

MỤC LỤC

▣ BÀI ②. TỔNG VÀ HIỆU CỦA HAI VECTO	2
*. Đề kiểm tra rèn luyện	2
♦ Đề ①:	2
♦ Đề ②:	9
♦ Đề ③:	16

BÀI 2. TỔNG VÀ HIỆU CỦA HAI VECTO

*. Đề kiểm tra rèn luyện

♦ Đề 1:

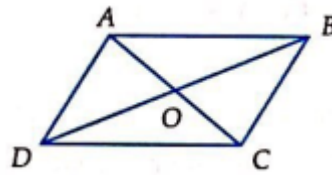
Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Cho hình bình hành tâm O . Kết quả nào sau đây là đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}$ B. $\overrightarrow{CO} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BA}$ C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ D. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{CB}$

Lời giải

Chọn B



$$\overrightarrow{CO} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA}$$

Câu 2: Cho ba vector $\vec{a}$, $\vec{b}$ và $\vec{c}$ khác vector-không. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$. B. $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$.
C. $\vec{a} + \vec{0} = \vec{a}$. D. $\vec{0} + \vec{a} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn D

$$\vec{0} + \vec{a} = \vec{a}$$

Câu 3: Cho hình bình hành $ABCD$. Vector tổng $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD}$ bằng

- A. $\overrightarrow{CA}$. B. $\overrightarrow{BD}$. C. $\overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{DB}$.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CA}$$

Câu 4: Cho ba điểm phân biệt A, B, C . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB}$.
C. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA}$. D. $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BA}$.

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB}$$

Câu 5: Cho hai điểm A, B phân biệt. Xác định điểm M sao cho $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$

- A. M ở vị trí bất kì
B. M là trung điểm của AB

- C. Không tìm được M
 D. M nằm trên đường trung trực của AB

Lời giải

Chọn B

Câu 6: Cho đoạn thẳng AB , M là điểm thỏa $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BA} = \vec{O}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. M là trung điểm AB .
 B. M trùng A .
 C. M trùng B .
 D. A là trung điểm MB .

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BA} = \vec{O} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} = \vec{O} \Leftrightarrow A \text{ là trung điểm } MB.$$

Câu 7: Cho $\triangle ABC$, B . Tìm điểm I để $\overline{IA}$ và $\overline{CB}$ cùng phương. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. I là trung điểm AB .
 B. I thuộc đường trung trực của AB .
 C. Không có điểm I .
 D. Có vô số điểm I .

Lời giải

Chọn D

$\overline{IA}$ và $\overline{CB}$ cùng phương nên $AI \parallel CB$. Suy ra có vô số điểm I .

Câu 8: Cho 2 điểm phân biệt A, B . Tìm điểm M thỏa $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} = \vec{O}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. M là trung điểm AB .
 B. M thuộc đường trung trực của AB .
 C. Không có điểm M .
 D. Có vô số điểm M .

Lời giải

Chọn C

$$\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} = \vec{O} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} = \vec{O} \text{ (vô lý)}.$$

Câu 9: Cho tam giác $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = 3\text{cm}$, $BC = 5\text{cm}$. Khi đó độ dài $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}|$ là:

- A. 4
 B. 8
 C. $2\sqrt{13}$
 D. $\sqrt{13}$

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$$AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = 4 \Rightarrow AI = 2; |\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}| = 2|\overrightarrow{BI}| = 2\sqrt{AB^2 + AI^2} = 2\sqrt{13}.$$

Câu 10: Cho hình thang cân $ABCD$, có đáy nhỏ và đường cao cùng bằng $2a$ và $ABC = 45^\circ$. Tính $|\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}|$.

- A. $a\sqrt{3}$
 B. $2a\sqrt{5}$
 C. $a\sqrt{5}$
 D. $a\sqrt{2}$

Lời giải

Chọn B

$$|\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DC}| = |\overrightarrow{DB}| = \sqrt{BH^2 + DH^2} = 2a\sqrt{5}$$

Câu 11: Cho 2 vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ tạo với nhau góc 60° . Biết $|\vec{a}| = 6; |\vec{b}| = 3$. Tính $|\vec{a} + \vec{b}| + |\vec{a} - \vec{b}|$

- A. $3(\sqrt{7} + \sqrt{5})$ B. $3(\sqrt{7} + \sqrt{3})$ C. $6(\sqrt{5} + 3)$ D. $\frac{1}{2}(2\sqrt{3} + \sqrt{51})$

Lời giải

Chọn B

Dựng $\overrightarrow{OA} = \vec{a}; \overrightarrow{OB} = \vec{b}$

Dựng hình bình hành $OACB \Rightarrow \vec{a} + \vec{b} = \overrightarrow{OC}; \vec{a} - \vec{b} = \overrightarrow{BA}$

$$\Rightarrow \triangle OAB \text{ vuông tại } B \Rightarrow IB = \frac{AB}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$OI = \sqrt{OB^2 + IB^2} = \frac{\sqrt{63}}{2} \Rightarrow OC = \sqrt{63} \Rightarrow |\vec{a} + \vec{b}| + |\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{63} + 3\sqrt{3}.$$

Câu 12: Cho hình thang $ABCD$ có AB song song với CD . Cho $AB = 2a, CD = a$. Gọi O là trung điểm của AD . Khi đó:

- A. $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = 3a$ B. $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = a$ C. $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = \frac{3a}{2}$ D. $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = 0$

Lời giải

Chọn B

$$|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = |\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{DC}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}| \Rightarrow |\overrightarrow{AB}| + |\overrightarrow{DC}| = 3a$$

(vì $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{DC}$ cùng hướng)

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hình bình hành $ABCD$. Khi đó:

- a) $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CA}$
 b) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CD}$
 c) $\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$
 d) $\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD}$

Lời giải

- a) **Đúng** b) **Sai** c) **Sai** d) **Đúng**

Ta có: $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CA}$ (quy tắc hình bình hành).

Ta có: $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{DC}$ (quy tắc ba điểm)

$$\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AD}$$

$$= (\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA}) + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD} \text{ (quy tắc ba điểm).}$$

Câu 2: Cho bốn điểm A, B, C, D . Khi đó:

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$

b) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}$

c) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB};$

d) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB}$

Lời giải

a) Sai

b) Đúng

c) Đúng

d) Đúng

Ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CB} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BC} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) + (\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA}) = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0} \text{ (luôn đúng).}$$

Ta có: $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{DB} = \vec{0}$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BD} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}) + (\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CA}) = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DA} = \vec{0} \text{ (luôn đúng)}$$

Câu 3: Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Khi đó:

a) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$

b) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OC}$

c) $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CB}$

d) $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{DC}$

Lời giải

a) Đúng

b) Đúng

c) Sai

d) Đúng

Ta có: $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$ (do $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{AB}$ là hai vector đối nhau); $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{DO} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{DC}$

Câu 4: Cho tam giác ABC . Bên ngoài của tam giác vẽ các hình bình hành $ABIJ, BCPQ, CARS$. Khi đó:

a) $\overrightarrow{RJ} = \overrightarrow{RA} + \overrightarrow{AJ}$

b) $\overrightarrow{IQ} = \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{QB}$

c) $\overrightarrow{PS} = \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{SC}$

d) $\overrightarrow{RJ} + \overrightarrow{IQ} + \overrightarrow{PS} = \vec{0}$

Lời giải

a) Đúng

b) Sai

c) Sai

d) Đúng

Ta có: $\overrightarrow{RJ} = \overrightarrow{RA} + \overrightarrow{AJ}, \overrightarrow{IQ} = \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{BQ}, \overrightarrow{PS} = \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{CS}.$

Khi đó: $\overrightarrow{RJ} + \overrightarrow{IQ} + \overrightarrow{PS}$

$$= (\overrightarrow{RA} + \overrightarrow{AJ}) + (\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{BQ}) + (\overrightarrow{PC} + \overrightarrow{CS})$$

$$\begin{aligned}
&= (\overrightarrow{RA} + \overrightarrow{CS}) + (\overrightarrow{AJ} + \overrightarrow{IB}) + (\overrightarrow{BQ} + \overrightarrow{PC}) \\
&= (\overrightarrow{SC} + \overrightarrow{CS}) + (\overrightarrow{BI} + \overrightarrow{IB}) + (\overrightarrow{CP} + \overrightarrow{PC}) \\
&= \overrightarrow{SS} + \overrightarrow{BB} + \overrightarrow{CC} = \vec{0} \\
\text{Vậy } \overrightarrow{RJ} + \overrightarrow{IQ} + \overrightarrow{PS} &= \vec{0}.
\end{aligned}$$

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 1: Cho tam giác ABC và điểm P thỏa mãn $|\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PA} - \overrightarrow{PC}| = |\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} - \overrightarrow{PA}|$,
 $|\overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PB} - \overrightarrow{PA}| = |\overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PA} - \overrightarrow{PB}|$. Khi đó $|\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PC} - \overrightarrow{PB}| = |\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} - \overrightarrow{PC}|$ đúng hay sai?

Trả lời: Đúng

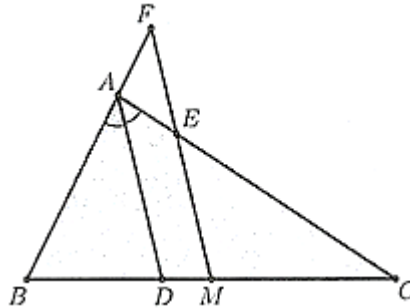
Lời giải

Ta có $|\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PA} - \overrightarrow{PC}| = |\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} - \overrightarrow{PA}|$ tương đương với $|\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{CA}| = |\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{AC}|$,
 hai vector $\overrightarrow{PB}$ và $\overrightarrow{AC}$ có giá vuông góc hay hai đường thẳng PB
 và AC vuông góc. Tương tự điều kiện $|\overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PB} - \overrightarrow{PA}| = |\overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PA} - \overrightarrow{PB}|$ tương đương
 $|\overrightarrow{PC} + \overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{PC} + \overrightarrow{BA}|$, suy ra hai vector $\overrightarrow{PC}$ và $\overrightarrow{AB}$ có giá vuông góc hay
 hai đường thẳng PC và AB vuông góc. Từ đó P là trực tâm tam giác ABC ,
 suy ra hai vector $\overrightarrow{PA}$ và $\overrightarrow{BC}$ có giá vuông góc, tương tự cách làm Bài 4 ta suy ra
 $|\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{PA} - \overrightarrow{BC}|$ hay $|\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PC} - \overrightarrow{PB}| = |\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} - \overrightarrow{PC}|$

Câu 2: Cho tam giác ABC ($AB < AC$), AD là phân giác trong của góc A . Qua trung điểm M của cạnh BC , ta kẻ đường thẳng song song với AD , cắt cạnh AC tại E và cắt tia BA tại F . Biết rằng $AB = 6$ và $4BD = 3BM$. Tính: $|\overrightarrow{CM} - \overrightarrow{EM}|$?

Trả lời: 8

Lời giải



Ta có: $\overrightarrow{CM} - \overrightarrow{EM} = \overrightarrow{CM} + \overrightarrow{ME} = \overrightarrow{CE}$

Ta có: $ME \parallel AD \Rightarrow \frac{CE}{CA} = \frac{CM}{CD} \quad (1)$; $AD \parallel MF \Rightarrow \frac{BA}{BF} = \frac{BD}{BM} \quad (2)$

Nhân theo vế (1), (2) với $BM = CM$, ta được: $\frac{CE}{BF} \cdot \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD} \quad (3)$.

Theo giả thiết, AD là phân giác của góc A nên $\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC} \quad (4)$.

Từ (3) và (4) suy ra $\frac{CE}{BF} = 1 \Rightarrow CE = BF \quad (5)$.

Từ (2): $\frac{BA}{BF} = \frac{BD}{BM} = \frac{3}{4} \Rightarrow BF = \frac{4}{3}BA = \frac{4}{3} \cdot 6 = 8$ (6).

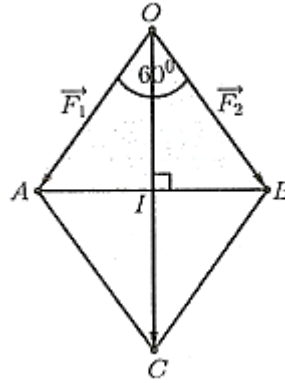
Từ (5) và (6) suy ra $CE = BF = 8$.

Vậy $|\overrightarrow{CM} - \overrightarrow{EM}| = |\overrightarrow{CE}| = CE = 8$.

Câu 3: Cho hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ có điểm đặt O tạo với nhau góc 60° , biết rằng cường độ của hai lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ đều bằng 100 N . Tính cường độ tổng hợp của hai lực trên?

Trả lời: $100\sqrt{3}\text{ N}$

Lời giải



Chọn các điểm A, B thỏa mãn $\vec{F}_1 = \vec{OA}, \vec{F}_2 = \vec{OB}$ (hình vẽ). Gọi điểm C là một đỉnh của hình bình hành $OACB$, khi đó ta có $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{OA} + \vec{OB} = \vec{OC}$ (quy tắc hình bình hành).

Cường độ tổng hợp hai lực là: $|\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = |\vec{OC}| = OC$

Xét tam giác OAB có $OA = OB = 100$ và $AOB = 60^\circ$ nên tam giác OAB đều.

Gọi I là tâm hình bình hành $OACB$, khi đó OI cũng là đường cao tam giác đều OAB .

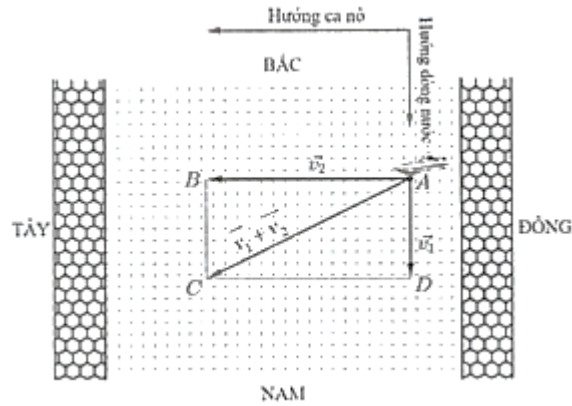
Do đó $OI = \frac{100\sqrt{3}}{2} = 50\sqrt{3}$, suy ra $OC = 2OI = 100\sqrt{3}$.

Vậy hợp lực của $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ có độ lớn là $100\sqrt{3}\text{ N}$.

Câu 4: Một dòng sông chảy từ phía Bắc xuống phía Nam với vận tốc 10 km/h , có một chiếc ca nô chuyển động từ phía Đông sang phía Tây với vận tốc 35 km/h so với dòng nước. Tìm vận tốc của ca nô so với bờ?

Trả lời: xấp xỉ $36,4\text{ km/h}$.

Lời giải



Gọi $\vec{v}_1, \vec{v}_2$ lần lượt là vectơ vận tốc của dòng nước đối với bờ và ca nô đối với dòng nước.

Khi đó vận tốc của ca nô đối với bờ chính là tổng $\vec{v}_1 + \vec{v}_2$. Đặt $\vec{v}_1 = \overrightarrow{AD}, \vec{v}_2 = \overrightarrow{AB}$ với A là vị trí của ca nô.

Vẽ hình bình hành $ABCD$, ta có: $\vec{v}_1 + \vec{v}_2 = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

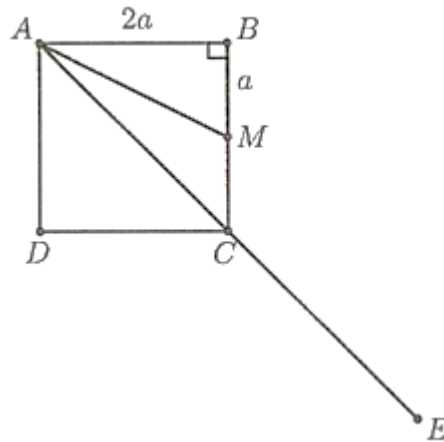
Theo định lí Py-ta-go: $AC = \sqrt{10^2 + 35^2} = 5\sqrt{53} \approx 36,4 \text{ km/h}$.

Vậy vận tốc của ca nô đối với bờ là xấp xỉ $36,4 \text{ km/h}$.

Câu 5: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh $2a$, M là trung điểm BC . Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM}|$

Trả lời: $a\sqrt{5}$

Lời giải



Ta có: $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM}| = |\overrightarrow{AM}| = AM$.

Theo định lí Py-ta-go: $AM^2 = AB^2 + BM^2 = (2a)^2 + a^2 = 5a^2 \Rightarrow AM = a\sqrt{5}$

Vậy $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM}| = AM = a\sqrt{5}$

Câu 6: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh $2a$, M là trung điểm BC . Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}|$.

Trả lời: $4a\sqrt{2}$

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC}$

Gọi E đối xứng với A qua C , suy ra $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CE}$.

Khi đó: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CE} = \overrightarrow{AE}$.

Ta có: $AE = 2AC = 2.2a\sqrt{2} = 4a\sqrt{2}$ (do AC là đường chéo của hình vuông cạnh $2a$).

Vậy $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}| = AE = 4a\sqrt{2}$.

♦Đề 2:

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Cho bốn điểm phân biệt A, B, C, D . Vector tổng $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA}$ bằng

- A. $\vec{0}$. B. $\overrightarrow{AC}$. C. $\overrightarrow{BD}$. D. $\overrightarrow{BA}$.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}.$$

Câu 2: Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, BC, CA . Vector tổng $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{NP}$ bằng

- A. $\overrightarrow{BP}$. B. $\overrightarrow{MN}$. C. $\overrightarrow{CP}$. D. $\overrightarrow{PA}$.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{BP}.$$

Câu 3: Cho hình bình hành $ABCD$ và gọi I là giao điểm của hai đường chéo. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{IB}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}$.
C. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{IB}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{IA} = \overrightarrow{BI}$.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{IB}.$$

Câu 4: Cho hình bình hành $ABCD$ và gọi I là giao điểm của hai đường chéo. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{IB}$. B. $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BI} = \overrightarrow{DI}$.
C. $\overrightarrow{ID} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{IC}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CI} = \overrightarrow{IA}$.

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CI} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CI} = \overrightarrow{AI}.$$

Câu 5: Cho tam giác ABC , M là điểm thỏa $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. M là trung điểm AB . B. M là trọng tâm $\triangle ABC$.
C. M trùng B . D. A là trung điểm MB .

Lời giải

Chọn B

$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{O}$ nên M là trọng tâm $\triangle ABC$.

Câu 6: Cho tứ giác $ABCD$, M là điểm thỏa $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. M trùng D . **B.** M trùng A .

C. M trùng B . **D.** M trùng C .

Lời giải

Chọn D

$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AC}$.

Câu 7: Cho $ABCD$ là hình bình hành, M là điểm thỏa $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. M trùng D . **B.** M trùng A .

C. M trùng B . **D.** M trùng C .

Lời giải

Chọn D

$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

Câu 8: Cho $ABCD$ là hình bình hành tâm O , M là điểm thỏa $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{OC}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. M trùng O . **B.** M trùng A .

C. M trùng B . **D.** M trùng C .

Lời giải

Chọn A

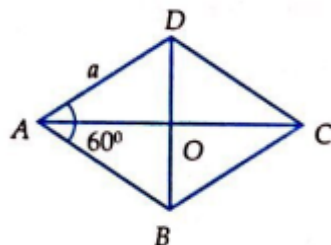
$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{OC}$ suy ra $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AO}$ (O là trung điểm AC) nên M trùng O .

Câu 9: Cho hình thoi $ABCD$ có $\angle BAD = 60^\circ$ và cạnh là a . Tính độ dài $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}|$.

A. $a\sqrt{3}$ **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ **C.** $a\sqrt{2}$ **D.** $2a$

Lời giải

Chọn A



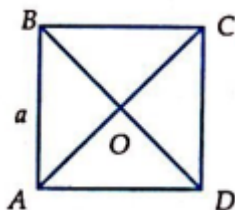
Gọi O là giao của 2 đường chéo $\Rightarrow |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AC}| = 2AD = a\sqrt{3}$

Câu 10: Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh là a . O là giao điểm của hai đường chéo. Tính $|\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CB}|$

A. $a\sqrt{3}$ **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ **D.** $a\sqrt{2}$

Lời giải

Chọn C



$$|\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CB}| = |\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{OD}| = \frac{BD}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Câu 11: Với $\forall \vec{a}, \vec{b}$ độ dài $|\vec{a} + \vec{b}|$:

A. Bao giờ cũng lớn hơn $|\vec{a}| + |\vec{b}|$

B. Không nhỏ hơn $|\vec{a}| + |\vec{b}|$

C. Bao giờ cũng nhỏ hơn $|\vec{a}| + |\vec{b}|$

D. Không lớn hơn $|\vec{a}| + |\vec{b}|$

Lời giải

Chọn D

Theo quy tắc 3 điểm độ dài vector tổng bao giờ cũng nhỏ hơn hoặc bằng tổng độ dài 2 vector thành phần.

Câu 12: Cho $\triangle ABC$ đều cạnh a . Khi đó $|\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AC}|$ bằng:

A. 0

B. $3a$

C. a

D. $a(\sqrt{3}-1)$

Lời giải

Chọn A

$$|\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}| = |\overrightarrow{AA}| = 0$$

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Khi đó:

a) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$

b) Gọi E là điểm đối xứng với B qua C . Khi đó $ADEC$ là hình thang.

c) $|\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}| = a\sqrt{2}$

d) $|\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}| = a\sqrt{3}$.

Lời giải

a) Đúng

b) Sai

c) Đúng

d) Sai

Theo quy tắc hình bình hành ta có $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.

Theo định lý Pytago: $AC^2 = AB^2 + BC^2$

$$= a^2 + a^2 = 2a^2 \Rightarrow AC = a\sqrt{2}$$

$$\text{Vậy } |\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}| = AC = a\sqrt{2}.$$

Gọi E là điểm đối xứng với B qua C .

Do $CE = AD = a, CE \parallel AD$ nên $ADEC$ là hình bình hành.

Ta có: $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AE}$. Áp dụng định lý Pytago cho tam giác ABE :

$$AE^2 = AB^2 + BE^2 = a^2 + (2a)^2 = 5a^2 \Rightarrow AE = a\sqrt{5}$$

$$\text{Vậy } |\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}| = AE = a\sqrt{5}$$

Câu 2: Cho tam giác ABC đều cạnh a , có trọng tâm G . Khi đó:

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

b) $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB}| = 2a$;

c) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a\sqrt{3}$;

d) $|\overrightarrow{BG} - \overrightarrow{BC}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

a) Đúng

b) Sai

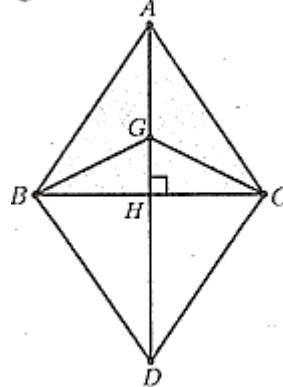
c) Đúng

d) Sai

Ta có: $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} \Rightarrow |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB}| = |\overrightarrow{AC}| = AC = a$.

Vẽ hình bình hành $ABDC$, gọi H là giao điểm AD và BC

Suy ra H là trung điểm của cả AD và BC .



Theo quy tắc hình bình hành: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$. Ta có AH là đường cao của tam giác

$$ABC \text{ nên } AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Suy ra: } AD = 2AH = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy } |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AD}| = AD = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{BG} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BG} = \overrightarrow{CG}.$$

$$\text{Để thấy } CG = AG = \frac{2}{3}AH = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Vậy } |\overrightarrow{BG} - \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{CG}| = CG = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 3: Cho ΔABC . Khi đó:

- a) $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$ khi điểm M là một đỉnh của hình bình hành $ABCM$.
- b) $\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{NB}$ khi điểm N trùng với điểm A .
- c) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BM} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$ khi M là trung điểm của đoạn AC .
- d) $\overrightarrow{NA} - \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{ND} = \overrightarrow{CD}$ khi N là điểm đối xứng với B qua A .

Lời giải

- a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Sai

a) Ta có: $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow (\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MA}) + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CM}$$

Vậy điểm M là một đỉnh của hình bình hành $ABCM$.

b) Ta có: $\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{NB} \Leftrightarrow (\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{AB}) + \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{NB} \Leftrightarrow \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{NB} \Leftrightarrow \overrightarrow{NC} = \vec{0}$. Vậy điểm N trùng với điểm C .

c) Ta có: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BM} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{MB}) = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$. Vậy M là trung điểm của đoạn AC .

d) Ta có: $\overrightarrow{NA} - \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{ND} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow (\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{BN}) + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DN}$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CN} \Leftrightarrow \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CN}.$$

Vậy N là điểm đối xứng với B qua C .

Câu 4: Cho sáu điểm A, B, C, D, E, F . Khi đó:

- a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} - \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{ED} = \overrightarrow{FA}$.
- b) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{DE}$.
- c) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$.
- d) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{ED}$.

Lời giải

- a) Sai b) Sai c) Đúng d) Đúng

a) Ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} - \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{ED} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DE}$
 $= (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) + (\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE}) + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AF}.$

b) Ta có: $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{FB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{FD} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{ED}.$

c) Ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DB}.$

d) Ta có: $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{ED}$
 $\Leftrightarrow (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AF}) + (\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC}) + (\overrightarrow{EF} - \overrightarrow{ED}) = \vec{0}$
 $\Leftrightarrow \overrightarrow{FC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DF} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{FD} + \overrightarrow{DF} = \vec{0}.$

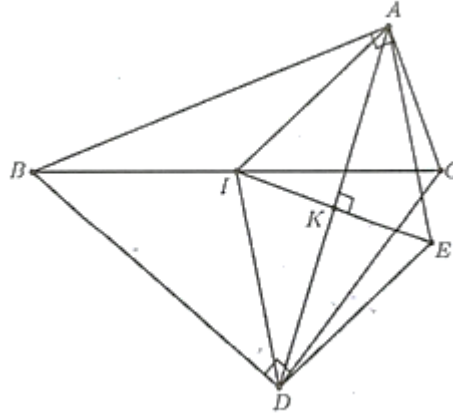
Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 1: Cho hai tam giác vuông ABC và DBC có chung cạnh huyền BC . Gọi I là trung điểm BC .

Biết rằng $BC = \sqrt{2}$ và $\angle AID = 120^\circ$. Tính $|\vec{IA} + \vec{ID}|$.

Trả lời: $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Lời giải



Ta có: $|\vec{AB} - \vec{AC}| = |\vec{CB}| = BC = \sqrt{2}$.

Ta có IA, ID lần lượt là đường trung tuyến của các tam giác vuông ABC, DBC , nên:

$$IA = ID = \frac{BC}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Vẽ hình bình hành $IAED$, mà $IA = ID$ nên $IAED$ là hình thoi; đồng thời $\angle AID = 120^\circ$, nên $\angle IAE = 60^\circ$. Do đó $\triangle IAE$ đều.

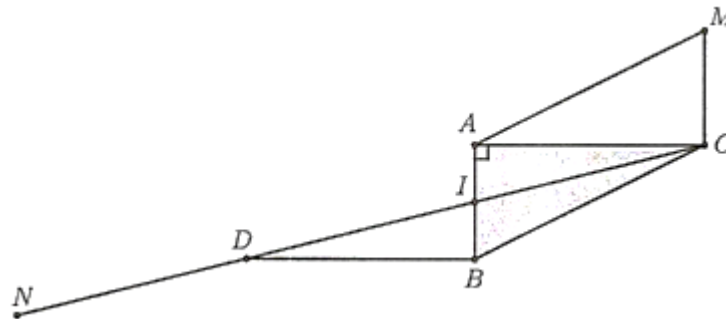
$$\text{Vậy } |\vec{IA} + \vec{ID}| = |\vec{IE}| = IE = IA = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 2: Cho tam giác vuông ABC có các cạnh góc vuông là $AB = 1, AC = 2$.

Điểm M thỏa mãn $\vec{AC} - \vec{AB} = \vec{AM}$. Tính độ dài vector $\vec{AM}$?

Trả lời: $\sqrt{5}$

Lời giải



Ta có: $\vec{AC} - \vec{AB} = \vec{AM} \Leftrightarrow \vec{BC} = \vec{AM}$.

Vẽ hình bình hành $ABCM$, ta có điểm M thỏa mãn.

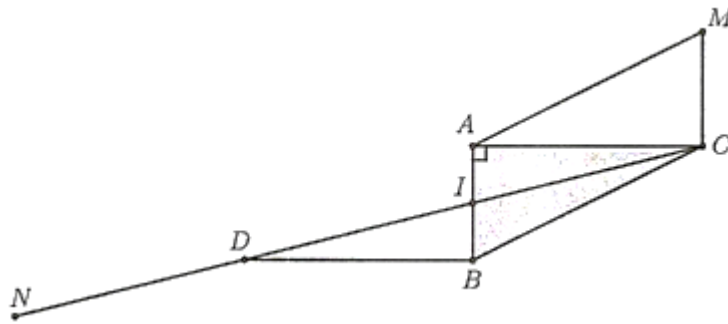
$$\text{Ta có: } |\vec{AM}| = AM = BC = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}.$$

Câu 3: Cho tam giác vuông ABC có các cạnh góc vuông là $AB = 1, AC = 2$.

Điểm N thỏa mãn $\vec{CN} = \vec{CA} + \vec{CB} + \vec{CI}$ với I là trung điểm AB . Tính độ dài vector $\vec{CN}$?

Trả lời: $\frac{3\sqrt{17}}{2}$

Lời giải



Vẽ hình bình hành $ACBD$, ta có: $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CD}$.

Khi đó: $\overrightarrow{CN} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CI} \Leftrightarrow \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CI}$.

Lấy điểm N đối xứng với I qua D , ta có $\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{DN}$.

Do đó: $\overrightarrow{CN} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CI} \Leftrightarrow \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DN} \Leftrightarrow \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{CN}$ (thỏa mãn).

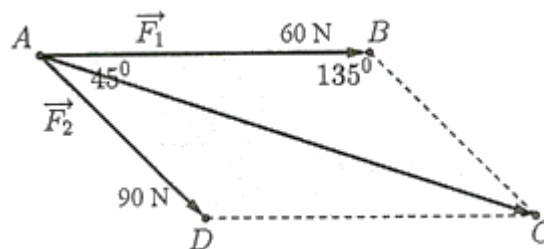
Ta có: $|\overrightarrow{CN}| = CN = 3CI$ với $CI = \sqrt{AC^2 + AI^2} = \sqrt{2^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{17}}{2}$.

Vậy $|\overrightarrow{CN}| = \frac{3\sqrt{17}}{2}$.

Câu 4: Cho hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ có điểm đặt A tạo với nhau góc 45° , biết rằng cường độ của hai lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ lần lượt bằng $60\text{ N}, 90\text{ N}$. Tính cường độ tổng hợp của hai lực trên?

Trả lời: $\approx 139,06\text{ N}$

Lời giải



Đặt $\vec{F}_1 = \overrightarrow{AB}, \vec{F}_2 = \overrightarrow{AD}$.

Vẽ hình bình hành $ABCD$.

Ta có: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

Vì $BAD = 45^\circ \Rightarrow ABC = 135^\circ$; $AD = 90 = BC$

Theo định lí cosin ta có:

$$\begin{aligned} AC^2 &= AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos 135^\circ \\ &= 60^2 + 90^2 - 2 \cdot 60 \cdot 90 \cdot \frac{-\sqrt{2}}{2} \approx 19336,75 \Rightarrow AC \approx 139,06. \end{aligned}$$

Vậy vectơ hợp lực của $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ có độ lớn là: $|\vec{F}_1 + \vec{F}_2| \approx 139,06\text{ N}$.

Câu 5: Cho tam giác vuông cân ABC tại A có $AB = a$. Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$.

Trả lời: $a\sqrt{2}$

Lời giải

Gọi D là điểm thỏa mãn tứ giác $ABDC$ là hình vuông.

$$\Rightarrow |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AD}| = AD = AB\sqrt{2} = a\sqrt{2}.$$

Câu 6: Cho hình chữ nhật $ABCD$, $AB = 3$, $AD = 4$. Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}|$.

Trả lời: 5

Lời giải

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} \Rightarrow |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AC}| = AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 5$$

♦ **Đề 3:**

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Cho các điểm phân biệt M, N, P, Q, R . Xác định vector tổng $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RP} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR}$.

A. $\overrightarrow{MP}$.

B. $\overrightarrow{MN}$.

C. $\overrightarrow{MQ}$.

D. $\overrightarrow{MR}$.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RP} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR} + \overrightarrow{RP} = \overrightarrow{MP}.$$

Câu 2: Cho hình bình hành $ABCD$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CB}$.

D. $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{DB}$.

Lời giải

Chọn C

$$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}.$$

Câu 3: Cho tam giác ABC và M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} = \vec{0}$.

C. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PM} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MP}$.

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{PM}.$$

Câu 4: Cho hình vuông $ABCD$, tâm O . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CA}$.

B. $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{AO} = \overrightarrow{CA}$.

C. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CA}$.

D. $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CA}.$$

Câu 5: Cho $ABCD$ là hình bình hành tâm O , M là điểm thỏa $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. M trùng D .

B. M trùng A .

C. M trùng B .

D. M trùng C .

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}, \text{ suy ra } M \text{ trùng } D.$$

Câu 6: Cho $ABCD$ là hình bình hành tâm O , M là điểm thỏa $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. M trùng O .

B. M trùng A .

C. M trùng B .

D. M trùng C .

Lời giải

Chọn B

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{O}.$$

Câu 7: Cho tứ giác $PQRN$ có O là giao điểm 2 đường chéo, M là điểm thỏa

$$\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{ON}.$$
 Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. M trùng P .

B. M trùng Q .

C. M trùng O .

D. M trùng R .

Lời giải

Chọn C

$$\overrightarrow{ON} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} \Leftrightarrow \overrightarrow{NM} = \overrightarrow{NO}.$$

Câu 8: Cho $\triangle ABC$, tìm điểm M thỏa $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{CM} - \overrightarrow{CA}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. M là trung điểm AB .

B. M là trung điểm BC .

C. M là trung điểm CA .

D. M là trọng tâm $\triangle ABC$.

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{CM} - \overrightarrow{CA} \Leftrightarrow \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AM} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{O}$$

Suy ra M là trọng tâm $\triangle ABC$.

Câu 9: Cho tam giác ABC đều cạnh a , trọng tâm G . Tính độ dài vector $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{GC}|$.

A. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$

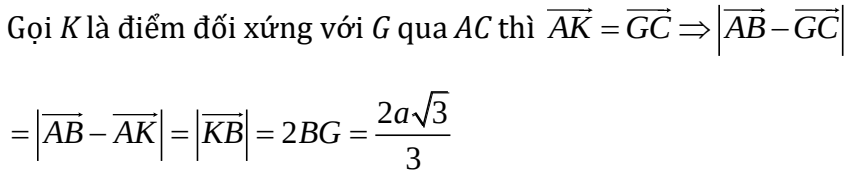
B. $\frac{a}{3}$

C. $\frac{2a}{3}$

D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

Lời giải

Chọn A

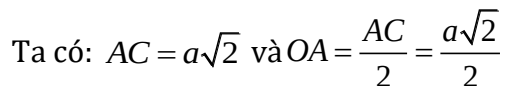

$$= |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AK}| = |\overrightarrow{KB}| = 2BG = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$$

A. 6 B. $6\sqrt{2}$ C. 12 D. 0

Chọn A

A. a **B.** $3a$ **C.** $\frac{a}{2}$ **D.** $2a$

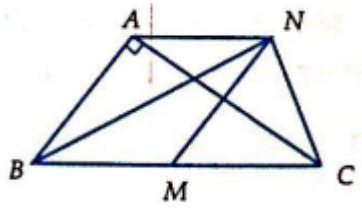
Chọn A



$\Rightarrow OM = \frac{a}{2}$. Gọi E là điểm sao cho $OBEA$ là hình bình hành $\Rightarrow |\overline{OA} + \overline{OB}| = |\overline{OE}| = AB = a$

A. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{a\sqrt{10}}{2}$

Chọn D



Dựng hình bình hành $ABMN \Rightarrow |\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BM}| = |\overrightarrow{BN}| = BN$

$$\text{Ta có: } NC = AM = \frac{1}{2}BC = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow BN = \sqrt{BC^2 + NC^2} = \frac{a\sqrt{10}}{2}$$

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hình bình hành $ABCD$ có O là giao điểm của hai đường chéo. Khi đó:

- a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$
- b) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AD}$
- c) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = AC$
- d) Nếu $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD}|$ thì $ABCD$ là hình thoi.

Lời giải

- a) Sai b) Đúng c) Đúng d) Sai

a) Ta có: $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$ (vì $ABCD$ là hình bình hành).

Ta có: $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AC}| = AC$ (vì $ABCD$ là hình bình hành).

b) Ta có: $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD}| \Leftrightarrow |\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{DB}| \Leftrightarrow AC = BD$.

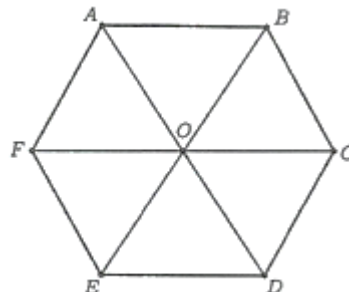
Vì $ABCD$ là hình bình hành có hai đường chéo bằng nhau nên $ABCD$ là hình chữ nhật.

Câu 2: Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O . Khi đó:

- a) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$
- b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{AC}$
- c) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{FC}$
- d) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{FD} = \overrightarrow{AF}$

Lời giải

- a) Sai b) Đúng c) Đúng d) Đúng



Ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ (do $BCDO$ là hình bình hành).

Ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{FD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DF} = \overrightarrow{AF}$ (do $ABDE$ là hình bình hành).

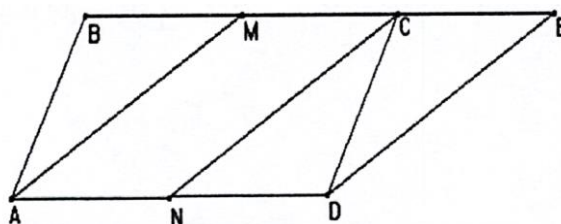
Câu 3: Cho hình bình hành $ABCD$. Hai điểm M và N lần lượt là trung điểm của BC và AD . Khi đó:

- a) $\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AN}$
- b) $\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AN}$
- c) $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BM}$
- d) $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$

Lời giải

- a) Đúng
- b) Sai
- c) Đúng
- d) Đúng

Dễ thấy tứ giác $ABCD, AMCN$ là hình bình hành



+ Vì $\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AN}$ nên ta có: $\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{NC} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AN} + \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{AC}$

+ Vì $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA}$ nên ta có: $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BM}$

+ Vì $\overrightarrow{NC} = \overrightarrow{AM}$ nên ta có: $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AE}$, E là đỉnh của hình bình hành $AMED$.

Vậy $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$

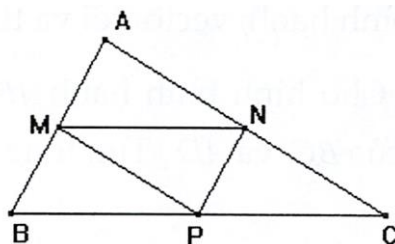
Câu 4: Cho tam giác ABC . Các điểm M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, AC, BC . Khi đó:

- a) $\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{NM}$
- b) $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{MP}$
- c) $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{PN} = \overrightarrow{MP}$
- d) $\overrightarrow{BP} - \overrightarrow{CP} = \overrightarrow{PC}$

Lời giải

- a) Đúng
- b) Sai
- c) Đúng
- d) Sai

Dễ thấy tứ giác $AMPN, MNCP$ là hình bình hành



$$\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{NM}$$

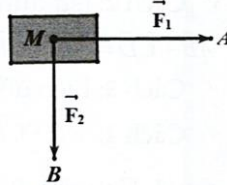
$$\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{MN} - \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{PN} (\overrightarrow{NC} = \overrightarrow{MP})$$

$$\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{PN} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MP}$$

$$\overrightarrow{BP} - \overrightarrow{CP} = \overrightarrow{BP} + \overrightarrow{PC} = \overrightarrow{BC}$$

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Câu 1: Cho hai lực $\vec{F}_1 = \overrightarrow{MA}$, $\vec{F}_2 = \overrightarrow{MB}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M . Cường độ hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ lần lượt là 300N và 400N, $\angle AMB = 90^\circ$. Tìm cường độ của lực tác động lên vật?



Trả lời: 500(N)

Lời giải

- Ta có tổng lực tác dụng lên vật: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC}$ (Với C là điểm sao cho $AMBC$ là hình bình)

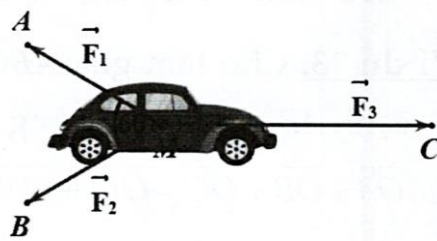
- Khi đó cường độ lực tác dụng lên vật: $|\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = |\overrightarrow{MC}| = MC$

- Ta có: $MA = |\overrightarrow{MA}| = |\vec{F}_1| = 400\text{ N}$, $MB = |\overrightarrow{MB}| = |\vec{F}_2| = 300\text{ N}$

- Mặt khác, do $\angle AMB = 90^\circ$ nên $AMBC$ là hình chữ nhật.

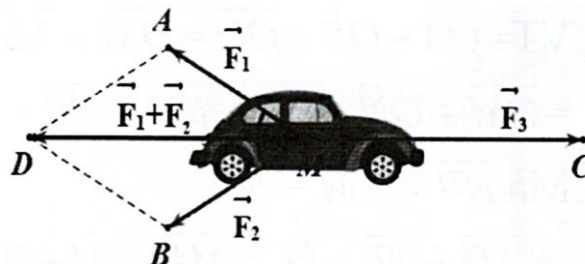
Khi đó: $MC = \sqrt{MA^2 + MB^2} = \sqrt{400^2 + 300^2} = 500\text{(N)}$

Câu 2: Cho ba lực $\vec{F}_1 = \overrightarrow{MA}$, $\vec{F}_2 = \overrightarrow{MB}$, $\vec{F}_3 = \overrightarrow{MC}$ cùng tác động vào một ô tô tại điểm M và ô tô đứng yên. Cho biết cường độ hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ đều bằng 25N và góc $\angle AMB = 60^\circ$. Khi đó tính cường độ $\vec{F}_3$.



Trả lời: $25\sqrt{3}\text{(N)}$

Lời giải



- Ta có: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MD}$ (với D là điểm sao cho $AMBD$ là hình bình hành)

- Ta có: $MA = |\overrightarrow{MA}| = |\vec{F}_1| = 25N$ và $MB = |\overrightarrow{MB}| = |\vec{F}_2| = 25N$

- Do $AMB = 60^\circ$ nên $\triangle MAB$ là tam giác đều. Khi đó: $MD = 2 \cdot \frac{25\sqrt{3}}{2} = 25\sqrt{3}(N)$

- Do ô tô đứng yên nên cường độ lực tác dụng lên ô tô bằng 0 hay $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$

Suy ra: $\vec{F}_3 = -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2) \Rightarrow |\vec{F}_3| = |-(\vec{F}_1 + \vec{F}_2)| = |\overrightarrow{DM}| = MD = 25\sqrt{3}(N)$

Vậy cường độ của $\vec{F}_3$ là $25\sqrt{3}(N)$

Câu 3: Cho hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ đều có cường độ bằng $100N$ và có cùng điểm đặt tại một điểm. Góc hợp bởi $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ bằng 90° . Khi đó tính cường độ lực tổng hợp của $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$

Trả lời: $100\sqrt{2}(N)$

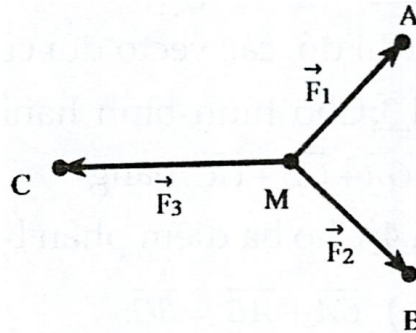
Lời giải

Vẽ $\overrightarrow{IA} = \vec{F}_1, \overrightarrow{IB} = \vec{F}_2$, Vẽ hình vuông $IAJB$.

$\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$, có $IJ = \sqrt{IA^2 + IB^2} = 100\sqrt{2}(N)$.

Vậy cường độ lực tổng hợp của $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ bằng $100\sqrt{2}(N)$.

Câu 4: Cho ba lực $\vec{F}_1 = \overrightarrow{MA}, \vec{F}_2 = \overrightarrow{MB}, \vec{F}_3 = \overrightarrow{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Cho biết cường độ của $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ đều bằng $100N$ và góc $AMB = 90^\circ$. Khi đó tính cường độ của lực $\vec{F}_3$.

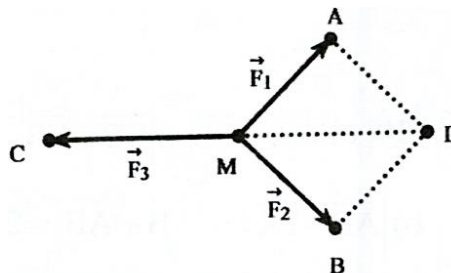


Trả lời: $100\sqrt{2}N$

Lời giải

Vẽ hình vuông $ADBM$, cạnh $MA = 100$ thì $MD = 100\sqrt{2}$. Theo qui tắc hình bình hành có $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MD}$. Vật đứng yên khi $\vec{F}_3 = -\overrightarrow{MD}$. Suy ra cường độ của lực $\vec{F}_3$ là:

$|\vec{F}_3| = 100\sqrt{2}N$.



Câu 5: Cho tam giác ABC vuông tại A , biết $AB = a$ và $B = 60^\circ$. Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}|$ và $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}|$.

Trả lời: $a\sqrt{3}$ và $2a$

Lời giải

$$|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{AC}| = AC = AB \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3};$$

$$|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{CB}| = CB = \frac{a}{\cos 60^\circ} = 2a;$$

Câu 6: Cho hình thang $ABCD$ có hai đáy $AB = a, CD = 2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và BC . Tính $|\overrightarrow{DM} - \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{CN}|$

Trả lời: $\frac{3a}{2}$

Lời giải

$$\text{Ta có: } |\overrightarrow{DM} - \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{CN}| = |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{NC}| = |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN}| = |\overrightarrow{MN}| = MN = \frac{AB + CD}{2} = \frac{3a}{2}.$$