

MỤC LỤC

BÀI 4. ÔN TẬP CUỐI CHƯƠNG IV	2
*. Đề kiểm tra rèn luyện	2
♦Đề 1:.....	2
♦Đề 2:.....	11

BÀI 4. ÔN TẬP CUỐI CHƯƠNG IV

* Đề kiểm tra rèn luyện

♦ Đề 1:

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là các vector khác $\vec{0}$ với $\vec{a}$ là vector đối của $\vec{b}$. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. Hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ cùng phương. B. Hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ ngược hướng.
C. Hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ cùng độ dài. D. Hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ chung điểm đầu.

Lời giải

Chọn D

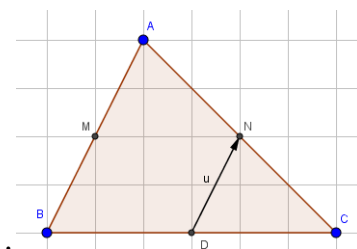
Ta có $\vec{a} = -\vec{b}$. Do đó, $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương, cùng độ dài và ngược hướng nhau.

Câu 2: Cho tam giác ABC có M, N, D lần lượt là trung điểm của AB, AC, BC . Khi đó, các vector đối của vector $\overrightarrow{DN}$ là:

- A. $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{MB}, \overrightarrow{ND}$. B. $\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}, \overrightarrow{ND}$.
C. $\overrightarrow{MB}, \overrightarrow{AM}$. D. $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{BM}, \overrightarrow{ND}$.

Lời giải

Chọn A



Nhìn hình ta thấy vector đối của vector $\overrightarrow{DN}$ là: $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{MB}, \overrightarrow{ND}$.

Câu 3: Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của DC, AB ; P là giao điểm của AM, DB và Q là giao điểm của CN, DB . Khẳng định nào sau đây là đúng nhất.

- A. $\overrightarrow{DM} = \overrightarrow{NB}$ B. $\overrightarrow{DP} = \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{QB}$ C. Cả A, B đều đúng D. Cả A, B đều sai

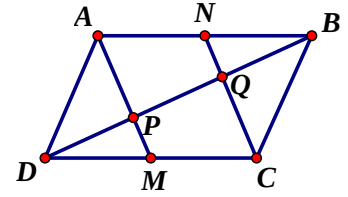
Lời giải

Chọn C

Ta có tứ giác $DMBN$ là hình bình hành vì

$$DM = NB = \frac{1}{2}AB, DM \parallel NB. \text{ Suy ra } \overrightarrow{DM} = \overrightarrow{NB}.$$

Xét tam giác CDQ có M là trung điểm của DC và $MP \parallel QC$ do đó P là trung điểm của DQ . Tương tự xét tam giác ABP suy ra được Q là trung điểm của PB



Vì vậy $DP = PQ = QB$ từ đó suy ra $\overrightarrow{DP} = \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{QB}$.

Câu 4: Cho hình thang $ABCD$ có hai đáy là AB và CD với $AB = 2CD$. Từ C vẽ

$\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{DA}$. Khẳng định nào sau đây là đúng nhất?

- A. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{IC}$ B. $\overrightarrow{DI} = \overrightarrow{CB}$
C. Cả A, B đều đúng D. A đúng, B sai

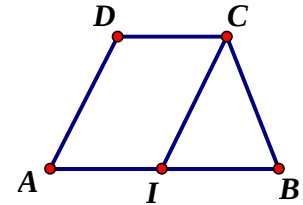
Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{DA}$ suy ra $AICD$ là hình bình hành

$$\Rightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{IC}$$

Ta có $DC = AI$ mà $AB = 2CD$ do đó $AI = \frac{1}{2}AB \Rightarrow I$ là trung điểm AB



Ta có $DC = IB$ và $DC \parallel IB \Rightarrow$ tứ giác $BCDI$ là hình bình hành

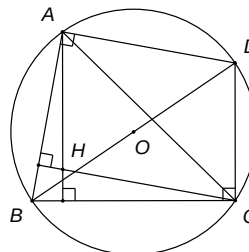
Suy ra $\overrightarrow{DI} = \overrightarrow{CB}$

Câu 5: Cho tam giác ABC có trực tâm H . Gọi D là điểm đối xứng với B qua tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CH}$. B. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$.
C. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CH}$. D. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$ và $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OD}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $AH \perp BC$ và $DC \perp BC$ (do góc DCB chắn nửa đường tròn). Suy ra $AH \parallel DC$.

Tương tự ta cũng có $CH \parallel AD$.

Câu 6: Cho tam giác ABC với trực tâm H . D là điểm đối xứng với B qua tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CH}$

B. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{HC}$

C. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$

D. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$ và $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OD}$

Lời giải

Chọn C

Ta có BD là đường kính $\Rightarrow \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{DO}$.

$$AH \perp BC, DC \perp BC \Rightarrow AH \parallel DC \quad (1)$$

Ta lại có $CH \perp AB, DA \perp AB \Rightarrow CH \parallel DA \quad (2)$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow$ tứ giác $HADC$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}; \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$.

Câu 7: Cho $\triangle ABC$, các điểm M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC, BC . Với O là điểm bất kì. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 2(\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP})$

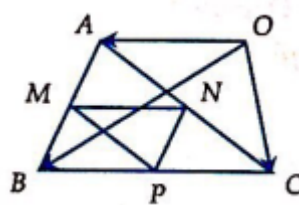
B. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}$

C. $2(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}) = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}$

D. $2(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}) = 3(\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP})$

Lời giải

Chọn B



$$VT = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$$

$$= \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PC} \quad \text{Mà } \overrightarrow{NB} = \overrightarrow{NM} + \overrightarrow{NP}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{PC} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{NM} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PC} = \overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NC} = \vec{0} \Rightarrow VT = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}$$

Câu 8: Cho 4 điểm M, N, P, Q bất kì. Đẳng thức nào sau đây luôn đúng.

A. $\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MQ} + \overrightarrow{MN}$

B. $\overrightarrow{NP} + \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP} + \overrightarrow{MQ}$

C. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{MQ}$

D. $\overrightarrow{NM} + \overrightarrow{QP} = \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{MQ}$

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$\overrightarrow{NP} + \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{NQ} + \overrightarrow{QP} + \overrightarrow{MQ} + \overrightarrow{QN} = \overrightarrow{QP} + \overrightarrow{MQ} + (\overrightarrow{NQ} + \overrightarrow{QN}) = \overrightarrow{QP} + \overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{VP}$$

Câu 9: Cho 6 điểm A, B, C, D, E, F phân biệt. Trong các đẳng thức sau đây, đẳng thức nào sai?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{FA} = \vec{0}$

B. $\overrightarrow{BE} - \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{CF} - \overrightarrow{BF} = \vec{0}$

C. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD}$

D. $\overrightarrow{FD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{CF}$

Lời giải

Chọn D

+ Ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{FA} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{FA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0} \Rightarrow A$ đúng.

+ $\overrightarrow{BE} - \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{CF} - \overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CB} = \vec{0} \Rightarrow B$ đúng.

+ $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{BF} \Leftrightarrow \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AF}$
 $\Rightarrow C$ đúng.

+ $\overrightarrow{FD} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{FC} = \vec{0} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{FC} = \vec{0} \Leftrightarrow F \equiv C$ (mâu thuẫn giả thiết)

$\Rightarrow D$ sai.

Cho n điểm phân biệt trên mặt phẳng. Bạn An kí hiệu chúng là $A_1, A_2, \dots, A_n$. Bạn Bình kí

Câu 10: Cho $\triangle ABC$, D là trung điểm AB , E là trung điểm BC , điểm M thỏa

$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BM} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CM}$.

B. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{ED}$.

C. M là trung điểm BC .

D. $\overrightarrow{EM} = \overrightarrow{BD}$.

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BM} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$$

Suy ra M là trung điểm AC . Suy ra $BEMD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{EM} = \overrightarrow{BD}$.

Câu 11: Cho tứ giác $ABCD$, điểm M thỏa $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{CD}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. M là trung điểm AB .

B. M là trung điểm BC .

C. D là trung điểm BM .

D. M là trung điểm DC .

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{CD}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{CD}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{CD}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{DM} = \overrightarrow{BD}$$

Câu 12: Cho hình bình hành $ABCD$. Tìm vị trí điểm N thỏa mãn:

$$\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{ND} - \overrightarrow{NA} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC}.$$

A. Điểm N là trung điểm cạnh AB

C. Điểm C là trung điểm cạnh AM

B. Điểm C là trung điểm cạnh BN

D. Điểm B là trung điểm cạnh NC

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \overrightarrow{NC} + \overrightarrow{ND} - \overrightarrow{NA} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC}$$

$$\Leftrightarrow (\overrightarrow{NC} - \overrightarrow{NA}) + \overrightarrow{ND} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) - \overrightarrow{AC}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{ND} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DN}$$

$\Rightarrow ACND$ là hình bình hành $\Rightarrow C$ là trung điểm cạnh BN.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hình vuông ABCD cạnh a . Gọi M là trung điểm AB, N là điểm đối xứng với C qua D.

Khi đó:

a) $MD^2 = AD^2 + AM^2$

b) $MN = \frac{a\sqrt{13}}{2}$.

c) $MD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

d) $|\overrightarrow{MN}| = \frac{a\sqrt{3}}{12}$

Lời giải

a) Đúng

b) Đúng

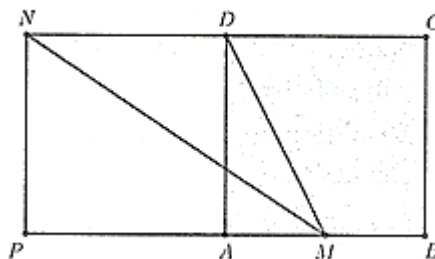
c) Sai

d) Sai

Xét $\triangle MAD$ vuông tại A, ta có:

$$\begin{aligned} MD^2 &= AD^2 + AM^2 \\ &= a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{5a^2}{4} \Rightarrow MD = \frac{a\sqrt{5}}{2}. \end{aligned}$$

Qua N kẻ đường thẳng song song với AD cắt AB tại P.



Khi đó tứ giác $ADNP$ là hình vuông và $PM = PA + AM = a + \frac{a}{2} = \frac{3a}{2}$.

Xét tam giác NPM vuông tại P , ta có:

$$MN^2 = PM^2 + PN^2 = \left(\frac{3a}{2}\right)^2 + a^2 = \frac{13a^2}{4} \Rightarrow MN = \frac{a\sqrt{13}}{2}.$$

Vậy các độ dài vectơ cần tìm là: $|\overrightarrow{MD}| = MD = \frac{a\sqrt{5}}{2}, |\overrightarrow{MN}| = MN = \frac{a\sqrt{13}}{2}$.

Câu 2: Cho $\triangle ABC$ có A', B', C' lần lượt là các trung điểm của các cạnh BC, CA, AB . Khi đó:

- a) $BC' = C'A = A'B' = \frac{AB}{2}$.
- b) Hai vectơ $\overrightarrow{BC'}, \overrightarrow{A'B'}$ ngược hướng
- c) $\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{C'A} = \overrightarrow{A'B'}$.
- d) $\overrightarrow{B'C'} = \overrightarrow{CA}$.

Lời giải

- a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Đúng

Ta có C' là trung điểm của AB và $A'B'$ là đường trung bình của tam giác ứng với cạnh đáy

$$AB \text{ nên: } BC' = C'A = A'B' = \frac{AB}{2}.$$

Mặt khác, ba vectơ $\overrightarrow{BC'}, \overrightarrow{C'A}, \overrightarrow{A'B'}$ cùng hướng. Do đó $\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{C'A} = \overrightarrow{A'B'}$.

Ta xác định được: $\overrightarrow{B'C'} = \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{A'B}, \overrightarrow{C'A'} = \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{B'C}$.

Câu 3: Cho ba điểm phân biệt A, B, C . Khi đó:

- a) $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$.
- b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$.
- c) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB}$.
- d) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$.

Lời giải

- a) Sai b) Sai c) Đúng d) Sai

Xét các khẳng định:

a) Ta có $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} = -\overrightarrow{BC}$. Vậy a) sai.

- b) Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD} \neq \overrightarrow{BC}$ (với D là điểm thỏa mãn $ABDC$ là hình bình hành). Vậy b) sai.
- c) Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB}$. Vậy c) đúng.
- d) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BA}$. Vậy d) sai.

Câu 4: Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD$. Khi đó:

- a) $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{CD}$.
- b) $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA}$
- c) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$.
- d) $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DA}$

Lời giải

- a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Đúng

Xét các khẳng định:

a) Ta có $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$. Vậy a) đúng.

b) Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{CB} = -\overrightarrow{AD} \\ \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{AD} \end{cases}$. Vậy b) sai.

c) Ta có $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$. Vậy c) đúng.

d) Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AC} \\ \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AC} \end{cases}$. Vậy d) đúng.

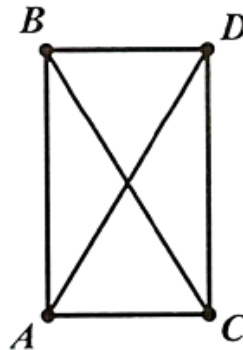
Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 1: Cho tam giác ABC vuông tại A có $\angle ABC = 30^\circ$ và $BC = a\sqrt{5}$.

Tính độ dài của vector $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

Trả lời: $a\sqrt{5}$

Lời giải



Gọi D là điểm sao cho tứ giác $ABDC$ là hình bình hành.

Khi đó theo quy tắc hình bình hành ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$

Vì tam giác ABC vuông ở A nên tứ giác $ABDC$ là hình chữ nhật

suy ra $AD = BC = a\sqrt{5}$

Vậy $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AD}| = AD = a\sqrt{5}$

Câu 2: Cho hình vuông $ABCD$ có tâm là O và cạnh a . Tính $|\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CB}|, |\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{DA}|$

Trả lời: $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ và $a\sqrt{2}$

Lời giải

+ Vì O là tâm của hình vuông nên $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CO}$ suy ra $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CO} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{BO}$

Vậy $|\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CB}| = |\overrightarrow{BO}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

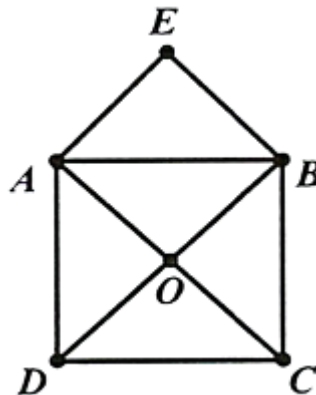
+ Do $ABCD$ là hình vuông nên $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA}$ suy ra $\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}$

Mà $|\overrightarrow{BD}| = BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = a\sqrt{2}$ suy ra $|\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{DA}| = a\sqrt{2}$

Câu 3: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a , tâm O và M là trung điểm AB . Tính độ dài của vector $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$

Trả lời: a

Lời giải



Gọi E là điểm sao cho tứ giác $OBMA$ là hình bình hành khi đó nó cũng là hình vuông

Ta có $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OM} \Rightarrow |\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}| = OM = OB = \frac{a}{2}$

Câu 4: Cho $\triangle ABC$. Gọi J là điểm trên cạnh AC sao cho $JA = \frac{2}{3}JC$. Tính $\overrightarrow{BJ}$ theo 2 vector $\overrightarrow{BA}$ và $\overrightarrow{BC}$

. Tính $\overrightarrow{BJ}$ theo hai vector $\overrightarrow{BA}$ và $\overrightarrow{BC}$.

Trả lời: $\frac{3}{5}\overrightarrow{BA} + \frac{2}{5}\overrightarrow{BC}$

Lời giải

Cách 1. $JA = \frac{2}{3}JC \Leftrightarrow 3JA = 2JC$ mà $\overrightarrow{JA}$ và $\overrightarrow{JC}$ ngược hướng

$$\Leftrightarrow 3\overrightarrow{JA} = -2\overrightarrow{JC} \Leftrightarrow 3(\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BJ}) + 2(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BJ}) = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow 5\overrightarrow{BJ} = 3\overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{BJ} = \frac{3}{5}\overrightarrow{BA} + \frac{2}{5}\overrightarrow{BC}.$$

Cách 2: J thuộc cạnh AC và $JA = \frac{2}{3}JC \Rightarrow \frac{AJ}{AC} = \frac{2}{5} \Leftrightarrow AJ = \frac{2}{5}AC$

$$\overrightarrow{BJ} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AJ} = -\overrightarrow{AB} + \frac{2}{5}\overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AB} + \frac{2}{5}(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA}) = \frac{3}{5}\overrightarrow{BA} + \frac{2}{5}\overrightarrow{BC}$$

Câu 5: Cho hình bình hành $ABCD$. Tính vector $\overrightarrow{AD}$ theo $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD}$.

Trả lời: $\frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$

Lời giải

Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD$

$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}.$$

Câu 6: Cho $\triangle ABC$ có điểm D, I thỏa $3\overrightarrow{DB} = 2\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} - 2\overrightarrow{IC} = \vec{0}$. Khi đó $\overrightarrow{AD} = k\overrightarrow{AI}$. Vậy $k = ?$

Trả lời: 2

Lời giải

$$\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} - 2\overrightarrow{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow -\overrightarrow{AI} + 3(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AI}) - 2(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AI}) = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow -\overrightarrow{AI} + 3\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AI} - 2\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{AI} = \vec{0} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{AI} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AI} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$$

$$3\overrightarrow{DB} = 2\overrightarrow{DC} \Leftrightarrow 3(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}) = 2(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD}) \Leftrightarrow 3\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AD}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}. \text{ Ta có: } \begin{cases} \overrightarrow{AI} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} \\ \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\overrightarrow{AI} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC} \\ \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC} \end{cases} \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AI}$$

♦Đề 2:

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Cho tam giác ABC biết $AB = 8, AC = 9, BC = 11$. Gọi M là trung điểm BC và N là điểm trên đoạn AC sao cho $AN = x (0 < x < 9)$. Hệ thức nào sau đây **đúng**?

A. $\overrightarrow{MN} = \left(\frac{1}{2} - \frac{x}{9}\right)\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

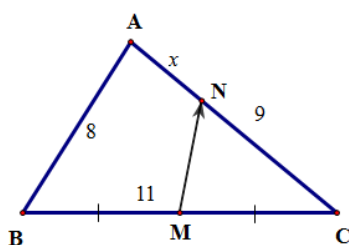
B. $\overrightarrow{MN} = \left(\frac{x}{9} - \frac{1}{2}\right)\overrightarrow{CA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$

C. $\overrightarrow{MN} = \left(\frac{x}{9} + \frac{1}{2}\right)\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

D. $\overrightarrow{MN} = \left(\frac{x}{9} - \frac{1}{2}\right)\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

Lời giải

Chọn D



Ta có: $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AM} = \frac{x}{9}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \left(\frac{x}{9} - \frac{1}{2}\right)\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.

Câu 2: Cho tam giác ABC có trọng tâm G . Gọi các điểm D, E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA và AB . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

A. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AE} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AF}$

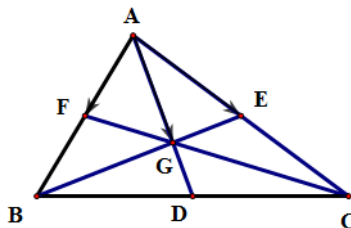
B. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AE} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AF}$

C. $\overrightarrow{AG} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AE} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AF}$

D. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AE} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AF}$

Lời giải

Chọn D



Ta có: $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{3}(2\overrightarrow{AF} + 2\overrightarrow{AE}) = \frac{2}{3}\overrightarrow{AE} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AF}$.

Câu 3: Cho $\triangle ABC$. Xác định điểm M sao cho: $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{CB}$.

A. M là trung điểm cạnh AB

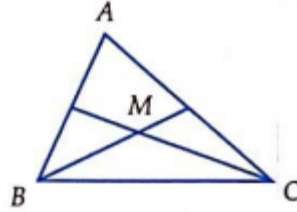
B. M là trung điểm cạnh BC

C. M chia đoạn AB theo tỉ số 2

D. M là trọng tâm $\triangle ABC$

Lời giải

Chọn D



$$\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{CB} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{CM} + \overrightarrow{MC}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} \Rightarrow M \text{ là trọng tâm } \triangle ABC$$

Câu 4: Cho $\triangle ABC$ có trọng tâm G , điểm M thỏa mãn $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = \vec{0}$. Khi đó điểm M thỏa mãn hệ thức nào sau đây?

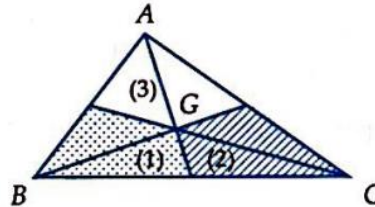
- A. $\overrightarrow{GM} = \frac{1}{6}\overrightarrow{BC}$ B. $\overrightarrow{GM} = \frac{1}{6}\overrightarrow{CA}$ C. $\overrightarrow{GM} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB}$ D. $\overrightarrow{GM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$

Lời giải

Chọn A

$$2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = 2(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}) + \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MB} = 6\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{BC} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{GM} = \frac{1}{6}\overrightarrow{BC}$$

Câu 5: Gọi G là trọng tâm $\triangle ABC$. Nối điểm M thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC} = \vec{0}$ thì M ở vị trí nào trong hình vẽ:



- A. Miền (1) B. Miền (2) C. Miền (3) D. Ở ngoài $\triangle ABC$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = -3\overrightarrow{MC} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{MG} = -3\overrightarrow{MC} \Leftrightarrow \overrightarrow{MG} = -\overrightarrow{MC}$$

Hay M là trung điểm của GC

Câu 6: Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD . Điểm M thỏa mãn đẳng thức $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 4\overrightarrow{AM}$. Khi đó điểm M trùng với điểm:

- A. O B. I là trung điểm đoạn OA
C. I là trung điểm đoạn OC D. C

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 4\overrightarrow{AM} \Leftrightarrow 4\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AC} \Rightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} \Rightarrow M \equiv O$$

- Câu 7:** Cho ba điểm O, A, B không thẳng hàng. Điều kiện cần và đủ để tích vô hướng $(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}) \cdot \overrightarrow{AB} = 0$ là
- A. tam giác OAB đều. B. tam giác OAB cân tại O .
 C. tam giác OAB vuông tại O . D. tam giác OAB vuông cân tại O .

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}) \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}) \cdot (\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{OB}^2 - \overrightarrow{OA}^2 = 0 \Leftrightarrow OB^2 - OA^2 = 0 \Leftrightarrow OB = OA$$

- Câu 8:** Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 8, AD = 5$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} = 62$. B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} = 64$. C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} = -62$. D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} = -64$.

Lời giải

Chọn D

Giả thiết không cho góc, ta phân tích các vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BD}$ theo các vector có giá vuông góc với nhau.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB} + 0 = -AB^2 = -64.$$

- Câu 9:** Cho hình thoi $ABCD$ có $AC = 8$ và $BD = 6$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 24$. B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 26$. C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 28$. D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 32$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $O = AC \cap BD$, giả thiết không cho góc, ta phân tích các vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ theo các vector có giá vuông góc với nhau.

Ta có

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = (\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}) \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AC} + 0 = \frac{1}{2} AC^2 = 32.$$

- Câu 10:** Cho tam giác ABC . Tập hợp các điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA}(\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}) = 0$ là:

- A. một điểm. B. đường thẳng. C. đoạn thẳng. D. đường tròn.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Gọi } I \text{ là trung điểm } BC \longrightarrow \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MI}.$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{MA}(\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}) = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} \cdot 2\overrightarrow{MI} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MI} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} \perp \overrightarrow{MI}. (*)$$

Biểu thức $(*)$ chứng tỏ $MA \perp MI$ hay M nhìn đoạn AI dưới một góc vuông nên tập hợp các điểm M là đường tròn đường kính AI .

- Câu 11:** Tìm tập các hợp điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MB}(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}) = 0$ với A, B, C là ba đỉnh của tam

giác.

A. một điểm.

B. đường thẳng.

C. đoạn thẳng.

D. đường tròn.

Lời giải

Chọn D

Gọi G là trọng tâm tam giác $ABC \longrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$.Ta có $\overrightarrow{MB}(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}) = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{MB}.3\overrightarrow{MG} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MG} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{MB} \perp \overrightarrow{MG}. (*)$ Biểu thức $(*)$ chứng tỏ $\overrightarrow{MB} \perp \overrightarrow{MG}$ hay M nhìn đoạn BG dưới một góc vuông nên tập hợp các điểm M là đường tròn đường kính BG .**Câu 12:** Cho tam giác vuông cân ABC với $AB = AC = a$. Khi đó $|\overrightarrow{2AB} + \overrightarrow{AC}|$ bằngA. $a\sqrt{3}$.B. $a\sqrt{5}$.C. $5a$.D. $2a$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $(|\overrightarrow{2AB} + \overrightarrow{AC}|)^2 = (\overrightarrow{2AB})^2 + 4\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC}^2 = 4AB^2 + AC^2$ (vì $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC} \Rightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 0$) $= 4a^2 + a^2 = 5a^2 \Rightarrow |\overrightarrow{2AB} + \overrightarrow{AC}| = a\sqrt{5}$.**Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**Câu 1:** Cho tứ giác $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm AB và CD , K là trung điểm IJ , M là điểm bất kì. Khi đó:a) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{IJ}$ b) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{IJ}$ c) $\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{MJ} = \overrightarrow{MK}$ d) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{MK}$

Lời giải

a) Đúng

b) Đúng

c) Sai

d) Đúng

a) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{JC} + \overrightarrow{BI} + \overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{JD}$ $= (\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{BI}) + 2\overrightarrow{IJ} + (\overrightarrow{JC} + \overrightarrow{JD}) = 2\overrightarrow{IJ}$

$$b) \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{JD} + \overrightarrow{BI} + \overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{JC}$$

$$= (\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{BI}) + 2\overrightarrow{IJ} + (\overrightarrow{JD} + \overrightarrow{JC}) = 2\overrightarrow{IJ}$$

$$c) \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 2\overrightarrow{MI} + 2\overrightarrow{MJ} = 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{MJ}) = 4\overrightarrow{MK}$$

Câu 2: Cho tam giác ABC có M là trung điểm BC . Gọi G là trọng tâm, H là trực tâm, O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC , AA' là đường kính của (O) . Khi đó:

$$a) \overrightarrow{BH} = \overrightarrow{A'C}$$

$$b) \overrightarrow{AH} = 2\overrightarrow{OM}$$

$$c) \overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = 3\overrightarrow{HO}$$

$$d) \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 3\overrightarrow{OH}$$

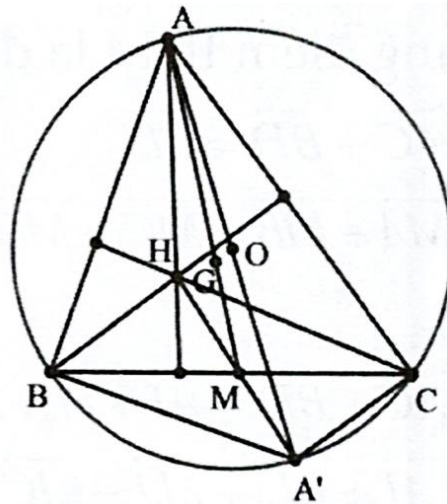
Lời giải

a) Đúng

b) Đúng

c) Sai

d) Sai



a) Do tứ giác $BHCA'$ có $BH \parallel A'C (\perp AC)$ và $CH \parallel BA' (\perp AB)$ nên $BHCA'$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{BH} = \overrightarrow{A'C}$

b) Lại có M là trung điểm của đường chéo BC nên M là trung điểm của HA' hay H, M, A' thẳng hàng.

Do OM là đường trung bình của $\triangle AHA'$ nên $AH = 2OM$, mà $\overrightarrow{AH}$ và $\overrightarrow{OM}$ cùng hướng $\Rightarrow \overrightarrow{AH} = 2\overrightarrow{OM}$.

c) $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HA}$ (Tứ giác $AHCA'$ là hình bình hành $\overrightarrow{HA'} = \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = 2\overrightarrow{HO}$)

d) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OH} + \overrightarrow{HA} + \overrightarrow{OH} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{OH} + \overrightarrow{HC} = 3\overrightarrow{OH} + \overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC}$

$$= 3\overrightarrow{OH} + 2\overrightarrow{HO} = \overrightarrow{OH}.$$

Câu 3: Cho tam giác ABC đều có cạnh a , có trọng tâm G . Khi đó:

a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{a^2}{2}$

b) $\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{a^2}{4}$

c) $\angle AGB = 120^\circ$

c) $\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{GC} = \frac{a^2}{6}$

Lời giải

a) Đúng

b) Sai

c) Đúng

d) Sai

a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = AB \cdot AC \cdot \cos 60^\circ = \frac{1}{2}a^2$

b) $\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{AC} = |\overrightarrow{AG}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cdot \cos(\overrightarrow{AG}, \overrightarrow{AC}) = AG \cdot AC \cdot \cos 30^\circ = \frac{1}{2}a^2$

c) Tam giác AGB có $\angle GAB = \angle GBA = 30^\circ \Rightarrow \angle AGB = 120^\circ$

$\Rightarrow \overrightarrow{GA} \cdot \overrightarrow{GB} = GA \cdot GB \cdot \cos \angle AGB = \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} \cos 120^\circ = -\frac{a^2}{6}$

Câu 4: Cho tam giác ABC có $AB = 2a, AC = 3a, \angle BAC = 60^\circ$. Gọi I là trung điểm đoạn thẳng BC . Điểm J thuộc đoạn AC thỏa mãn: $12AJ = 7AC$. Khi đó:

a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 4a^2$

b) $\overrightarrow{AI} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$

c) $\overrightarrow{BJ} = -\overrightarrow{AB} + \frac{7}{12}\overrightarrow{AC}$

d) $AI \perp BJ$

Lời giải

a) Sai

b) Sai

c) Đúng

d) Đúng

a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \cdot AC \cos \angle BAC = 2a \cdot 3a \cdot \cos 60^\circ = 3a^2$

b) Do I là trung điểm BC nên $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

$$c) \overrightarrow{BJ} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AJ} = -\overrightarrow{AB} + \frac{7}{12} \overrightarrow{AC}$$

$$\begin{aligned} c) \overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{BJ} &= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \left(-\overrightarrow{AB} + \frac{7}{12} \overrightarrow{AC} \right) = \frac{1}{2} \left(-\overrightarrow{AB}^2 + \frac{7}{12} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} + \frac{7}{12} \overrightarrow{AC}^2 \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(-4a^2 + \frac{7}{12} \cdot 3a^2 - 3a^2 + \frac{7}{12} \cdot 9a^2 \right) = 0 \end{aligned}$$

Vậy $AI \perp BJ$

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 1: Cho tam giác ABC có hai trung tuyến AK và BM . Hãy phân tích vector $\overrightarrow{AB}$ theo hai vector $\overrightarrow{AK}$ và $\overrightarrow{BM}$.

Trả lời: $\frac{2}{3}(\overrightarrow{AK} - \overrightarrow{BM})$

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AK} + \overrightarrow{KB} = \overrightarrow{AK} + \overrightarrow{KM} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{AK} - \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BM}$ (vì $KM = \frac{1}{2} AB$)

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AK} - \overrightarrow{BM} \Leftrightarrow \frac{3}{2} \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AK} - \overrightarrow{BM} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \frac{2}{3} (\overrightarrow{AK} - \overrightarrow{BM})$$

Câu 2: Cho tam giác ABC . Gọi G là trọng tâm của $\triangle ABC$. Cho điểm M sao cho $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 6$, khi đó điểm M thuộc đường tròn có bán kính bằng bao nhiêu?

Trả lời: 2

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG} \Rightarrow |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 3|\overrightarrow{MG}| = 3MG \Leftrightarrow MG = 2$

Vậy tập hợp điểm M là đường tròn tâm G bán kính bằng 2.

Câu 3: Cho $\triangle ABC$ đều cạnh là 3. Điểm M thỏa mãn: $2MA^2 + MB^2 + MC^2 = 18$, khi đó tập hợp điểm M thuộc đường tròn có bán kính bằng bao nhiêu?

Trả lời: $R = \frac{\sqrt{183}}{8}$

Lời giải

Gọi N là điểm thỏa mãn $2 \cdot \overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC} = \vec{0}$ và D là trung điểm BC . Suy ra N là trung điểm AD . $NA = ND = AD : 2 = \frac{3\sqrt{3}}{4}$; $NB = NC = \frac{\sqrt{39}}{4}$;

Chèn N vào đề ta được $4MN^2 + 2NA^2 + NB^2 + NC^2 = 18$ suy ra $MN = \frac{\sqrt{183}}{8}$

Vậy tập hợp điểm M thỏa đường tròn tâm N bán kính $R = MN = \frac{\sqrt{183}}{8}$

Câu 4: Cho tam giác ABC vuông tại A có cạnh $AC = 7\text{cm}$ và $BC = 14\text{cm}$.
Tính cosin của góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{CB}$.

Trả lời: $-\frac{1}{2}$

Lời giải

Ta có: $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB}) = 180^\circ - (\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) = 180^\circ - ACB$.

Mà $\cos(ACB) = \frac{AC}{BC} = \frac{1}{2}$ nên $ACB = 60^\circ$.

Vậy $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB}) = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ hay $\cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB}) = \cos 120^\circ = -\frac{1}{2}$

Câu 5: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh bằng 3. Trên cạnh AB lấy điểm M sao cho $BM = 1$, trên cạnh CD lấy điểm N sao cho $DN = 1$ và P là trung điểm BC . Tính $\cos MNP$.

Trả lời: $\frac{13}{5\sqrt{10}}$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{NM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{NP} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$

Suy ra $\overrightarrow{NM} \cdot \overrightarrow{NP} = \frac{2}{9} \cdot 9 + \frac{1}{2} \cdot 9 = \frac{13}{2}$

Mặt khác $|\overrightarrow{NM}| = \sqrt{10}$, $|\overrightarrow{NP}| = \frac{5}{2} \Rightarrow \cos MNP = \frac{13}{5\sqrt{10}}$.

Câu 6: Cho tam giác ABC . Gọi M, N, E lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Tính:
 $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BN} \cdot \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CE} \cdot \overrightarrow{AB}$.

Trả lời: 0

Lời giải

Vì M là trung điểm BC nên:

$$2\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} \quad (1)$$

Tương tự ta có: $2\overrightarrow{BN} \cdot \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{CA} \quad (2)$,

$$2\overrightarrow{CE} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{AB} \quad (3)$$

Cộng từng vế (1), (2), (3) được:

$$2\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC} + 2\overrightarrow{BN} \cdot \overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{CE} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \text{ hay } \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BN} \cdot \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CE} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \text{ (đpcm).}$$