

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HKI

MÔN: TOÁN 10 – ĐỀ SỐ: 04

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Biết rằng $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ với $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Giá trị của α là bao nhiêu

- A. $\alpha = 150^\circ$ B. $\alpha = 60^\circ$ C. $\alpha = 30^\circ$ D. $\alpha = 120^\circ$

Câu 2: Cho bốn điểm bất kỳ A, B, C, O . Đẳng thức nào sau đây là **đúng**?

- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OA}$ B. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{AB}$ C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$ D. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CA}$

Câu 3: Cho tam giác ABC là tam giác đều. Góc giữa hai véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BC}$ nhận giá trị nào sau đây?

- A. 120° B. 45° C. 30° D. 60°

Câu 4: Đẳng thức nào sau đây mô tả đúng hình vẽ sau:



- A. $\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{AI}$ B. $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ C. $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AI}$ D. $\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{IA}$

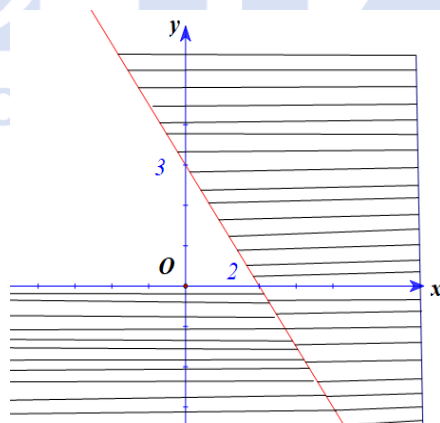
Câu 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho vector $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$. Tọa độ của vector $\vec{u}$ là

- A. $(2; -3)$ B. $(-2; 3)$ C. $(-3; 2)$ D. $(2; 3)$

Câu 6: Kết quả đo chiều dài của một cây thước được ghi là $40 \pm 0,2$ (cm). Sai số tương đối của phép đo chiều dài cây thước là:

- A. $\Delta \leq 0,2$ B. $\delta = \frac{2}{10}$ C. $\Delta = 0,2$ D. $\delta \leq \frac{1}{200}$

Câu 7: Phần không gạch chéo (không kẻ bờ) ở hình sau đây là biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn hệ A, B, C, D?



- A. $\begin{cases} x > 0 \\ 3x + 2y < 6 \end{cases}$ B. $\begin{cases} y > 0 \\ 3x + 2y < -6 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x > 0 \\ 3x + 2y > -6 \end{cases}$ D. $\begin{cases} y > 0 \\ 3x + 2y < 6 \end{cases}$

Câu 8: Vector $\overrightarrow{MQ} + \overrightarrow{PM} - \overrightarrow{PQ}$ bằng vector nào trong các vector sau?

- A. $\overrightarrow{MQ}$ B. $\overrightarrow{PQ}$ C. $\vec{0}$ D. $2\overrightarrow{MQ}$

Câu 9: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(-2; 1), B(4; 5)$. Tìm tọa độ điểm C sao cho tam giác ABC có trọng tâm là điểm $G(0; 4)$.

- A. $C(2; 6)$ B. $C(-2; 6)$ C. $C\left(\frac{2}{3}; \frac{10}{3}\right)$ D. $C\left(\frac{-2}{3}; \frac{-10}{3}\right)$

Câu 10: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của đoạn thẳng BC và AD . Tính

$$\left| \frac{NC}{MC} \right|.$$

- A. $2a$. B. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}a$. C. $a\sqrt{2}$. D. a .

Câu 11: Cho tam giác có ba cạnh lần lượt là 5, 7, 9. Góc lớn nhất của tam giác có cosin bằng bao nhiêu ?

- A. $\frac{5}{6}$. B. $-\frac{1}{5}$. C. $-\frac{1}{10}$. D. $\frac{19}{30}$.

Câu 12: Cho hai vecto $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác $\vec{0}$, α là góc tạo bởi hai vecto $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Nếu $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ thì α nhận giá trị nào trong các giá trị dưới đây?

- A. 180° . B. 45° . C. 0° . D. 90° .

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho tam giác ABC có $AB = 3$, $BC = 5$ và độ dài đường trung tuyến $BM = \sqrt{13}$.

a) $\frac{AB^2 + AM^2 - BM^2}{AM} = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{AC}$.

b) Tam giác ABC có $BM^2 = \frac{BA^2 + BC^2}{2} - \frac{AC^2}{4}$.

c) Tam giác ABC có $AC = 6$.

d) Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác BMC là $R = \frac{5}{6}$.

Câu 2: Cho tam giác ABC có $AB = 2a$, $BC = 4a$ và $\angle ABC = 60^\circ$?

a) $\vec{AB}$ và $\vec{BC}$ cùng phương.

b) $\vec{CA} - \vec{CB} = \vec{BA}$.

c) $|\vec{AB} + \vec{BC}| = 2a\sqrt{3}$.

d) $|\vec{AC} - \vec{BA}| = 4a$.

Câu 3: Một cửa hàng bán 5 loại quạt với giá tiền là 150; 250; 350; 400; 500 (nghìn đồng). Số quạt bán ra trong mùa hè vừa qua được thống kê trong bảng sau:

Giá tiền	150	250	350	400	500
Số quạt bán được	25	80	100	123	75

a) Số lượng bán của loại quạt với giá tiền 150 nghìn đồng là nhiều nhất.

b) Tổng số lượng quạt bán ra trong mùa hè vừa qua là 403 quạt.

c) Giá trung bình của các chiếc quạt bán được là xấp xỉ 361 nghìn đồng.

d) Mùa hè năm sau, cửa hàng nên nhập về nhiều nhất loại quạt với giá tiền 500 nghìn đồng để bán.

Câu 4: Mẫu số liệu sau là giá tiền (triệu đồng) của 8 loại rượu ngoại được nhập về tại một cửa hàng rượu: 1,2 1,35 1,42 1,53 1,8 1,84 1,96 2,4.

a) Khoảng biến thiên của mẫu là: $R = 1,2$.

b) Khoảng tứ phân vị là: $\Delta Q = 0,215$.

c) $Q_1 - 1,5\Delta Q = 0,6125$.

d) Mẫu số liệu không có giá trị nào là bất thường.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho góc α biết $0^\circ < \alpha < 180^\circ$ và $\sin \alpha = \frac{3}{5}$. Tính giá trị biểu thức $A = 5\sin^2 \alpha - 2\cos^2 \alpha$.

Tư vấn hướng nghiệp cho học sinh bằng phân tích nhân tướng học – xem chỉ tay – tử vi

- Câu 2:** Cho mẫu số liệu: 37; 12; 3; 9; 10; 9; 12; 3; 10. Mẫu số liệu đã cho có bao nhiêu giá trị bất thường?
- Câu 3:** Cho ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Cho biết cường độ của $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ đều bằng 70N và $(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = 60^\circ$. Tìm cường độ của lực $\vec{F}_3$. ((kết quả làm tròn đến hàng đơn vị))
- Câu 4:** Trên nóc một tòa nhà có một cột ăng-ten cao 6m. Tại vị trí cao 8m so với mặt đất, một người đứng quan sát có thể nhìn thấy đỉnh và chân của cột ăng-ten dưới một góc lần lượt là 50° và 40° so với phương ngang (như hình vẽ). Tính chiều cao của tòa nhà đó. (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)
- Câu 5:** Một xưởng sản xuất hai loại sản phẩm A và B. Để sản xuất mỗi kg sản phẩm loại A cần 2 kg nguyên liệu và 30 giờ, để sản xuất mỗi kg sản phẩm loại B cần 4 kg nguyên liệu và 15 giờ. Xưởng hiện có 200 kg nguyên liệu và có thể hoạt động liên tục trong 50 ngày. Biết rằng lợi nhuận thu được của mỗi kg sản phẩm loại A là 400 000 đ, lợi nhuận của mỗi kg sản phẩm loại B là 300 000 đ. Hỏi lợi nhuận cao nhất mà xưởng sản xuất có thể đạt được là bao nhiêu triệu đồng?
- Câu 6:** Cho tam giác ABC có $AB = 2$, $BC = 3$, $CA = 4$, M là trung điểm của BC, đường phân giác trong góc C cắt AM tại điểm I. Gọi K thuộc đường thẳng AB sao cho KM vuông góc với BI. Tính tỉ số $\frac{AK}{AB}$. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

----- HẾT -----



HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Biết rằng $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ với $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Giá trị của α là bao nhiêu

- A. $\alpha = 150^\circ$ B. $\alpha = 60^\circ$ C. $\alpha = 30^\circ$ D. $\alpha = 120^\circ$

Lời giải

Ta có $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ với $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ nên suy ra $\alpha = 120^\circ$.

Câu 2: Cho bốn điểm bất kỳ A, B, C, O . Đẳng thức nào sau đây là **đúng**?

- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OA}$ B. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{AB}$ C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$ D. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CA}$

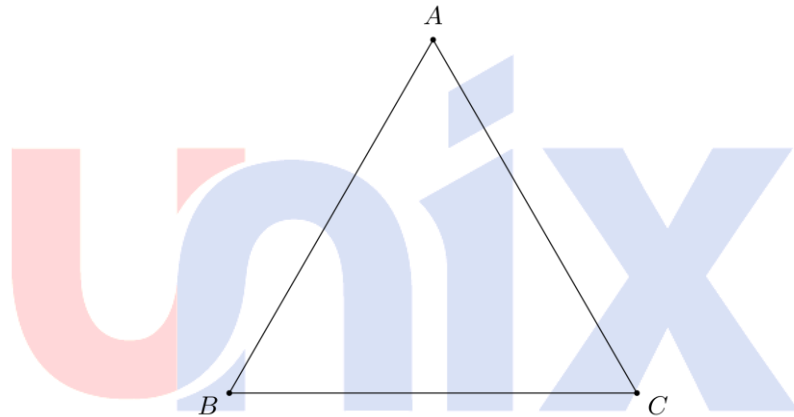
Lời giải

Đẳng thức đúng là $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CA}$.

Câu 3: Cho tam giác ABC là tam giác đều. Góc giữa hai véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BC}$ nhận giá trị nào sau đây?

- A. 120° B. 45° C. 30° D. 60°

Lời giải



Ta có $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{BC}) = (-\overrightarrow{BA}; \overrightarrow{BC}) = 180^\circ - \angle ABC = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$.

Câu 4: Đẳng thức nào sau đây mô tả đúng hình vẽ sau:



- A. $\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{AI}$ B. $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ C. $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AI}$ D. $\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{IA}$

Lời giải

$\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AI}$ ngược hướng và $AB = 3 \cdot AI$.

Câu 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho vector $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$. Tọa độ của vector $\vec{u}$ là

- A. $(2; -3)$ B. $(-2; 3)$ C. $(-3; 2)$ D. $(2; 3)$

Lời giải

Ta có: $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j} \Rightarrow \vec{u} = (2; -3)$

Câu 6: Kết quả đo chiều dài của một cây thước được ghi là $40 \pm 0,2$ (cm). Sai số tương đối của phép đo chiều dài cây thước là:

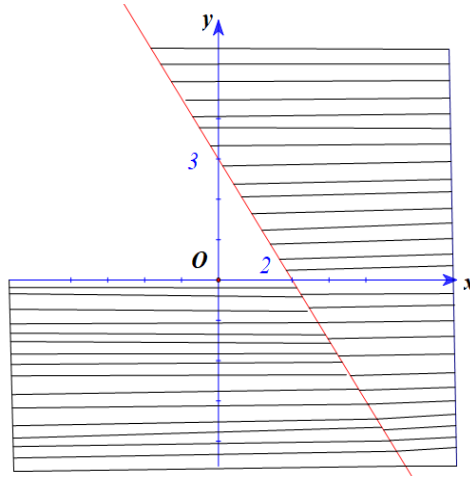
- A. $\Delta \leq 0.2$ B. $\delta = \frac{2}{10}$ C. $\Delta = 0.2$ D. $\delta \leq \frac{1}{200}$

Lời giải

Chọn D

Ta có $d = 0.2 \Rightarrow \delta \leq \frac{0.2}{40} \Rightarrow \delta \leq \frac{1}{200}$

Câu 7: Phần không gạch chéo (không kể bờ) ở hình sau đây là biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn hệ A, B, C, D?



A. $\begin{cases} x > 0 \\ 3x + 2y < 6 \end{cases}$

B. $\begin{cases} y > 0 \\ 3x + 2y < -6 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x > 0 \\ 3x + 2y > -6 \end{cases}$

D. $\begin{cases} y > 0 \\ 3x + 2y < 6 \end{cases}$

Lời giải

Chọn D

Miền không bị gạch nằm trên trục hoành (không kể bờ là trục Ox nên các điểm nằm trong miền có tung độ $y > 0$)

Đường thẳng đi qua hai điểm $A(2;0); B(0;3)$ có phương trình: $3x + 2y - 6 = 0$

Phần không bị gạch chứa điểm gốc tọa độ $M(1;1)$ mà ta có: $3.1 + 2.1 - 6 = -1 < 0$

Nên miền không bị gạch chứa miền nghiệm của bpt: $3x + 2y - 6 < 0 \hat{=} 3x + 2y < 6$

Do đó phần không gạch chéo (không kể bờ) ở hình sau đây là biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} y > 0 \\ 3x + 2y < 6 \end{cases}$

Câu 8: Vector $\overrightarrow{MQ} + \overrightarrow{PM} - \overrightarrow{PQ}$ bằng vector nào trong các vector sau?

A. $\overrightarrow{MQ}$.

B. $\overrightarrow{PQ}$.

C. $\vec{0}$.

D. $2\overrightarrow{MQ}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{MQ} + \overrightarrow{PM} - \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{MQ} + \overrightarrow{QP} + \overrightarrow{PM} = \overrightarrow{MP} + \overrightarrow{PM} = \vec{0}$

Câu 9: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(-2;1), B(4;5)$. Tìm tọa độ điểm C sao cho tam giác ABC có trọng tâm là điểm $G(0;4)$.

A. $C(2;6)$.

B. $C(-2;6)$.

C. $C\left(\frac{2}{3}; \frac{10}{3}\right)$.

D. $C\left(\frac{-2}{3}; \frac{-10}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $C(x; y)$.

Do G là trọng tâm tam giác ABC nên $\begin{cases} \frac{-2+4+x}{3}=0 \\ \frac{1+5+y}{3}=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=6 \end{cases} \Rightarrow C(-2;6)$

Câu 10: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của đoạn thẳng BC và AD . Tính $|\vec{NC} + \vec{MC}|$.

A. $2a$.

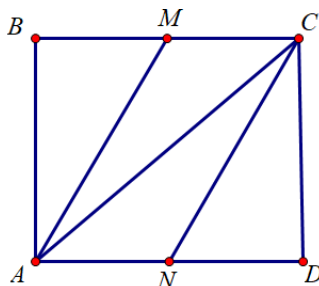
B. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}a$.

C. $a\sqrt{2}$.

D. a .

Lời giải

Chọn C



Do $\vec{NC} = \vec{AM}$ nên $|\vec{NC} + \vec{MC}| = |\vec{AM} + \vec{MC}| = |\vec{AC}| = AC = a\sqrt{2}$.

Câu 11: Cho tam giác có ba cạnh lần lượt là 5, 7, 9. Góc lớn nhất của tam giác có cosin bằng bao nhiêu?

A. $\frac{5}{6}$.

B. $-\frac{1}{5}$.

C. $-\frac{1}{10}$.

D. $\frac{19}{30}$.

Lời giải

Chọn C

Góc lớn nhất của tam giác có cosin là $\frac{5^2 + 7^2 - 9^2}{2 \cdot 5 \cdot 7} = -\frac{1}{10}$.

Câu 12: Cho hai vecto $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác $\vec{0}$, α là góc tạo bởi hai vecto $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Nếu $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ thì α nhận giá trị nào trong các giá trị dưới đây?

A. 180° .

B. 45° .

C. 0° .

D. 90° .

Lời giải

Ta có $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}) \Rightarrow \cos(\vec{a}, \vec{b}) = -1 \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 180^\circ$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho tam giác ABC có $AB=3, BC=5$ và độ dài đường trung tuyến $BM = \sqrt{13}$.

a) $\frac{AB^2 + AM^2 - BM^2}{AM} = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{AC}$.

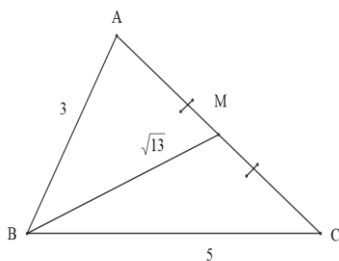
b) Tam giác ABC có $BM^2 = \frac{BA^2 + BC^2}{2} - \frac{AC^2}{4}$.

c) Tam giác ABC có $AC=6$.

d) Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác BMC là $R = \frac{5}{6}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------



a) Đúng

Áp dụng hệ thức lượng cho tam giác ABC có $\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC}$.

Và trong tam giác ABM có $\cos A = \frac{AB^2 + AM^2 - BM^2}{2 \cdot AB \cdot AM}$.

Từ đó suy ra: $\frac{AB^2 + AM^2 - BM^2}{AM} = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{AC}$.

b) Đúng

Mặt khác ta có

$$\begin{aligned} BM^2 &= AB^2 + AM^2 - 2 \cdot AB \cdot AM \cdot \cos A \\ &= AB^2 + \frac{AC^2}{4} - 2 \cdot AB \cdot AM \cdot \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC} \\ &= \frac{AB^2}{2} - \frac{AC^2}{4} + \frac{BC^2}{2} = \frac{AB^2 + BC^2}{2} - \frac{AC^2}{4}. \end{aligned}$$

c) Sai

$$BM^2 = \frac{BA^2 + BC^2}{2} - \frac{AC^2}{4} \Leftrightarrow (\sqrt{13})^2 = \frac{3^2 + 5^2}{2} - \frac{AC^2}{4} \Leftrightarrow AC = 4.$$

d) Sai

Áp dụng hệ thức lượng cho tam giác ABC có

$$\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC} = \frac{3^2 + 4^2 - 5^2}{2 \cdot 3 \cdot 4} = 0$$

$\Rightarrow \hat{A} = 90^\circ$.

Và trong tam giác ABC có $\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} \Rightarrow \sin C = \frac{AB \cdot \sin A}{BC} = \frac{3}{5}$.

Áp dụng hệ thức lượng cho tam giác ABM ta có $\frac{BM}{\sin C} = 2R \Rightarrow R = \frac{BM}{2 \sin C} = \frac{\sqrt{13}}{2 \cdot \frac{3}{5}} = \frac{5\sqrt{13}}{6}$.

Câu 2: Cho tam giác ABC có $AB = 2a$, $BC = 4a$ và $\angle C = 60^\circ$?

a) $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BC}$ cùng phương.

b) $\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{BA}$.

c) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}| = 2a\sqrt{3}$.

d) $|\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BA}| = 4a$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

a) Sai

Tư vấn hướng nghiệp cho học sinh bằng phân tích nhân tướng học – xem chỉ tay – tử vi

Ta có: $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BC}$ không cùng phương (Vì giá của hai vectơ này cắt nhau).

b) Đúng

Ta có: $\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{BA}$ (quy tắc ba điểm).

c) Đúng

Ta có: $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos 60^\circ = 4a^2 + 16a^2 - 2 \cdot 2a \cdot 4a \cdot \frac{1}{2} = 12a^2$.

$\Rightarrow AC = 2a\sqrt{3}$.

Vậy: $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{AC}| = AC = 2a\sqrt{3}$.

d) Đúng

Xét tam giác ABC có $AB = 2a$, $BC = 4a$ và $ABC = 60^\circ$.

Khi đó tam giác ABC là tam giác vuông tại A .

$\Rightarrow BAC = 90^\circ$.

Ta có: $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB}$

Gọi D là điểm thỏa mãn $ABDC$ là hình bình hành.

Khi đó: $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD}$.

$\Rightarrow |\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BA}| = |\overrightarrow{AD}| = AD$.

Hình bình hành $ABDC$ có $BAC = 90^\circ$ nên là hình chữ nhật.

Do đó $AD = BC$ (hai đường chéo bằng nhau)

$\Rightarrow |\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BA}| = AD = BC = 4a$.

Câu 3: Một cửa hàng bán 5 loại quạt với giá tiền là 150; 250; 350; 400; 500 (nghìn đồng). Số quạt bán ra trong mùa hè vừa qua được thống kê trong bảng sau:

Giá tiền	150	250	350	400	500
Số quạt bán được	25	80	100	123	75

a) Số lượng bán của loại quạt với giá tiền 150 nghìn đồng là nhiều nhất.

b) Tổng số lượng quạt bán ra trong mùa hè vừa qua là 403 quạt.

c) Giá trung bình của các chiếc quạt bán được là xấp xỉ 361 nghìn đồng.

d) Mùa hè năm sau, cửa hàng nên nhập về nhiều nhất loại quạt với giá tiền 500 nghìn đồng để bán.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

a) Sai.

Số lượng quạt bán ra của loại 150 nghìn đồng là 25 chiếc, ít nhất trong 5 loại

b) Đúng.

Số lượng quạt bán ra trong mùa hè vừa qua là $S = 25 + 80 + 100 + 123 + 75 = 403$ chiếc

c) Đúng. Giá trung bình của các chiếc quạt bán được là

$$\bar{x} = \frac{150 \cdot 25 + 250 \cdot 80 + 350 \cdot 100 + 400 \cdot 123 + 500 \cdot 75}{403} \approx 361 \text{ nghìn đồng}$$

d) Sai. Do một cửa mẫu số liệu trên là $M_0 = 400$ nên mùa hè năm sau cửa hàng nên nhập về nhiều nhất loại quạt với giá 400 nghìn đồng để bán.

Câu 4: Mẫu số liệu sau là giá tiền (triệu đồng) của 8 loại rượu ngoại được nhập về tại một cửa hàng rượu: 1,2 1,35 1,42 1,53 1,8 1,84 1,96 2,4.

a) Khoảng biến thiên của mẫu là: $R = 1,2$.

b) Khoảng tứ phân vị là: $\Delta Q = 0,215$.

c) $Q_1 - 1,5\Delta Q = 0,6125$.

d) Mẫu số liệu không có giá trị nào là bất thường.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) **Đúng**

Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất trong mẫu số liệu là: $x_{\max} = 2,4; x_{\min} = 1,2$.

b) **Sai**

Khoảng biến thiên của mẫu là: $R = x_{\max} - x_{\min} = 2,4 - 1,2 = 1,2$.

Xét mẫu số liệu: 1,2 1,35 1,42 1,53 1,8 1,84 1,96 2,4.

Tứ phân vị thứ hai cũng là trung vị của mẫu: $Q_2 = \frac{1,53+1,8}{2} = 1,665$.

Xét nửa mẫu bên trái: 1,2 1,35 1,42 1,53.

Tứ phân vị thứ nhất là trung vị nửa mẫu này: $Q_1 = \frac{1,35+1,42}{2} = 1,385$.

Xét nửa mẫu bên trái: 1,8 1,84 1,96 2,4.

Tứ phân vị thứ nhất là trung vị nửa mẫu này: $Q_3 = \frac{1,84+1,96}{2} = 1,9$.

Khoảng tứ phân vị là: $\Delta Q = Q_3 - Q_1 = 1,9 - 1,385 = 0,515$.

c) **Đúng**

Ta có: $Q_1 - 1,5\Delta Q = 0,6125$;

$Q_2 + 1,5\Delta Q = 2,6725$.

d) **Đúng**

Ta thấy trong mẫu số liệu không có giá trị nào nhỏ hơn 0,6125, cũng không có giá trị nào lớn hơn 2,6725.

Vậy mẫu số liệu không có giá trị nào là bất thường.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho góc α biết $0^\circ < \alpha < 180^\circ$ và $\sin \alpha = \frac{3}{5}$. Tính giá trị biểu thức $A = 5\sin^2 \alpha - 2\cos^2 \alpha$.

Lời giải

Trả lời: 0,52

Ta có: $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$.

$A = 5\sin^2 \alpha - 2\cos^2 \alpha = 5 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^2 - 2 \cdot \frac{16}{25} = \frac{13}{25} = 0,52$.

Câu 2: Cho mẫu số liệu: 37; 12; 3; 9; 10; 9; 12; 3; 10. Mẫu số liệu đã cho có bao nhiêu giá trị bất thường?

Lời giải

Trả lời: 1

Sắp xếp các số liệu theo thứ tự không giảm, ta được:

3; 3; 9; 9; 10; 10; 12; 12; 37.

Vì cỡ mẫu là $n = 9$ là số lẻ nên giá trị tứ phân vị thứ hai là $Q_2 = 10$.

Tứ phân vị thứ nhất là trung vị của mẫu: 3; 3; 9; 9. Do đó $Q_1 = 6$.

Tứ phân vị thứ ba là trung vị của mẫu: 10; 12; 12; 37. Do đó $Q_3 = 12$.

Khoảng tứ phân vị của mẫu là: $\Delta Q = 12 - 6 = 6$.

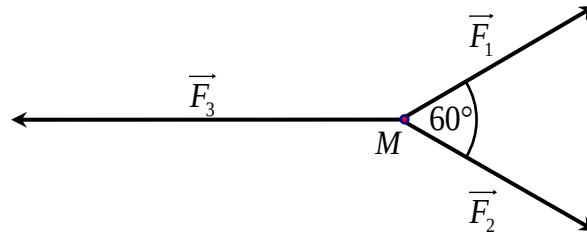
Ta có: $Q_3 + 1,5\Delta Q = 12 + 1,5 \cdot 6 = 21$ và $Q_1 - 1,5\Delta Q = 6 - 1,5 \cdot 6 = -3$.

Do đó mẫu có một giá trị ngoại lệ là 37.

Câu 3: Cho ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Cho biết cường độ của $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ đều bằng 70N và $(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = 60^\circ$. Tìm cường độ của lực $\vec{F}_3$. ((kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

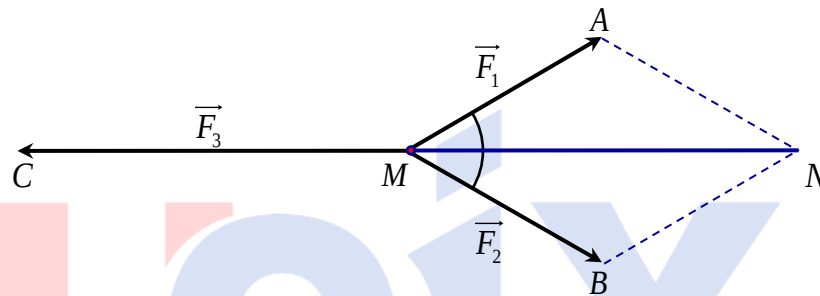
Lời giải

Trả lời: 121



Vật đứng yên nên ba lực đã cho cân bằng. Ta được $\vec{F}_3 = -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2)$.

Gọi $\vec{F}_1 = \vec{MA}$, $\vec{F}_2 = \vec{MB}$. Dựng hình bình hành $AMBN$.



Ta có $-\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = -\vec{MA} - \vec{MB} = -\vec{MN}$ (quy tắc hình bình hành).

Suy ra $|\vec{F}_3| = |-\vec{MN}| = MN$.

Vì tứ giác $AMBN$ là hình bình hành nên $AN = MB = 70\text{ N}$ và

$$\angle MAN = 180^\circ - \angle AMB = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

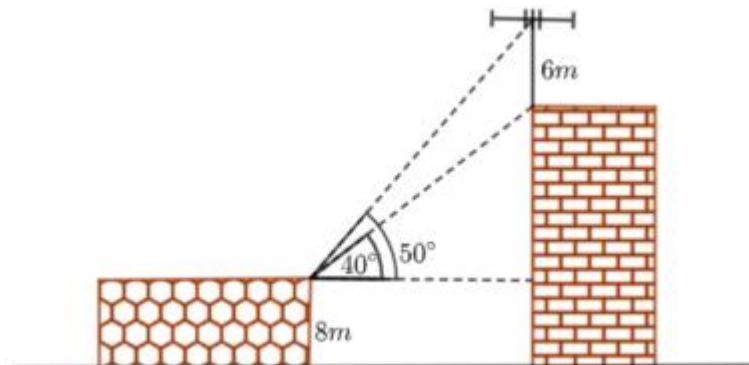
Xét $\triangle AMN$, theo định lý Côsin ta có:

$$MN^2 = AM^2 + AN^2 - 2AM \cdot AN \cdot \cos \angle MAN = 70^2 + 70^2 - 2 \cdot 70 \cdot 70 \cdot \cos 120^\circ = 14700$$

$$\text{Nên } MN = \sqrt{14700} = 70\sqrt{3} \text{ (N)}.$$

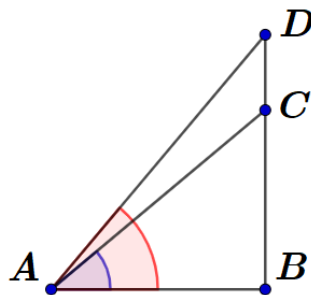
Vậy cường độ của lực $\vec{F}_3$ là $70\sqrt{3} \approx 121\text{ N}$.

Câu 4: Trên nóc một tòa nhà có một cột ăng-ten cao 6m. Tại vị trí cao 8m so với mặt đất, một người đứng quan sát có thể nhìn thấy đỉnh và chân của cột ăng-ten dưới một góc lần lượt là 50° và 40° so với phương ngang (như hình vẽ). Tính chiều cao của tòa nhà đó. (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



Lời giải

Trả lời: 25



Ta có $\angle DAC = \angle DAB - \angle CAB = 50^\circ - 40^\circ = 10^\circ$.

Tam giác ABC vuông tại B nên $AC = \frac{BC}{\sin \angle BAC} = \frac{BC}{\sin 40^\circ}$.

Tam giác ABD vuông tại B nên $AD = \frac{BC}{\sin \angle BAD} = \frac{BC}{\sin 50^\circ}$.

Ta có $DC^2 = AD^2 + AC^2 - 2AD \cdot AC \cos \angle DAC = \frac{BC^2}{\sin^2 50^\circ} + \frac{BC^2}{\sin^2 40^\circ} - 2 \frac{BC}{\sin 50^\circ} \frac{BC}{\sin 40^\circ} \cos 10^\circ$

$$\Leftrightarrow DC^2 = BC^2 \left(\frac{1}{\sin^2 50^\circ} + \frac{1}{\sin^2 40^\circ} - 2 \frac{\cos 10^\circ}{\sin 50^\circ \sin 40^\circ} \right)$$

$$\Leftrightarrow BC = \frac{6}{\sqrt{\frac{1}{\sin^2 50^\circ} + \frac{1}{\sin^2 40^\circ} - 2 \frac{\cos 10^\circ}{\sin 50^\circ \sin 40^\circ}}}$$

Khi đó ta có được chiều cao của tòa nhà là $\frac{6}{\sqrt{\frac{1}{\sin^2 50^\circ} + \frac{1}{\sin^2 40^\circ} - 2 \frac{\cos 10^\circ}{\sin 50^\circ \sin 40^\circ}}} + 8 \approx 25$.

Câu 5: Một xưởng sản xuất hai loại sản phẩm A và B . Để sản xuất mỗi kg sản phẩm loại A cần 2 kg nguyên liệu và 30 giờ, để sản xuất mỗi kg sản phẩm loại B cần 4 kg nguyên liệu và 15 giờ. Xưởng hiện có 200 kg nguyên liệu và có thể hoạt động liên tục trong 50 ngày. Biết rằng lợi nhuận thu được của mỗi kg sản phẩm loại A là 400 000 đ, lợi nhuận của mỗi kg sản phẩm loại B là 300 000 đ. Hỏi lợi nhuận cao nhất mà xưởng sản xuất có thể đạt được là bao nhiêu triệu đồng?

Lời giải

Trả lời: 20

Gọi x, y lần lượt là số kg sản phẩm loại A và loại B mà xưởng lên kế hoạch sản xuất ($x \geq 0, y \geq 0$).

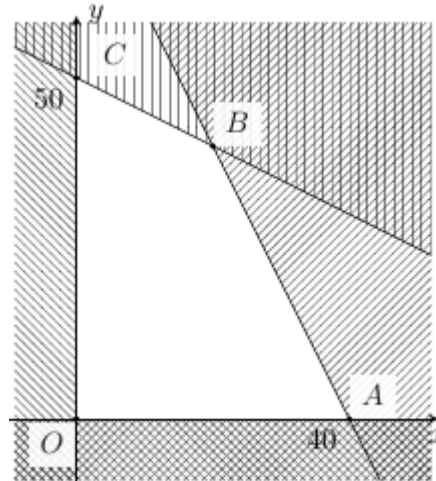
Khối lượng nguyên liệu cần dùng để sản xuất x kg sản phẩm loại A và y kg sản phẩm loại B là $2x + 4y$ kg. Do đó, $2x + 4y \leq 200 \Leftrightarrow x + 2y \leq 100$.

Thời gian để sản xuất x kg sản phẩm loại A và y kg sản phẩm loại B là $30x + 15y$ giờ. Do đó, $30x + 15y \leq 50 \cdot 24 \Leftrightarrow 2x + y \leq 80$.

Như thế ta có hệ bất phương trình

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + 2y \leq 100 \\ 2x + y \leq 80 \end{cases}$$

Biểu diễn tập nghiệm của hệ bất phương trình là tứ giác $OABC$ như hình vẽ dưới đây.



Trong đó $O(0;0)$, $A(40;0)$, $B(20;40)$, $C(0;50)$.

Lợi nhuận thu được là $T(x; y) = 400\,000.x + 300\,000.y$ đ.

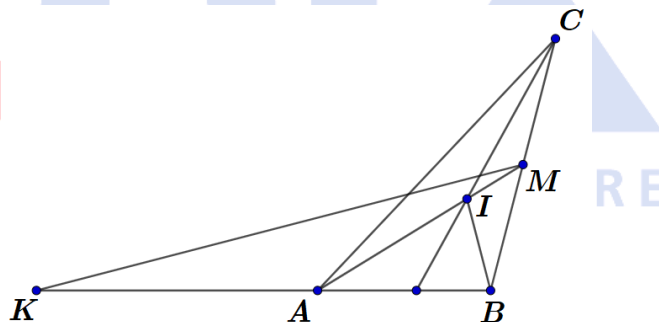
Ta tính được $T(0;0) = 0$, $T(40;0) = 16\,000\,000$, $T(20;40) = 20\,000\,000$, $T(0;50) = 15\,000\,000$.

Vậy sản xuất 20 kg sản phẩm loại A và 40 kg sản phẩm loại B thì thu được lợi nhuận lớn nhất là 20 triệu đồng.

Câu 6: Cho tam giác ABC có $AB = 2$, $BC = 3$, $CA = 4$, M là trung điểm của BC , đường phân giác trong góc C cắt AM tại điểm I . Gọi K thuộc đường thẳng AB sao cho KM vuông góc với BI . Tính tỉ số $\frac{AK}{AB}$. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 1,63



$$\text{Ta có } AM = \sqrt{BA^2 + BM^2 - 2BAMB \cos ABM} = \sqrt{2^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2 \cdot 2 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{2^2 + 3^2 - 4^2}{2 \cdot 2 \cdot 3}} = \frac{\sqrt{31}}{2}$$

$$\text{Tam giác } ACM \text{ có đường phân giác } CI \text{ nên } \frac{AI}{AC} = \frac{IM}{CM} \Leftrightarrow \frac{AI}{4} = \frac{IM}{\frac{3}{2}} = \frac{AM}{\frac{11}{2}} \Rightarrow AI = \frac{8}{11} AM$$

Đặt $\overrightarrow{KB} = k\overrightarrow{AB} (k > 0)$, do BI vuông góc với KM nên $\overrightarrow{BI} \cdot \overrightarrow{KM} = 0$

$$\Leftrightarrow (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AI}) \cdot (\overrightarrow{KB} + \overrightarrow{BM}) = (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AI}) \cdot (k\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM}) = 0$$

$$\Leftrightarrow -kAB^2 + \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BM} + k\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{BM} = 0$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BM} = \frac{1}{2} \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{1}{2} \frac{BA^2 + BC^2 - AC^2}{2} = \frac{-3}{4}$$

$$\text{Ta có } k\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{8k}{11} \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{8k}{11} \frac{AM^2 + AB^2 - BM^2}{2} = \frac{38k}{11}$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AI} \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{IA} \overrightarrow{MB} = \frac{8}{11} \overrightarrow{MA} \overrightarrow{MB} = \frac{8}{11} \frac{MA^2 + MB^2 - AB^2}{2} = \frac{24}{11}$$

$$\text{Khi đó } \Leftrightarrow \overrightarrow{BI} \overrightarrow{KM} = -4k + \frac{-3}{2} + \frac{38k}{11} + \frac{24}{11} = 0 \Leftrightarrow k = \frac{21}{8} \Rightarrow KB = \frac{11}{2} \Rightarrow \frac{AK}{AB} = \frac{13}{8} \approx 1,63.$$

