

MỤC LỤC

▣ BÀI 3. ÔN TẬP CUỐI CHƯƠNG II.....	2
*. Đề kiểm tra rèn luyện.....	2
♦ Đề ❶:	2
♦ Đề ❷:	10

***. Đề kiểm tra rèn luyện**

•Đề 1:

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Điểm $A(2;1)$ thuộc miền nghiệm của bất phương trình nào sau đây?

- A. $x - y + 1 < 0$. B. $-2x + y - 2 > 0$.
C. $2x - y + 1 > 0$. D. $x - 2y > 0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $2 \cdot 2 - 1 + 1 = 4 > 0$.

Câu 2: Cho bất phương trình $x - 2y + 5 > 0$ có tập nghiệm là S . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $(-2; 2) \in S$. B. $(2; 2) \in S$. C. $(-2; 4) \in S$. D. $(1; 3) \in S$.

Lời giải

Chọn B

Thay tọa độ các điểm vào bất phương trình ta thấy $(2; 2) \in S$.

Câu 3: Miền nghiệm của bất phương trình $5(x+2) - 9 < 2x - 2y + 7$ **không** chứa điểm nào trong các điểm sau?

- A. $(2; 3)$. B. $(-2; 1)$. C. $(2; -1)$. D. $(0; 0)$.

Lời giải

Chọn A

Thay tọa độ điểm $(2; 3)$ vào bất phương trình $5(x+2) - 9 < 2x - 2y + 7$ ta có:

$$5(2+2) - 9 < 2 \cdot 2 - 2 \cdot 3 + 7 \Leftrightarrow 11 < 5.$$

Vậy miền nghiệm của bất phương trình $5(x+2) - 9 < 2x - 2y + 7$ không chứa điểm $(2; 3)$.

Câu 4: Miền nghiệm của bất phương trình $3(x-1) + 4(y-2) < 5x - 3$ là nửa mặt phẳng chứa điểm

- A. $Q(-5; 3)$. B. $O(0; 0)$. C. $N(-4; 2)$. D. $P(-2; 2)$.

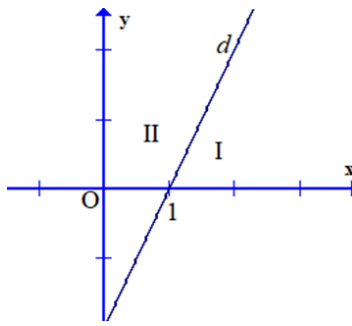
Lời giải

Chọn B

$$3(x-1) + 4(y-2) < 5x - 3 \Leftrightarrow 2x - 4y + 8 > 0 \Leftrightarrow x - 2y + 4 > 0.$$

Thay lần lượt tọa độ các điểm vào hệ bất phương trình, tọa độ điểm nào thỏa mãn hệ bất phương trình thì điểm đó thuộc miền nghiệm của bất phương trình đã cho.

Câu 5: Đường thẳng $d: 2x - y = 2$ chia mặt phẳng tọa độ thành hai miền I, II có bờ là đường thẳng d . Xác định miền nghiệm của bất phương trình $2x - y \geq 2$.



- A. Nửa mặt phẳng I bỏ đi đường thẳng d .
- B. Nửa mặt phẳng I kể cả bờ d .
- C. Nửa mặt phẳng II kể cả bờ d .
- D. Nửa mặt phẳng II bỏ đi đường thẳng d .

Lời giải

Chọn B

Thay tọa độ điểm $O(0;0)$ vào bất phương trình đã cho, ta có $2 \cdot 0 - 0 \geq 2$ là mệnh đề sai. Do vậy miền nghiệm của bất phương trình đã cho là miền I không chứa điểm O , kể cả bờ d .

Câu 6: Điểm nào dưới đây thuộc miền nghiệm của bất phương trình $2x + y - 1 < 0$?

- A. $Q(1;1)$.
- B. $M(1;-2)$.
- C. $P(2;-2)$.
- D. $N(1;0)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$Q(1;1)$: $2 + 1 - 1 < 0 \Leftrightarrow 2 < 0$ nên điểm $Q(1;1)$ không thuộc miền nghiệm của bất phương trình.

$M(1;-2)$: $2 - 2 - 1 < 0 \Leftrightarrow -1 < 0$ nên điểm $M(1;-2)$ thuộc miền nghiệm của bất phương trình.

$P(2;-2)$: $4 - 2 - 1 < 0 \Leftrightarrow 1 < 0$ nên điểm $P(2;-2)$ không thuộc miền nghiệm của bất phương trình.

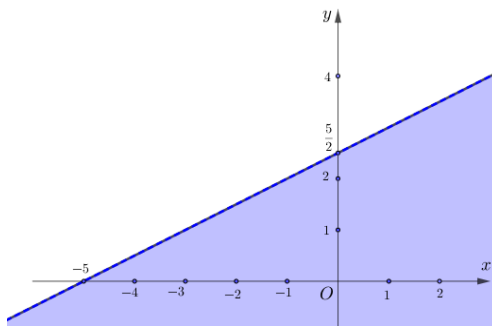
$N(1;0)$: $2 - 0 - 1 < 0 \Leftrightarrow 1 < 0$ nên điểm $N(1;0)$ không thuộc miền nghiệm của bất phương trình.

Câu 7: Cho bất phương trình $x - 2y + 5 > 0$ có tập nghiệm là S . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $(-2;2) \in S$.
- B. $(2;2) \in S$.
- C. $(-2;4) \in S$.
- D. $(1;3) \in S$.

Lời giải

Chọn B

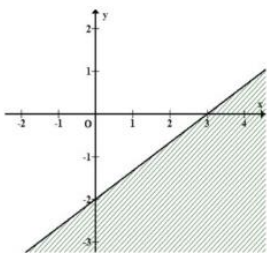


Xét đường thẳng $d : x - 2y + 5 = 0 \Rightarrow d : y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$.

Lấy điểm $O(0;0)$, ta thấy $O \notin d$ và có $0 - 2.0 + 5 > 0$ nên nửa mặt phẳng bờ (d) chứa O là miền nghiệm của bất phương trình.

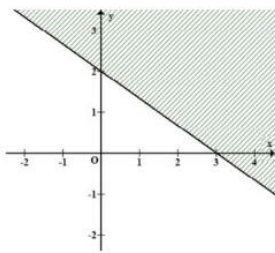
Khi đó ta thấy $(2;2) \in S$.

Câu 8: Hình vẽ nào sau đây biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình $2x - 3y - 6 \leq 0$?



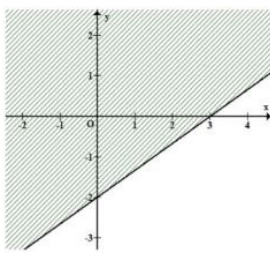
H1

A. H1



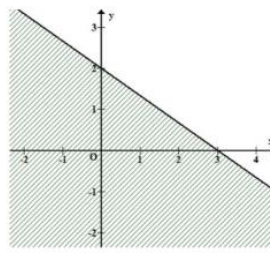
H2

B. H2



H3

C. H3



H4

D. H4

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng $2x - 3y - 6 = 0$ đi qua hai điểm $(0; -2), (3; 0)$ nên loại đáp án H2 và H4.

Mặt khác $O(0;0)$ không thỏa mãn $2x - 3y - 6 \leq 0$ nên chọn hình H3.

Câu 9: Miền của bất phương trình $2x + y > 1$ không chứa điểm nào sau đây?

A. $C(3;3)$.

B. $D(-1;-1)$.

C. $A(1;1)$.

D. $B(2;2)$.

Lời giải

Chọn B

Thử vào dễ thấy rằng $D(-1;-1)$ không thỏa mãn bất phương trình nên đáp án là B

Câu 10: Cặp số $(1;-1)$ thuộc miền nghiệm của bất phương trình nào sau đây?

A. $x + y - 3 > 0$.

B. $-x - 3y - 1 < 0$.

C. $-x - y < 0$.

D. $x + 3y + 1 < 0$.

Lời giải

Chọn D

Ta thấy cặp số $(1;-1)$ nghiệm đúng bất phương trình $x + 3y + 1 < 0$.

Câu 11: Điểm nào dưới đây thuộc miền nghiệm của bất phương trình $2x + y - 1 < 0$?

A. $Q(1;1)$.

B. $M(1;-2)$.

C. $P(2;-2)$.

D. $N(1;0)$.

Lời giải

Chọn B

Thay tọa độ điểm Q vào vế trái của bất phương trình $2x + y - 1 < 0$, ta có $2.1 + 1 - 1 > 0$.

Suy ra điểm Q không thuộc miền nghiệm của bất phương trình.

Thay tọa độ điểm M vào vế trái của bất phương trình $2x + y - 1 < 0$, ta có $2.1 - 2 - 1 < 0$.

Suy ra điểm M thuộc miền nghiệm của bất phương trình.

Câu 12: Cặp số nào dưới đây là một nghiệm của bất phương trình: $2x - y > 3$.

A. (3;1).

B. (0;-2)

C. (1;1).

D. (2;1).

Lời giải

Chọn A

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Một trò chơi chọn ô chữ đơn giản mà kết quả gồm một trong hai khả năng: Nếu người chơi chọn được chữ A thì người ấy được cộng 3 điểm, nếu người chơi chọn được chữ B thì người ấy bị trừ 1 điểm. Người chơi chỉ chiến thắng khi đạt được số điểm tối thiểu là 20. Gọi x, y theo thứ tự là số lần người chơi chọn được chữ A và chữ B . Khi đó:

a) Tổng số điểm người chơi đạt được khi chọn chữ A là $3x$, tổng số điểm người chơi bị trừ khi chọn chữ B là y .

b) Bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y trong tình huống người chơi chiến thắng là $3x - y \geq 20$.

c) Người chơi chọn được chữ A 7 lần và chọn được chữ B 1 lần thì người đó vừa đủ điểm dành chiến thắng trò chơi.

d) Người chơi chọn được chữ A 8 lần và chọn được chữ B 3 lần thì người đó vừa đủ điểm dành chiến thắng trò chơi.

Lời giải

a) Đúng

b) Sai

c) Đúng

d) Sai

a) Tổng số điểm người chơi đạt được khi chọn chữ A là $3x$, tổng số điểm người chơi bị trừ khi chọn chữ B là y .

b) Với $x, y \in \mathbb{Z}$, ta có bất phương trình: $3x - y \geq 20$ (*).

c) Thay cặp số (7;1) vào bất phương trình (*): $3.7 - 1 \geq 20$ (đúng), suy ra (7;1) là một nghiệm của (*). Điều này cho thấy nếu người chơi chọn được chữ A 7 lần và chọn được chữ B 1 lần thì người đó vừa đủ điểm dành chiến thắng trò chơi.

d) Thay cặp số $(8; 4)$ vào bất phương trình $(*)$: $3.8 - 4 \cdot 20$ (đúng), suy ra $(8; 4)$ là một nghiệm của $(*)$. Điều này cho thấy nếu người chơi chọn được chữ A 8 lần và chọn được chữ B 4 lần thì người đó vừa đủ điểm dành chiến thắng trò chơi.

Câu 2: Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) $2x - 3y + 4 \leq 0$ là bất phương trình bậc nhất hai ẩn.
- b) $6x^2 + 2y - 4 < 0$ là bất phương trình bậc nhất hai ẩn.
- c) $4x + 7 \geq 0$ là bất phương trình bậc nhất hai ẩn.
- d) $\frac{2}{3}x + \frac{1}{7}y - 4 > 0$ không là bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Lời Giải

- a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Sai

Các bất phương trình a), c), d) là các bất phương trình bậc nhất hai ẩn. Bất phương trình b) không là bất phương trình bậc nhất hai ẩn vì có chứa x^2 .

Câu 3: Cho bất phương trình $4x - 3y \leq 5$ (*). Khi đó:

- a) $(1; -1)$ là nghiệm của bất phương trình (*).
- b) $(0; 0)$ là nghiệm của bất phương trình (*).
- c) $(2; 1)$ là nghiệm của bất phương trình (*).
- d) $(3; -1)$ là nghiệm của bất phương trình (*).

Lời Giải

- a) Sai b) Đúng c) Đúng d) Sai

- a) Vì $4 \cdot 1 - 3 \cdot (-1) = 7 > 5$ nên $(1; -1)$ không phải là nghiệm của $4x - 3y \leq 5$
 - b) Vì $4 \cdot 0 - 3 \cdot 0 = 0 < 5$ nên $(0; 0)$ là nghiệm của $4x - 3y \leq 5$.
 - c) Vì $4 \cdot 2 - 3 \cdot 1 = 5$ nên $(2; 1)$ là nghiệm của $4x - 3y \leq 5$.
 - d) Vì $4 \cdot 3 - 3 \cdot (-1) = 15 > 5$ nên $(3; -1)$ không phải là nghiệm của $4x - 3y \leq 5$.
- Vậy có hai cặp thỏa mãn là $(0; 0), (2; 1)$.

Câu 4: Cho bất phương trình bậc nhất hai ẩn: $5x - y + 4 > 0$. Khi đó:

- a) $(0; 0)$ là một nghiệm của bất phương trình đã cho
- b) $(0; 1)$ không là một nghiệm của bất phương trình đã cho
- c) $(2; -1)$ không là một nghiệm của bất phương trình đã cho

d) $\left(\frac{1}{5}; 1\right)$ là một nghiệm của bất phương trình đã cho

Lời giải

a) Đúng

b) Sai

c) Sai

d) Đúng

a) Vì $5 \cdot 0 - 0 + 4 > 0$ (luôn đúng) nên $(0; 0)$ là một nghiệm của $5x - y + 4 > 0$.

Ba cặp số $(0; 1); (2; -1); \left(\frac{1}{5}; 1\right)$ là nghiệm của bất phương trình $5x - y + 4 > 0$.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 1: Tìm các nghiệm $(x; y)$ của bất phương trình $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} - 1 \leq 0$. Trong đó x, y là các số nguyên dương.

Trả lời: $(1; 1)$

Lời giải

Do $x > 0, \frac{x}{2} + \frac{y}{3} - 1 \leq 0$ nên ta có $\frac{y}{3} < 1 \Leftrightarrow y < 3$

Do y nguyên dương nên $y \in \{1; 2\}$.

Với $y = 1$, ta có $\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{1}{3} - 1 \leq 0 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x \leq \frac{4}{3} \Leftrightarrow x = 1$.

Với $y = 2$, ta có $\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{2}{3} - 1 \leq 0 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x \leq \frac{2}{3} \Leftrightarrow x \in \emptyset$.

Vậy bất phương trình $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} - 1 \leq 0$ có nghiệm nguyên dương là $(1; 1)$.

Câu 2: Tìm các giá trị của tham số m sao cho $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$ là nghiệm của bất phương trình

$$m \frac{x}{2} - (m+1)y + 2 \geq 0$$

Trả lời: $m \geq -2$

Lời giải

Ta có $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$ là nghiệm của bất phương trình $m \frac{x}{2} - (m+1)y + 2 \geq 0$ khi và chỉ khi

$$m \frac{1}{2} - (m+1)(-1) + 2 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{3}{2}m + 3 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -2$$

Câu 3: Cho tam giác ABC có $A(0;3); B(-1;2); C(2;1)$. Tìm điều kiện của tham số m để điểm

$M\left(m; \frac{2m-1}{2}\right)$ nằm bên trong tam giác ABC ?

Trả lời: $\frac{13}{8} < m < \frac{7}{4}$

Lời giải

Đường thẳng $AB: \frac{x-0}{-1-0} = \frac{y-3}{2-3} \Leftrightarrow x-y+3=0$.

Đường thẳng $AC: \frac{x-0}{2-0} = \frac{y-3}{1-3} \Leftrightarrow x+y-3=0$.

Đường thẳng $BC: \frac{x-2}{2-(-1)} = \frac{y-1}{1-2} \Leftrightarrow x+3y-5=0$.

Điều kiện cần và đủ để điểm M nằm bên trong tam giác ABC là điểm M cùng với mỗi đỉnh A, B, C lần lượt cùng phía với nhau đối với cạnh AB, AC, BC

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (1 \cdot 0 + 3 \cdot 3 - 5) \cdot (1 \cdot m + 3 \cdot \frac{2m-1}{2} - 5) > 0 \\ (1 \cdot (-1) + 1 \cdot 2 - 3) \cdot (1 \cdot m + 1 \cdot \frac{2m-1}{2} - 3) > 0 \\ (1 \cdot 2 - 1 \cdot 1 + 3) \cdot (1 \cdot m - 1 \cdot \frac{2m-1}{2} + 3) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{13}{8} \\ m < \frac{7}{4} \\ 14 > 0(tm) \end{cases} \Leftrightarrow \frac{13}{8} < m < \frac{7}{4}$$

Câu 4: Bạn Lan mang 150000 đồng đi nhà sách để mua một số quyển tập và bút. Biết rằng giá một quyển tập là 8000 đồng và giá của một cây bút là 6000 đồng. Bạn Lan có thể mua được tối đa bao nhiêu quyển tập nếu bạn đã mua 10 cây bút.

Trả lời: 11

Lời giải

Bất phương trình biểu diễn số tập và bút có thể mua được phụ thuộc vào số tiền mang theo là $8000x + 6000y \leq 150000$

Bạn Lan có thể mua được tối đa số quyển tập nếu bạn đã mua 10 cây bút là $8000x + 6000 \cdot 10 \leq 150000 \Leftrightarrow x \leq 11,25$

Vì x nguyên dương nên số quyển tập tối đa bạn Lan mua được là 11 quyển.

Câu 5: Biểu thức $L = y - x$, với x và y thỏa mãn hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x + 3y - 6 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ 2x - 3y - 1 \leq 0 \end{cases}$, đạt giá trị

lớn nhất là a và đạt giá trị nhỏ nhất là b .

Trả lời: $a = 2$ và $b = -\frac{11}{12}$.

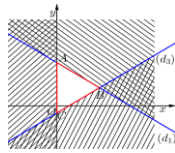
Lời giải

Trước hết, ta vẽ ba đường thẳng:

$$(d_1): 2x + 3y - 6 = 0$$

$$(d_2): x = 0$$

$$(d_3): 2x - 3y - 1 = 0$$



Ta thấy $(0; 0)$ là nghiệm của cả ba bất phương trình. Điều đó có nghĩa gốc tọa độ thuộc cả ba miền nghiệm của cả ba bất phương trình. Sau khi gạch bỏ các miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ (kể cả biên).

Miền nghiệm là hình tam giác ABC (kể cả biên), với $A(0; 2)$, $B\left(\frac{7}{4}; \frac{5}{6}\right)$, $C\left(0; -\frac{1}{3}\right)$.

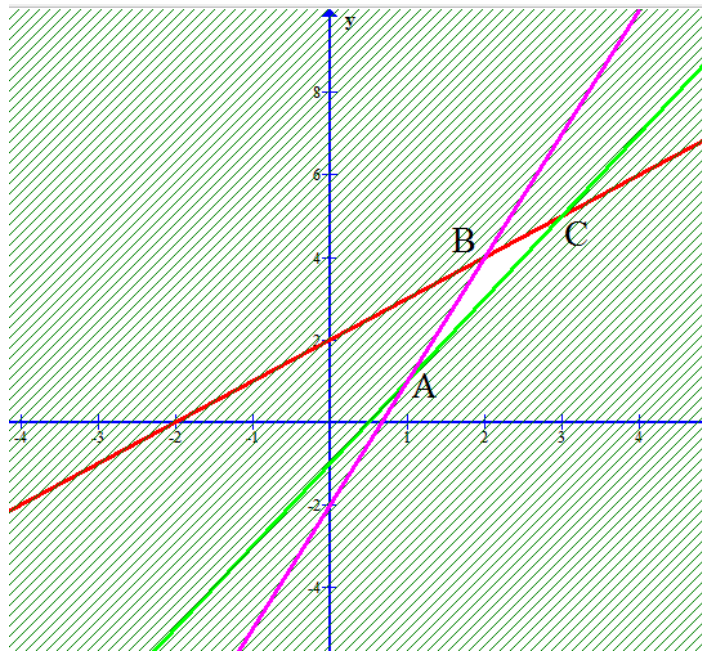
Vậy ta có $a = 2 - 0 = 2$, $b = \frac{5}{6} - \frac{7}{4} = -\frac{11}{12}$.

Câu 6: Cho các giá trị x, y thỏa mãn điều kiện
$$\begin{cases} x - y + 2 \geq 0 \\ 2x - y - 1 \leq 0 \\ 3x - y - 2 \geq 0 \end{cases}$$
 . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$T = 3x + 2y.$$

Trả lời: 25.

Lời giải



Miền nghiệm của hệ đã cho là miền trong tam giác ABC (Kể cả đường biên) trong đó $A(1;1)$, $B(2;4)$, $C(3;5)$.

Giá trị lớn nhất của $T = 3x + 2y$ đạt được tại các đỉnh của tam giác ABC .

Do $T_A = T(1;1) = 3.1 + 2.1 = 5$, $T_B = T(2;4) = 3.2 + 2.4 = 14$ và $T_C = T(3;5) = 3.3 + 2.5 = 25$ nên giá trị lớn nhất của $T = 3x + 2y$ là 25 đạt được khi $x = 3$ và $y = 5$.

♦Đề 2:

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Trong các điểm sau đây, điểm nào thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình

$$\begin{cases} x + 3y - 2 \geq 0 \\ 2x + y + 1 \leq 0 \end{cases}$$

A. $(0;1)$.

B. $(-1;1)$.

C. $(1;3)$.

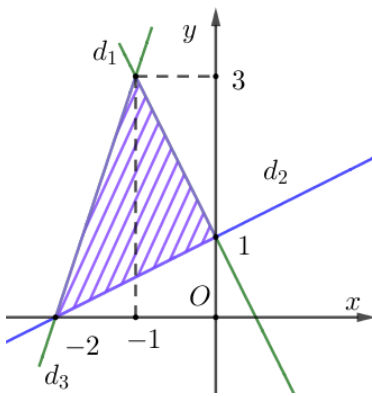
D. $(-1;0)$.

Lời giải

Chọn B

Thay toạ độ $(x; y)$ từ đáp án vào hệ bất phương trình. Ta dễ dàng tìm được đáp án là **B**

Câu 2: Cho miền gạch chéo như hình vẽ dưới đây



Miền trên đây biểu diễn tập nghiệm của hệ bất phương trình nào?

A.
$$\begin{cases} 2x + y > 1 \\ -x + 2y < 2 \\ 3x - y > 6 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} 2x + y < 1 \\ -x + 2y < 2 \\ 3x - y > -6 \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} 2x + y < 1 \\ -x + 2y > 2 \\ 3x - y > -6 \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} 2x + y > 1 \\ x - 2y < 2 \\ 3x - y > 6 \end{cases}$$

Lời giải

Chọn B

Lấy điểm $B(-1;1)$ thuộc miền gạch chéo thay vào các đáp án ta thấy Chọn C được thỏa mãn và các Chọn C, B, D không thỏa mãn.

Câu 3: Cho hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 2x + y > 0 \\ x + 5y - 1 < 0 \end{cases}$$
 có tập nghiệm là S . Điểm nào sau đây thuộc tập S .

A. $(-1; -1) \in S$

B. $(2; 5) \in S$.

C. $(3; -1) \in S$

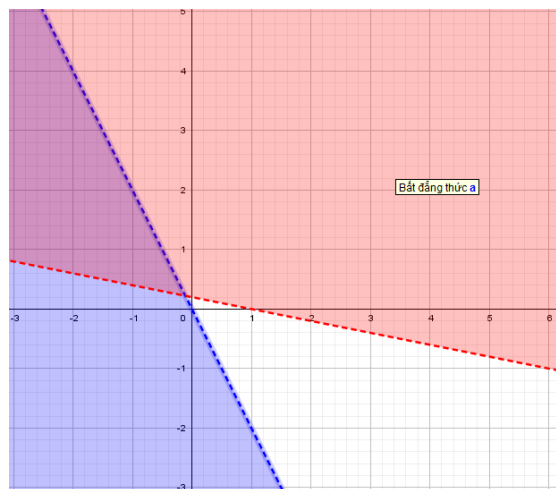
D. $\left(-1; \frac{2}{5}\right) \in S$

Lời giải

Chọn C

Cách 1:

Ta có biểu diễn miền nghiệm của hệ



Từ biểu diễn miền nghiệm của hệ ta suy ra Chọn C

Cách 2:

Ta thay lần lượt giá trị của x và y vào hệ để kiểm tra:

$$x=3; y=-1 \text{ thì } \begin{cases} 2x+y > 0 \\ x+5y-1 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x+y=5 > 0 \\ x+5y-1=-2 < 0 \end{cases} \text{ thỏa mãn vậy chọn C}$$

Câu 4: Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x-y > 0 \\ x-3y \leq -3 \\ x+y > 5 \end{cases}$ **không chứa** điểm nào sau đây?

A. $A(3;2)$.

B. $B(6;3)$.

C. $C(6;4)$.

D. $D(5;4)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Xét điểm } A(3;2) \text{ ta có } \begin{cases} 3-2 > 0 \\ 3-3.2 \leq -3 \\ 3+2 > 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ -3 \leq -3 \\ 5 > 5 \end{cases} \text{ không thỏa mãn bất phương trình thứ 3.}$$

Câu 5: Giá trị nhỏ nhất của biểu thức trên $F = y - x$ miền xác định bởi hệ $\begin{cases} 2x+y \leq 2 \\ x-y \leq 2 \\ 5x+y \geq -4 \end{cases}$ là

A. $\min F = 2$ khi $x = -1, y = 1$.

B. $\min F = 2$ khi $x = 0, y = 2$.

C. $\min F = -2$ khi $x = 1, y = -1$.

D. $\min F = -1$ khi $x = 0, y = -1$.

Lời giải

Chọn C

Ta dùng máy tính lần lượt kiểm tra các đáp án để xem đáp án nào thỏa bất phương trình trên.

Ta lần lượt tính hiệu $F = y - x$ và $\min F = -2$ khi $x = 1, y = -1$.

Câu 6: Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = y - x$ trên miền xác định bởi hệ: $\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$ là:

A. $\min F = 1$ khi $x = 2, y = 3$.

B. $\min F = 2$ khi $x = 0, y = 2$.

C. $\min F = 3$ khi $x = 1, y = 4$.

D. Không tồn tại giá trị nhỏ nhất của F .

Lời giải

Chọn A

Ta tìm giao điểm của các cặp đường thẳng trong miền xác định của hệ

$$\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2x + y = 2 \\ -x + 2y = 4 \end{cases} \hat{=} \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow A(0;2).$$

$$\begin{cases} -2x + y = 2 \\ x + y = 5 \end{cases} \hat{=} \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = \frac{7}{2} \end{cases} \Rightarrow B\left(\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right).$$

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ -x + 2y = 4 \end{cases} \hat{=} \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow C(2;3).$$

Ta tính giá trị của $F = y - x$ tại các giao điểm:

Tại $A(0;2) \Rightarrow F = 2 - 0 = 2.$

Tại $B\left(\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right) \Rightarrow F = \frac{7}{2} - \frac{3}{2} = 2.$

Tại $C(2;3) \Rightarrow F = 3 - 2 = 1.$

Vậy $\min F = 1$ khi $x = 2, y = 3.$

Câu 7: Giá trị lớn nhất của biểu thức $F(x; y) = x + 2y$, với điều kiện $\begin{cases} 0 \leq y \leq 4 \\ x \geq 0 \\ x - y - 1 \leq 0 \\ x + 2y - 10 \leq 0 \end{cases}$ là

A. 6.

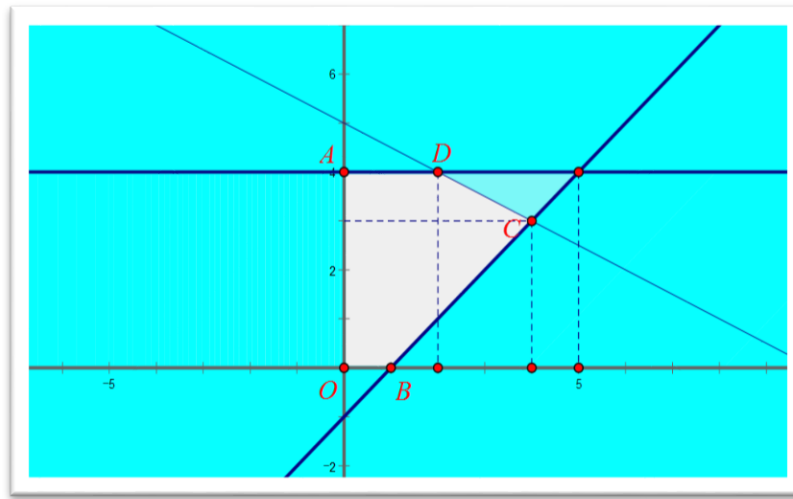
B. 8.

C. 10.

D. 12.

Lời giải

Chọn C



Vẽ các đường thẳng

$$d_1 : y = 4;$$

$$d_2 : x - y - 1 = 0; d_3 : x + 2y - 10 = 0;$$

$$Ox : y = 0; Oy : x = 0.$$

Các đường thẳng trên đôi một cắt nhau tại $A(0;4), O(0;0), B(1;0), C(4;3), D(2;4)$. Vì điểm $M_0(1;1)$ có tọa độ thỏa mãn tất cả các bất pt trong hệ nên ta tô đậm các nửa mặt phẳng bờ d_1, d_2, d_3, Ox, Oy không chứa điểm M_0 . Miền không bị tô đậm là đa giác $OADC$ kể cả các cạnh là miền nghiệm của hệ pt đã cho.

Kí hiệu $F(A) = F(x_A; y_A) = x_A + 2y_A$, ta có

$$F(A) = 8, F(O) = 0, F(B) = 1, F(C) = 10; F(D) = 10, 0 < 1 < 8 < 10.$$

Giá trị lớn nhất cần tìm là 10.

Câu 8: Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F(x; y) = x - 2y$, với điều kiện $\begin{cases} 0 \leq y \leq 5 \\ x \geq 0 \\ x + y - 2 \geq 0 \\ x - y - 2 \leq 0 \end{cases}$ là

A. -12.

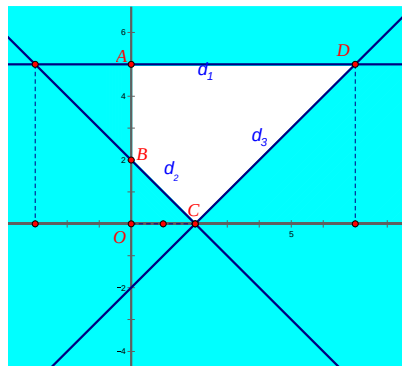
B. -10.

C. -8.

D. -6.

Lời giải

Chọn B



Vẽ các đường thẳng $d_1 : y = 5;$

$$d_2 : x + y - 2 = 0; d_3 : x - y - 2 = 0;$$

$$Ox : y = 0; Oy : x = 0.$$

Các đường thẳng trên đôi một cắt nhau tại $A(0;5)$

Vì điểm $M_0(2;1)$ có toạ độ thoả mãn tất cả các bất pt trong hệ nên ta tô đậm các nửa mặt phẳng bờ d_1, d_2, d_3, Ox, Oy không chứa điểm M_0 . Miền không bị tô đậm là đa giác $ABCD$ kể cả các cạnh là miền nghiệm của hệ pt đã cho.

Kí hiệu $F(A) = F(x_A; y_A) = x_A - 2y_A$, ta có

$$F(A) = -10, F(B) = -4, F(C) = 2; F(D) = -3, -10 < -4 < -3 < 2.$$

Giá trị lớn nhất cần tìm là -10 .

Câu 9: Biểu thức $F = y - x$ đạt giá trị nhỏ nhất với điều kiện $\begin{cases} -2x + y \leq -2 \\ x - 2y \leq 2 \\ x + y \leq 5 \\ x \geq 0 \end{cases}$ tại điểm $S(x; y)$ có toạ

độ là

A. $(4;1)$.

B. $(3;1)$.

C. $(2;1)$.

D. $(1;1)$.

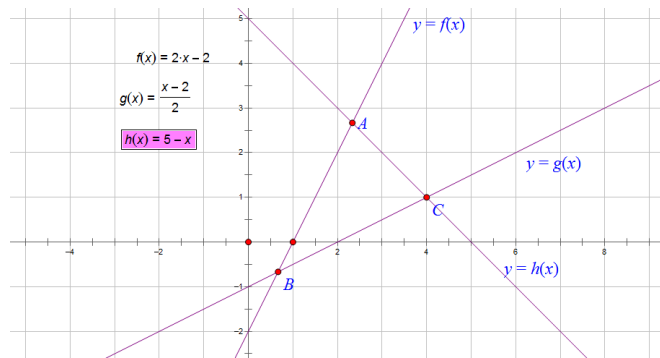
Lời giải

Chọn A

Cách 1: Thử máy tính Ta dùng máy tính lần lượt kiểm tra các đáp án để xem đáp án nào thoả hệ bất phương trình trên loại được đáp án **D**

Ta lần lượt tính hiệu $F = y - x$ và min $F = -3$ tại $x = 4, y = 1$.

Cách 2: Tự luận:



Tọa độ $A\left(\frac{7}{3}; \frac{8}{3}\right)$, $B\left(\frac{2}{3}; -\frac{2}{3}\right)$, $C(4;1)$. Giá trị F lần lượt tại toạ độ các điểm B, C, A là

$-\frac{4}{3}, -3, \frac{1}{3}$. Suy ra min $F = -3$ tại $(4;1)$.

Câu 10: Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = y - x$ trên miền xác định bởi hệ $\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$ là

A. min $F = 1$ khi $x = 2, y = 3$.

B. min $F = 2$ khi $x = 0, y = 2$.

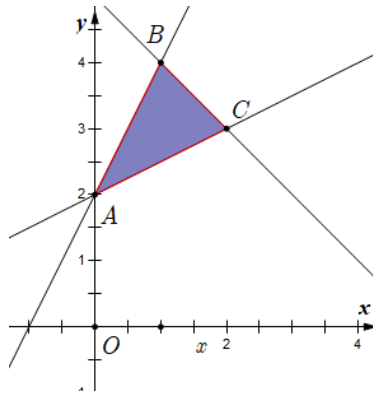
C. min $F = 3$ khi $x = 1, y = 4$.

D. min $F = 0$ khi $x = 0, y = 0$.

Lời giải

Chọn A

Miền nghiệm của hệ $\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$ là miền trong của tam giác ABC kể cả biên (như hình)



Ta thấy $F = y - x$ đạt giá trị nhỏ nhất chỉ có thể tại các điểm A, B, C .

Tại $A(0; 2)$ thì $F = 2$.

Tại $B(1; 4)$ thì $F = 3$

Tại $C(2; 3)$ thì $F = 1$.

Vậy $\min F = 1$ khi $x = 2, y = 3$.

Câu 11: Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = y - x$ trên miền xác định bởi hệ $\begin{cases} 2x + y \leq 2 \\ x - y \leq 2 \\ 5x + y \geq -4 \end{cases}$ là

A. $\min F = -3$ khi $x = 1, y = -2$.

B. $\min F = 0$ khi $x = 0, y = 0$.

C. $\min F = -2$ khi $x = \frac{4}{3}, y = -\frac{2}{3}$.

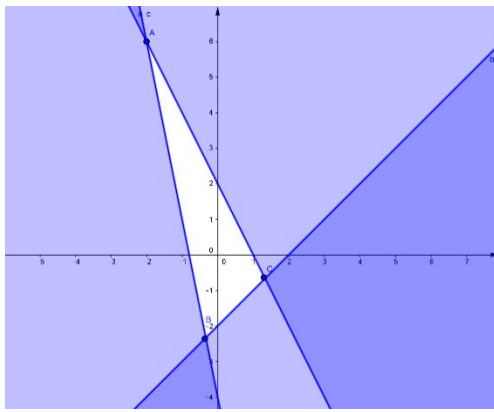
D. $\min F = 8$ khi $x = -2, y = 6$.

Lời giải

Chọn C

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x + y \leq 2 \\ x - y \leq 2 \\ 5x + y \geq -4 \end{cases}$ trên hệ trục tọa độ như

dưới đây:



Giá trị nhỏ nhất của biết thức $F = y - x$ chỉ đạt được tại các điểm

$$A(-2; 6), C\left(\frac{4}{3}; -\frac{2}{3}\right), B\left(-\frac{1}{3}; -\frac{7}{3}\right).$$

Ta có: $F(A) = 8; F(B) = -2; F(C) = -2$.

Vậy $\min F = -2$ khi $x = \frac{4}{3}, y = -\frac{2}{3}$.

Câu 12: Một xưởng cơ khí có hai công nhân là Chiến và Bình. Xưởng sản xuất loại sản phẩm I và II . Mỗi sản phẩm I bán lãi 500 nghìn đồng, mỗi sản phẩm II bán lãi 400 nghìn đồng. Để sản xuất được một sản phẩm I thì Chiến phải làm việc trong 3 giờ, Bình phải làm việc trong 1 giờ. Để sản xuất được một sản phẩm II thì Chiến phải làm việc trong 2 giờ, Bình phải làm việc trong 6 giờ. Một người không thể làm được đồng thời hai sản phẩm. Biết rằng trong một tháng Chiến không thể làm việc quá 180 giờ và Bình không thể làm việc quá 220 giờ. Số tiền lãi lớn nhất trong một tháng của xưởng là.

A. 32 triệu đồng.

B. 35 triệu đồng.

C. 14 triệu đồng.

D. 30 triệu đồng.

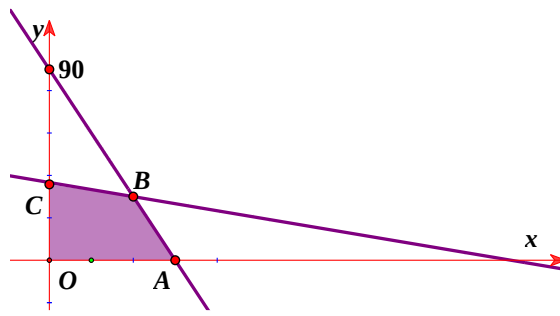
Lời giải

Chọn A

Gọi x, y lần lượt là số sản phẩm loại I và loại II được sản xuất ra. Điều kiện x, y nguyên dương.

$$\text{Ta có hệ bất phương trình sau: } \begin{cases} 3x + 2y \leq 180 \\ x + 6y \leq 220 \\ x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

Miền nghiệm của hệ trên là



Tiền lãi trong một tháng của xưởng là $T = 0,5x + 0,4y$.

Ta thấy T đạt giá trị lớn nhất chỉ có thể tại các điểm A, B, C . Vì C có tọa độ không nguyên nên loại.

Tại $A(60; 0)$ thì $T = 30$ triệu đồng.

Tại $B(40; 30)$ thì $T = 32$ triệu đồng.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau

- a) $\begin{cases} 2x + y \leq 3 \\ 3x - 2y \geq 1 \end{cases}$ là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.
- b) $\begin{cases} x + 2 \leq 0 \\ y - 3 \geq 1 \end{cases}$ là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.
- c) $\begin{cases} x + 2y = 2 \\ 2x - 3y = -1 \end{cases}$ là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.
- d) $\begin{cases} 2x + 5y \leq 30 \\ 4x - 3y \geq 5 \\ x \geq 0 \\ y \geq 1 \end{cases}$ là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Lời giải

a) Đúng

b) Đúng

c) Sai

d) Đúng

Các hệ bất phương trình trong câu a, câu b, câu d là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Hệ phương trình trong câu c không phải là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Câu 2: Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x + y > 0 \\ 2x + 5y < 0 \end{cases}$ có tập nghiệm là S . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $(1; 1) \in S$.

b) $(-1; -1) \in S$.

c) $\left(1; -\frac{1}{2}\right) \in S.$

d) $\left(-\frac{1}{2}; \frac{2}{5}\right) \in S.$

Lời giải

a) Sai

b) Sai

c) Đúng

d) Sai

Với $(x_0; y_0) = \left(1; -\frac{1}{2}\right)$ ta có $\begin{cases} x_0 + y_0 > 0 \\ 2x_0 + 5y_0 < 0 \end{cases}$ đúng nên $(x_0; y_0) = \left(1; -\frac{1}{2}\right)$ là một nghiệm của hệ.

Câu 3: Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x - y > 3 \\ 1 - \frac{1}{2}x + y > 0 \end{cases}$ có tập nghiệm S . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $(7; 3) \in S.$

b) $(2; 1) \in S.$

c) $(5; -6) \in S.$

d) $(1; -2) \in S.$

Lời giải

a) Đúng

b) Sai

c) Sai

d) Sai

Thay lần lượt các giá trị của x, y trong từng đáp án vào hệ bất phương trình:

Với $x = 7; y = 3$ ta được $\begin{cases} 7 - 3 > 3 \\ 1 - \frac{1}{2} \cdot 7 + 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 > 3 \\ \frac{1}{2} > 0 \end{cases}$, cả hai bất phương trình đúng nên khẳng định **a** đúng.

Với $x = 2; y = 1$ ta được $\begin{cases} 2 - 1 > 3 \\ 1 - \frac{1}{2} \cdot 2 + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 3 \\ 1 > 0 \end{cases}$, một bất phương trình **sai** nên khẳng định **b** sai.

Với $x = 5; y = -6$ ta được $\begin{cases} 5 - (-6) > 3 \\ 1 - \frac{1}{2} \cdot 5 + (-6) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11 > 3 \\ -\frac{15}{2} > 0 \end{cases}$, một bất phương trình **sai** nên khẳng định **c** sai.

Với $x=1; y=-2$ ta được $\begin{cases} 1-(-2)>3 \\ 1-\frac{1}{2}.1+(-2)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3>3 \\ -\frac{3}{2}>0 \end{cases}$, Cả hai bất phương trình **sai** nên khẳng định **d sai**.

Câu 4: Cho bất phương trình $x-2y>-5$ có tập nghiệm là S . Mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $(1;3) \in S$.
- b) $(0;2) \notin S$.
- c) $(2;2) \in S$.
- d) $(-2;2) \in S$.

Lời giải

a) Sai

b) Sai

c) Đúng

d) Sai

Thế tọa độ $(1;3)$ vào bất phương trình: $x-2y>-5$ ta được $1-2.3>-5$ nên $(1;3) \notin S$

Thế tọa độ $(0;2)$ vào bất phương trình: $x-2y>-5$ ta được $0-2.2>-5$ nên $(0;2) \in S$

Thế tọa độ $(2;2)$ vào bất phương trình: $x-2y>-5$ ta được $2-2.4>-5$ nên $(2;2) \in S$.

Thế tọa độ $(-2;2)$ vào bất phương trình: $x-2y>-5$ ta được $-2-2.4>-5$ nên $(-2;2) \notin S$.

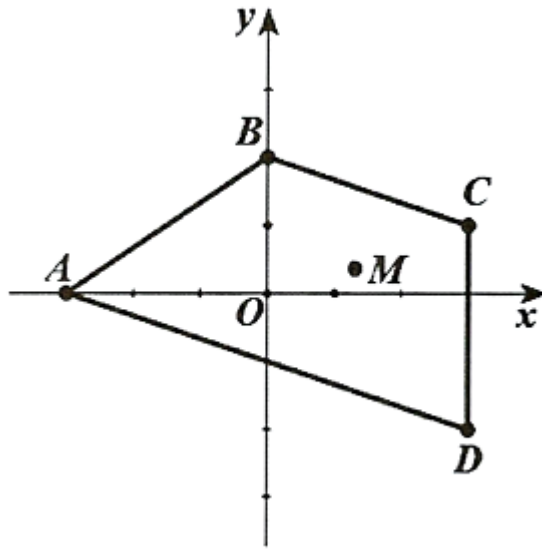
Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 1: Trong mặt phẳng Oxy , cho tứ giác $ABCD$ có $A(-3;0); B(0;2); C(3;1); D(3;-2)$. Tìm tất cả các giá trị của m sao cho điểm $M(m;m-1)$ nằm trong hình tứ giác $ABCD$ kể cả 4 cạnh.

Trả lời: $0 \leq m \leq \frac{9}{4}$

Lời giải

Trong mặt phẳng Oxy , cho tứ giác $ABCD$ có $A(-3;0); B(0;2); C(3;1); D(3;-2)$. Tìm tất cả các giá trị của m sao cho điểm $M(m;m-1)$ nằm trong hình tứ giác $ABCD$ kể cả 4 cạnh.



Nhận thấy hình tứ giác $ABCD$ tính cả 4 cạnh của nó là miền nghiệm của hệ bất phương trình gồm 4 bất phương trình có miền nghiệm là nửa mặt phẳng chứa điểm $O(0;0)$ và lần lượt có các bờ là các đường thẳng AB, BC, CD và DA .

Phương trình đường thẳng AB :

$$\frac{x+3}{0-(-3)} = \frac{y-0}{2-0} \Leftrightarrow 2x-3y+6=0.$$

Bất phương trình có miền nghiệm là nửa mặt phẳng bờ AB (tính cả bờ AB) và chứa điểm O là $2x-3y+6 \geq 0$.

Phương trình đường thẳng BC : $\frac{x-0}{3-0} = \frac{y-2}{1-2} \Leftrightarrow x+3y-6=0$. Bất phương trình có miền nghiệm là nửa mặt phẳng bờ BC (tính cả bờ BC) và chứa điểm O là $x+3y-6 \leq 0$.

Phương trình đường thẳng CD : $x-3=0$. Bất phương trình có miền nghiệm là nửa mặt phẳng bờ CD (tính cả bờ CD) và chứa điểm O là $x-3 \leq 0$.

Phương trình đường thẳng DA : $\frac{x+3}{3-(-3)} = \frac{y-0}{-2-0} \Leftrightarrow x+3y+3=0$. Bất phương trình có miền nghiệm là nửa mặt phẳng bờ DA (tính cả bờ DA) và chứa điểm O là $x+3y+3 \geq 0$.

Hình tứ giác $ABCD$ tính cả 4 cạnh của nó là miền nghiệm của hệ bất phương trình

$$\begin{cases} 2x-3y+6 \geq 0 \\ x+3y-6 \leq 0 \\ x-3 \leq 0 \\ x+3y+3 \geq 0 \end{cases} \quad (1)$$

Điểm $M(m; m-1)$ nằm trong hình tứ giác $ABCD$ tính cả 4 cạnh của nó khi và chỉ khi $(m; m-1)$ là một nghiệm của hệ (1), tức là

$$\begin{cases} 2m-3(m-1)+6 \geq 0 \\ m+3(m-1)-6 \leq 0 \\ m-3 \leq 0 \\ m+3(m-1)+3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 9 \\ m \leq \frac{9}{4} \\ m \leq 3 \\ m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq m \leq \frac{9}{4}$$

Vậy các giá trị của m thỏa mãn là $0 \leq m \leq \frac{9}{4}$.

Câu 2: Trong một đợt dã ngoại, một trường học cần thuê xe chở 180 người và 8 tấn hàng. Nơi thuê xe có hai loại xe A và B , trong đó xe A có 10 chiếc và xe B có 9 chiếc. Một xe loại A cho thuê với giá 5 triệu đồng và một xe loại B cho thuê với giá 4 triệu đồng. Biết rằng mỗi xe loại A có thể chở tối đa 30 người và 0,8 tấn hàng, mỗi xe loại B có thể chở tối đa 20 người và 1,6 tấn hàng. Tìm số xe mỗi loại sao cho chi phí thuê là thấp nhất.

Trả lời: 4 xe loại A và 3 xe loại B .

Lời giải

Gọi x, y (xe) lần lượt là số xe loại A và B cần thuê.

Khi đó, số tiền cần bỏ ra để thuê xe là $F(x; y) = 5x + 4y$ (triệu đồng)

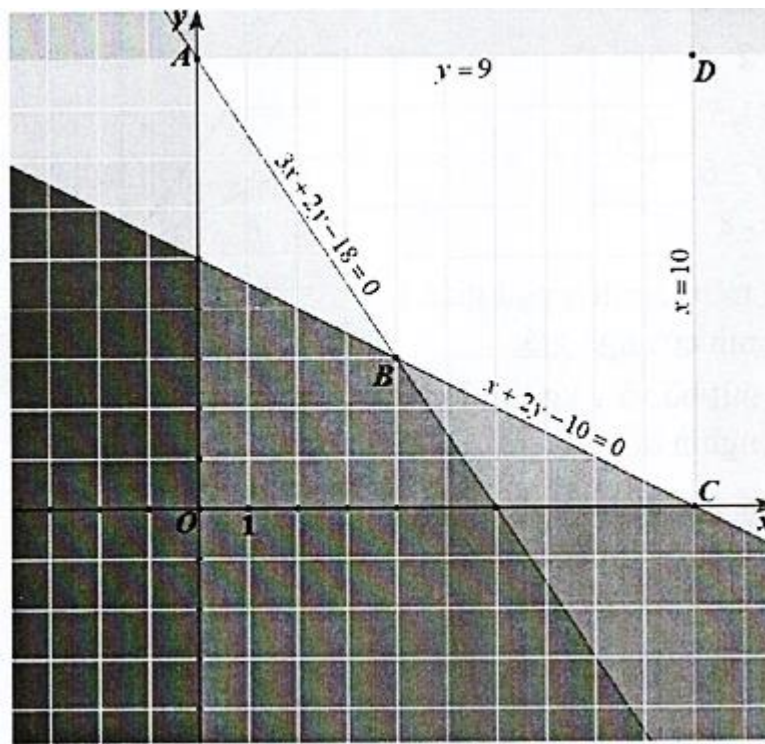
Ta có x xe loại A chở được $30x$ người và $0,8x$ tấn hàng; y xe loại B chở được $20y$ người và $1,6y$ tấn hàng.

Suy ra x xe loại A và y xe loại B chở được $30x + 20y$ người và $0,8x + 1,6y$ tấn hàng.

$$\text{Ta có hệ bất phương trình sau: } \begin{cases} 30x + 20y \geq 180 \\ 0,8x + 1,6y \geq 8 \\ 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2y \geq 18 \\ x + 2y \geq 10 \\ 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 9 \end{cases} \quad (*)$$

Bài toán trở thành tìm giá trị nhỏ nhất của $F(x; y)$ trên miền nghiệm của hệ (*).

Miền nghiệm của hệ (*) là tứ giác $ABCD$ (kể cả bờ)



Tìm tọa độ các điểm A, B, C, D .

Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ $\begin{cases} 3x+2y-18=0 \\ y=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=9 \end{cases}$. Vậy $A(0;9)$.

Tọa độ điểm B là nghiệm của hệ $\begin{cases} 3x+2y-18=0 \\ x+2y-10=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=3 \end{cases}$. Vậy $B(4;3)$.

Tọa độ điểm C là nghiệm của hệ $\begin{cases} x=10 \\ x+2y-10=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=10 \\ y=0 \end{cases}$. Vậy $C(10;0)$.

Tọa độ điểm D là nghiệm của hệ $\begin{cases} x=10 \\ y=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=10 \\ y=9 \end{cases}$. Vậy $D(10;9)$.

Ta thấy $F(x; y) = 5x + 4y$ đạt giá trị nhỏ nhất chỉ có thể tại các điểm A, B, C, D .

Tại $A(0;9)$ thì $F = 36$ (triệu đồng).

Tại $B(4;3)$ thì $F = 32$ (triệu đồng).

Tại $C(10;0)$ thì $F = 50$ (triệu đồng).

Tại $D(10;9)$ thì $F = 86$ (triệu đồng).

Như vậy để chi phí thấp nhất cần thuê 4 xe loại A và 3 xe loại B .

Câu 3: Một gia đình cần ít nhất 1200 đơn vị protein và 800 đơn vị lipid trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi kilogram thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipid. Mỗi kilogram thịt lợn chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất 2,0 kg thịt bò và 1,5 kg thịt lợn. Giá tiền 1 kg thịt bò là 200 nghìn đồng, 1 kg thịt lợn là 100 nghìn

đồng. Gọi x, y lần lượt là số kg thịt bò và thịt lợn mà gia đình đó cần mua để tổng số tiền họ phải trả là ít nhất mà vẫn đảm bảo lượng protein và lipid trong thức ăn. Tính $4x^2 + y^2$.

Trả lời: $\frac{45}{16}$

Lời giải

Điều kiện: $0 \leq x \leq 2; 0 \leq y \leq 1,5$

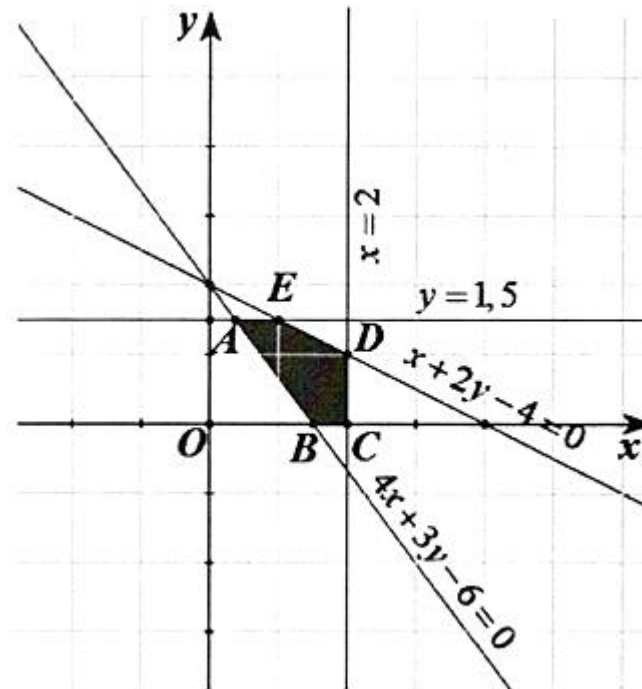
Khi đó số protein có được là $800x + 600y$ và số lipid có được là $200x + 400y$

Vì gia đình đó cần ít nhất 1200 đơn vị protein và 800 đơn vị lipid trong thức ăn mỗi ngày nên điều kiện tương ứng là:

$$800x + 600y \geq 1200 \Leftrightarrow 4x + 3y \geq 6 \text{ và } 200x + 400y \geq 800 \Leftrightarrow x + 2y \geq 4$$

Ta có hệ bất phương trình sau:

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 2 \\ 0 \leq y \leq 1,5 \\ 4x + 3y \geq 6 \\ x + 2y \geq 4 \end{cases} (*)$$



Miền nghiệm của hệ trên là miền ngũ giác $ABCDE$ kể cả các cạnh của ngũ giác.

Chi phí để mua $x kg$ thịt bò và $y kg$ thịt lợn là $T = 200x + 100y$ (nghìn đồng).

Bài toán trở thành tìm giá trị nhỏ nhất của $T(x; y) = 200x + 100y$ trên miền nghiệm của hệ (*).

Tìm tọa độ các điểm A, B, C, D, E .

Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ $\begin{cases} 4x+5y-6=0 \\ y=\frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{3}{8} \\ y=\frac{3}{2} \end{cases}$. Vậy $A\left(\frac{3}{8}; \frac{3}{2}\right)$.

Tọa độ điểm C là nghiệm của hệ $\begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases}$. Vậy $C(2;0)$.

Tọa độ điểm D là nghiệm của hệ $\begin{cases} x=2 \\ x+2y-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$. Vậy $D(2;1)$.

Tọa độ điểm E là nghiệm của hệ $\begin{cases} x+2y-4=0 \\ y=\frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=\frac{3}{2} \end{cases}$. Vậy $E\left(1; \frac{3}{2}\right)$.

Ta thấy $T(x; y) = 200x + 100y$ đạt giá trị nhỏ nhất chỉ có thể tại các điểm A, B, C, D, E .

Tại $A\left(\frac{3}{8}; \frac{3}{2}\right)$ thì $T = 200 \cdot \frac{3}{8} + 100 \cdot \frac{3}{2} = 225$ (nghìn đồng).

Tại $B\left(\frac{3}{2}; 0\right)$ thì $T = 200 \cdot \frac{3}{2} + 100 \cdot 0 = 300$ (nghìn đồng).

Tại $C(2;0)$ thì $T = 200 \cdot 2 + 100 \cdot 0 = 400$ (nghìn đồng).

Tại $D(2;1)$ thì $T = 200 \cdot 2 + 100 \cdot 1 = 500$ (nghìn đồng).

Tại $E\left(1; \frac{3}{2}\right)$ thì $T = 200 \cdot 1 + 100 \cdot \frac{3}{2} = 350$ (nghìn đồng).

Như vậy để chi phí bỏ ra thấp nhất mà vẫn đảm bảo nhu cầu dinh dưỡng khi $x = \frac{3}{8}$ và

$$y = \frac{3}{2} \Rightarrow 4x^2 + y^2 = 4 \cdot \left(\frac{3}{8}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{45}{16}.$$

Câu 4: Một hộ nông dân định trồng bắp và khoai lang trên diện tích 4ha. Trên diện tích mỗi ha, nếu trồng bắp thì cần 10 công và thu 2 triệu đồng, nếu trồng khoai lang thì cần 15 công và thu 2,5 triệu đồng. Hỏi cần trồng mỗi loại cây trên với diện tích là bao nhiêu ha để thu được nhiều tiền nhất, biết rằng tổng số công không quá 45 công.

Trả lời: 3ha bắp và 1ha khoai lang

Lời giải

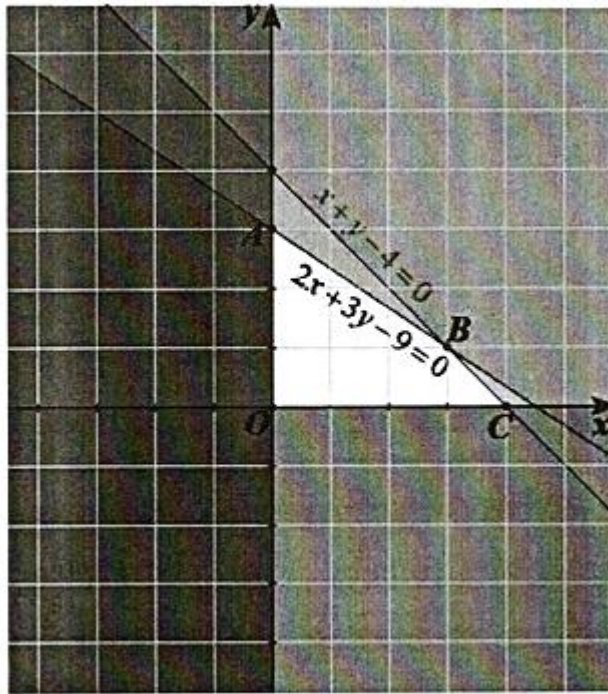
Gọi x, y (ha) lần lượt là số ha trồng bắp và khoai lang.

Điều kiện $0 \leq x \leq 4; 0 \leq y \leq 4; x + y \leq 4; 10x + 15y \leq 45 \Rightarrow 2x + 3y \leq 9$

Số tiền thu được là $T(x, y) = 2x + 2,5y$ (triệu đồng).

Ta có hệ
$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 4 \\ 0 \leq y \leq 4 \\ x + y \leq 4 \\ 2x + 3y \leq 9 \end{cases} \quad (*)$$

Bài toán trở thành tìm giá trị lớn nhất của $T(x; y) = 2x + 2,5y$ trên miền nghiệm của hệ (*).



Tìm tọa độ các điểm O, A, B, C .

Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ $\begin{cases} x=0 \\ 2x+3y-9=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=3 \end{cases}$. Vậy $A(0;3)$.

Tọa độ điểm B là nghiệm của hệ $\begin{cases} x+y-4=0 \\ 2x+3y-9=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$. Vậy $B(3;1)$.

Tọa độ điểm C là nghiệm của hệ $\begin{cases} x+y-4=0 \\ y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=0 \end{cases}$. Vậy $C(4;0)$.

Tọa độ điểm $O(0;0)$.

Ta thấy $T(x; y) = 2x + 2,5y$ đạt giá trị lớn nhất chỉ có thể tại các điểm O, A, B, C .

Tại $A(0;3)$ thì $T = 2.0 + 2,5.3 = 7,5$ (triệu đồng).

Tại $B(3;1)$ thì $T = 2.3 + 2,5.1 = 8,5$ (triệu đồng).

Tại $C(4;0)$ thì $T = 2.4 + 2,5.0 = 8$ (triệu đồng).

Tại $O(0;0)$ thì $T = 2.0 + 2,5.0 = 0$ (triệu đồng).

Vậy cần trồng 3ha bắp và 1ha khoai lang để thu được số tiền nhiều nhất.

Câu 5: Người ta dùng hai loại nguyên liệu để chiết xuất ít nhất 160kg hóa chất A và 12kg hóa chất B. Từ mỗi tấn nguyên liệu loại I giá 5 triệu đồng có thể chiết xuất được 25kg chất A và 1,2kg chất B. Từ mỗi tấn nguyên liệu loại II giá 4 triệu đồng có thể chiết xuất được 20kg chất A và 2kg chất B. Hỏi phải dùng bao nhiêu tấn nguyên liệu mỗi loại để chi phí mua nguyên liệu là ít nhất. Biết rằng cơ sở cung cấp nguyên liệu chỉ có thể cung cấp không quá 9 tấn nguyên liệu loại I và không quá 7 tấn nguyên liệu loại II.

Trả lời: dùng $\frac{4}{5}$ tấn nguyên liệu loại I và 7 tấn nguyên liệu loại II hoặc dùng $\frac{40}{13}$ tấn nguyên liệu loại I và $\frac{54}{13}$ tấn nguyên liệu loại II

Lời giải

Gọi x, y (tấn) lần lượt là số tấn nguyên liệu loại I và loại II cần sử dụng.

Điều kiện $0 \leq x \leq 9; 0 \leq y \leq 7$.

Khi đó số kg chất A thu được là: $25x + 20y$

Số kg chất B thu được là: $1,2x + 2y$

Ta có hệ bất phương trình

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 9 \\ 0 \leq y \leq 7 \\ 25x + 20y \geq 160 \\ 1,2x + 2y \geq 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 9 \\ 0 \leq y \leq 7 \\ 5x + 4y \geq 32 \\ 3x + 5y \geq 30 \end{cases}$$

Chi phí mua nguyên liệu là:

$$T(x; y) = 6x + 4y \text{ (triệu đồng)}.$$

Bài toán trở thành tìm giá trị nhỏ nhất của $T(x; y) = 5x + 4y$ trên miền nghiệm của hệ (*).

Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền được tô màu như hình vẽ.

Câu 6: Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi kg thịt lợn chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipit. Mỗi kg cá chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit. Biết rằng gia đình này chỉ mua tối đa 1,6 kg thịt lợn và 1,1 kg thịt cá. Giá tiền 1 kg thịt lợn là 45 nghìn đồng và 1 kg thịt cá là 35 nghìn đồng. Hỏi gia đình đó phải mua bao nhiêu kg mỗi loại để số tiền bỏ ra ít nhất.

Trả lời: 0,6 kg thịt lợn và 0,7 kg cá.

Lời giải

Giả sử gia đình đó mua x (kg) thịt lợn và y (kg) thịt cá,

Theo giả thiết, x và y cần thỏa mãn điều kiện: $0 \leq x \leq 1,6$; $0 \leq y \leq 1,1$

Khi đó, số đơn vị protein có được là: $800x + 600y$ và số đơn vị lipid có được là $200x + 400y$

Vì gia đình đó cần ít nhất 400 đơn vị lipid trong thức ăn mỗi ngày nên điều kiện tương ứng là:

$$800x + 600y \geq 900 \text{ và } 200x + 400y \geq 400$$

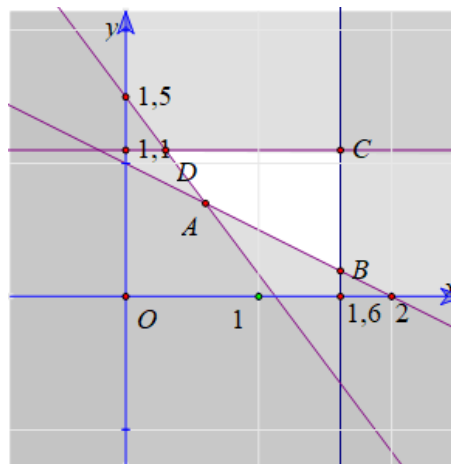
Hay gọn hơn ta có:

$$4x + 3y \geq 4,5 \text{ và } x + 2y \geq 2$$

Vậy các điều kiện mà x và y thỏa mãn là:

$$(I) \begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \\ 4x + 3y \geq 4,5 \\ x + 2y \geq 2 \end{cases} \quad \text{Miền nghiệm của hệ trên miền tứ giác } ABCD \text{ (kể cả biên) trên}$$

hình.



Chi phí để mua x (kg) thịt lợn và y (kg) cá là:

$$T = 45x + 35y \text{ (nghìn đồng)}$$

Ta cần tìm $(x; y)$ sao cho T nhỏ nhất

Ta biết T đạt giá trị nhỏ nhất tại một trong các đỉnh của tứ giác $ABCD$.

$$\text{Tại } A(0,6;0,7) \text{ ta có } T = 45.0,6 + 35.0,7 = 51,5 \text{ (nghìn đồng)}$$

$$\text{Tại } B(1,6;0,2) \text{ ta có } T = 45.1,6 + 35.02 = 79 \text{ (nghìn đồng)}$$

$$\text{Tại } C(1,6;1,1) \text{ ta có } T = 4,5.1,6 + 35.1,1 = 110,5 \text{ (nghìn đồng)}$$

$$\text{Tại } D(0,3;1,1) \text{ ta có } T = 45.0,3 + 35.11 = 52 \text{ (nghìn đồng)}$$

Vậy khi $x = 0,6$ và $y = 0,7$ thì T đạt giá trị nhỏ nhất

Vậy gia đình đó mua 0,6 kg thịt lợn và 0,7 kg cá thì chi phí ít nhất (cụ thể, chi phí là 51,5 nghìn đồng).