

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho các tập hợp $A = \left[-5; \frac{1}{2}\right]$, $B = (-3; +\infty)$. Khi đó tập hợp $A \cap B =$

A. $\left\{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x < \frac{1}{2}\right\}$

B. $\left\{x \in \mathbb{R} \mid -5 < x \leq \frac{1}{2}\right\}$

C. $\left\{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x \leq \frac{1}{2}\right\}$

D. $\left\{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x \leq \frac{1}{2}\right\}$

Câu 2: Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương. Hai vectơ nào sau đây cùng phương?

A. $-\frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$ và $2\vec{a} + \vec{b}$

B. $-3\vec{a} + \vec{b}$ và $-\frac{1}{2}\vec{a} + 6\vec{b}$

C. $\frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$ và $-\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}$

D. $\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}$ và $\vec{a} - 2\vec{b}$

Câu 3: Cho các điểm phân biệt A, B, C . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$.

D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC}$.

Câu 4: Cho giá trị gần đúng của $\frac{8}{17}$ là 0,47. Sai số tuyệt đối của 0,47 không vượt quá

A. 0,0003.

B. 0,0006.

C. 0,0004.

D. 0,0002.

Câu 5: Đẳng thức nào sau đây mô tả đúng hình vẽ bên?



A. $3\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.

B. $3\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$.

C. $\overrightarrow{AI} + 3\overrightarrow{AB} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{BI} + 3\overrightarrow{BA} = \vec{0}$.

Câu 6: Cho tam giác đều ABC cạnh a , trọng tâm G . Phát biểu nào là đúng?

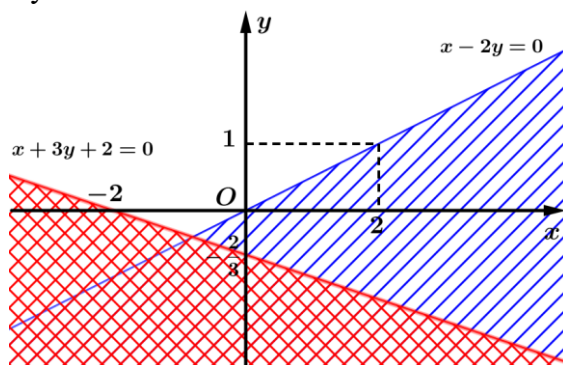
A. $\overrightarrow{GA} = \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{GC}$.

B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.

C. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = \sqrt{3}|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}|$.

D. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2a$.

Câu 7: Trong hình vẽ dưới đây, phần mặt phẳng không bị gạch (kể cả bờ) biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình nào dưới đây?



A. $\begin{cases} x - 2y \leq 0 \\ x + 3y \geq -2 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x - 2y \geq 0 \\ x + 3y \geq -2 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x - 2y < 0 \\ x + 3y > -2 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x - 2y \leq 0 \\ x + 3y \leq -2 \end{cases}$

Câu 8: Cho số gần đúng $a = 23748023$ với độ chính xác $d = 101$. Số quy tròn của số a là

A. 23748000.

B. 23746000.

C. 23749000.

D. 23747000.

Câu 9: Cho $DABC$ có D là trung điểm của AB , M là trung điểm của CD . Đẳng thức nào sau đây đúng?

Tư vấn hướng nghiệp cho học sinh bằng phân tích nhân tướng học – xem chỉ tay – tử vi

A. $\overline{MC} + \overline{MA} + 2\overline{BM} = 0$.

B. $\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC} + \overline{MD} = 0$.

C. $\overline{MA} + \overline{MB} + 2\overline{MC} = 0$.

D. $\overline{MC} + \overline{MA} + \overline{MB} = 0$.

Câu 10: Mệnh đề phủ định của mệnh đề: " $\exists x \in \mathbf{R}, 5x - 3x^2 = 1$ " là:

A. " $\exists x \in \mathbf{R}, 5x - 3x^2 \geq 1$ ".

B. " $\forall x \in \mathbf{R}, 5x - 3x^2 \neq 1$ ".

C. " $\exists x \in \mathbf{R}, 5x - 3x^2 \neq 1$ ".

D. " $\forall x \in \mathbf{R}, 5x - 3x^2 = 1$ ".

Câu 11: Một vật có thể tích là $180,37\text{cm}^3 \pm 0,05\text{cm}^3$. Sai số tương đối của giá trị gần đúng không vượt quá

A. 0,05%.

B. 0,03%.

C. 0,01%.

D. 0,04%.

Câu 12: Cho bốn điểm A, B, C, D . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{DA} + \overline{BC}$.

B. $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{CB}$.

C. $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{BC}$.

D. $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AC} + \overline{BD}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Minh ghi lại số thư điện tử nhận được mỗi ngày trong tháng 01/2021 ở bảng sau:

Số thư	0	1	3	4	5	6	
Số ngày	4	13	5	2	6	1	31

a) Mốt của mẫu số liệu trên là $M_o = 13$.

b) Số trung bình của mẫu số liệu trên không vượt quá 2,4.

c) Số trung vị của mẫu số liệu trên là $M_e = 1$.

d) Tổng của tứ phân vị thứ nhất và tứ phân vị thứ ba là $Q_1 + Q_3 = 6$.

Câu 2: Cho hình bình hành $ABCD$. Hai điểm M và N lần lượt là trung điểm của BC và AD , gọi E, F lần lượt là giao điểm của BD với AM, CN .

a) $\overline{AD} + \overline{AB} = \overline{AC}$.

b) $\overline{AM} - \overline{MC} = \overline{AC}$.

c) $\overline{AM} + \overline{AN} = \overline{MN}$.

d) $\overline{BE} + \overline{FD} = \overline{ED}$.

Câu 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(-2;5), B(-4;-2), C(1;5)$.

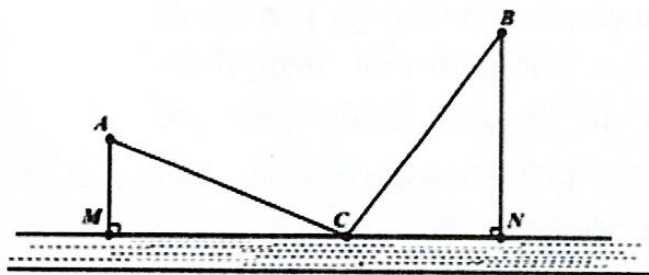
a) Ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

b) $G\left(-\frac{5}{3}; \frac{8}{3}\right)$ là tọa độ trọng tâm của tam giác ABC .

c) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi đó tọa độ điểm D là $D(3;10)$

d) $\angle ACB = 45^\circ$ (đơn vị độ, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Câu 4: Thành phố Hải Đông dự định xây dựng một trạm nước sạch để cung cấp cho hai khu dân cư A và B . Trạm nước sạch đặt tại vị trí C trên bờ sông. Biết $AB = 3\sqrt{17}\text{ km}$, khoảng cách từ A và B đến bờ sông lần lượt là $AM = 3\text{ km}, BN = 6\text{ km}$ (hình vẽ).



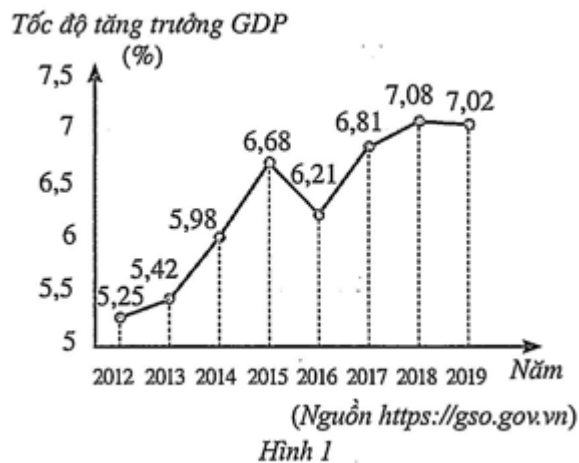
- a) Khoảng cách $MN = 18\text{km}$.
- b) Nếu trạm nước đặt tại vị trí C là trung điểm của MN thì khi đó $ACB = 90^\circ$.
- c) Nếu vị trí trạm nước cách A một khoảng $4,5\text{km}$ thì trạm cách B một khoảng lớn hơn 17km .
- d) Gọi T là tổng độ dài đường ống từ trạm nước đến A và B . Giá trị nhỏ nhất của T lớn hơn 20.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

- Câu 1:** Cho các vector $\vec{a}, \vec{b}$ có độ dài bằng 1 và góc tạo bởi hai vector bằng 60° . Tính cosin góc giữa hai vector $\vec{u}$ và $\vec{v}$ với $\vec{u} = \vec{a} + 2\vec{b}, \vec{v} = \vec{a} - \vec{b}$ (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)
- Câu 2:** Cho tam giác ABC có $A(1; -1), B(2; -1), C(6; 0)$. Biết tọa độ chân đường cao hạ từ đỉnh A của tam giác ABC là $H(x; y)$. Tính giá trị biểu thức $T = 17x + 34y$
- Câu 3:** Bác Năm dự định trồng ngô và đậu xanh trên một mảnh đất có diện tích 8 hecta (ha). Nếu trồng 1 ha ngô thì cần 20 ngày công và thu được 40 triệu đồng. Nếu trồng 1 ha đậu xanh thì cần 30 ngày công và thu được 50 triệu đồng. Để thu được nhiều tiền nhất thì bác Năm cần trồng m ha ngô và n ha đậu xanh, với $m; n$ là các số tự nhiên. Tính giá trị $m + n$. Biết rằng, bác Năm chỉ có thể sử dụng không quá 180 ngày công cho việc trồng ngô và đậu xanh.
- Câu 4:** Một máy bay đang bay từ hướng đông sang hướng tây với tốc độ 700 km/h thì gặp luồng gió thổi từ hướng đông bắc sang hướng tây nam với tốc độ 40 km/h (hình vẽ bên). Máy bay bị thay đổi vận tốc sau khi gặp gió thổi. Tìm tốc độ mới của máy bay (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị theo đơn vị km/h).



- Câu 5:** Biểu đồ đoạn thẳng ở Hình 1 biểu diễn tốc độ tăng trưởng GDP của Việt Nam giai đoạn 2012-2019.



Tính phương sai của mẫu số liệu đó (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 6: Cho tam giác ABC vuông tại A , có $AB = 3$, $AC = 4$ và O là trung điểm BC , M là điểm di động trên đường thẳng AB . Biểu thức $T = \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MO} + \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MO} + \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MO}$ có giá trị nhỏ nhất bằng (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

----- HẾT -----



HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho các tập hợp $A = \left[-5; \frac{1}{2}\right]$, $B = (-3; +\infty)$. Khi đó tập hợp $A \cap B =$

A. $\left\{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x < \frac{1}{2}\right\}$

B. $\left\{x \in \mathbb{R} \mid -5 < x \leq \frac{1}{2}\right\}$

C. $\left\{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x \leq \frac{1}{2}\right\}$

D. $\left\{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x \leq \frac{1}{2}\right\}$

Lời giải

Vì với $x \in A \cap B \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in B \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} -5 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ x > -3 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < x \leq \frac{1}{2}.$

Câu 2: Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương. Hai vectơ nào sau đây cùng phương?

A. $-\frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$ và $2\vec{a} + \vec{b}$

B. $-3\vec{a} + \vec{b}$ và $-\frac{1}{2}\vec{a} + 6\vec{b}$

C. $\frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$ và $-\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}$

D. $\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}$ và $\vec{a} - 2\vec{b}$

Lời giải

Ta có: $\frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b} = -\left(-\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}\right).$

Câu 3: Cho các điểm phân biệt A, B, C . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC}.$

B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC}.$

C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}.$

D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC}.$

Lời giải

Theo quy tắc ba điểm ta có $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB}.$

Câu 4: Cho giá trị gần đúng của $\frac{8}{17}$ là 0,47. Sai số tuyệt đối của 0,47 không vượt quá

A. 0,0003.

B. 0,0006.

C. 0,0004.

D. 0,0002.

Lời giải

Ta có $\left|0,47 - \frac{8}{17}\right| < 0,00059$ suy ra sai số tuyệt đối của 0,47 không vượt quá 0,0006.

Câu 5: Đẳng thức nào sau đây mô tả đúng hình vẽ bên?



A. $3\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}.$

B. $3\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}.$

C. $\overrightarrow{AI} + 3\overrightarrow{AB} = \vec{0}.$

D. $\overrightarrow{BI} + 3\overrightarrow{BA} = \vec{0}.$

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AI}$ là hai véc-tơ ngược hướng và $|\overrightarrow{AB}| = 3|\overrightarrow{AI}|$ nên $3\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}.$

Câu 6: Cho tam giác đều ABC cạnh a , trọng tâm G . Phát biểu nào là đúng?

A. $\overrightarrow{GA} = \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{GC}.$

B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}.$

C. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = \sqrt{3}|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}|.$

D. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2a.$

Lời giải

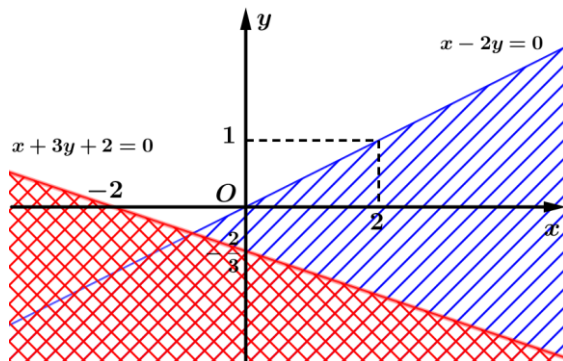
Ta có $|\overline{AB} + \overline{AC}| = |2\overline{AI}| = 2AI$ với I là trung điểm của BC . Tam giác ABC đều cạnh a

$$\Rightarrow AI = \frac{\sqrt{3}}{2}a \Rightarrow 2AI = \sqrt{3}a \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác ta có } \sqrt{3}|\overline{AB} - \overline{AC}| = \sqrt{3}|\overline{CB}| = \sqrt{3}a \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta suy ra } |\overline{AB} + \overline{AC}| = \sqrt{3}|\overline{AB} - \overline{AC}|.$$

Câu 7: Trong hình vẽ dưới đây, phần mặt phẳng không bị gạch (kể cả bờ) biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình nào dưới đây?



A. $\begin{cases} x - 2y \leq 0 \\ x + 3y \geq -2 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x - 2y \geq 0 \\ x + 3y \geq -2 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x - 2y < 0 \\ x + 3y > -2 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x - 2y \leq 0 \\ x + 3y \leq -2 \end{cases}$

Lời giải

Vì miền nghiệm của hệ bất phương trình bao gồm cả bờ nên loại đáp án **C**.

Chọn điểm $M(0;1)$ thuộc miền nghiệm.

Thay tọa độ điểm vào $M(0;1)$ bất hệ phương trình $\begin{cases} x - 2y \geq 0 \\ x + 3y \geq -2 \end{cases}$ của đáp án B ta thấy không thỏa mãn.

Thay tọa độ điểm vào $M(0;1)$ bất hệ phương trình $\begin{cases} x - 2y \leq 0 \\ x + 3y \leq -2 \end{cases}$ của đáp án D ta thấy không thỏa mãn.

Vậy **Chọn A**

Câu 8: Cho số gần đúng $a = 23748023$ với độ chính xác $d = 101$. Số quy tròn của số a là

A. 23748000.

B. 23746000.

C. 23749000.

D. 23747000.

Lời giải

Vì độ chính xác $d = 101$ (hàng trăm) nên ta làm tròn số a đến hàng nghìn.

Số quy tròn của số a là 23748000.

Câu 9: Cho $DABC$ có D là trung điểm của AB , M là trung điểm của CD . Đẳng thức nào sau đây đúng?

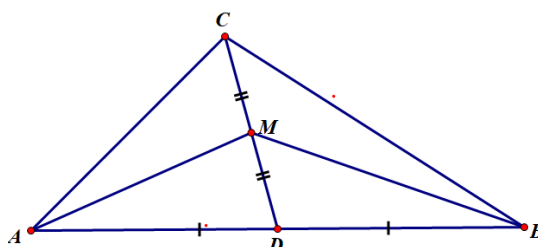
A. $\overline{MC} + \overline{MA} + 2\overline{BM} = 0$.

B. $\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC} + \overline{MD} = 0$.

C. $\overline{MA} + \overline{MB} + 2\overline{MC} = 0$.

D. $\overline{MC} + \overline{MA} + \overline{MB} = 0$.

Lời giải



Tư vấn hướng nghiệp cho học sinh bằng phân tích nhân tướng học – xem chỉ tay – tử vi

$$\text{Ta có: } \overline{MC} + \overline{MA} + 2\overline{BM} = \overline{BM} + \overline{MC} + \overline{BM} + \overline{MA} = \overline{BC} + \overline{BA} \stackrel{1}{=} 0.$$

$$\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC} + \overline{MD} = (\overline{MA} + \overline{MB}) + (\overline{MC} + \overline{MD}) = 2\overline{MD} \stackrel{1}{=} 0.$$

$$\overline{MA} + \overline{MB} + 2\overline{MC} = 2\overline{MD} + 2\overline{MC} = 2(\overline{MD} + \overline{MC}) = 2.0 = 0.$$

$$\overline{MC} + \overline{MA} + \overline{MB} = \overline{MC} + 2\overline{MD} = \overline{MD} \stackrel{1}{=} 0.$$

Câu 10: Mệnh đề phủ định của mệnh đề: " $\exists x \in \mathbf{R}, 5x - 3x^2 = 1$ " là:

A. " $\exists x \in \mathbf{R}, 5x - 3x^2 \geq 1$ ".

B. " $\forall x \in \mathbf{R}, 5x - 3x^2 \neq 1$ ".

C. " $\exists x \in \mathbf{R}, 5x - 3x^2 \neq 1$ ".

D. " $\forall x \in \mathbf{R}, 5x - 3x^2 = 1$ ".

Lời giải

Câu 11: Một vật có thể tích là $180,37\text{cm}^3 \pm 0,05\text{cm}^3$. Sai số tương đối của giá trị gần đúng không vượt quá

A. 0,05%.

B. 0,03%.

C. 0,01%.

D. 0,04%.

Lời giải

Sai số tương đối không vượt quá $\frac{0,05}{180,37} \approx 0,03\%$

Câu 12: Cho bốn điểm A, B, C, D . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{DA} + \overline{BC}$.

B. $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{CB}$.

C. $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{BC}$.

D. $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AC} + \overline{BD}$.

Lời giải

Ta có $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{DB} + \overline{CB} + \overline{BD} = \overline{AD} + \overline{CB} + (\overline{DB} + \overline{BD}) = \overline{AD} + \overline{CB}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Minh ghi lại số thư điện tử nhận được mỗi ngày trong tháng 01/2021 ở bảng sau:

Số thư	0	1	3	4	5	6	
Số ngày	4	13	5	2	6	1	31

a) Một của mẫu số liệu trên là $M_o = 13$.

b) Số trung bình của mẫu số liệu trên không vượt quá 2,4.

c) Số trung vị của mẫu số liệu trên là $M_e = 1$.

d) Tổng của tứ phân vị thứ nhất và tứ phân vị thứ ba là $Q_1 + Q_3 = 6$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

a) **Sai.** Một của mẫu số liệu trên là $M_o = 1$ vì giá trị này có số lần xuất hiện cao nhất (13 lần)

b) **Đúng.** Số trung bình của mẫu số liệu trên là $\bar{x} = \frac{4.0 + 13.1 + 5.3 + 2.4 + 6.5 + 1.6}{31} \approx 2,32 < 2,4$.

c) **Đúng.** Bảng trên có 31 giá trị được xếp theo thứ tự không giảm. Số trung vị của mẫu số liệu trên là $M_e = x_{16} = 1$.

d) **Sai.** Bảng trên có 31 giá trị được xếp theo thứ tự không giảm với số trung vị $M_e = x_{16} = 1$.

Tứ phân vị thứ nhất là trung vị của 15 số liệu bên trái số trung vị là $Q_1 = x_8 = 1$.

Tứ phân vị thứ ba là trung vị của 15 số liệu bên phải số trung vị là $Q_3 = x_{24} = 4$.

Do đó tổng của tứ phân vị thứ nhất và tứ phân vị thứ ba là $Q_1 + Q_3 = 5$.

Câu 2: Cho hình bình hành $ABCD$. Hai điểm M và N lần lượt là trung điểm của BC và AD , gọi E, F lần lượt là giao điểm của BD với AM, CN .

a) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.

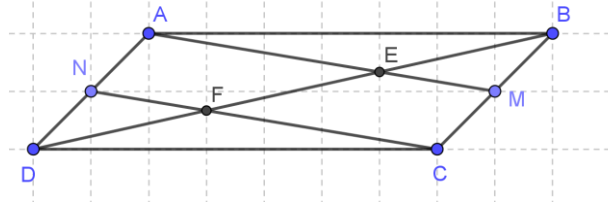
b) $\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AC}$.

c) $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{MN}$.

d) $\overrightarrow{BE} + \overrightarrow{FD} = \overrightarrow{ED}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------



a) Theo quy tắc hình bình hành, suy ra mệnh đề **đúng**.

b) Ta có: $AN = \frac{1}{2}AD; CM = \frac{1}{2}BC \Rightarrow AN = CM$.

Mà $\overrightarrow{AN}; \overrightarrow{MC}$ cùng hướng nên $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{MC}$.

$\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{NM}$, suy ra mệnh đề **sai**.

c) Ta có: $\begin{cases} AN // CM \\ AN = \frac{1}{2}AD; CM = \frac{1}{2}BC \Rightarrow AN = CM \end{cases} \Rightarrow AMCN \text{ là hình bình hành.}$

Nên $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AC}$ suy ra mệnh đề **sai**

d) Do tứ giác $AMCN$ là hình bình hành nên $ME // FC$, $BM = MC$ suy ra $BE = EF$.

Mà $\overrightarrow{BE}; \overrightarrow{EF}$ cùng hướng nên $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{EF}$.

Ta có: $\overrightarrow{BE} + \overrightarrow{FD} = \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FD} = \overrightarrow{ED}$, suy ra mệnh đề **đúng**.

Câu 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(-2;5), B(-4;-2), C(1;5)$.

a) Ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

b) $G\left(-\frac{5}{3}; \frac{8}{3}\right)$ là tọa độ trọng tâm của tam giác ABC .

c) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi đó tọa độ điểm D là $D(3;10)$

d) $ACB = 45^\circ$ (đơn vị độ, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-2; -7), \overrightarrow{AC} = (3; 0)$.

Do $\frac{3}{-2} \neq \frac{0}{-7}$ nên $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ không cùng phương. Vì vậy ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

b) Do G là trọng tâm của tam giác ABC nên $G\left(-\frac{5}{3}; \frac{8}{3}\right)$.

c) Giả sử $D(x; y)$. Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-2; -7), \overrightarrow{DC} = (1-x; 5-y)$.

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nếu $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 = 1-x \\ -7 = 5-y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 12 \end{cases}$.

Vậy $D(3;12)$.

d) Ta có: $AB = \sqrt{(-2)^2 + (-7)^2} = \sqrt{53}$, $AC = \sqrt{[1 - (-2)]^2 + (5 - 5)^2} = 3$,

$BC = \sqrt{[1 - (-4)]^2 + [5 - (-2)]^2} = \sqrt{74}$.

Ta có: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = (-2) \cdot 3 + (-7) \cdot 0 = -6$.

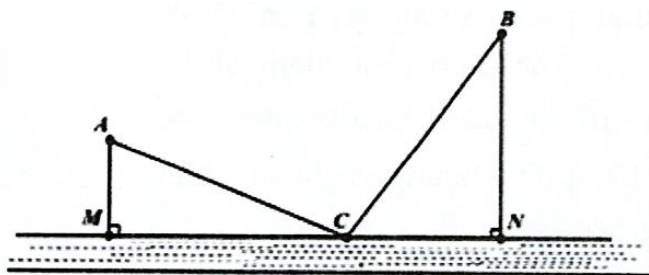
Suy ra $\cos BAC = \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \frac{-6}{\sqrt{53} \cdot 3} = -\frac{2\sqrt{53}}{53}$ nên $BAC \approx 106^\circ$.

Ta có: $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 2.5 + 7.7 = 59$.

Suy ra $\cos ABC = \cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = \frac{\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{BA}| \cdot |\overrightarrow{BC}|} = \frac{59}{\sqrt{53} \cdot \sqrt{74}}$ nên $ABC \approx 20^\circ$.

Vậy $ACB = 180^\circ - (BAC + ABC) \approx 180^\circ - (106^\circ + 20^\circ) = 54^\circ$.

Câu 4: Thành phố Hải Đông dự định xây dựng một trạm nước sạch để cung cấp cho hai khu dân cư A và B . Trạm nước sạch đặt tại vị trí C trên bờ sông. Biết $AB = 3\sqrt{17} \text{ km}$, khoảng cách từ A và B đến bờ sông lần lượt là $AM = 3 \text{ km}$, $BN = 6 \text{ km}$ (hình vẽ).



a) Khoảng cách $MN = 18 \text{ km}$.

b) Nếu trạm nước đặt tại vị trí C là trung điểm của MN thì khi đó $ACB = 90^\circ$.

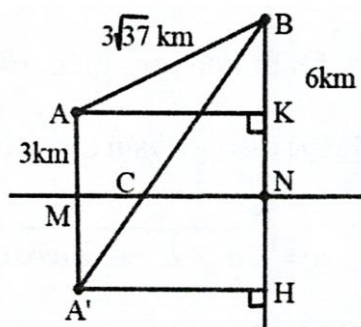
c) Nếu vị trí trạm nước sạch cách A một khoảng $4,5 \text{ km}$ thì trạm cách B một khoảng lớn hơn 17 km .

d) Gọi T là tổng độ dài đường ống từ trạm nước đến A và B . Giá trị nhỏ nhất của T lớn hơn 20.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

Kẻ $AK \perp BN$; $A'H \perp BN$.



a) Đúng.

$MN = AK = A'H = \sqrt{AB^2 - KB^2} = \sqrt{(3\sqrt{37})^2 - 3^2} = 18 \text{ km}$. vậy a) đúng.

b) Sai.

$MN = 18 \text{ km}$. Mà C là trung điểm của MN thì khi đó $MC = NC = 9 \text{ km}$.

$AC = \sqrt{AM^2 + MC^2} = \sqrt{3^2 + 9^2} = 3\sqrt{10} \text{ km}$.

$BC = \sqrt{BN^2 + NC^2} = \sqrt{6^2 + 9^2} = 3\sqrt{13} \text{ km}$.

Tư vấn hướng nghiệp cho học sinh bằng phân tích nhân tướng học – xem chỉ tay – tử vi

$BC^2 + AC^2 = 207 \Rightarrow BC^2 + AC^2 \neq AB^2$ nên tam giác ABC có $ACB \neq 90^\circ$. Do đó, b) sai.
 $AB^2 = 333$

c) Sai.

Khi $AC = 4,5\text{km}$ thì $MC = \sqrt{AC^2 - AM^2} = \sqrt{4,5^2 - 3^2} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$.

Khi đó $NC = 18 - \frac{3\sqrt{5}}{2}$ nên $BC = \sqrt{NC^2 + BN^2} = \sqrt{\left(18 - \frac{3\sqrt{5}}{2}\right)^2 + 6^2} \approx 15,83\text{km}$. Nên c) sai

d) Đúng.

Gọi A' đối xứng với A qua MN , D là trung của NB .

$T = CA + CB = CA' + CB \geq A'B$ (không đổi). Đẳng thức xảy ra khi $\{C\} = MN \cap A'B$.

$MN = AK = A'H = \sqrt{AB^2 - KB^2} = \sqrt{(3\sqrt{37})^2 - 3^2} = 18\text{km}$.

Vậy $A'B = \sqrt{A'H^2 + HB^2} = \sqrt{18^2 + 9^2} = 9\sqrt{5} \approx 20,12\text{km}$. Do đó d) đúng.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho các vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ có độ dài bằng 1 và góc tạo bởi hai vectơ bằng 60° . Tính cosin góc giữa hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ với $\vec{u} = \vec{a} + 2\vec{b}, \vec{v} = \vec{a} - \vec{b}$ (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

Lời giải

Trả lời: -0,2

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = (\vec{a} + 2\vec{b})(\vec{a} - \vec{b}) = \vec{a}^2 + \vec{a} \cdot \vec{b} - 2\vec{b}^2 = a^2 + |\vec{a}| |\vec{b}| \cos(\vec{a}, \vec{b}) - 2b^2 = -\frac{1}{2}$$

$$\vec{u}^2 = (\vec{a} + 2\vec{b})^2 = \vec{a}^2 + 4\vec{a} \cdot \vec{b} + 4\vec{b}^2 = 1 + 4 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \cos 60^\circ + 4 \cdot 1 = 7 \Rightarrow |\vec{u}| = \sqrt{7}$$

$$\vec{v}^2 = (\vec{a} - \vec{b})^2 = \vec{a}^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2 = 1 - 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \cos 60^\circ + 1 = 1 \Rightarrow |\vec{v}| = 1$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v}) \Rightarrow \cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{-\frac{1}{2}}{\sqrt{7} \cdot 1} = -\frac{\sqrt{7}}{14} \approx -0,2$$

Câu 2: Cho tam giác ABC có $A(1; -1), B(2; -1), C(6; 0)$. Biết tọa độ chân đường cao hạ từ đỉnh A của tam giác ABC là $H(x; y)$. Tính giá trị biểu thức $T = 17x + 34y$

Lời giải

Trả lời: -24

Gọi $H(x; y)$ là tọa độ chân đường cao hạ từ A của tam giác ABC

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \overline{AH} = (x-1; y+1) \\ \overline{BH} = (x-2; y+1) \\ \overline{BC} = (4; 1) \end{cases}$$

Vì $H(x; y)$ là chân đường vuông góc hạ từ A nên:

$\overline{AH} \perp \overline{BC}$ và $\overline{BH}, \overline{BC}$ cùng phương

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4(x-1) + 1(y+1) = 0 \\ \frac{x-2}{4} = \frac{y+1}{1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + y = 3 \\ x - 4y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{18}{17} \\ y = -\frac{21}{17} \end{cases} \Rightarrow H\left(\frac{18}{17}; -\frac{21}{17}\right).$$

Câu 3: Bác Năm dự định trồng ngô và đậu xanh trên một mảnh đất có diện tích 8 hecta (ha). Nếu trồng 1 ha ngô thì cần 20 ngày công và thu được 40 triệu đồng. Nếu trồng 1 ha đậu xanh thì cần 30 ngày công và

Tư vấn hướng nghiệp cho học sinh bằng phân tích nhân tướng học – xem chỉ tay – tử vi

thu được 50 triệu đồng. Để thu được nhiều tiền nhất thì bác Năm cần trồng m ha ngô và n ha đậu xanh, với m, n là các số tự nhiên. Tính giá trị $m + n$. Biết rằng, bác Năm chỉ có thể sử dụng không quá 180 ngày công cho việc trồng ngô và đậu xanh.

Lời giải

Trả lời: 8

Gọi x là số hecta (ha) đất trồng ngô và y là số hecta đất trồng đậu xanh.

Ta có các điều kiện ràng buộc đối với x, y như sau: Hiển nhiên $x \geq 0, y \geq 0$.

- Diện tích canh tác không vượt quá 8 ha nên $x + y \leq 8$.

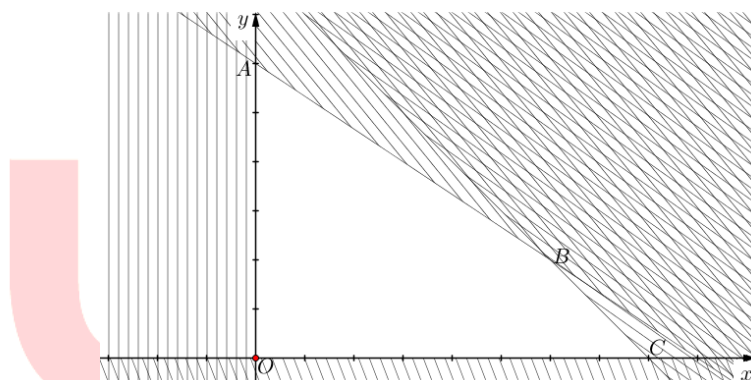
- Số ngày công sử dụng không vượt quá 180 nên $20x + 30y \leq 180$.

Từ đó, ta có hệ bất phương trình mô tả các điều kiện ràng buộc:

$$\begin{cases} x + y \leq 8 \\ 20x + 30y \leq 180 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình này trên hệ trục tọa độ Oxy, ta được miền tứ giác $OABC$ (Hình).

Toạ độ các đỉnh của tứ giác đó là: $O(0;0); A(0;6); B(6;2); C(8;0)$.



Gọi F là số tiền (đơn vị: triệu đồng) bác Năm thu được, ta có: $F = 40x + 50y$.

Ta phải tìm x, y thỏa mãn hệ bất phương trình sao cho F đạt giá trị lớn nhất, nghĩa là tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $F = 40x + 50y$ trên miền tứ giác $OABC$.

Tính các giá trị của biểu thức F tại các đỉnh của đa giác, ta có:

Tại $O(0;0)$: $F = 40.0 + 50.0 = 0$.

Tại $A(0;6)$: $F = 40.0 + 50.6 = 300$.

Tại $B(6;2)$: $F = 40.6 + 50.2 = 340$.

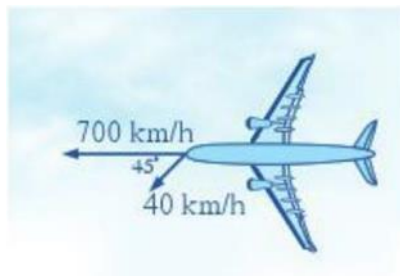
Tại $C(8;0)$: $F = 40.8 + 50.0 = 320$.

F đạt giá trị lớn nhất bằng 340 tại $B(6;2)$.

Vậy để thu được nhiều tiền nhất, bác Năm cần trồng 6 ha ngô và 2 ha đậu xanh.

Khi đó $\begin{cases} m = 6 \\ n = 2 \end{cases} \Rightarrow m + n = 8$.

Câu 4: Một máy bay đang bay từ hướng đông sang hướng tây với tốc độ 700 km/h thì gặp luồng gió thổi từ hướng đông bắc sang hướng tây nam với tốc độ 40 km/h (hình vẽ bên). Máy bay bị thay đổi vận tốc sau khi gặp gió thổi. Tìm tốc độ mới của máy bay (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị theo đơn vị km/h).



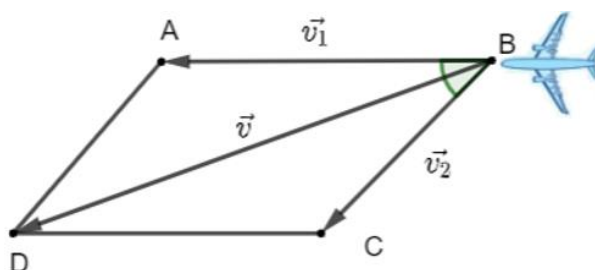
Lời giải

Trả lời: 729

Ta có $\cos \alpha + \sin \alpha = \frac{1}{3} \Rightarrow (\cos \alpha + \sin \alpha)^2 = \frac{1}{9} \Leftrightarrow 1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{9} \Rightarrow \sin \alpha \cos \alpha = -\frac{4}{9}$.

Gọi $\vec{v}_1$ là vận tốc của máy bay khi không có gió, $|\vec{v}_1| = 700$ (km/h);

$\vec{v}_2$ là vận tốc của gió, $|\vec{v}_2| = 40$ (km/h); $\vec{v}$ là vận tốc của máy bay khi có gió.

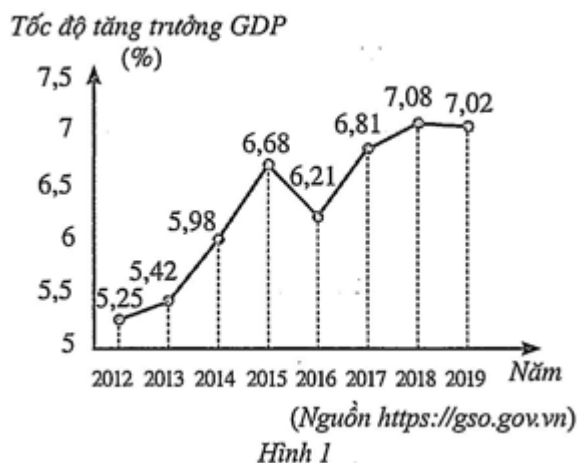


Ta có: $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$, vì $(\vec{v}_1, \vec{v}_2) = 45^\circ$ nên

$$\begin{aligned} |\vec{v}|^2 &= (\vec{v}_1 + \vec{v}_2)^2 = \vec{v}_1^2 + 2 \cdot \vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 + \vec{v}_2^2 = |\vec{v}_1|^2 + 2 \cdot |\vec{v}_1| \cdot |\vec{v}_2| \cdot \cos 45^\circ + |\vec{v}_2|^2 \\ &= 40^2 + 2 \cdot 40 \cdot 700 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + 700^2 \approx 531197,98 \end{aligned}$$

Suy ra $|\vec{v}| \approx 729$ (km/h).

Câu 5: Biểu đồ đoạn thẳng ở Hình 1 biểu diễn tốc độ tăng trưởng GDP của Việt Nam giai đoạn 2012-2019.



Tính phương sai của mẫu số liệu đó (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Trả lời: 0,44

Số trung bình cộng của mẫu số liệu trên là:

$$\bar{x} = \frac{5,25 + 5,42 + 5,98 + 6,68 + 6,21 + 6,81 + 7,08 + 7,02}{8} = 6,30625(\%).$$

Ta có:

Phương sai của mẫu số liệu trên là: $s^2 = \frac{3,5183875}{8} \approx 0,44$.

Lời giải

$$\Rightarrow \frac{MI}{KO} = \frac{5}{6} \Rightarrow MI = \frac{5}{3} \Rightarrow T_{\min} = \frac{125}{16} \approx 7,81.$$