các miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ.

Câu 7: Miền được gạch chéo trong hình bên dưới biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình nào dưới đây?



- A.** $\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ x + y < 2 \end{cases}$.
B. $\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ x + y < 4 \end{cases}$.
C. $\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ x + y > 2 \end{cases}$.
D. $\begin{cases} x < 0 \\ y > 0 \\ x + y < 2 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Miền gạch chéo ở trong hình thỏa mãn $x > 0$ và $y > 0$.

Miền gạch sọc đi qua hai điểm $(0; 2)$ và $(2; 0)$ nên miền này biểu diễn miền nghiệm của

$$\text{hệ bất phương trình } \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ x + y < 2 \end{cases} .$$

Câu 8: Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = y - x$ trên miền xác định bởi hệ $\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$ là

A. $\min F = 1$ khi $x = 2, y = 3$.

B. $\min F = 2$ khi $x = 0, y = 2$.

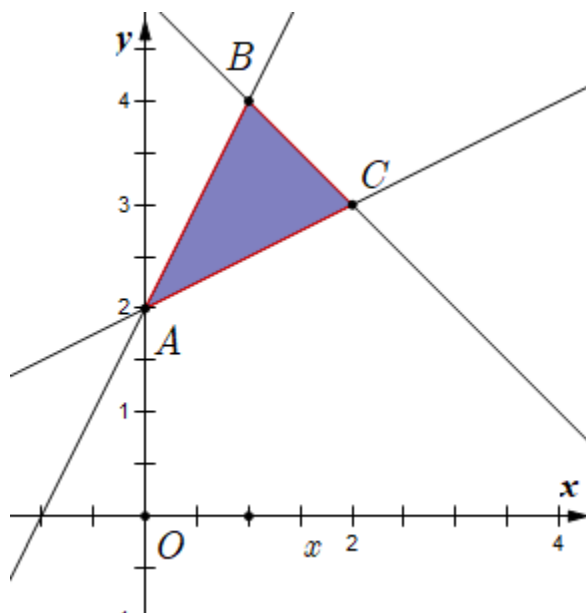
C. $\min F = 3$ khi $x = 1, y = 4$.

D. $\min F = 0$ khi $x = 0, y = 0$.

Lời giải

Chọn A

Miền nghiệm của hệ $\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$ là miền trong của tam giác ABC kể cả biên (như hình)



Ta thấy $F = y - x$ đạt giá trị nhỏ nhất chỉ có thể tại các điểm A, B, C .

Tại $A(0; 2)$ thì $F = 2$.

Tại $B(1; 4)$ thì $F = 3$

Tại $C(2; 3)$ thì $F = 1$.

Vậy $\min F = 1$ khi $x = 2, y = 3$.

Câu 9: Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = y - x$ trên miền xác định bởi hệ $\begin{cases} 2x + y \leq 2 \\ x - y \leq 2 \\ 5x + y \geq -4 \end{cases}$ là

A. $\min F = -3$ khi $x = 1, y = -2$.

B. $\min F = 0$ khi $x = 0, y = 0$.

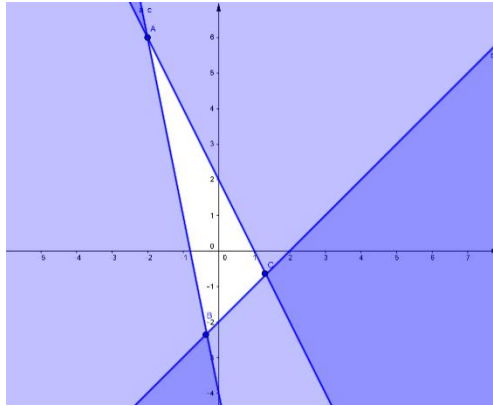
C. $\min F = -2$ khi $x = \frac{4}{3}, y = -\frac{2}{3}$.

D. $\min F = 8$ khi $x = -2, y = 6$.

Lời giải

Chọn C

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 2x + y \leq 2 \\ x - y \leq 2 \\ 5x + y \geq -4 \end{cases}$$
 trên hệ trục tọa độ như dưới đây:



Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = y - x$ chỉ đạt được tại các điểm

$$A(-2; 6), C\left(\frac{4}{3}; -\frac{2}{3}\right), B\left(-\frac{1}{3}; -\frac{7}{3}\right).$$

$$\text{Ta có: } F(A) = 8; F(B) = -2; F(C) = -2.$$

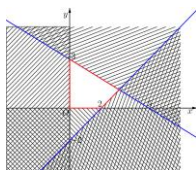
$$\text{Vậy } \min F = -2 \text{ khi } x = \frac{4}{3}, y = -\frac{2}{3}.$$

Câu 10: Cho hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x - y \leq 2 \\ 3x + 5y \leq 15 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$
. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

- A.** Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho là miền tứ giác $ABCO$ kể cả các cạnh với $A(0; 3)$, $B\left(\frac{25}{8}; \frac{9}{8}\right)$, $C(2; 0)$ và $O(0; 0)$.
- B.** Đường thẳng $\Delta: x + y = m$ có giao điểm với tứ giác $ABCO$ kể cả khi $-1 \leq m \leq \frac{17}{4}$.
- C.** Giá trị lớn nhất của biểu thức $x + y$, với x và y thỏa mãn hệ bất phương trình đã cho là $\frac{17}{4}$.
- D.** Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $x + y$, với x và y thỏa mãn hệ bất phương trình đã cho là 0.

Lời giải

Chọn B



Trước hết, ta vẽ bốn đường thẳng:

$$(d_1): x - y = 2$$

$$(d_2): 3x + 5y = 15$$

$$(d_3): x = 0$$

$$(d_4): y = 0$$

Miền nghiệm là phần không bị gạch, kể cả biên.

Câu 11: Giá trị lớn nhất của biết thức $F(x; y) = x + 2y$ với điều kiện $\begin{cases} 0 \leq y \leq 4 \\ x \geq 0 \\ x - y - 1 \leq 0 \\ x + 2y - 10 \leq 0 \end{cases}$ là

A. 6.

B. 8.

C. 10.

D. 12.

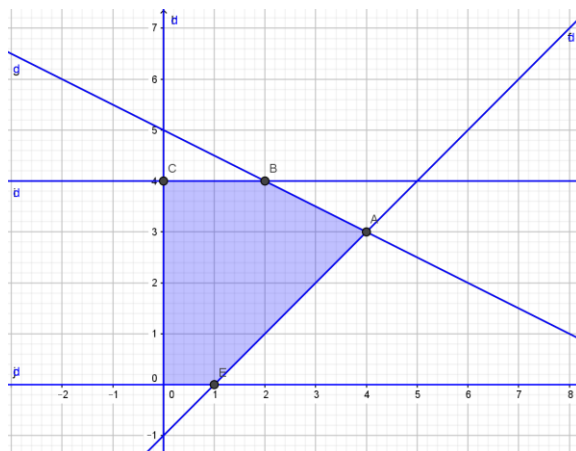
Lời giải

Chọn C

Vẽ đường thẳng $d_1: x - y - 1 = 0$, đường thẳng d_1 qua hai điểm $(0; -1)$ và $(1; 0)$.

Vẽ đường thẳng $d_2: x + 2y - 10 = 0$, đường thẳng d_2 qua hai điểm $(0; 5)$ và $(2; 4)$.

Vẽ đường thẳng $d_3: y = 4$.



Miền nghiệm là ngũ giác $ABCOE$ với $A(4;3), B(2;4), C(0;4), E(1;0)$.

Ta có: $F(4;3)=10, F(2;4)=10, F(0;4)=8, F(1;0)=1, F(0;0)=0$.

Vậy giá trị lớn nhất của biết thức $F(x;y)=x+2y$ bằng 10.

Câu 12: Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi kiogam thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipid. Mỗi kilogram thịt lợn chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất 1,6 kg thịt bò và 1,1 kg thịt lợn. Giá tiền một kg thịt bò là 160 nghìn đồng, một kg thịt lợn là 110 nghìn đồng. Gọi x, y lần lượt là số kg thịt bò và thịt lợn mà gia đình đó cần mua. Tìm x, y để tổng số tiền họ phải trả là ít nhất mà vẫn đảm bảo lượng protein và lipid trong thức ăn?

A. $x=0,3$ và $y=1,1$.

B. $x=0,3$ và $y=0,7$.

C. $x=0,6$ và $y=0,7$.

D. $x=1,6$ và $y=0,2$.

Lời giải

Chọn A

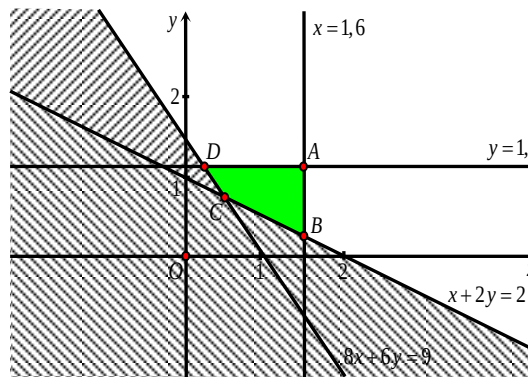
Theo bài ra ta có số tiền gia đình cần trả là $160.x+110.y$ với x, y thỏa mãn: $\begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \end{cases}$.

Số đơn vị protein gia đình có là $0,8.x+0,6.y \geq 0,9 \Leftrightarrow 8x+6y \geq 9$ (d_1).

Số đơn vị lipid gia đình có là $0,2.x+0,4.y \geq 0,4 \Leftrightarrow x+2y \geq 2$ (d_2).

Bài toán trở thành: Tìm x, y thỏa mãn hệ bất phương trình $\begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \\ 8x+6y \geq 9 \\ x+2y \geq 2 \end{cases}$ sao cho

$T=160.x+110.y$ nhỏ nhất.



Vẽ hệ trục tọa độ ta tìm được tọa độ các điểm $A(1,6;1,1); B(1,6;0,2); C(0,6;0,7); D(0,3;1,1)$.

Nhận xét: $T(A)=377$ nghìn, $T(B)=278$ nghìn, $T(C)=173$ nghìn, $T(D)=169$ nghìn.

Vậy tổng số tiền họ phải trả là ít nhất mà vẫn đảm bảo lượng protein và lipid trong thức ăn thì $x=0,6$ và $y=0,7$.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.*

Câu 1: Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) $(1; 0)$ không là nghiệm của hệ phương trình
$$\begin{cases} x + 3y > 0 \\ y - 2x < 0 \\ 3x + 3y - 1 > 0 \end{cases}$$

b) $(-1; 2)$ là nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x + 3y > 0 \\ y - 2x < 0 \\ 3x + 3y - 1 > 0 \end{cases}$$

c) $(2; -3)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 2x - y > 1 \\ x \cdot 0 \\ y, 0 \end{cases}$$

d) $(2; -3)$ không là một nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 2x + y \geq 0 \\ x + y < 0 \\ x + 2y > 2 \end{cases}$$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

a) Thay $x = 1, y = 0$ vào hệ bất phương trình đã cho, ta được:
$$\begin{cases} 1 + 3 \cdot 0 > 0 \\ 0 - 2 \cdot 1 < 0 \\ 3 \cdot 1 + 3 \cdot 0 - 1 > 0 \end{cases} \quad (\text{đúng}), \text{ suy ra cặp số}$$

$(1; 0)$ là một nghiệm của hệ phương trình đã cho.

b) Thay $x = -1, y = 2$ vào hệ bất phương trình đã cho, ta được:
$$\begin{cases} -1 + 3 \cdot 2 > 0 \\ 2 - 2(-1) < 0 \\ 3(-1) + 3 \cdot 2 - 1 > 0 \end{cases} \quad (\text{sai})$$

Suy ra cặp số $(-1; 2)$ không là nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

c) Thay $x = 2, y = -3$ vào hệ bất phương trình, ta được:
$$\begin{cases} 2 \cdot 2 - (-3) > 1 \\ 2 \cdot 0 \\ -3, 0 \end{cases} \quad (\text{đúng}), \text{ Do vậy } (2; -3) \text{ là một}$$

nghiệm của hệ bất phương trình.

d) Thay $x = 2, y = -3$ vào hệ bất phương trình đã cho, ta được:
$$\begin{cases} 2 \cdot 2 + (-3) \geq 0 \\ 2 + (-3) < 0 \\ 2 + 2 \cdot (-3) > 2 \end{cases} \quad (\text{sai})$$

Do vậy $(2; -3)$ không là một nghiệm của hệ đã cho.

Câu 2: Cho các hệ bất phương trình sau:
$$\begin{cases} x-2y, 0 \\ 5x-y \dots -4, \\ x+2y, 5 \end{cases} \begin{cases} -x-y < 4 \\ -x+2y > -2 \\ x+y < 8 \\ x \dots -6 \\ y, 6 \end{cases} . \text{ Khi đó:}$$

a) Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x-2y, 0 \\ 5x-y \dots -4 \\ x+2y, 5 \end{cases}$$
 là tam giác.

b) Điểm $M(1;1)$ thỏa mãn miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x-2y, 0 \\ 5x-y \dots -4. \\ x+2y, 5 \end{cases}$$

c) Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} -x-y < 4 \\ -x+2y > -2 \\ x+y < 8 \\ x \dots -6 \\ y, 6 \end{cases}$$
 là tứ giác.

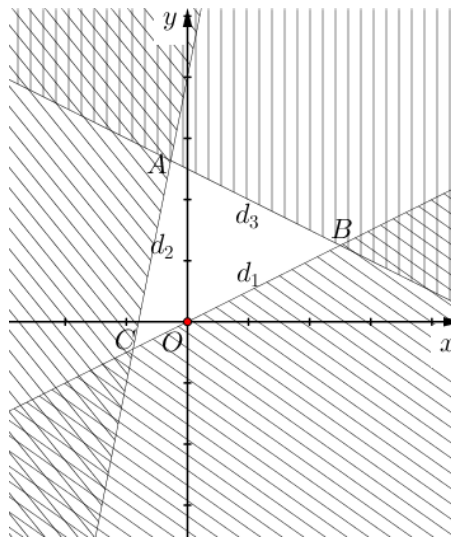
d) Điểm $O(0;0)$ không thỏa mãn miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} -x-y < 4 \\ -x+2y > -2 \\ x+y < 8 \\ x \dots -6 \\ y, 6 \end{cases} .$$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

$$\begin{cases} x-2y, 0 \\ 5x-y \dots -4 \\ x+2y, 5 \end{cases}$$

Vẽ các đường thẳng $d_1 : x-2y=0, d_2 : 5x-y=-4, d_3 : x+2y=5.$



-Ta thấy điểm $M(1;1)$ thỏa mãn miền nghiệm của hệ bất phương trình vì khi thay $x=1, y=1$ vào hệ,

$$\text{ta có: } \begin{cases} 1-2.1, 0 \\ 5.1-1..-4 \text{ (đúng)} \\ 1+2.1, 5 \end{cases}$$

Gạch bỏ các phần không thuộc miền nghiệm của mỗi bất phương trình (nửa mặt phẳng có bờ là các đường d_1, d_2, d_3 và không chứa điểm M). Khi đó, miền nghiệm của bất phương trình chính là miền

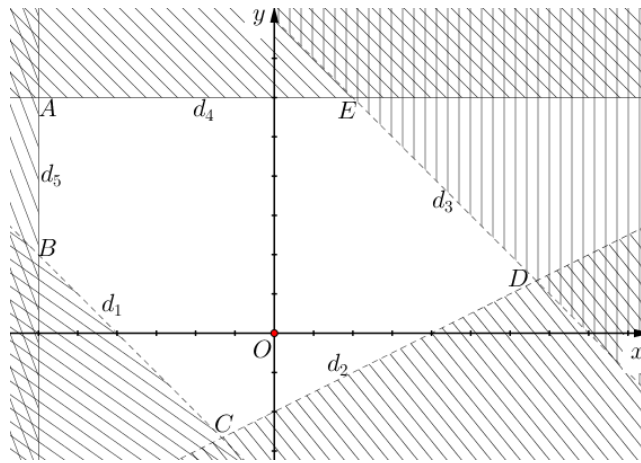
của tam giác ABC (kể cả ba cạnh của nó), trong đó $A\left(-\frac{3}{11}; \frac{29}{11}\right), B\left(\frac{5}{2}; \frac{5}{4}\right), C\left(-\frac{8}{9}; -\frac{4}{9}\right)$.

$$\begin{cases} -x-y < 4 \\ -x+2y > -2 \\ x+y < 8 \\ x \leq -6 \\ y \leq 6 \end{cases}$$

Vẽ các đường thẳng $d_1: -x-y=4, d_2: -x+2y=-2, d_3: x+y=8, d_4: x=-6, d_5: y=6$

-Ta có điểm $O(0;0)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình vì khi thay $x=0, y=0$ vào hệ, ta được: $0 < 4, 0 > -2, 0 < 8, 0 \leq -6, 0 \leq 6$ (đúng)

Gạch bỏ các phần không thuộc miền nghiệm của mỗi bất phương trình trong hệ (nửa mặt phẳng có bờ là các đường thẳng d_1, d_2, d_3, d_4, d_5 và không chứa điểm O). Khi đó miền nghiệm của hệ bất phương trình chính là miền của ngũ giác $ABCDE$ (không kể các cạnh BC, CD, DE) với $A(-6;6), B(-6;2), C(-2;-2), D(6;2), E(2;6)$.



Câu 3: Xét tính, đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Điểm $M(1; 2)$ không thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x + 3y - 6 > 0 \\ 2x + y + 4 > 0 \end{cases}$;

b) Điểm $M(1; 2)$ không thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x + 3y - 6 < 0 \\ 2x + y - 4 < 0 \end{cases}$.

c) Điểm $(0; 0)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x + y - 2 \leq 0 \\ 2x - 3y + 2 > 0 \end{cases}$?

d) Điểm $(1; 1)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x + y - 2 \leq 0 \\ 2x - 3y + 2 > 0 \end{cases}$?

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------------	----------------	----------------	----------------

a) Thay $x=1, y=2$ vào hệ bất phương trình, ta được: $\begin{cases} 1+3.2-6 > 0 \\ 2.1+2+4 > 0 \end{cases}$ (đúng), suy ra điểm $M(1; 2)$ thuộc miền nghiệm của hệ đã cho.

b) Thay $x=1, y=2$ vào hệ bất phương trình, ta được: $\begin{cases} 1+3.2-6 < 0 \\ 2.1+2-4 < 0 \end{cases}$ (sai), suy ra điểm $M(1; 2)$ không thuộc miền nghiệm của hệ đã cho.

c) Thay $x=0, y=0$ vào hệ bất phương trình, ta được: $\begin{cases} 0+0-2, 0 \\ 2.0-3.0+2 > 0 \end{cases}$ (đúng), do đó cặp số $(0; 0)$ là một nghiệm của hệ đã cho.

d) Thay $x=1, y=1$ vào hệ bất phương trình, ta được: $\begin{cases} 1+1-2, 0 \\ 2.1-3.1+2 > 0 \end{cases}$ (đúng), do đó cặp số $(1; 1)$ là một nghiệm của hệ đã cho.

Câu 4: Một gia đình cần ít nhất $900g$ chất protein và $400g$ chất lipid trong thức ăn mỗi ngày. Biết rằng thịt bò chứa 80% protein và 20% lipid. Thịt lợn chứa 60% protein và 40% lipid. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất là $1600g$ thịt bò, $1100g$ thịt lợn, giá tiền $1kg$ thịt

bò là 45000 đồng, 1kg thịt lợn là 35000 đồng. Giả sử gia đình mua x kg thịt bò và y kg thịt lợn. Khi đó:

a)
$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \\ 4x + 3y \leq 4,5 \\ x + 2y \leq 2 \end{cases}$$
 là hệ bất phương trình biểu thị các điều kiện của bài toán

b) Miền nghiệm của hệ trên là miền của tam giác

c) Gọi T (nghìn đồng) là số tiền phải trả cho x (kilogram) thịt bò và y (kilogram) thịt lợn. Khi đó, chi phí để mua $x(kg)$ thịt bò và $y(kg)$ thịt lợn là: $T = 35x + 45y$ (nghìn đồng).

d) Gia đình đó mua 0,6kg thịt bò và 0,7kg thịt lợn thì chi phí là ít nhất.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

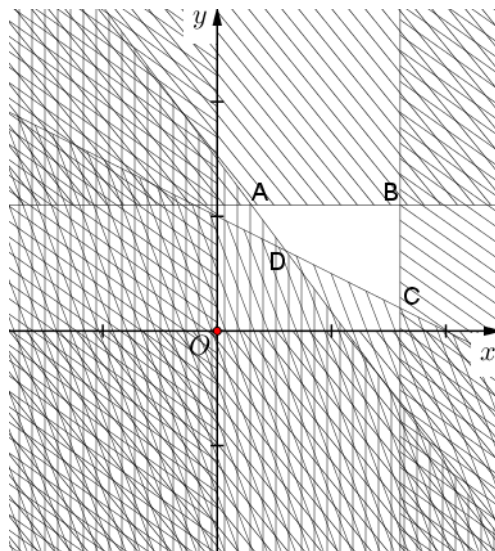
a) Giả sử gia đình đó mua $x(kg)$ thịt bò và $y(kg)$ thịt lợn.

Điều kiện: $0 \leq x \leq 1,6; 0 \leq y \leq 1,1$.

Khi đó lượng protein có được là $80\%x + 60\%y$ và lượng lipid có được là $20\%x + 40\%y$.

Vì gia đình đó cần ít nhất 0,9kg protein và 0,4kg lipid trong thức ăn mỗi ngày nên điều kiện tương ứng là: $80\%x + 60\%y \geq 0,9$; $20\%x + 40\%y \geq 0,4$.

Ta có hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \\ 4x + 3y \leq 4,5 \\ x + 2y \leq 2 \end{cases}$$



b) Miền nghiệm của hệ trên là miền của tứ giác lồi $ABCD$ (kể cả biên) được mô tả ở hình bên.

c) Chi phí để mua $x(kg)$ thịt bò và $y(kg)$ thịt lợn là: $T = 45x + 35y$ (nghìn đồng).

d) Ta đã biết T đạt giá trị nhỏ nhất tại một trong các đỉnh tứ giác $ABCD$ trong đó $A(0,3;1,1), B(1,6;1,1), C(1,6;0,2), D(0,6;0,7)$.

Xét $A(0,3;1,1)$, ta có $T = 45.0,3 + 35.1,1 = 52$; xét $B(1,6;1,1)$, ta có $T = 45.1,6 + 35.1,1 = 110,5$; xét $C(1,6;0,2)$, ta có $T = 45.1,6 + 35.0,2 = 79$; xét $D(0,6;0,7)$, ta có $T = 45.0,6 + 35.0,7 = 51,5$.

So sánh các giá trị trên, ta thấy được T đạt giá trị nhỏ nhất bằng 51,5 (nghìn đồng), khi đó $\begin{cases} x = 0,6 \\ y = 0,7 \end{cases}$ (tức là gia đình đó mua 0,6 kg thịt bò và 0,7 kg thịt lợn thì chi phí là ít nhất).

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

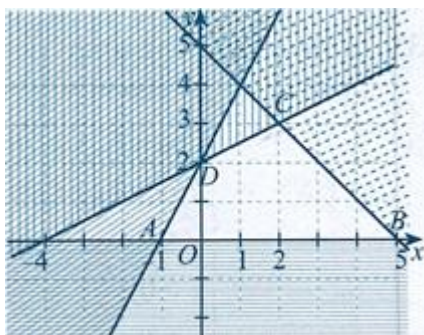
Câu 1: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $m \leq -x + y$ với mọi cặp số $(x; y)$ thoả mãn hệ bất

phương trình sau:
$$\begin{cases} -2x + y \leq 2 \\ -x + 2y \leq 4 \\ x + y \leq 5 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Trả lời: $m \leq -5$

Lời giải

Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền tứ giác $ABCD$ với $A(-1;0), B(5;0), C(2;3), D(0;2)$ (Hình). Ta có: $x - y + m \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -x + y$.



Đặt $F = -x + y$. Tính giá trị của $F = -x + y$ tại các cặp số $(x; y)$ là toạ độ của các đỉnh tứ giác $ABCD$ rồi so sánh bằng -5 tại $x = 5, y = 0$.

Để $m \leq -x + y$ với mọi x, y thoả mãn hệ bất phương trình đã cho thì $m \leq \min F$ trên miền nghiệm của hệ bất phương trình đó hay $m \leq -5$.

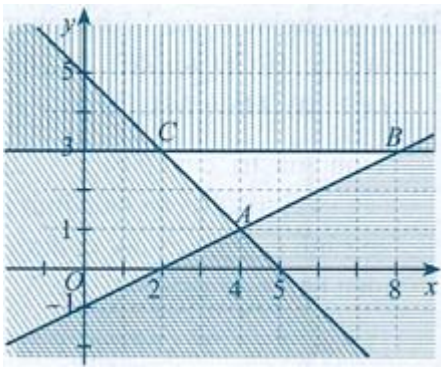
Câu 2: Cho hệ bất phương trình: $\begin{cases} x + y \geq 5 \\ x - 2y \leq 2 \text{ (II)} \\ y \leq 3. \end{cases}$ Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương

trình $2x - 5y + m \geq 0$ nghiệm đúng với mọi cặp số $(x; y)$ thoả mãn hệ bất phương trình (II).

Trả lời: $m \geq 11$

Lời giải

Miền nghiệm của hệ bất phương trình (II) là miền tam giác ABC với $A(4;1), B(8;3), C(2;3)$ (Hình).



Ta có: $2x - 5y + m \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -2x + 5y$.

Đặt $F = -2x + 5y$. Tính giá trị của $F = -2x + 5y$ tại các cặp số $(x; y)$ là toạ độ của các đỉnh tam giác ABC rồi so sánh các giá trị đó, ta được F đạt giá trị lớn nhất bằng 11 tại $x = 2, y = 3$.

Để bất phương trình $2x - 5y + m \geq 0$ nghiệm đúng với mọi x, y thoả mãn hệ bất phương trình đã cho thì $m \geq \text{Max } F$ trên miền nghiệm của hệ bất phương trình đó hay $m \geq 11$.

Câu 3: Trong một cuộc thi pha chế đồ uống gồm hai loại là A và B , mỗi đội chơi được sử dụng tối đa $24g$ hương liệu, 9 cốc nước lọc và $210g$ đường. Để pha chế 1 cốc đồ uống loại A cần 1 cốc nước lọc, $30g$ đường và $1g$ hương liệu. Để pha chế 1 cốc đồ uống loại B cần 1 cốc nước lọc, $10g$ đường và $4g$ hương liệu. Mỗi cốc đồ uống loại A nhận được 6 điểm thưởng, mỗi cốc đồ uống loại B nhận được 8 điểm thưởng. Để đạt được số điểm thưởng cao nhất, đội chơi cần pha chế bao nhiêu cốc đồ uống mỗi loại?

Trả lời: 4 cốc đồ uống loại A , 5 cốc đồ uống loại B .

Lời giải

Gọi x, y lần lượt là số cốc đồ uống loại A , loại B mà đội chơi cần pha chế với $x \geq 0, y \geq 0$.

Số cốc nước cần dùng là: $x + y$ (cốc).

Lượng đường cần dùng là: $30x + 10y(g)$.

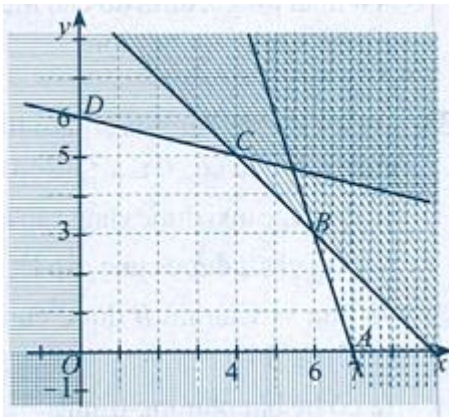
Lượng hương liệu cần dùng là: $x + 4y(g)$.

$$\text{Theo giả thiết, ta có: } \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 9 \\ 30x + 10y \leq 210 \\ x + 4y \leq 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 9 \\ 3x + y \leq 21 \\ x + 4y \leq 24 \end{cases} \quad (III)$$

Số điểm thưởng nhận được là: $F = 6x + 8y$.

Ta tìm giá trị lớn nhất trên miền nghiệm của hệ bất phương trình (III).

Miền nghiệm của hệ bất phương trình (III) là miền ngũ giác $OABCD$ với $O(0;0), A(7;0), B(6;3), C(4;5), D(0;6)$ (hình).



Tính giá trị của $F = 6x + 8y$ tại các cặp số $(x; y)$ là tọa độ của các đỉnh ngũ giác $OABCD$ rồi so sánh các giá trị đó, ta được F đạt giá trị lớn nhất bằng 64 tại $x = 4; y = 5$.

Vậy để đạt được số điểm thưởng cao nhất, đội chơi cần pha chế 4 cốc đồ uống loại A, 5 cốc đồ uống loại B.

Câu 4: Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi ki-lô-gam thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipid. Mỗi ki-lô-gam thịt lợn (heo) chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất là 1,6kg thịt bò và 1,1kg thịt lợn; giá 1kg thịt bò là 200000 đồng, 1kg thịt lợn là 160000 đồng. Hỏi gia đình đó cần mua bao nhiêu ki-lô-gam thịt mỗi loại để đảm bảo cung cấp đủ lượng protein, lipid cho gia đình và có chi phí là ít nhất?

Trả lời: 0,6kg thịt bò và 0,7kg thịt lợn

Lời giải

Gọi x, y lần lượt là số ki-lô-gam thịt bò và thịt lợn mà gia đình đó mua trong một ngày với $0 \leq x \leq 1,6, 0 \leq y \leq 1,1$.

Số đơn vị protein gia đình có là: $800x + 600y$.

Số đơn vị lipid gia đình có là: $200x + 400y$. Theo bài ra, ta có:

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \\ 800x + 600y \geq 900 \\ 200x + 400y \geq 400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \\ 8x + 6y \geq 9 \\ x + 2y \geq 2 \end{cases} \quad (IV)$$

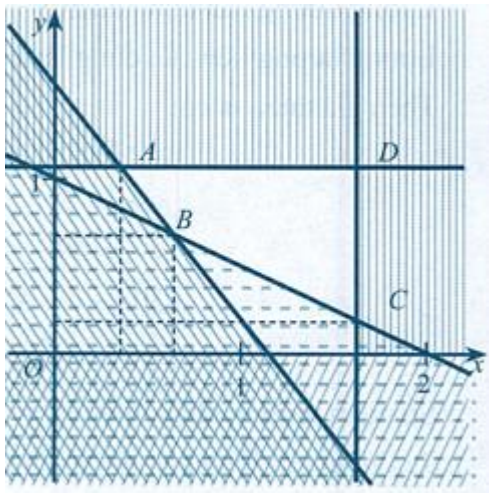
Số tiền gia đình đã dùng để mua thịt bò và thịt lợn là:

$$T = 200000x + 160000y \text{ (đồng)}.$$

Bài toán đưa về tìm x, y là nghiệm của hệ bất phương trình (IV) để $T = 200000x + 160000y$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Trước hết, ta biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình (IV).

Miền nghiệm của hệ bất phương trình (IV) là miền tứ giác $ABCD$ với $A(0, 3; 1, 1), B(0, 6; 0, 7), C(1, 6; 0, 2), D(1, 6; 1, 1)$ (hình)



Tính giá trị của T tại các cặp số $(x; y)$ là tọa độ của các đỉnh tứ giác $ABCD$ rồi so sánh các giá trị đó, ta được T đạt giá trị nhỏ nhất bằng 232000 đồng tại $x = 0,6; y = 0,7$

Vậy để đảm bảo cung cấp đủ lượng protein, lipid cho gia đình và có chi phí là ít nhất thì gia đình đó cần mua thêm 0,6kg thịt bò và 0,7kg thịt lợn

Câu 5: Nhân dịp tết Trung thu, xí nghiệp sản xuất bánh muốn sản xuất hai loại bánh: bánh nướng và bánh dẻo. Để sản xuất hai loại bánh này, xí nghiệp cần: đường, bột mì, trứng, mứt bí, lạp xường. Xí nghiệp đã nhập về 600kg bột mì và 240kg đường, các nguyên liệu khác luôn đáp ứng được số lượng mà xí nghiệp cần. Mỗi chiếc bánh nướng cần 120g bột mì, 60g đường. Mỗi chiếc bánh dẻo cần 160g bột mì và 40g đường. Theo khảo sát thị trường, lượng bánh dẻo tiêu thụ không vượt quá ba lần lượng bánh nướng và sản phẩm của xí nghiệp sản xuất luôn được tiêu thụ hết. Mỗi chiếc bánh nướng lãi 8000 đồng, mỗi chiếc bánh dẻo lãi 6000 đồng, Hãy lập kế hoạch sản xuất cho xí nghiệp để đáp ứng nhu cầu thị trường; đảm bảo lượng bột mì, đường không vượt quá số lượng mà xí nghiệp đã chuẩn bị và vẫn thu được lợi nhuận cao nhất.

Trả lời: 3000 chiếc bánh nướng và 1.500 chiếc bánh dẻo.

Lời giải

Gọi x, y (chiếc) là số lượng bánh nướng, bánh dẻo mà xí nghiệp cần sản xuất. Trong đó $0 < x, 0 < y$ với $x, y \in \mathbb{Q}^*$.

Khối lượng bột mì cần dùng là: $0,12x + 0,16y$ (kg).

Khối lượng đường cần dùng là: $0,06x + 0,04y$ (kg).

Ta có: $0,12x + 0,16y \leq 600$ hay $3x + 4y \leq 15000$;

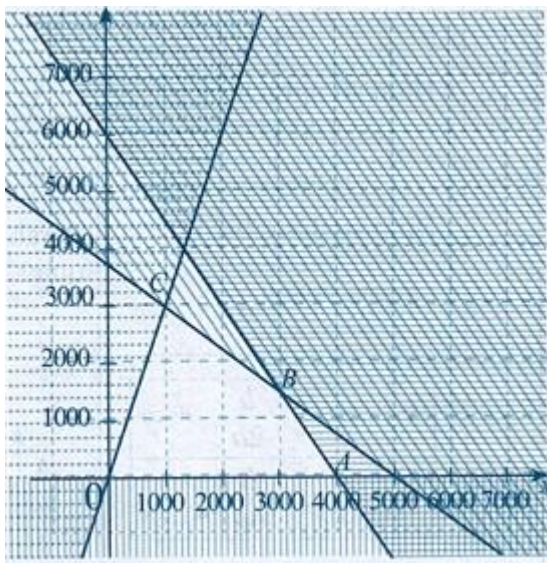
$0,06x + 0,04y \leq 240$ hay $3x + 2y \leq 12000$.

Số tiền lãi thu được là: $T = 8x + 6y$ (nghìn đồng). Bài toán đưa về, tìm x, y là nghiệm của

$$\text{hệ bất phương trình: } \begin{cases} 3x + 4y \leq 15000 \\ 3x + 2y \leq 12000 \\ y \leq 3x \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \quad (V) \text{ để } T = 8x + 6y \text{ đạt giá trị lớn nhất.}$$

Trước hết, ta biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình (V).

Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền tứ giác $OABC$ với $O(0; 0), A(4000; 0), B(3000; 1500), C(1000; 3000)$



Tính giá trị của T tại các cặp số $(x; y)$ là toạ độ các đỉnh trên rồi so sánh các giá trị đó, ta được T đạt giá trị lớn nhất bằng 33000 (nghìn đồng) hay 33 triệu đồng tại $x = 3000; y = 1500$.

Vậy để đạt được tiền lãi cao nhất, xí nghiệp nên sản xuất 3000 chiếc bánh nướng và 1.500 chiếc bánh dẻo.

Câu 6: Một xưởng sản xuất hai loại sản phẩm là sản phẩm loại I và sản phẩm loại II:

- Mỗi kg sản phẩm loại I cần 2 kg nguyên liệu và 30 giờ, thu lời được 40 nghìn.
- Mỗi kg sản phẩm loại II cần 4 kg nguyên liệu và 15 giờ, thu lời được 30 nghìn. Xưởng có 200 kg nguyên liệu và 1200 giờ làm việc tối đa. Nên sản xuất mỗi loại sản phẩm bao nhiêu để có mức lời cao nhất?

Trả lời: 20 sản phẩm loại I và 40 sản phẩm loại II

Lời giải

Gọi x, y lần lượt là số kg sản phẩm loại I và loại II mà xưởng sản xuất được.

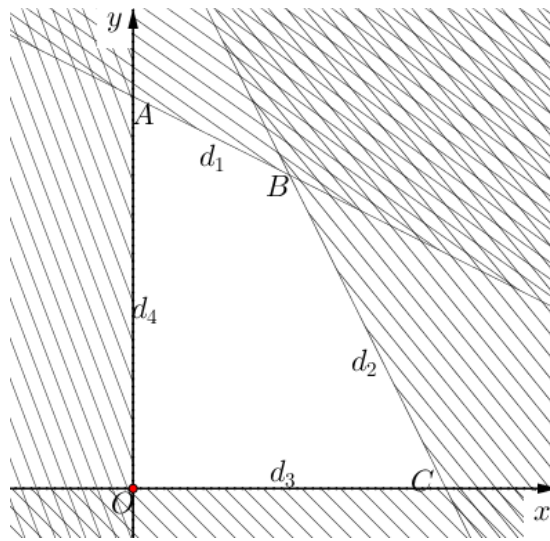
Tổng nguyên liệu được dùng là $2x + 4y$ (kg); tổng thời gian sản xuất là $30x + 15y$ (giờ); $x, y \geq 0$.

Ta có hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} 2x + 4y \leq 200 \\ 30x + 15y \leq 1200 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y \leq 100 \\ 2x + y \leq 80 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Vẽ trên cùng hệ trục các đường thẳng $d_1: x + 2y = 100, d_2: 2x + y = 80, d_3: y = 0, d_4: x = 0$

Ta có điểm $M(1;1)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình vì khi thay toạ độ điểm

này vào hệ:
$$\begin{cases} 1 + 2.1 \leq 100 \\ 2.1 + 1 \leq 80 \\ 1 \geq 0 \\ 1 \geq 0 \end{cases} \quad (\text{đúng})$$



Gạch bỏ các phần không thuộc miền nghiệm của mỗi bất phương trình trong hệ (nửa mặt phẳng có bờ là các đường thẳng d_1, d_2, d_3, d_4 và không chứa điểm M). Khi đó miền nghiệm của hệ bất phương trình chính là miền của tứ giác $OABC$ (kể cả các cạnh của tứ giác đó) với $O(0;0), A(0;50), B(20;40), C(40;0)$.

Lãi thu về từ việc sản xuất hai sản phẩm: $F(x; y) = 40x + 30y$ (nghìn đồng).

Tại $O(0;0)$, ta có $F(0;0) = 0$; tại $A(0;50)$, ta có $F(0;50) = 1500$; tại $B(20;40)$, ta có $F(20;40) = 2000$; tại $C(40;0)$, ta có $F(40;0) = 1600$.

Vậy lãi suất cao nhất thu được bằng 2000000 đồng, khi đó $x = 20, y = 40$ (tức là xưởng cần sản xuất ra 20 sản phẩm loại I và 40 sản phẩm loại II).

♦Đề 2:

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x - y > 0 \\ x - 3y + 3 < 0 \\ x + y - 5 > 0 \end{cases}$$
 là phần mặt phẳng chứa điểm

A. (5;3).

B. (0;0).

C. (1;-1).

D. (-2;2).

Lời giải

Chọn A

Nhận xét: chỉ có điểm (5;3) thỏa mãn hệ.

Câu 2: Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 3x + y \geq 9 \\ x \geq y - 3 \\ 2y \geq 8 - x \\ y \leq 6 \end{cases}$$
 là phần mặt phẳng chứa điểm

A. (0;0).

B. (1;2).

C. (2;1).

D. (8;4).

Lời giải

Chọn D

Nhận xét: chỉ có cặp số $(8; 4)$ thỏa bất phương trình $3x + y \geq 9$.

Câu 3: Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x + y > 0 \\ 2x + 5y < 0 \end{cases}$ có tập nghiệm là S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $(1; 1) \in S$.

B. $(-1; -1) \in S$.

C. $\left(1; -\frac{1}{2}\right) \in S$.

D. $\left(-\frac{1}{2}; \frac{2}{5}\right) \in S$.

Lời giải

Chọn C

Thế đáp án, chỉ có $x = 1; y = -\frac{1}{2}$ thỏa mãn hệ bất phương trình $\Rightarrow$ chọn C

Câu 4: Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 3x + y \geq 6 \\ x \geq y - 3 \\ 2y \geq 8 - x \\ y \leq 4 \end{cases}$ là phần mặt phẳng chứa điểm:

A. $(2; 1)$.

B. $(6; 4)$.

C. $(0; 0)$.

D. $(1; 2)$.

Lời giải

Chọn A

Nhận xét: Miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho là miền mặt phẳng chứa tất cả các điểm có tọa độ thỏa mãn tất cả các bất phương trình trong hệ.

Thế $x = 6; y = 4$ vào từng bất phương trình trong hệ, ta lần lượt có các mệnh đề đúng: $22 \geq 6; 6 \geq 1; 8 \geq 2; 4 \leq 4$. Vậy ta chọn đáp án B.

Đáp án A có tọa độ không thỏa bất phương trình thứ 3.

Đáp án C, D có tọa độ không thỏa bất phương trình thứ 1 và 3.

Câu 5: Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x - 2y < 0 \\ x + 3y > -2 \\ y - x < 3 \end{cases}$ chứa điểm nào sau đây?

A. $A(1; 0)$.

B. $B(-2; 3)$.

C. $C(0; -1)$.

D. $D(-1; 0)$.

Lời giải

Chọn D

Trước hết, ta vẽ ba đường thẳng:

$(d_1): x - 2y = 0$

$(d_2): x + 3y = -2$

$(d_3): y - x = 3$

Ta thấy $(0; 1)$ là nghiệm của cả ba bất phương trình. Điều đó có nghĩa điểm $(0; 1)$ thuộc cả ba miền nghiệm của ba bất phương trình. Sau khi gạch bỏ các miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ.

Câu 6: Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x + 3y - 6 < 0 \\ x \geq 0 \\ 2x - 3y - 1 \leq 0 \end{cases}$ chứa điểm nào sau đây?

A. $A(1; 2)$.

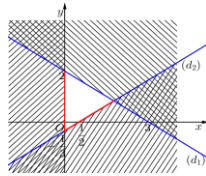
B. $B(0; 2)$.

C. $C(-1; 3)$.

D. $D\left(0; -\frac{1}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn D



Trước hết, ta vẽ ba đường thẳng:

$(d_1): 2x + 3y - 6 = 0$

$(d_2): x = 0$

$(d_3): 2x - 3y - 1 = 0$

Ta thấy $(1; 1)$ là nghiệm của các ba bất phương trình. Điều này có nghĩa là điểm $(1; 1)$ thuộc cả ba miền nghiệm của ba bất phương trình. Sau khi gạch bỏ các miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ.

Câu 7: Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x - 1 \leq 0 \\ -3x + 5 \leq 0 \end{cases}$ chứa điểm nào sau đây?

A. Không có.

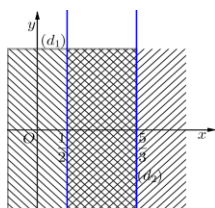
B. $B\left(\frac{5}{3}; 2\right)$.

C. $C(-3; 1)$.

D. $D\left(\frac{1}{2}; 10\right)$

Lời giải

Chọn A



Trước hết, ta vẽ hai đường thẳng:

$$(d_1): 2x - 1 = 0$$

$$(d_2): -3x + 5 = 0$$

Ta thấy $(1; 0)$ là không nghiệm của cả hai bất phương trình. Điều đó có nghĩa điểm $(1; 0)$ không thuộc cả hai miền nghiệm của hai bất phương trình. Vậy không có điểm nằm trên mặt phẳng tọa độ thỏa mãn hệ bất phương trình.

Câu 8: Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 3 - y < 0 \\ 2x - 3y + 1 > 0 \end{cases}$ chứa điểm nào sau đây?

A. $A(3; 4)$.

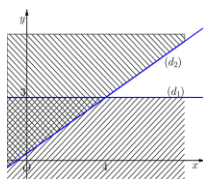
B. $B(4; 3)$.

C. $C(7; 4)$.

D. $D(4; 4)$.

Lời giải

Chọn C



Trước hết, ta vẽ hai đường thẳng:

$$(d_1): 3 - y = 0$$

$$(d_2): 2x - 3y + 1 = 0$$

Ta thấy $(6; 4)$ là nghiệm của hai bất phương trình. Điều đó có nghĩa điểm $(6; 4)$ thuộc cả hai miền nghiệm của hai bất phương trình. Sau khi gạch bỏ các miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ.

Câu 9: Giá trị nhỏ nhất của biết thức $F(x; y) = x - 2y$ với điều kiện $\begin{cases} 0 \leq y \leq 5 \\ x \geq 0 \\ x + y - 2 \geq 0 \\ x - y - 2 \leq 0 \end{cases}$ là

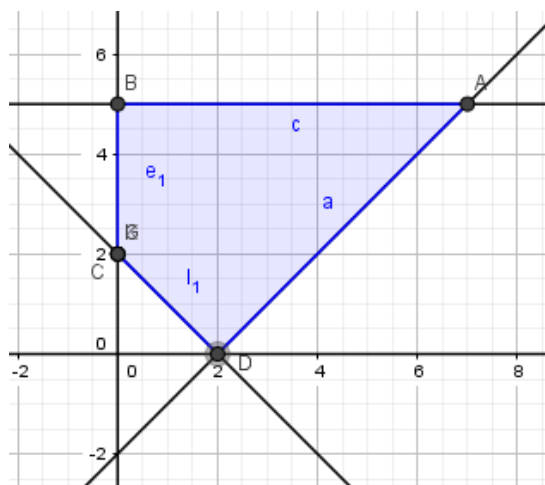
A. -10. B. 12. C. -8. D. -6.

Lời giải

Chọn A

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 0 \leq y \leq 5 \\ x \geq 0 \\ x + y - 2 \geq 0 \\ x - y - 2 \leq 0 \end{cases}$ trên hệ trục tọa độ như dưới

đây:.



Nhận thấy biết thức $F = y - x$ chỉ đạt giá trị nhỏ nhất tại các điểm A, B, C hoặc D .

Ta có: $F(A) = 7 - 2 \times 5 = -3$; $F(B) = -2 \times 5 = -10$.

$F(C) = -2 \times 2 = -4$, $F(D) = 2 - 2 \times 0 = 2$.

Vậy min $F = -10$ khi $x = 0, y = 5$.

Câu 10: Biểu thức $F = y - x$ đạt giá trị nhỏ nhất với điều kiện $\begin{cases} -2x + y \leq -2 \\ x - 2y \leq 2 \\ x + y \leq 5 \\ x \geq 0 \end{cases}$ tại điểm $S(x; y)$ có tọa

độ là

A. (4;1).

B. (3;1).

C. (2;1).

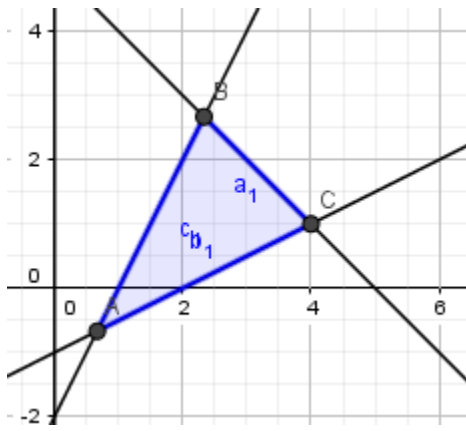
D. (1;1).

Lời giải

Chọn A

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} -2x + y \leq -2 \\ x - 2y \leq 2 \\ x + y \leq 5 \\ x \geq 0 \end{cases}$ trên hệ trục tọa độ như

dưới đây:



Nhận thấy biết thức $F = y - x$ chỉ đạt giá trị nhỏ nhất tại các điểm A, B hoặc C .

Chỉ $C(4;1)$ có tọa độ nguyên nên thỏa mãn.

Vậy $\min F = -3$ khi $x = 4, y = 1$.

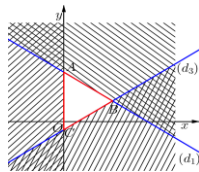
Câu 11: Biểu thức $L = y - x$, với x và y thỏa mãn hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x + 3y - 6 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ 2x - 3y - 1 \leq 0 \end{cases}$, đạt giá trị

lớn nhất là a và đạt giá trị nhỏ nhất là b . Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau:

A. $a = \frac{25}{8}$ và $b = -2$. **B.** $a = 2$ và $b = -\frac{11}{12}$. **C.** $a = 3$ và $b = 0$. **D.** $a = 3$ và $b = \frac{-9}{8}$.

Lời giải

Chọn B



Trước hết, ta vẽ ba đường thẳng:

$$(d_1): 2x + 3y - 6 = 0$$

$$(d_2): x = 0$$

$$(d_3): 2x - 3y - 1 = 0$$

Ta thấy $(0; 0)$ là nghiệm của cả ba bất phương trình. Điều đó có nghĩa gốc tọa độ thuộc cả ba miền nghiệm của cả ba bất phương trình. Sau khi gạch bỏ các miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ (kể cả biên).

Miền nghiệm là hình tam giác ABC (kể cả biên), với $A(0; 2)$, $B\left(\frac{7}{4}; \frac{5}{6}\right)$, $C\left(0; -\frac{1}{3}\right)$.

Vậy ta có $a = 2 - 0 = 2$, $b = \frac{5}{6} - \frac{7}{4} = -\frac{11}{12}$.

Câu 12: Trong một cuộc thi pha chế, hai đội A, B được sử dụng tối đa 24g hương liệu, 9 lít nước và 210g đường để pha chế nước cam và nước táo. Để pha chế 1 lít nước cam cần 30g đường, 1 lít nước và 1g hương liệu; pha chế 1 lít nước táo cần 10g đường, 1 lít nước và 4g hương liệu. Mỗi lít nước cam nhận được 60 điểm thưởng, mỗi lít nước táo nhận được 80 điểm thưởng. Đội A pha chế được a lít nước cam và b lít nước táo và dành được điểm thưởng cao nhất. Hiệu số $a - b$ là

A. 1.

B. 3.

C. -1.

D. -6.

Lời giải

Chọn C

Gọi x, y lần lượt là số lít nước cam và nước táo mà mỗi đội cần pha chế ($x \geq 0; y \geq 0$).

Để pha chế x lít nước cam cần $30x$ g đường, x lít nước và x g hương liệu.

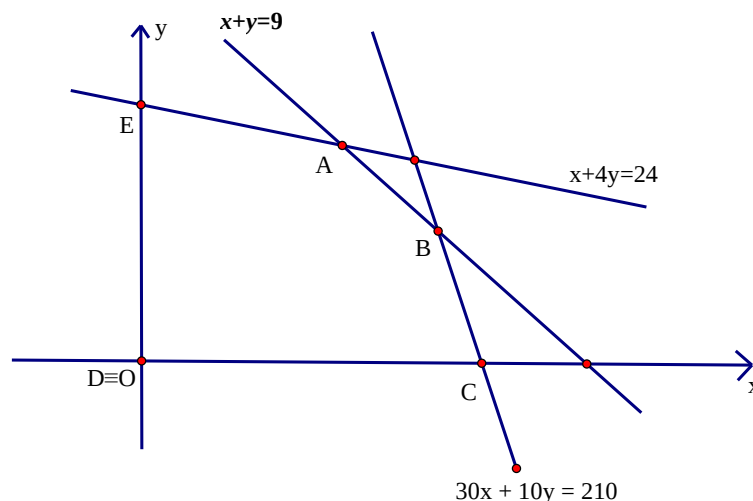
Để pha chế y lít nước táo cần $10y$ g đường, y lít nước và $4y$ g hương liệu.

Theo bài ra ta có hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} 30x + 10y \leq 210 \\ x + y \leq 9 \\ x + 4y \leq 24 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{cases} \quad (*)$$

Số điểm đạt được khi pha x lít nước cam và y lít nước táo là $M(x, y) = 60x + 80y$. Bài toán trở thành tìm x, y để $M(x, y)$ đạt giá trị lớn nhất.

Ta biểu diễn miền nghiệm của hệ (*) trên mặt phẳng tọa độ như sau:



Miền nghiệm là ngũ giác $ABCDE$.

Tọa độ các điểm: $A(4;5)$, $B(6;3)$, $C(7;0)$, $D(0;0)$, $E(0;6)$.

$M(x, y)$ sẽ đạt giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất tại các đỉnh của miền nghiệm nên thay tọa độ các điểm vào biểu thức $M(x, y)$ ta được:

$$M(4;5)=640; M(6;3)=600, M(7;0)=420, M(0;0)=0, M(0;6)=480.$$

Vậy giá trị lớn nhất của $M(x;y)$ bằng 640 khi $x=4; y=5 \Rightarrow a=4; b=5 \Rightarrow a-b=-1$.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau?

a) $(3;-1)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x+5y < 5 \\ -3x-y \leq -7 \end{cases}$$

b) $(3;-1)$ không là một nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x > 5 \\ y < 4 \\ x+y \leq 10 \end{cases}$$

c) $(3;-1)$ không là một nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} -x+5y > 1 \\ 3x+y > 5 \end{cases}$$

d) $(0;0)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 2x+y > 3 \\ -x+3y \leq 5 \\ 3x-y \geq 7 \end{cases}$$

Lời giải

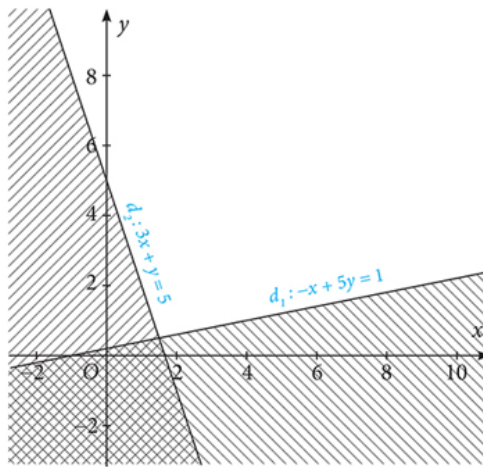
a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Thay $(3;-1)$ vào hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x+5y < 5 \\ -3x-y \leq -7 \end{cases}$$
 ta được:

$$\begin{cases} 3+5(-1) < 5 \\ -3.3-(-1) \leq -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < 5 \\ -8 \leq -7 \end{cases} \text{ (đúng). Vậy } (3;-1) \text{ là một nghiệm của hệ bất phương trình.}$$

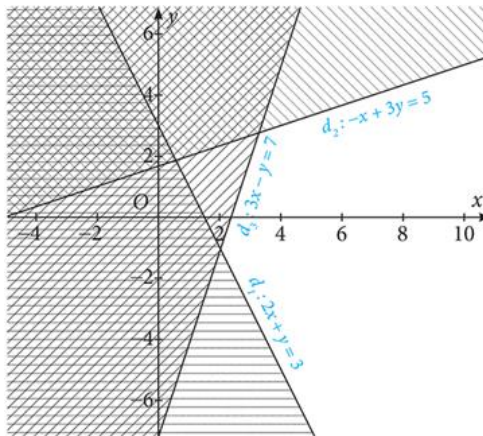
b) Thay $(3;-1)$ vào hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x > 5 \\ y < 4 \\ x+y \leq 10 \end{cases}$$
 ta được:
$$\begin{cases} 3 > 5 \\ -1 < 4 \\ 3-1 \leq 10 \end{cases}$$
 (vô lí). Vậy $(3;-1)$ không là một nghiệm của hệ bất phương trình.

c) Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} -x+5y > 1 \\ 3x+y > 5 \end{cases}$$
 là miền không bị gạch ở hình sau (không kể bờ d_1, d_2) :



d) Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 2x + y > 3 \\ -x + 3y \leq 5 \\ 3x - y \geq 7 \end{cases}$$
 là miền không bị gạch ở

hình sau (không kể bờ d_1):



Câu 2: Cho hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} 3x + 2y \geq 9 \\ x - 2y \leq 3 \\ x + y \leq 6 \\ x \geq 1 \end{cases} \quad (I).$$
 Khi đó:

a) Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền tam giác

b) $(3; 2)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình

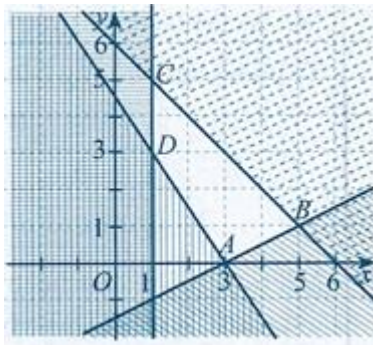
c) $x = 1, y = 3$ là nghiệm của hệ bất phương trình (I) sao cho $F = 3x - y$ đạt giá trị lớn nhất

d) $x = 1, y = 5$ là nghiệm của hệ bất phương trình (I) sao cho $F = 3x - y$ đạt giá trị nhỏ nhất

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

a) Miền nghiệm của hệ (I) là miền tứ giác $ABCD$ với $A(3; 0), B(5; 1), C(1; 5), D(1; 3)$ (Hình).



b) $(3; 2)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình

c) Tính giá trị của $F = 3x - y$ tại các cặp số $(x; y)$ là toạ độ của các đỉnh tứ giác $ABCD$ rồi so sánh các giá trị đó, ta được F đạt giá trị lớn nhất bằng 14 tại $x = 5, y = 1$

d) F đạt giá trị nhỏ nhất bằng -2 tại $x = 1, y = 5$.

Câu 3: Bác Minh có kế hoạch đầu tư không quá 240 triệu đồng vào hai khoản X và khoản Y . Để đạt được lợi nhuận thì khoản Y phải đầu tư ít nhất 40 triệu đồng và số tiền đầu tư cho khoản X phải ít nhất gấp ba lần số tiền cho khoản Y . Khi đó:

a) Gọi x, y (đơn vị: triệu đồng) tiền bác Minh đầu tư vào kho ta có hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} x + y \leq 240 \\ y \geq 40 \\ x \geq 3y \end{cases}$$

b) Miền nghiệm của hệ bất phương trình tiền bác Minh đầu tư vào kho là một tứ giác

c) Điểm $C(200; 40)$ không thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình tiền bác Minh đầu tư vào kho

d) Điểm $A(180; 60)$ là điểm có tung độ lớn nhất thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình tiền bác Minh đầu tư vào kho

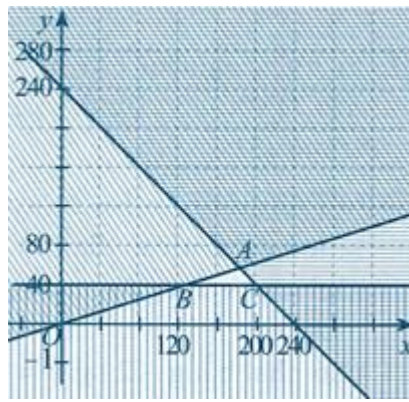
Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

a) Gọi x, y (đơn vị: triệu đồng) tiền bác Minh đầu tư vào kho Ta có hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} x + y \leq 240 \\ y \geq 40 \\ x \geq 3y \end{cases}$$

b) Miền nghiệm của hệ trên là miền tam giác ABC với $A(180; 60), B(120; 40), C(200; 40)$ ở Hình.



c) Điểm $C(200; 40)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình tiền bác Minh đầu tư vào kho

d) Điểm $A(180; 60)$ là điểm có tung độ lớn nhất thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình tiền bác Minh đầu tư vào kho

Câu 4: Trong 1 lạng thịt bò chứa $26g$ protein, 1 lạng cá chứa $22g$ protein. Trung bình trong một ngày, một người đàn ông cần từ 56 đến $91g$ protein. Theo lời khuyên của bác sĩ, để tốt cho sức khỏe thì không nên ăn thịt nhiều hơn cá. Gọi x, y lần lượt là số lạng thịt bò, lạng cá mà một người đàn ông ăn trong một ngày. Khi đó:

a) Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn lượng protein cần thiết trong

$$\text{một ngày cho một người đàn ông là } \begin{cases} 26x + 22y \geq 56 \\ 26x + 22y \leq 91 \\ x \leq y \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

b) Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn lượng protein cần thiết trong một ngày cho một người đàn ông là một ngũ giác

c) $(1; 2)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn lượng protein cần thiết trong một ngày cho một người đàn ông

d) Điểm $B\left(\frac{91}{48}; \frac{91}{48}\right)$ là điểm có hoành độ bé nhất thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn lượng protein cần thiết trong một ngày cho một người đàn ông

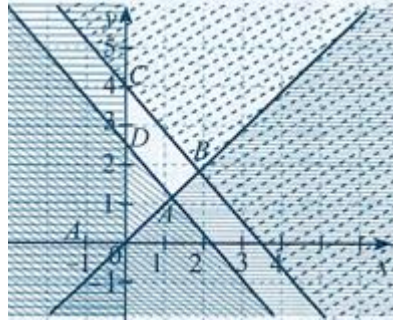
Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
----------------	---------------	----------------	---------------

a) Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn lượng protein cần thiết trong

$$\text{một ngày cho một người đàn ông là: } \begin{cases} 26x + 22y \geq 56 \\ 26x + 22y \leq 91 \\ x \leq y \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

b) Miền nghiệm của hệ trên là miền tứ giác $ABCD$ với $A\left(\frac{7}{6}; \frac{7}{6}\right), B\left(\frac{91}{48}; \frac{91}{48}\right), C\left(0; \frac{91}{22}\right), D\left(0; \frac{28}{11}\right)$ ở Hình



c) Một nghiệm $(x_0; y_0)$ của hệ bất phương trình với x_0, y_0 là $(x_0; y_0) = (1; 2)$.

d) Điểm $B\left(\frac{91}{48}; \frac{91}{48}\right)$ là điểm có hoành độ lớn nhất

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 1: Một hộ nông dân định trồng dưa và củ đậu trên diện tích 8 ha. Trên diện tích mỗi ha, nếu trồng dưa thì cần 20 công và thu 3 triệu đồng, nếu trồng củ đậu thì cần 30 công và thu 4 triệu đồng. Hỏi cần trồng mỗi loại cây trên với diện tích là bao nhiêu ha để thu được nhiều tiền nhất, biết rằng tổng số công không quá 180.

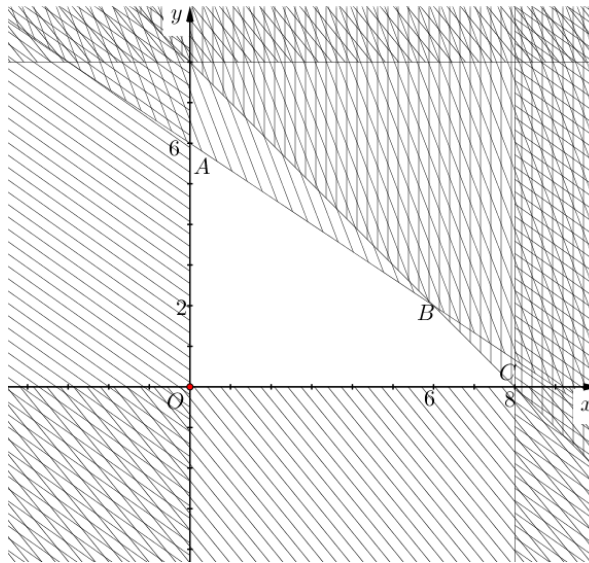
Trả lời: 6ha dưa và 2ha củ đậu

Lời giải

Gọi x, y lần lượt là số ha trồng dưa và củ đậu. Điều kiện: $0 \leq x \leq 8, 0 \leq y \leq 8$. Tổng diện tích trồng là $x + y$ (ha); tổng số công cần thiết là $20x + 30y$ (công). Số tiền thu được là $T(x, y) = 3x + 4y$

$$\text{Ta có hệ bất phương trình } \begin{cases} 0 \leq x \leq 8 \\ 0 \leq y \leq 8 \\ x + y \leq 8 \\ 20x + 30y \leq 180 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 8 \\ 0 \leq y \leq 8 \\ x + y \leq 8 \\ 2x + 3y \leq 18 \end{cases}$$

Miền nghiệm của hệ (*) là miền tứ giác $OABC$ (kể cả biên) với $O(0; 0), A(0; 6), B(6; 2), C(8; 0)$



Khi đó $T(x, y)$ đạt cực đại tại một trong các đỉnh của tứ giác $OABC$.

Ta có: $T(0, 0) = 0; T(0; 6) = 24; T(6; 2) = 26; T(8; 0) = 24$.

Vậy giá trị lớn nhất của $T(x, y)$ bằng 26 (triệu đồng), khi đó $x = 6, y = 2$ (tức là hộ nông dân cần trồng 6ha dưa và 2ha củ đậu để có thể thu lại số tiền nhiều nhất).

Câu 2: Có ba nhóm máy X, Y, Z dùng để sản xuất ra hai loại sản phẩm I và II. Để sản xuất một đơn vị sản phẩm mỗi loại lần lượt phải dùng các máy thuộc các nhóm khác nhau. Số máy trong một nhóm và số máy của từng nhóm cần thiết để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm thuộc mỗi loại được dùng cho trong bảng sau:

Nhóm	Số máy trong mỗi nhóm	Số máy trong từng nhóm để sản xuất ra một đơn vị	
		Loại I	Loại II
X	10	2	2
Y	4	0	2
Z	12	2	4

Một đơn vị sản phẩm loại I lãi 3 nghìn đồng, một đơn vị sản phẩm loại II lãi 5 nghìn đồng. Hãy lập kế hoạch sản xuất để cho tổng số tiền lãi thu được là cao nhất.

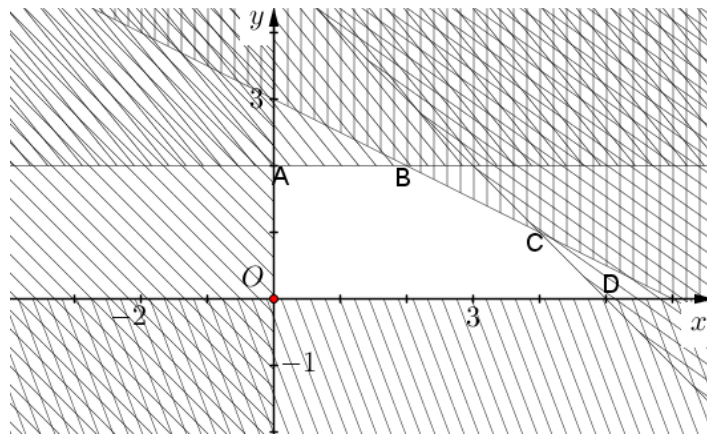
Trả lời: 4 sản phẩm loại I và 1 sản phẩm loại II

Lời giải

Gọi x là số đơn vị sản phẩm loại I, y là số đơn vị sản phẩm loại II sản xuất ra. Như vậy tiền lãi có được là $F(x, y) = 3x + 5y$ (nghìn đồng).

Theo giả thiết, số máy cần dùng nhóm X: $2x + 2y$ (máy); số máy cần dùng ở nhóm Y là $0x + 2y$ (máy); số máy cần dùng ở nhóm Z là $2x + 4y$ (máy).

Ta có hệ bất phương trình (*):
$$\begin{cases} 2x + 2y \leq 10 \\ 2y \leq 4 \\ 2x + 4y \leq 12 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$



Miền nghiệm của hệ (*) được biểu diễn là miền của ngũ giác $OABCD$ với $O(0;0), A(0;2), B(2;2), C(4;1), D(5;0)$.

Xét $O(0;0)$, ta có $F(0;0) = 3.0 + 5.0 = 0$;

Xét $A(0;2)$, ta có $F(0;2) = 3.0 + 5.2 = 10$;

Xét $B(2;2)$, ta có $F(2;2) = 3.2 + 5.2 = 16$;

Xét $C(4;1)$, ta có $F(4;1) = 3.4 + 5.1 = 17$;

Xét $D(5;0)$, ta có $F(5;0) = 3.5 + 5.0 = 15$.

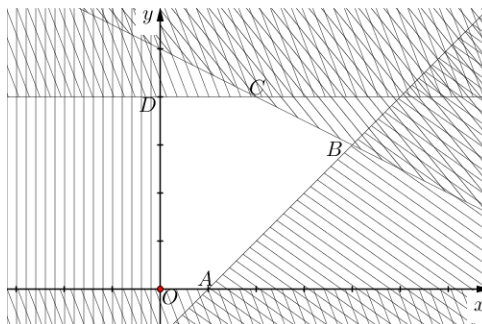
Từ các kết quả trên, ta thấy khoản lãi lớn nhất ($F(x; y)$ lớn nhất) bằng 17 (ngàn đồng), khi đó người ta cần làm ra 4 sản phẩm loại I và 1 sản phẩm loại II (tức là $x = 4, y = 1$).

Câu 3: Tìm GTLN của $f(x, y) = x + 2y$ với điều kiện

$$\begin{cases} 0 \leq y \leq 4 & (d_1) \\ 0 \leq x & (d_2) \\ x - y - 1 \leq 0 & (d_3) \\ x + 2y - 10 \leq 0 & (d_4) \end{cases}$$

Trả lời: 10

Lời giải



$\{M(x; y)\}$ thoả mãn (I) là miền bên trong đa giác $OABCD$

Tìm toạ độ A, B, C, D bằng phương pháp đồ thị hay phương trình hoành độ giao điểm.

Thay toạ độ O, A, B, C, D vào $f(x; y) = x + 2y$ ta có

	O	A	B	C	D
--	-----	-----	-----	-----	-----

$f(x; y)$	0	1	10	10	8
-----------	---	---	----	----	---

$$\Rightarrow \max(f(x; y)) = 10$$

Câu 4: Bác Năm dự định trồng ngô và đậu xanh trên một mảnh đất có diện tích 8 hecta (ha). Nếu trồng 1 ha ngô thì cần 20 ngày công và thu được 40 triệu đồng. Nếu trồng 1 ha đậu xanh thì cần 30 ngày công và thu được 50 triệu đồng. Bác Năm cần trồng bao nhiêu ha cho mỗi loại cây để thu được nhiều tiền nhất? Biết rằng, bác Năm chỉ có thể sử dụng không quá 180 ngày công cho việc trồng ngô và đậu xanh.

Trả lời: 6 ha ngô và 2 ha đậu xanh.

Lời giải

Gọi x là số hecta (ha) đất trồng ngô và y là số hecta đất trồng đậu xanh.

Ta có các điều kiện ràng buộc đối với x, y như sau: Hiển nhiên $x \geq 0, y \geq 0$.

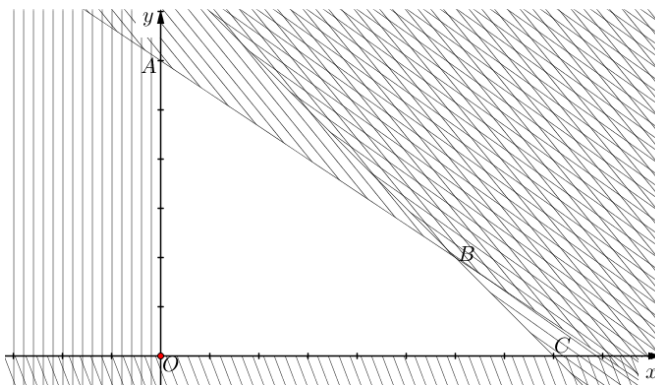
- Diện tích canh tác không vượt quá 8 ha nên $x + y \leq 8$.

- Số ngày công sử dụng không vượt quá 180 nên $20x + 30y \leq 180$.

Từ đó, ta có hệ bất phương trình mô tả các điều kiện ràng buộc:

$$\begin{cases} x + y \leq 8 \\ 20x + 30y \leq 180 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình này trên hệ trục tọa độ Oxy, ta được miền tứ giác $OABC$ (Hình). Tọa độ các đỉnh của tứ giác đó là: $O(0;0); A(0;6); B(6;2); C(8;0)$



Gọi F là số tiền (đơn vị: triệu đồng) bác Năm thu được, ta có: $F = 40x + 50y$.

Ta phải tìm x, y thỏa mãn hệ bất phương trình sao cho F đạt giá trị lớn nhất, nghĩa là tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $F = 40x + 50y$ trên miền tứ giác $OABC$.

Tính các giá trị của biểu thức F tại các đỉnh của đa giác, ta có:

Tại $O(0;0)$: $F = 40.0 + 50.0 = 0$; Tại $A(0;6)$: $F = 40.0 + 50.6 = 300$;

Tại $B(6;2)$: $F = 40.6 + 50.2 = 340$; Tại $C(8;0)$: $F = 40.8 + 50.0 = 320$.

F đạt giá trị lớn nhất bằng 340 tại $B(6;2)$.

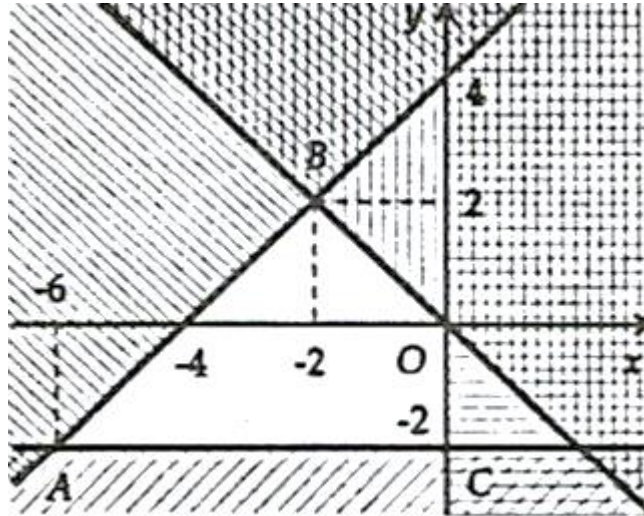
Vậy để thu được nhiều tiền nhất, bác Năm cần trồng 6 ha ngô và 2 ha đậu xanh.

Câu 5: Cho hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} x - y + 4 \geq 0 \\ x + y \leq 0 \\ x \leq 0 \\ y + 2 \geq 0 \end{cases}$$
. Miền nghiệm của hệ tạo thành là hình gì?

Trả lời: Tứ giác

Lời giải

Miền nghiệm của hệ là miền tứ giác $ABOC$ với $A(-6; -2)$, $B(-2; 2)$ và $C(0; -2)$



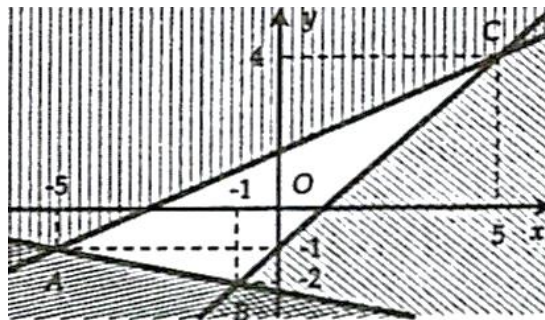
Câu 6: Cho biểu thức $T = 3x - 2y - 4$ với x và y thỏa mãn hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} x - y - 1 \leq 0 \\ x + 4y + 9 \geq 0 \\ x - 2y + 3 \geq 0 \end{cases}$$

Biết T đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = x_0$ và $y = y_0$. Tính $x_0^2 + y_0^2$.

Trả lời: 26

Lời giải

Miền nghiệm của hệ là miền tam giác ABC với $A(-5; -1)$, $B(-1; -2)$ và $C(5; 4)$. Lập bảng:



Đỉnh	$A(-5; -1)$	$B(-1; -2)$	$C(5; 4)$
T	-17	-3	3

Vậy T đạt giá trị nhỏ nhất bằng -17 khi $x = -5$ và $y = -1$.

Do đó $x_0 = -5$ và $y_0 = -1 \Rightarrow x_0^2 + y_0^2 = 26$.

♦Đề 3:

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x - y > 0 \\ x - 3y + 3 < 0 \\ x + y - 5 > 0 \end{cases}$$
 là phần mặt phẳng chứa điểm

A. (5;3).

B. (0;0).

C. (1;-1).

D. (-2;2).

Lời giải

Chọn A

Nhận xét: chỉ có điểm (5;3) thỏa mãn hệ.

Câu 2: Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 3x + y \geq 9 \\ x \geq y - 3 \\ 2y \geq 8 - x \\ y \leq 6 \end{cases}$$
 là phần mặt phẳng chứa điểm

A. (0;0).

B. (1;2).

C. (2;1).

D. (8;4).

Lời giải

Chọn D

Nhận xét: chỉ có cặp số (8;4) thỏa bất phương trình $3x + y \geq 9$.

Câu 3: Cho hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x + y > 0 \\ 2x + 5y < 0 \end{cases}$$
 có tập nghiệm là S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $(1;1) \in S$.

B. $(-1;-1) \in S$.

C. $\left(1; -\frac{1}{2}\right) \in S$.

D. $\left(-\frac{1}{2}; \frac{2}{5}\right) \in S$.

Lời giải

Chọn C

Thế đáp án, chỉ có $x = 1; y = -\frac{1}{2}$ thỏa mãn hệ bất phương trình $\Rightarrow$ chọn C

Câu 4: Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 3x + y \geq 6 \\ x \geq y - 3 \\ 2y \geq 8 - x \\ y \leq 4 \end{cases}$$
 là phần mặt phẳng chứa điểm:

A. (2;1).

B. (6;4).

C. (0;0).

D. (1;2).

Lời giải

Chọn A

Nhận xét: Miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho là miền mặt phẳng chứa tất cả các điểm có tọa độ thỏa mãn tất cả các bất phương trình trong hệ.

Thế $x = 6; y = 4$ vào từng bất phương trình trong hệ, ta lần lượt có các mệnh đề đúng:

$22 \geq 6; 6 \geq 1; 8 \geq 2; 4 \leq 4$. Vậy ta chọn đáp án B.

Đáp án A có toạ độ không thoả bất phương trình thứ 3.

Đáp án C, D có toạ độ không thoả bất phương trình thứ 1 và 3.

Câu 5: Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x - 2y < 0 \\ x + 3y > -2 \\ y - x < 3 \end{cases}$$
 chứa điểm nào sau đây?

A. $A(1; 0)$.

B. $B(-2; 3)$.

C. $C(0; -1)$.

D. $D(-1; 0)$.

Lời giải

Chọn D

Trước hết, ta vẽ ba đường thẳng:

$$(d_1): x - 2y = 0$$

$$(d_2): x + 3y = -2$$

$$(d_3): y - x = 3$$

Ta thấy $(0; 1)$ là nghiệm của cả ba bất phương trình. Điều đó có nghĩa điểm $(0; 1)$ thuộc cả ba miền nghiệm của ba bất phương trình. Sau khi gạch bỏ các miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ.

Câu 6: Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 2x + 3y - 6 < 0 \\ x \geq 0 \\ 2x - 3y - 1 \leq 0 \end{cases}$$
 chứa điểm nào sau đây?

A. $A(1; 2)$.

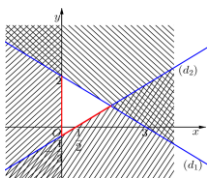
B. $B(0; 2)$.

C. $C(-1; 3)$.

D. $D\left(0; -\frac{1}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn D



Trước hết, ta vẽ ba đường thẳng:

$$(d_1): 2x + 3y - 6 = 0$$

$$(d_2): x = 0$$

$$(d_3): 2x - 3y - 1 = 0$$

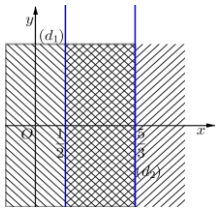
Ta thấy $(1; 1)$ là nghiệm của các ba bất phương trình. Điều này có nghĩa là điểm $(1; 1)$ thuộc cả ba miền nghiệm của ba bất phương trình. Sau khi gạch bỏ các miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ.

Câu 7: Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x-1 \leq 0 \\ -3x+5 \leq 0 \end{cases}$ chứa điểm nào sau đây?

- A.** Không có. **B.** $B\left(\frac{5}{3}; 2\right)$. **C.** $C(-3; 1)$. **D.** $D\left(\frac{1}{2}; 10\right)$

Lời giải

Chọn A



Trước hết, ta vẽ hai đường thẳng:

$$(d_1): 2x - 1 = 0$$

$$(d_2): -3x + 5 = 0$$

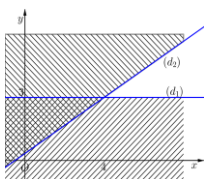
Ta thấy $(1; 0)$ là không nghiệm của cả hai bất phương trình. Điều đó có nghĩa điểm $(1; 0)$ không thuộc cả hai miền nghiệm của hai bất phương trình. Vậy không có điểm nằm trên mặt phẳng tọa độ thỏa mãn hệ bất phương trình.

Câu 8: Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 3 - y < 0 \\ 2x - 3y + 1 > 0 \end{cases}$ chứa điểm nào sau đây?

- A.** $A(3; 4)$. **B.** $B(4; 3)$. **C.** $C(7; 4)$. **D.** $D(4; 4)$.

Lời giải

Chọn C



Trước hết, ta vẽ hai đường thẳng:

$$(d_1): 3 - y = 0$$

$$(d_2): 2x - 3y + 1 = 0$$

Ta thấy $(6; 4)$ là nghiệm của hai bất phương trình. Điều đó có nghĩa điểm $(6; 4)$ thuộc cả hai miền nghiệm của hai bất phương trình. Sau khi gạch bỏ các miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ.

Câu 9: Giá trị nhỏ nhất của biết thức $F(x; y) = x - 2y$ với điều kiện $\begin{cases} 0 \leq y \leq 5 \\ x \geq 0 \\ x + y - 2 \geq 0 \\ x - y - 2 \leq 0 \end{cases}$ là

A. -10 .

B. 12 .

C. -8 .

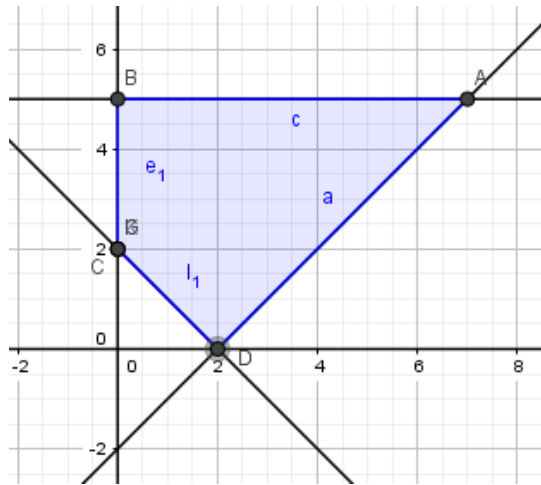
D. -6 .

Lời giải

Chọn A

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 0 \leq y \leq 5 \\ x \geq 0 \\ x + y - 2 \geq 0 \\ x - y - 2 \leq 0 \end{cases}$ trên hệ trục tọa độ như dưới

đây:



Nhận thấy biết thức $F = y - x$ chỉ đạt giá trị nhỏ nhất tại các điểm A, B, C hoặc D .

Ta có: $F(A) = 7 - 2 \times 5 = -3; F(B) = -2 \times 5 = -10$.

$F(C) = -2 \times 2 = -4, F(D) = 2 - 2 \times 0 = 2$.

Vậy $\min F = -10$ khi $x = 0, y = 5$.

Câu 10: Biểu thức $F = y - x$ đạt giá trị nhỏ nhất với điều kiện $\begin{cases} -2x + y \leq -2 \\ x - 2y \leq 2 \\ x + y \leq 5 \\ x \geq 0 \end{cases}$ tại điểm $S(x; y)$ có

toạ độ là

A. $(4; 1)$.

B. $(3; 1)$.

C. $(2; 1)$.

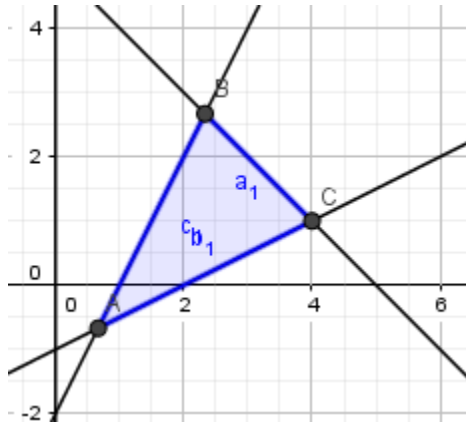
D. $(1; 1)$.

Lời giải

Chọn A

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} -2x + y \leq -2 \\ x - 2y \leq 2 \\ x + y \leq 5 \\ x \geq 0 \end{cases}$$
 trên hệ trục tọa độ như

dưới đây:



Nhận thấy biết thức $F = y - x$ chỉ đạt giá trị nhỏ nhất tại các điểm A, B hoặc C .
Chỉ $C(4;1)$ có tọa độ nguyên nên thỏa mãn.

Vậy $\min F = -3$ khi $x = 4, y = 1$.

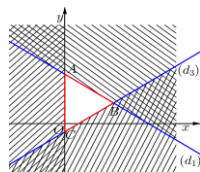
Câu 11: Biểu thức $L = y - x$, với x và y thỏa mãn hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 2x + 3y - 6 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ 2x - 3y - 1 \leq 0 \end{cases}$$
, đạt giá trị

lớn nhất là a và đạt giá trị nhỏ nhất là b . Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau:

A. $a = \frac{25}{8}$ và $b = -2$. **B.** $a = 2$ và $b = -\frac{11}{12}$. **C.** $a = 3$ và $b = 0$. **D.** $a = 3$ và $b = \frac{-9}{8}$.

Lời giải

Chọn B



Trước hết, ta vẽ ba đường thẳng:

$$(d_1): 2x + 3y - 6 = 0$$

$$(d_2): x = 0$$

$$(d_3): 2x - 3y - 1 = 0$$

Ta thấy $(0; 0)$ là nghiệm của cả ba bất phương trình. Điều đó có nghĩa gốc tọa độ thuộc cả ba miền nghiệm của cả ba bất phương trình. Sau khi gạch bỏ các miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ (kể cả biên).

Miền nghiệm là hình tam giác ABC (kể cả biên), với $A(0; 2)$, $B\left(\frac{7}{4}; \frac{5}{6}\right)$, $C\left(0; -\frac{1}{3}\right)$.

Vậy ta có $a = 2 - 0 = 2$, $b = \frac{5}{6} - \frac{7}{4} = -\frac{11}{12}$.

Câu 12: Trong một cuộc thi pha chế, hai đội A, B được sử dụng tối đa 24g hương liệu, 9 lít nước và 210g đường để pha chế nước cam và nước táo. Để pha chế 1 lít nước cam cần 30g đường, 1 lít nước và 1g hương liệu; pha chế 1 lít nước táo cần 10g đường, 1 lít nước và 4g hương liệu. Mỗi lít nước cam nhận được 60 điểm thưởng, mỗi lít nước táo nhận được 80 điểm thưởng. Đội A pha chế được a lít nước cam và b lít nước táo và dành được điểm thưởng cao nhất. Hiệu số $a - b$ là

A. 1.

B. 3.

C. -1.

D. -6.

Lời giải

Chọn C

Gọi x, y lần lượt là số lít nước cam và nước táo mà mỗi đội cần pha chế ($x \geq 0; y \geq 0$).

Để pha chế x lít nước cam cần $30x$ g đường, x lít nước và x g hương liệu.

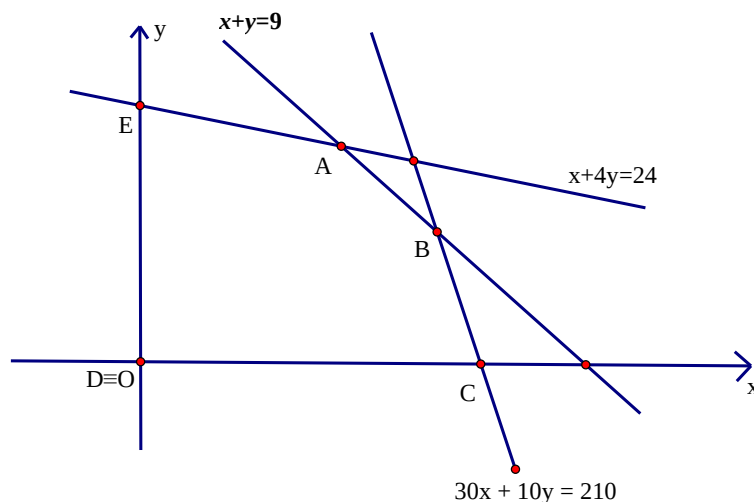
Để pha chế y lít nước táo cần $10y$ g đường, y lít nước và $4y$ g hương liệu.

Theo bài ra ta có hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} 30x + 10y \leq 210 \\ x + y \leq 9 \\ x + 4y \leq 24 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{cases} \quad (*)$$

Số điểm đạt được khi pha x lít nước cam và y lít nước táo là $M(x, y) = 60x + 80y$. Bài toán trở thành tìm x, y để $M(x, y)$ đạt giá trị lớn nhất.

Ta biểu diễn miền nghiệm của hệ (*) trên mặt phẳng tọa độ như sau:



Miền nghiệm là ngũ giác $ABCDE$.

Tọa độ các điểm: $A(4;5)$, $B(6;3)$, $C(7;0)$, $D(0;0)$, $E(0;6)$.

$M(x, y)$ sẽ đạt giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất tại các đỉnh của miền nghiệm nên thay tọa độ các điểm vào biểu thức $M(x, y)$ ta được:

$$M(4;5) = 640; M(6;3) = 600, M(7;0) = 420, M(0;0) = 0, M(0;6) = 480.$$

Vậy giá trị lớn nhất của $M(x, y)$ bằng 640 khi $x = 4; y = 5 \Rightarrow a = 4; b = 5 \Rightarrow a - b = -1$.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau

- a) $\begin{cases} x + \sqrt{y} > 3 \\ x^2 - y \geq -2 \end{cases}$ là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn
- b) $\begin{cases} x > 5 \\ y < -2 \\ x + y \geq 100 \end{cases}$ là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn
- c) $\begin{cases} 3^5 x - \sqrt{20} y > 7 \\ x + y \leq 100 \end{cases}$ là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn
- d) $\begin{cases} x + y + z < 10 \\ x + y < 5 \\ 2x + 3y \geq 20 \end{cases}$ là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

Lời giải

a) Sai

b) Đúng

c) Đúng

d) Sai

Các hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn là $\begin{cases} x > 5 \\ y < -2 \\ x + y \geq 100 \end{cases}$ và $\begin{cases} 3^5 x - \sqrt{20} y > 7 \\ x + y \leq 100 \end{cases}$.

Câu 2: Cho hệ bất phương trình: $\begin{cases} x + 2y \leq 30 \\ y > 5 \\ -2x + 6y > 40 \end{cases}$. Khi đó:

- a) Hệ trên là một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn
- b) $(-2; 8)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình trên
- c) $(3; 1)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình trên
- d) $(-2; -1)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình trên

Lời giải

a) Đúng

b) Đúng

c) Sai

d) Sai

- a) Hệ đã cho là một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.
- b) Thay $(-2; 8)$ vào hệ bất phương trình ta được:

$$\begin{cases} -2 + 2.8 \leq 30 \\ 8 > 5 \\ -2.(-2) + 6.8 > 40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 14 \leq 30 \\ 8 > 5 \\ 52 > 40 \end{cases} \text{ (đúng).}$$

Vậy $(-2; 8)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình đó.

Câu 3: Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x + 7y > 4 \\ x < 5 \\ -x - y \geq -3 \end{cases}$. Khi đó:

- a) $(-1; -1)$ không là một nghiệm của hệ bất phương trình.
 b) $(-2; 5)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình.
 c) $(3; -1)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình.
 d) $(-1; 2)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình.

Lời giải

a) Đúng

b) Đúng

c) Sai

d) Đúng

a) Thay $(-1; -1)$ vào hệ bất phương trình $\begin{cases} x + 7y > 4 \\ x < 5 \\ -x - y \geq -3 \end{cases}$ ta được:

$$\begin{cases} -1 + 7(-1) > 4 \\ -1 < 5 \\ -(-1) - (-1) \geq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -8 > 4 \\ -1 < 5 \text{ (vô li')} \\ 2 \geq -3 \end{cases} \text{ Vậy } (-1; -1) \text{ không là một nghiệm của hệ bất phương trình.}$$

b) Thay $(-2; 5)$ vào hệ bất phương trình $\begin{cases} x + 7y > 4 \\ x < 5 \\ -x - y \geq -3 \end{cases}$ ta được:

$$\begin{cases} -2 + 7.5 > 4 \\ -2 < 5 \\ -(-2) - 5 \geq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 33 > 4 \\ -2 < 5 \\ -3 \geq -3 \end{cases} \text{ (đúng). Vậy } (-2; 5) \text{ là một nghiệm của hệ bất phương trình.}$$

c) $(3; -1)$ không là một nghiệm của hệ bất phương trình.

d) $(-1; 2)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình.

Câu 4: Bà Lan được tư vấn bổ sung chế độ ăn kiêng đặc biệt bằng cách sử dụng hai loại thực phẩm khác nhau là X và Y . Mỗi gói thực phẩm X chứa 20 đơn vị canxi, 20 đơn vị sắt và 10 đơn vị vitamin B . Mỗi gói thực phẩm Y chứa 20 đơn vị canxi, 10 đơn vị sắt và 20 đơn vị vitamin B . Yêu cầu hằng ngày tối thiểu trong chế độ ăn uống là 240 đơn vị canxi, 160 đơn vị sắt và 140 đơn vị vitamin B . Mỗi ngày không được dùng quá 12 gói mỗi loại. Khi đó:

a) Hệ bất phương mô tả số gói thực phẩm X và thực phẩm Y mà bà Lan cần dùng mỗi ngày trong chế độ ăn kiêng để đáp ứng đủ nhu cầu cần thiết đối với canxi, sắt và vitamin

$$B \text{ là } \begin{cases} x + y \geq 12 \\ 2x + y \geq 16 \\ x + 2y \geq 14 \\ 0 \leq x \leq 12 \\ 0 \leq y \leq 12 \end{cases}$$

b) Miền nghiệm của hệ bất phương mô tả số gói thực phẩm X và thực phẩm Y mà bà Lan cần dùng mỗi ngày trong chế độ ăn kiêng để đáp ứng đủ nhu cầu cần thiết đối với canxi, sắt và vitamin B là một ngũ giác

c) Biết 1 gói thực phẩm loại X giá 20000 đồng, 1 gói thực phẩm loại Y giá 25000 đồng. Bà Lan cần dùng 10 gói thực phẩm loại X và 2 gói thực phẩm loại Y để chi phí mua là ít nhất

d) Điểm $(10;8)$ không thuộc miền nghiệm của hệ bất phương mô tả số gói thực phẩm X và thực phẩm Y mà bà Lan cần dùng mỗi ngày trong chế độ ăn kiêng để đáp ứng đủ nhu cầu cần thiết đối với canxi, sắt và vitamin B

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

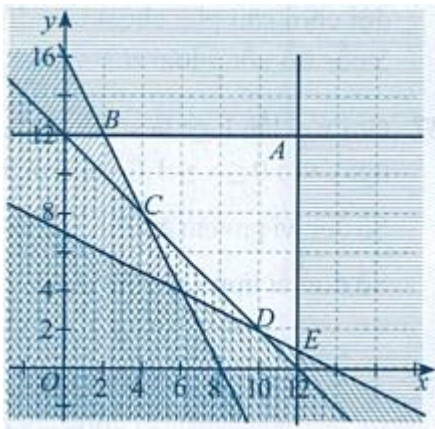
a) Gọi x, y lần lượt là số gói thực phẩm loại X , loại Y mà bà Lan cần dùng trong một ngày. Ta có: $0 \leq x \leq 12, 0 \leq y \leq 12$.

Số đơn vị canxi được cung cấp là: $20x + 20y$. Ta có: $20x + 20y \geq 240$ hay $x + y \geq 12$.

Số đơn vị sắt được cung cấp là: $20x + 10y$. Ta có: $20x + 10y \geq 160$ hay $2x + y \geq 16$.

Số đơn vị vitamin B được cung cấp là: $10x + 20y$. Ta có: $10x + 20y \geq 140$ hay $x + 2y \geq 14$.

Ta có hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} x + y \geq 12 \\ 2x + y \geq 16 \\ x + 2y \geq 14 \\ 0 \leq x \leq 12 \\ 0 \leq y \leq 12 \end{cases}$$



b) Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền ngũ giác $ABCDE$ với $A(12;12)$, $B(2;12)$, $C(4;8)$, $D(10;2)$, $E(12;1)$

c) Số tiền bà Lan dùng để mua các gói thực phẩm X, Y trong một ngày là: $T = 20x + 25y$ (nghìn đồng).

Tính giá trị của T tại các cặp số $(x; y)$ là tọa độ các đỉnh trên rồi so sánh các giá trị đó, ta được T đạt giá trị nhỏ nhất bằng 250 nghìn đồng tại $x=10; y=2$.

Vậy để đáp ứng đủ nhu cầu cần thiết đối với canxi, sắt và vitamin B nhưng với chi phí thấp nhất thì mỗi ngày bà Lan cần dùng 10 gói thực phẩm loại X và 2 gói thực phẩm loại Y .

d) Điểm $(10;8)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương mô tả số gói thực phẩm X và thực phẩm Y mà bà Lan cần dùng mỗi ngày trong chế độ ăn kiêng để đáp ứng đủ nhu cầu cần thiết đối với canxi, sắt và vitamin B

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 1: Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = 3y - 2x$ trên miền xác định bởi hệ
$$\begin{cases} x - y \leq 6 \\ y - 2x \geq 2 \\ x + y \leq 4 \end{cases}$$

Trả lời: -16

Lời giải

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = 3y - 2x$ trên miền xác định bởi hệ
$$\begin{cases} x - y \leq 6 \\ x \geq 2 \\ x + y \leq 4 \end{cases}$$
. Vẽ đường

thẳng $d_1: x - y - 6 = 0$ đi qua hai điểm $(0; -6)$ và $(6; 0)$.

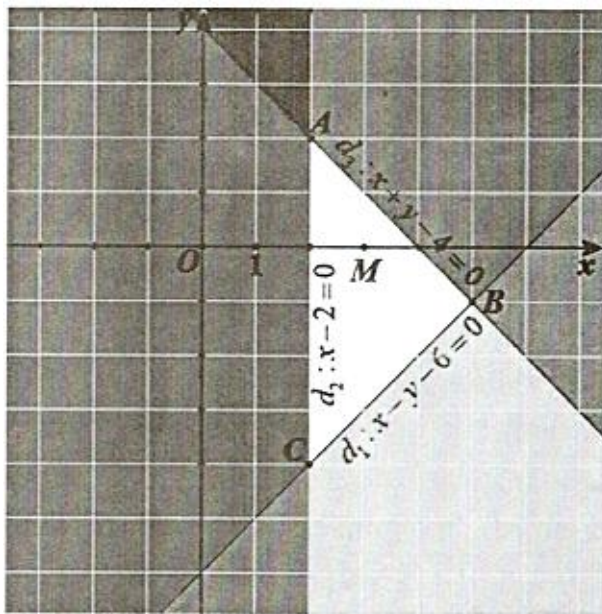
Vẽ đường thẳng $d_2: x - 2 = 0$ đi qua hai điểm $(2; 0)$ và $(2; 2)$.

Vẽ đường thẳng $d_3: x + y - 4 = 0$ đi qua hai điểm $(0; 4)$ và $(4; 0)$.

Xét điểm $M(3; 0)$. Ta thấy tọa độ M thỏa mãn tất cả các bất phương trình trong hệ.

Do đó, miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x - y \leq 6 \\ x \geq 2 \\ x + y \leq 4 \end{cases}$$
 là miền không bị tô đậm (hình tam giác

ABC bao gồm cả các cạnh AB, BC và AC trên hình vẽ).



Tìm tọa độ các điểm A, B, C .

Điểm $A = d_2 \cap d_3$ nên tọa độ điểm A là nghiệm của hệ
$$\begin{cases} x = 2 \\ x + y - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$$
. Vậy $A(2; 2)$.

Điểm $B = d_1 \cap d_3$ nên tọa độ điểm B là nghiệm của hệ
$$\begin{cases} x - y - 6 = 0 \\ x + y - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = -1 \end{cases}$$
. Vậy $B(5; -1)$.

Điểm $C = d_1 \cap d_2$ nên tọa độ điểm C là nghiệm của hệ
$$\begin{cases} x = 2 \\ x - y - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -4 \end{cases}$$
. Vậy $C(2; -4)$.

Ta thấy $F = 3y - 2x$ đạt giá trị nhỏ nhất chỉ có thể tại các điểm A, B, C .

Tại $A(2;2)$ thì $F = 2$.

Tại $B(5;-1)$ thì $F = -13$

Tại $C(2;-4)$ thì $F = -16$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = 3y - 2x$ trên miền xác định bởi hệ
$$\begin{cases} x - y \leq 6 \\ x \geq 2 \\ x + y \leq 4 \end{cases}$$
 là -16 khi $x = 2, y = -4$.

Câu 2: Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $F = x - 3y + 1$ trên miền xác định bởi hệ
$$\begin{cases} 2x - y \leq 4 \\ y - x \leq 1 \\ x + y \geq 2 \end{cases}.$$

Trả lời: 3

Lời giải

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $F = x - 3y + 1$ trên miền xác định bởi hệ

$$\begin{cases} 2x - y \leq 4 \\ y - x \leq 1 \\ x + y \geq 2 \end{cases}$$

Vẽ đường thẳng $d_1: 2x - y - 4 = 0$ đi qua hai điểm $(0; -4)$ và $(2; 0)$.

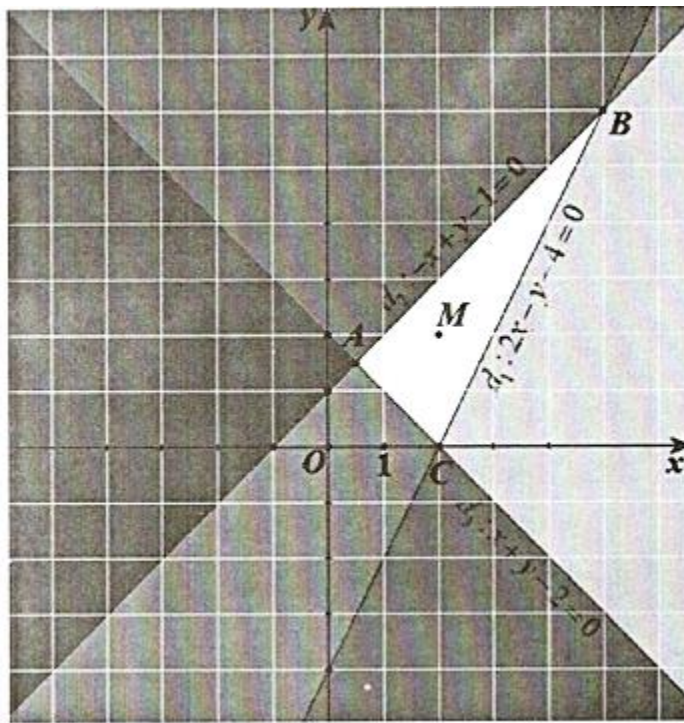
Vẽ đường thẳng $d_2: -x + y - 1 = 0$ đi qua hai điểm $(0; 1)$ và $(-1; 0)$.

Vẽ đường thẳng $d_3: x + y - 2 = 0$ đi qua hai điểm $(0; 2)$ và $(2; 0)$.

Xét điểm $M(2; 2)$. Ta thấy tọa độ M thỏa mãn tất cả các bất phương trình trong hệ.

Do đó, miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 2x - y \leq 4 \\ y - x \leq 1 \\ x + y \geq 2 \end{cases}$$
 là miền không bị tô đậm (hình tam giác

ABC bao gồm cả các cạnh AB, BC và AC trên hình vẽ).



Tìm tọa độ các điểm A, B, C .

Điểm $A = d_2 \cap d_3$ nên tọa độ điểm A là

$$\text{nghiệm của hệ } \begin{cases} -x + y = 1 \\ x + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{3}{2} \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } A\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right).$$

$$\text{Điểm } B = d_1 \cap d_2 \text{ nên tọa độ điểm } B \text{ là nghiệm của hệ } \begin{cases} 2x - y - 4 = 0 \\ -x + y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 6 \end{cases}. \text{ Vậy } B(5; 6).$$

$$\text{Điểm } C = d_1 \cap d_3 \text{ nên tọa độ điểm } C \text{ là nghiệm của hệ } \begin{cases} 2x - y - 4 = 0 \\ x + y - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases}. \text{ Vậy } C(2; 0).$$

Ta thấy $F = x - 3y + 1$ đạt giá trị lớn nhất chỉ có thể tại các điểm A, B, C .

$$\text{Tại } A\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right) \text{ thì } F = -3.$$

$$\text{Tại } B(5; 6) \text{ thì } F = -12$$

$$\text{Tại } C(2; 0) \text{ thì } F = 3$$

$$\text{Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức } F = x - 3y + 1 \text{ trên miền xác định bởi hệ } \begin{cases} 2x - y \leq 4 \\ y - x \leq 1 \\ x + y \geq 2 \end{cases}$$

khi $x = 2, y = 0$.

$$\text{Câu 3: Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức } F(x; y) = x - y \text{ với điều kiện } \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y - 3 \leq 0 \end{cases}.$$

Trả lời: -3

Lời giải

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F(x; y) = x - y$ với điều kiện $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y - 3 \leq 0 \end{cases}$.

Vẽ đường thẳng $d_1 : x = 0$ đi qua hai điểm $(0; 0)$ và $(0; 1)$.

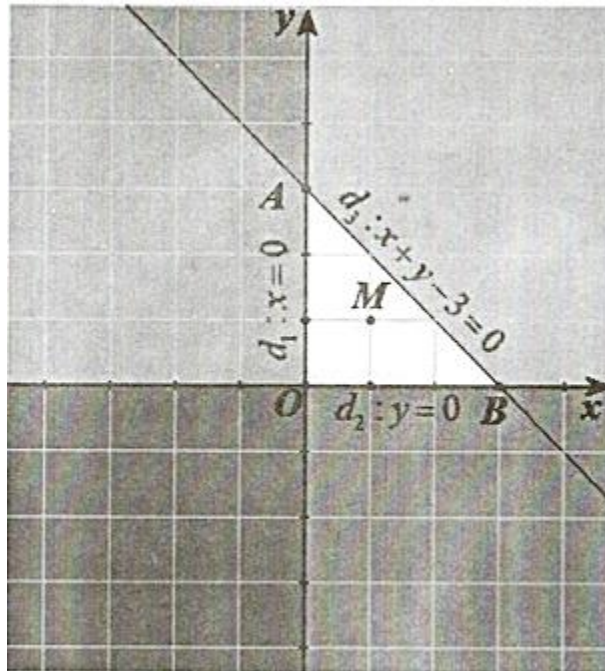
Vẽ đường thẳng $d_2 : y = 0$ đi qua hai điểm $(0; 0)$ và $(1; 0)$.

Vẽ đường thẳng $d_3 : x + y - 3 = 0$ đi qua hai điểm $(0; 3)$ và $(3; 0)$.

Xét điểm $M(1; 1)$. Ta thấy tọa độ M thỏa mãn tất cả các bất phương trình trong hệ.

Do đó, miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y - 3 \leq 0 \end{cases}$ là miền không bị tô đậm (hình tam giác

OAB bao gồm cả các cạnh OA, OB và AB trên hình vẽ).



Tìm tọa độ các điểm O, A, B .

Điểm $O = d_1 \cap d_2$ nên tọa độ điểm O là nghiệm của hệ $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$. Vậy $O(0; 0)$.

Điểm $A = d_1 \cap d_3$ nên tọa độ điểm A là

nghiệm của hệ $\begin{cases} x = 0 \\ x + y - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 3 \end{cases}$. Vậy $A(0; 3)$.

Điểm $B = d_2 \cap d_3$ nên tọa độ điểm B là nghiệm của hệ $\begin{cases} y = 0 \\ x + y - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 0 \end{cases}$. Vậy $B(3; 0)$.

Ta thấy $F = x - y$ đạt giá trị nhỏ nhất chỉ có thể tại các điểm O, A, B .

Tại $O(0; 0)$ thì $F = 0$.

Tại $A(0; 3)$ thì $F = -3$

Tại $B(3;0)$ thì $F = 3$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = x - y$ trên miền xác định bởi hệ
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y - 3 \leq 0 \end{cases}$$
 là -3

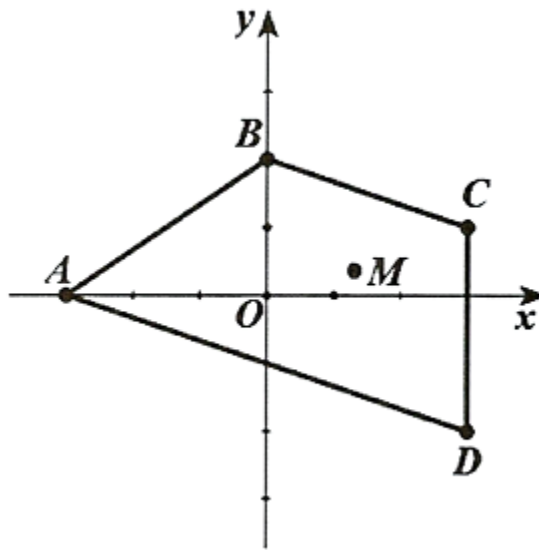
khi $x = 0, y = 3$.

Câu 4: Trong mặt phẳng Oxy , cho tứ giác $ABCD$ có $A(-3;0); B(0;2); C(3;1); D(3;-2)$. Tìm tất cả các giá trị của m sao cho điểm $M(m; m-1)$ nằm trong hình tứ giác $ABCD$ kể cả 4 cạnh.

Trả lời: $0 \leq m \leq \frac{9}{4}$

Lời giải

Trong mặt phẳng Oxy , cho tứ giác $ABCD$ có $A(-3;0); B(0;2); C(3;1); D(3;-2)$. Tìm tất cả các giá trị của m sao cho điểm $M(m; m-1)$ nằm trong hình tứ giác $ABCD$ kể cả 4 cạnh.



Nhận thấy hình tứ giác $ABCD$ tính cả 4 cạnh của nó là miền nghiệm của hệ bất phương trình gồm 4 bất phương trình có miền nghiệm là nửa mặt phẳng chứa điểm $O(0;0)$ và lần lượt có các bờ là các đường thẳng AB, BC, CD và DA .

Phương trình đường thẳng AB :

$$\frac{x+3}{0-(-3)} = \frac{y-0}{2-0} \Leftrightarrow 2x-3y+6=0.$$

Bất phương trình có miền nghiệm là nửa mặt phẳng bờ AB (tính cả bờ AB) và chứa điểm O là $2x-3y+6 \geq 0$.

Phương trình đường thẳng BC : $\frac{x-0}{3-0} = \frac{y-2}{1-2} \Leftrightarrow x+3y-6=0$. Bất phương trình có miền nghiệm

là nửa mặt phẳng bờ BC (tính cả bờ BC) và chứa điểm O là $x+3y-6 \leq 0$.

Phương trình đường thẳng CD : $x-3=0$. Bất phương trình có miền nghiệm là nửa mặt phẳng bờ CD (tính cả bờ CD) và chứa điểm O là $x-3 \leq 0$.

Phương trình đường thẳng $DA: \frac{x+3}{3-(-3)} = \frac{y-0}{-2-0} \Leftrightarrow x+3y+3=0$. Bất phương trình có miền

nghiệm là nửa mặt phẳng bờ DA (tính cả bờ DA) và chứa điểm O là $x+3y+3 \geq 0$.

Hình tứ giác $ABCD$ tính cả 4 cạnh của nó là miền nghiệm của hệ bất phương trình

$$\begin{cases} 2x-3y+6 \geq 0 \\ x+3y-6 \leq 0 \\ x-3 \leq 0 \\ x+3y+3 \geq 0 \end{cases} \quad (1)$$

Điểm $M(m; m-1)$ nằm trong hình tứ giác $ABCD$ tính cả 4 cạnh của nó khi và chỉ khi $(m; m-1)$ là một nghiệm của hệ (1), tức là

$$\begin{cases} 2m-3(m-1)+6 \geq 0 \\ m+3(m-1)-6 \leq 0 \\ m-3 \leq 0 \\ m+3(m-1)+3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 9 \\ m \leq \frac{9}{4} \\ m \leq 3 \\ m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq m \leq \frac{9}{4}$$

Vậy các giá trị của m thỏa mãn là $0 \leq m \leq \frac{9}{4}$.

Câu 5: Trong một đợt dã ngoại, một trường học cần thuê xe chở 180 người và 8 tấn hàng. Nơi thuê xe có hai loại xe A và B , trong đó xe A có 10 chiếc và xe B có 9 chiếc. Một xe loại A cho thuê với giá 5 triệu đồng và một xe loại B cho thuê với giá 4 triệu đồng. Biết rằng mỗi xe loại A có thể chở tối đa 30 người và 0,8 tấn hàng, mỗi xe loại B có thể chở tối đa 20 người và 1,6 tấn hàng. Tìm số xe mỗi loại sao cho chi phí thuê là thấp nhất.

Trả lời: 4 xe loại A và 3 xe loại B .

Lời giải

Gọi x, y (xe) lần lượt là số xe loại A và B cần thuê.

Khi đó, số tiền cần bỏ ra để thuê xe là $F(x; y) = 5x + 4y$ (triệu đồng)

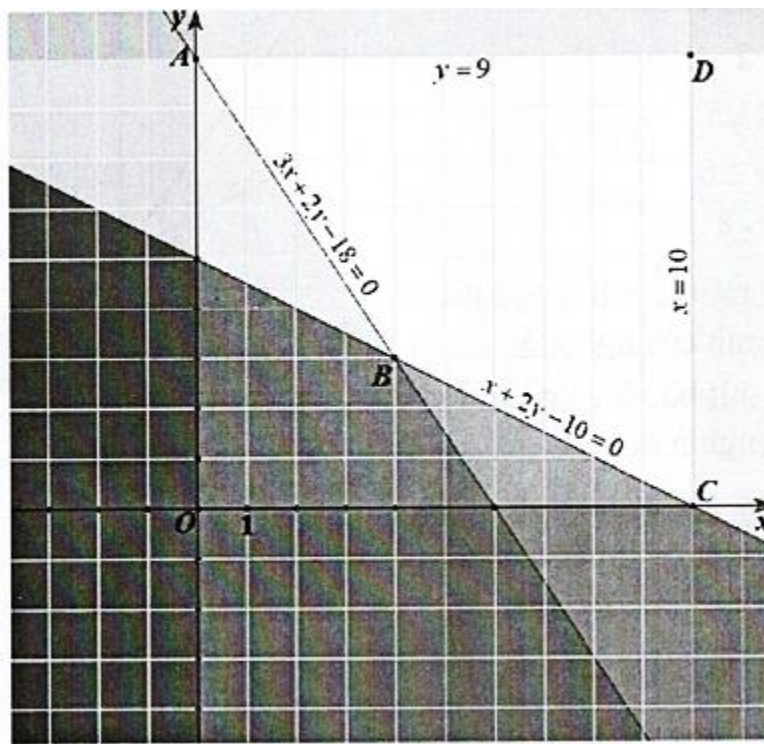
Ta có x xe loại A chở được $30x$ người và $0,8x$ tấn hàng; y xe loại B chở được $20y$ người và $1,6y$ tấn hàng.

Suy ra x xe loại A và y xe loại B chở được $30x + 20y$ người và $0,8x + 1,6y$ tấn hàng.

$$\text{Ta có hệ bất phương trình sau: } \begin{cases} 30x + 20y \geq 180 \\ 0,8x + 1,6y \geq 8 \\ 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2y \geq 18 \\ x + 2y \geq 10 \\ 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 9 \end{cases} \quad (*)$$

Bài toán trở thành tìm giá trị nhỏ nhất của $F(x; y)$ trên miền nghiệm của hệ (*).

Miền nghiệm của hệ (*) là tứ giác $ABCD$ (kể cả bờ)



Tìm tọa độ các điểm A, B, C, D .

Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ $\begin{cases} 3x+2y-18=0 \\ y=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=9 \end{cases}$. Vậy $A(0;9)$.

Tọa độ điểm B là nghiệm của hệ $\begin{cases} 3x+2y-18=0 \\ x+2y-10=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=3 \end{cases}$. Vậy $B(4;3)$.

Tọa độ điểm C là nghiệm của hệ $\begin{cases} x=10 \\ x+2y-10=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=10 \\ y=0 \end{cases}$. Vậy $C(10;0)$.

Tọa độ điểm D là nghiệm của hệ $\begin{cases} x=10 \\ y=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=10 \\ y=9 \end{cases}$. Vậy $D(10;9)$.

Ta thấy $F(x;y)=5x+4y$ đạt giá trị nhỏ nhất chỉ có thể tại các điểm A, B, C, D .

Tại $A(0;9)$ thì $F=36$ (triệu đồng).

Tại $B(4;3)$ thì $F=32$ (triệu đồng).

Tại $C(10;0)$ thì $F=50$ (triệu đồng).

Tại $D(10;9)$ thì $F=86$ (triệu đồng).

Như vậy để chi phí thấp nhất cần thuê 4 xe loại A và 3 xe loại B .

Câu 6: Một gia đình cần ít nhất 1200 đơn vị protein và 800 đơn vị lipid trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi kilogram thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipid. Mỗi kilogram thịt lợn chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất $2,0kg$ thịt bò và $1,5kg$ thịt lợn. Giá tiền $1kg$ thịt bò là 200 nghìn đồng, $1kg$ thịt lợn là 100 nghìn đồng. Gọi x, y lần lượt là số

kg thịt bò và thịt lợn mà gia đình đó cần mua để tổng số tiền họ phải trả là ít nhất mà vẫn đảm bảo lượng protein và lipit trong thức ăn. Tính $4x^2 + y^2$.

Trả lời: $\frac{45}{16}$

Lời giải

Điều kiện: $0 \leq x \leq 2; 0 \leq y \leq 1,5$

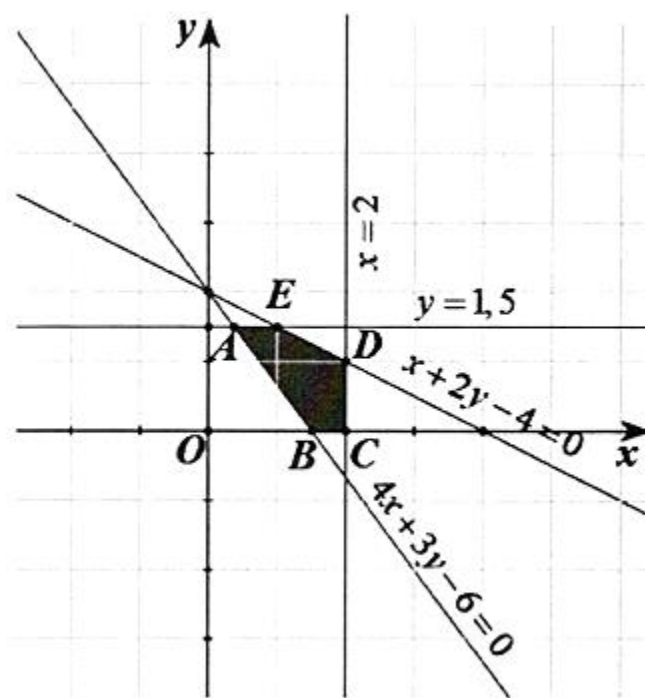
Khi đó số protein có được là $800x + 600y$ và số lipit có được là $200x + 400y$

Vì gia đình đó cần ít nhất 1200 đơn vị protein và 800 đơn vị lipit trong thức ăn mỗi ngày nên điều kiện tương ứng là:

$$800x + 600y \geq 1200 \Leftrightarrow 4x + 3y \geq 6 \text{ và } 200x + 400y \geq 800 \Leftrightarrow x + 2y \geq 4$$

Ta có hệ bất phương trình sau:

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 2 \\ 0 \leq y \leq 1,5 \\ 4x + 3y \geq 6 \\ x + 2y \geq 4 \end{cases} (*)$$



Miền nghiệm của hệ trên là miền ngũ giác $ABCDE$ kể cả các cạnh của ngũ giác.

Chi phí để mua $x kg$ thịt bò và $y kg$ thịt lợn là $T = 200x + 100y$ (nghìn đồng).

Bài toán trở thành tìm giá trị nhỏ nhất của $T(x; y) = 200x + 100y$ trên miền nghiệm của hệ (*).

Tìm tọa độ các điểm A, B, C, D, E .

Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ $\begin{cases} 4x+5y-6=0 \\ y=\frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{3}{8} \\ y=\frac{3}{2} \end{cases}$. Vậy $A\left(\frac{3}{8};\frac{3}{2}\right)$.

Tọa độ điểm C là nghiệm của hệ $\begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases}$. Vậy $C(2;0)$.

Tọa độ điểm D là nghiệm của hệ $\begin{cases} x=2 \\ x+2y-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$. Vậy $D(2;1)$.

Tọa độ điểm E là nghiệm của hệ $\begin{cases} x+2y-4=0 \\ y=\frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=\frac{3}{2} \end{cases}$. Vậy $E\left(1;\frac{3}{2}\right)$.

Ta thấy $T(x;y)=200x+100y$ đạt giá trị nhỏ nhất chỉ có thể tại các điểm A,B,C,D,E .

Tại $A\left(\frac{3}{8};\frac{3}{2}\right)$ thì $T=200\cdot\frac{3}{8}+100\cdot\frac{3}{2}=225$ (nghìn đồng).

Tại $B\left(\frac{3}{2};0\right)$ thì $T=200\cdot\frac{3}{2}+100\cdot0=300$ (nghìn đồng).

Tại $C(2;0)$ thì $T=200\cdot2+100\cdot0=400$ (nghìn đồng).

Tại $D(2;1)$ thì $T=200\cdot2+100\cdot1=500$ (nghìn đồng).

Tại $E\left(1;\frac{3}{2}\right)$ thì $T=200\cdot1+100\cdot\frac{3}{2}=350$ (nghìn đồng).

Như vậy để chi phí bỏ ra thấp nhất mà vẫn đảm bảo nhu cầu dinh dưỡng khi $x=\frac{3}{8}$ và

$$y=\frac{3}{2} \Rightarrow 4x^2+y^2=4\cdot\left(\frac{3}{8}\right)^2+\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{45}{16}.$$