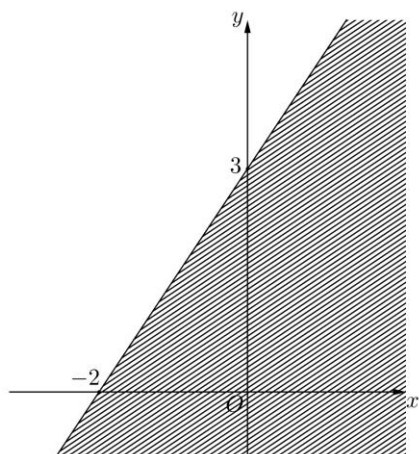
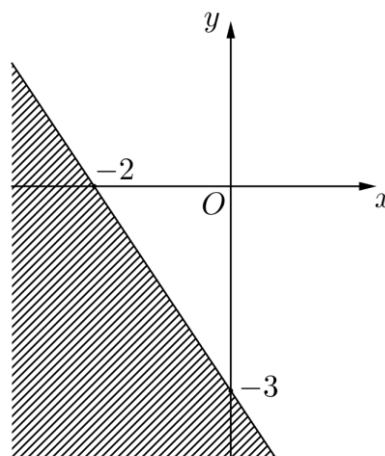


PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

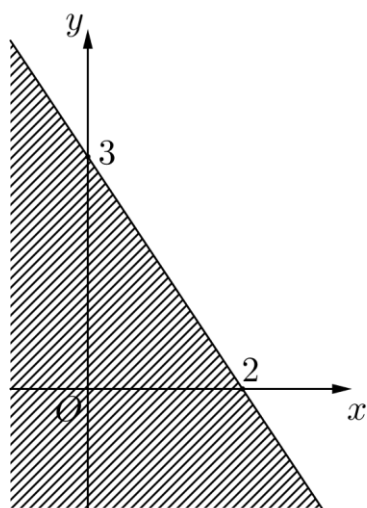
Câu 1: Trong mặt phẳng Oxy , nửa mặt phẳng không bị gạch chéo trong hình nào dưới đây là miền nghiệm của bất phương trình $3x - 2y + 6 \geq 0$?



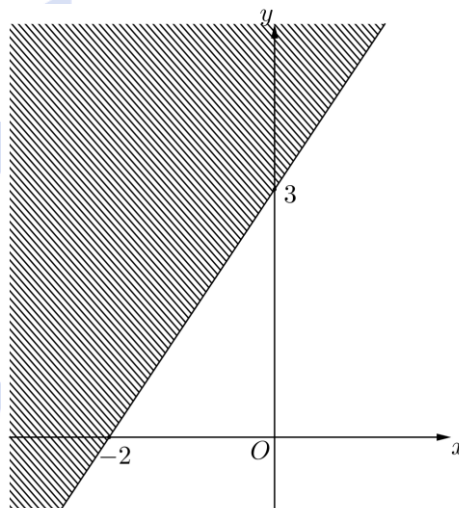
A.



B.



C.



D.

Câu 2: Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O . Ba vector bằng vector $\overrightarrow{BA}$ là

A. $\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{OF}, \overrightarrow{DE}$.

B. $\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{DE}, \overrightarrow{OC}$.

C. $\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{ED}, \overrightarrow{OC}$.

D. $\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{DE}, \overrightarrow{CO}$.

Câu 3: Trong các cặp số sau, tìm cặp số không là nghiệm của hệ bất phương trình

$$\begin{cases} x + y - 2 \leq 0 \\ 2x - 3y + 2 > 0 \end{cases}$$

A. $(0; 0)$.

B. $(1; 1)$.

C. $(-1; 1)$.

D. $(-1; -1)$.

Câu 4: Cho mẫu số liệu thống kê $\{2; 4; 6; 8; 10\}$. Số trung bình của mẫu số liệu trên là:

A. 12.

B. 6.

C. 8.

D. 6,5.

Câu 5: Cho tam giác ABC có $BAC = 60^\circ$, $AC = 8\text{cm}$, $AB = 5\text{cm}$. Tính độ dài cạnh BC của tam giác ABC .

A. $\sqrt{97}$.

B. 7.

C. $\sqrt{61}$.

D. 49.

Câu 6: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}|$.

- A. $2a\sqrt{2}$. B. $3a$. C. $a\sqrt{2}$. D. $2a$.

Câu 7: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. $\forall x \in \mathbb{Q} : (x-1)^2 \neq x-1$. B. $\exists n \in \mathbb{Q} : n^2 + 1$ chia hết cho 4.
C. $\forall n \in \mathbb{Q} : n^2 + 1$ không chia hết cho 3. D. $\forall x \in \mathbb{Q} : |x| < 3 \Leftrightarrow x < 3$.

Câu 8: Trên đường thẳng chứa cạnh BC của tam giác ABC lấy một điểm M sao cho $\overrightarrow{MB} = 3\overrightarrow{MC}$. Khi đó đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AM} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.
C. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

Câu 9: Cho hai điểm B, C phân biệt. Tập hợp những điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CM}^2$ là:

- A. Đường tròn đường kính BC . B. Đường tròn $(B; BC)$.
C. Đường tròn $(C; CB)$. D. Một đường khác.

Câu 10: Cho $A = (-\infty; -2]$, $B = [3; +\infty)$ và $C = (0; 4)$. Khi đó tập $(A \cup B) \cap C$ là

- A. $[3; 4]$. B. $(-\infty; -2] \cup (3; +\infty)$.
C. $[3; 4)$. D. $(-\infty; -2) \cup [3; +\infty)$.

Câu 11: Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác $\vec{0}$. Xác định góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ nếu hai vectơ $\frac{2}{5}\vec{a} - 3\vec{b}$ và $\vec{a} + \vec{b}$ vuông góc với nhau và $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$

- A. 90° B. 180° C. 60° D. 45°

Câu 12: Cho tam giác có $A(1; -1), B(3; -3), C(6; 0)$. Diện tích $\triangle ABC$ là

- A. 3 B. 6 C. $6\sqrt{2}$ D. 12

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho tam giác ABC biết $BC = 8$ cm; $B = 45^\circ$; $C = 60^\circ$.

- a) $A = 75^\circ$
b) $\frac{AB}{\sin A} = \frac{BC}{\sin B} = \frac{CA}{\sin C}$
c) $AC \approx 5,26$ (cm)
d) Chu vi tam giác ABC là $C \approx 21,03$ (cm)

Tư vấn hướng nghiệp cho học sinh bằng phân tích nhân tướng học – xem chỉ tay – tử vi

Câu 2: Cho hai mẫu số liệu A và B được cho dưới dạng tần số như sau:

Mẫu A :

Giá trị	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Tần số	1	2	3	3	2	4	2	4	1	3	4	2	1	1

Mẫu B :

Giá trị	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Tần số	1	0	1	1	2	2	3	5	10	4	2	1	0	1

a) Với mẫu A ta có: giá trị trung bình $\bar{x}_A = 7,27$

b) Với mẫu B ta có phương sai $s_B^2 = 6,21$

c) Với mẫu A ta có độ lệch chuẩn $s_A = 2,5$.

d) Mẫu A có độ phân tán cao hơn mẫu B .

Câu 3: Cho 6 điểm A, B, C, D, E, F phân biệt.

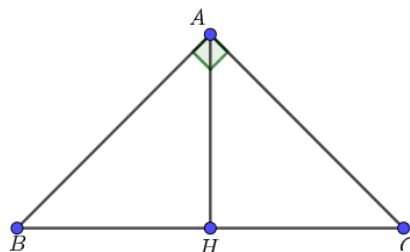
a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC}$.

b) $\overrightarrow{BE} - \overrightarrow{CE} = \overrightarrow{BC}$.

c) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{FA} = \vec{0}$.

d) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD}$.

Câu 4: Cho tam giác ABC vuông cân tại A biết $BC = a\sqrt{2}$, đường cao AH .



a) $\overrightarrow{AH} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AH} - \overrightarrow{AC}$;

b) $\left| \overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HB} \right| = \left| \overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HC} \right|$;

c) $\left| \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{HB} \right| = \frac{a}{2}$;

d) Biết rằng điểm M thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$. Khi đó $\left| \overrightarrow{AH} + \overrightarrow{AM} \right| = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Trong mặt phẳng tọa độ cho hai điểm $A(1;3); B(2;-4)$. Biết rằng điểm N sao cho $\overrightarrow{NA} = 3\overrightarrow{NB}$ là $N(x;y)$. Khi đó, tính $x+y$.

Câu 2: Cho $\cot \alpha = -\sqrt{2}$ và $P = \frac{2\sin \alpha - \sqrt{2}\cos \alpha}{4\sin \alpha + 3\sqrt{2}\cos \alpha}$. Tính giá trị biểu thức $A = m^2 + n^2$ biết $P = \frac{m}{n}$ ($m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{Z}$ và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản).

Câu 3: Cho tam giác ABC có cạnh $a = 2\sqrt{3}, b = 2, C = 30^\circ$. Tính diện tích và chiều cao h_a của tam giác.

Câu 4: Xét biểu thức $F = y - x$ với $(x; y)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$$

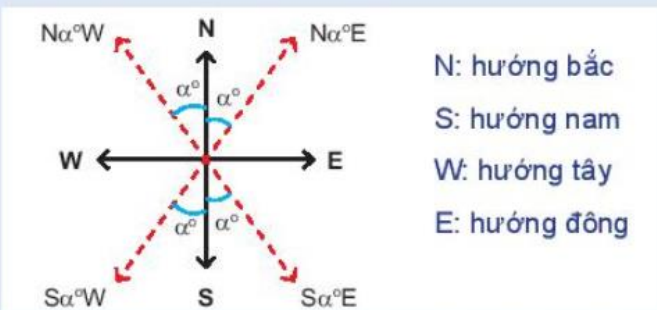
nhỏ nhất của biểu thức F là :

Câu 5: Cho hình thang $ABCD$ có đáy $AB = \frac{1}{2}CD$ và hai đường chéo AC, BD cắt nhau tại $I(5;5)$. Điểm $G\left(\frac{11}{3}; 5\right), G'\left(\frac{17}{3}; 4\right)$ lần lượt là trọng tâm các tam giác ABD và BCD . Khi đó, tọa độ điểm $A(x; y)$. Tính $x + y$.

Câu 6: Trên sông, một ca nô chuyển động thẳng đều theo hướng $N30^\circ W$ với vận tốc $\vec{v}_2$ có độ lớn bằng 20 km/h . Tính độ lớn vận tốc riêng $\vec{v}_3$ (km/h) của ca nô và biểu diễn hướng của lực. Biết rằng $\vec{v}_2 = \vec{v}_3 + 2\vec{v}_1$, nước trên sông chảy về hướng đông với vận tốc $\vec{v}_1$ có độ lớn bằng 3 km/h . (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Giải thích thuật ngữ:

Hướng $S\alpha^\circ E$ là hướng tạo với hướng nam góc α° và tạo với hướng đông góc $90^\circ - \alpha^\circ$. Các hướng $S\alpha^\circ W, N\alpha^\circ E, N\alpha^\circ W$ cũng được định nghĩa một cách tương tự.

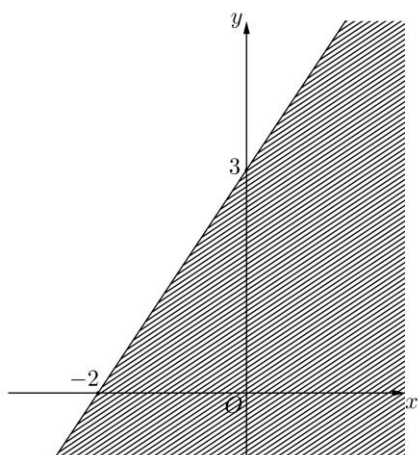


----- HẾT -----

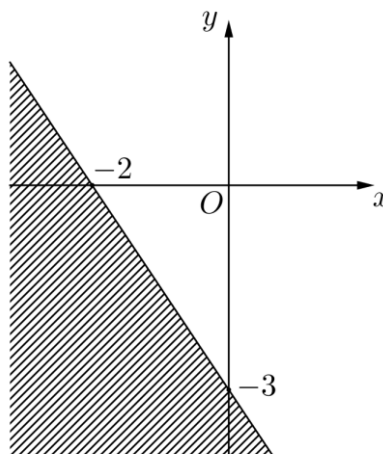
HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

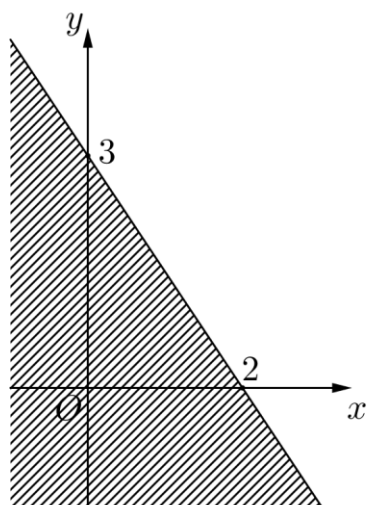
Câu 1: Trong mặt phẳng Oxy , nửa mặt phẳng không bị gạch chéo trong hình nào dưới đây là miền nghiệm của bất phương trình $3x - 2y + 6 \geq 0$?



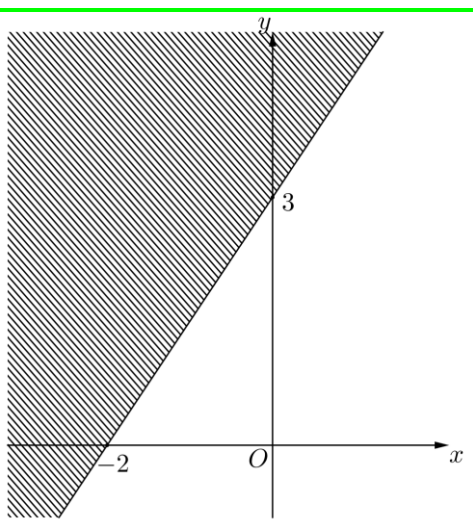
A.



B.



C.



D.

Lời giải

Đường thẳng $3x - 2y + 6 = 0$ đi qua hai điểm $(-2; 0)$ và $(0; 3)$ nên loại phương án B, C

Thay tọa độ $O(0; 0)$ vào bất phương trình $3x - 2y + 6 \geq 0$ ta thấy thỏa mãn vậy miền nghiệm phải chứa gốc tọa độ $O(0; 0)$.

Câu 2: Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O . Ba vector bằng vector $\overrightarrow{BA}$ là

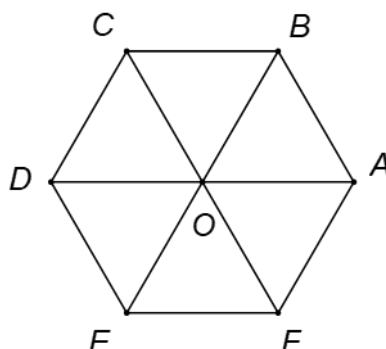
A. $\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{OF}, \overrightarrow{DE}$.

B. $\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{DE}, \overrightarrow{OC}$.

C. $\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{ED}, \overrightarrow{OC}$.

D. $\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{DE}, \overrightarrow{CO}$.

Lời giải



Các vector bằng vector $\overrightarrow{BA}$ là $\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{DE}, \overrightarrow{CO}$.

Câu 3: Trong các cặp số sau, tìm cặp số không là nghiệm của hệ bất phương trình

$$\begin{cases} x + y - 2 \leq 0 \\ 2x - 3y + 2 > 0 \end{cases}$$

- A. (0;0). B. (1;1). C. **(-1;1)**. D. (-1;-1).

Lời giải

Thay $\begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}$ vào hệ bất phương trình $\begin{cases} x + y - 2 \leq 0 \\ 2x - 3y + 2 > 0 \end{cases}$ ta được: $\begin{cases} -1 + 1 - 2 = -2 \leq 0 \text{ (luôn đúng)} \\ 2 \cdot (-1) - 3 \cdot 1 + 2 = -3 > 0 \text{ (vô lý)} \end{cases}$. Do

đó cặp số ở câu C không là nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

Câu 4: Cho mẫu số liệu thống kê $\{2; 4; 6; 8; 10\}$. Số trung bình của mẫu số liệu trên là:

- A. 12. B. 6. C. 8. D. 6,5.

Lời giải

Số trung bình của mẫu số liệu trên là: $\bar{x} = \frac{2 + 4 + 6 + 8 + 10}{5} = 6$.

Câu 5: Cho tam giác ABC có $BAC = 60^\circ$, $AC = 8cm$, $AB = 5cm$. Tính độ dài cạnh BC của tam giác ABC .

- A. $\sqrt{97}$. B. **7**. C. $\sqrt{61}$. D. 49.

Lời giải

Áp dụng định lý côsin trong tam giác ABC ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A = 5^2 + 8^2 - 2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \frac{1}{2} = 49.$$

$$\Rightarrow BC = 7.$$

Câu 6: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}|$.

- A. **$2a\sqrt{2}$** . B. $3a$. C. $a\sqrt{2}$. D. $2a$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} \Rightarrow |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}| = 2|\overrightarrow{AC}| = 2AC = 2\sqrt{AB^2 + BC^2} = 2a\sqrt{2}$.

Câu 7: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. $\forall x \in \mathbb{Q} : (x-1)^2 \neq x-1$. B. $\exists n \in \mathbb{Q} : n^2 + 1$ chia hết cho 4.
C. **$\forall n \in \mathbb{Q} : n^2 + 1$ không chia hết cho 3.** D. $\forall x \in \mathbb{Q} : |x| < 3 \Leftrightarrow x < 3$.

Lời giải

Mệnh đề A sai. Ta có $(x-1)^2 = x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$.

Mệnh đề B sai. Ta có $n = 2k \Rightarrow n^2 + 1 = 4k^2 + 1$ không chia hết cho 4.

$$n = 2k + 1 \Rightarrow n^2 + 1 = 4(k^2 + k) + 2 \text{ không chia hết cho 4.}$$

Vậy $\forall n \in \mathbb{Q} : n^2 + 1$ không chia hết cho 4.

Mệnh đề C đúng. Ta có $n = 3k \Rightarrow n^2 + 1 = 9k^2 + 1$ không chia hết cho 3.

$$n = 3k + 1 \Rightarrow n^2 + 1 = 3(3k^2 + 2k) + 2 \text{ không chia hết cho 3.}$$

$$n = 3k + 2 \Rightarrow n^2 + 1 = 3(3k^2 + 4k + 1) + 2 \text{ không chia hết cho 3.}$$

Vậy $\forall n \in \mathbb{Q} : n^2 + 1$ không chia hết cho 3.

Mệnh đề D sai. Ta có $x = -4$ thì mệnh đề đảo $x < 3 \Rightarrow |x| < 3$ là sai.

Câu 8: Trên đường thẳng chứa cạnh BC của tam giác ABC lấy một điểm M sao cho $\overrightarrow{MB} = 3\overrightarrow{MC}$. Khi đó đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AM} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{AB} + 3(\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AC})$

$\Leftrightarrow 2\overrightarrow{AM} = -\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$

Câu 9: Cho hai điểm B, C phân biệt. Tập hợp những điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CM}^2$ là:

A. Đường tròn đường kính BC .

B. Đường tròn $(B; BC)$.

C. Đường tròn $(C; CB)$.

D. Một đường khác.

Lời giải

Gọi I là trung điểm của đoạn BC . Suy ra điểm I cố định.

Ta có $\overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CM}^2 \Leftrightarrow \overrightarrow{CM}(\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CM}) = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{MB} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$

$\Leftrightarrow (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC}) \cdot (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}) = 0 \Leftrightarrow (\overrightarrow{MI} - \overrightarrow{IB}) \cdot (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}) = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{MI}^2 - \overrightarrow{IB}^2 = 0 \Leftrightarrow MI = IB$

$\Rightarrow M$ thuộc đường tròn tâm I , bán kính IB .

Hay M thuộc đường tròn đường kính BC .

Câu 10: Cho $A = (-\infty; -2]$, $B = [3; +\infty)$ và $C = (0; 4)$. Khi đó tập $(A \cup B) \cap C$ là

A. $[3; 4]$.

B. $(-\infty; -2] \cup (3; +\infty)$.

C. $[3; 4)$.

D. $(-\infty; -2) \cup [3; +\infty)$.

Lời giải

Ta có $A \cup B = (-\infty; -2] \cup [3; +\infty)$, suy ra $(A \cup B) \cap C = [3; 4)$.

Câu 11: Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác $\vec{0}$. Xác định góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ nếu hai vectơ $\frac{2}{5}\vec{a} - 3\vec{b}$ và $\vec{a} + \vec{b}$

vuông góc với nhau và $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$

A. 90°

B. 180°

C. 60°

D. 45°

Lời giải

$\left(\frac{2}{5}\vec{a} - 3\vec{b}\right) \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = 0 \Leftrightarrow \frac{2}{5} + \frac{2}{5}\vec{a} \cdot \vec{b} - 3\vec{a} \cdot \vec{b} - 3 = 0$

$\Leftrightarrow \frac{-13}{5}\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{13}{5} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = -1 = 1 \cdot 1 \cdot \cos(\vec{a}; \vec{b})$

$\Leftrightarrow \cos(\vec{a}; \vec{b}) = -1 \Leftrightarrow (\vec{a}; \vec{b}) = 180^\circ$

Câu 12: Cho tam giác có $A(1; -1), B(3; -3), C(6; 0)$. Diện tích ΔABC là

A. 3

B. 6

C. $6\sqrt{2}$

D. 12

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; -2), \overrightarrow{AC} = (5; 1)$

Từ đó $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} |2.1 - (-2).5| = 6.$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho tam giác ABC biết $BC = 8$ cm; $B = 45^\circ$; $C = 60^\circ$.

a) $A = 75^\circ$

b) $\frac{AB}{\sin A} = \frac{BC}{\sin B} = \frac{CA}{\sin C}$

c) $AC \approx 5,26$ (cm)

d) Chu vi tam giác ABC là $C \approx 21,03$ (cm)

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

Trong $\triangle ABC$ ta có: $A = 180^\circ - B - C = 180^\circ - 45^\circ - 60^\circ = 75^\circ$.

Áp dụng định lí sin trong tam giác, ta có: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow \frac{8}{\sin 75^\circ} = \frac{AC}{\sin 45^\circ} = \frac{AB}{\sin 60^\circ}$

Do đó, $AC = \frac{8 \cdot \sin 45^\circ}{\sin 75^\circ} \approx 5,86$ (cm); $AB = \frac{8 \cdot \sin 60^\circ}{\sin 75^\circ} \approx 7,17$ (cm).

Chu vi là $C \approx 8 + 5,86 + 7,17 = 21,03$ (cm)

Câu 2: Cho hai mẫu số liệu A và B được cho dưới dạng tần số như sau:

Mẫu A:

Giá trị	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Tần số	1	2	3	3	2	4	2	4	1	3	4	2	1	1

Mẫu B:

Giá trị	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Tần số	1	0	1	1	2	2	3	5	10	4	2	1	0	1

a) Với mẫu A ta có: giá trị trung bình $\bar{x}_A = 7,27$

b) Với mẫu B ta có phương sai $s_B^2 = 6,21$

c) Với mẫu A ta có độ lệch chuẩn $s_A = 2,5$.

d) Mẫu A có độ phân tán cao hơn mẫu B.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Với mẫu A ta có: giá trị trung bình $\bar{x}_A = 7,27$ nên mệnh đề đúng, phương sai $s_A^2 = 12,26$ và độ lệch chuẩn $s_A = 3,5$.

b) Với mẫu B ta có: giá trị trung bình $\bar{x}_B = 8,15$, phương sai $s_B^2 = 6,49$ và độ lệch chuẩn $s_B = 2,55$.
Nên mệnh đề sai.

c) Với mẫu A ta có độ lệch chuẩn $s_A = 2,5$. Nên mệnh đề sai.

d) Mẫu A có độ phân tán cao hơn mẫu B.

Vì $s_A > s_B$ nên ta có thể khẳng định mẫu A có độ phân tán cao hơn mẫu B. Nên mệnh đề đúng.

Câu 3: Cho 6 điểm A, B, C, D, E, F phân biệt.

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC}$.

b) $\overrightarrow{BE} - \overrightarrow{CE} = \overrightarrow{BC}$.

c) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{FA} = \vec{0}$.

d) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

a) Quy tắc ba điểm: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD}$ nên mệnh đề sai.

b) $\overrightarrow{BE} - \overrightarrow{CE} = \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{EC} = \overrightarrow{BC}$ nên mệnh đề đúng.

c) Ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{FA} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{FA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$ nên mệnh đề đúng.

d) Ta có:

$$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD}$$

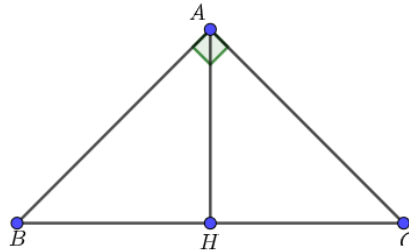
$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{BF}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{BF}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AF}$$

Nên mệnh đề đúng.

Câu 4: Cho tam giác ABC vuông cân tại A biết $BC = a\sqrt{2}$, đường cao AH .



a) $\overline{AH} - \overline{AB} = \overline{AH} - \overline{AC}$;

b) $|\overline{AH} + \overline{HB}| = |\overline{AH} + \overline{HC}|$;

c) $|\overline{AB} - \overline{HB}| = \frac{a}{2}$;

d) Biết rằng điểm M thỏa mãn điều kiện $\overline{MA} - \overline{MB} + \overline{MC} = 0$. Khi đó $|\overline{AH} + \overline{AM}| = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

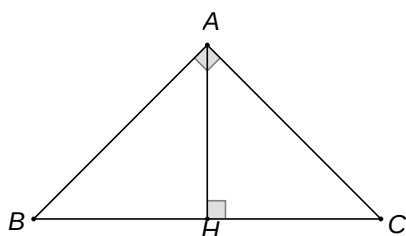
Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
--------	---------	--------	--------

a) Sai.

Vì $DABC$ cân tại A , có AH là đường cao nên H là trung điểm BC .

Ta có $\begin{cases} \overline{AH} - \overline{AB} = \overline{BH} \\ \overline{AH} - \overline{AC} = \overline{CH} = -\overline{BH} \end{cases}$.



b) Đúng.

Do $\triangle ABC$ vuông cân tại A nên $\begin{cases} AB^2 + AC^2 = BC^2 = 2a^2 \text{ (Pythagore)} \\ AB = AC \end{cases} \Rightarrow AB = AC = a$

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HB} = \overrightarrow{AB} \\ \overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HC} = \overrightarrow{AC} \end{cases} = a$

$\Rightarrow \overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HB} = \overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HC}$

c) Sai.

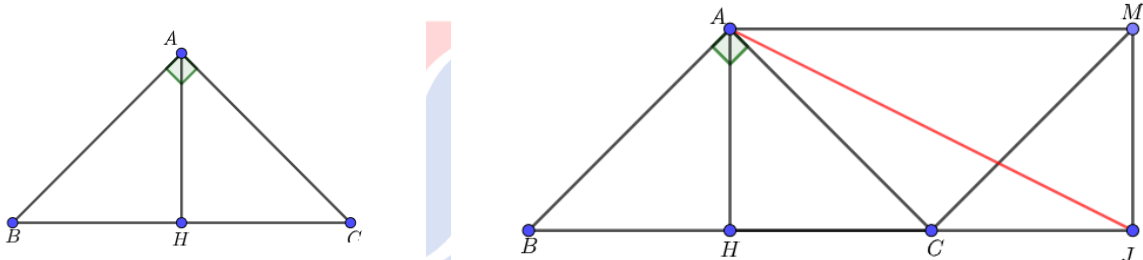
Ta có $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{HB} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BH} = \overrightarrow{AH}$

Mặt khác, AH là đường trung tuyến trong tam giác vuông ABC nên $AH = \frac{1}{2}BC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Vậy $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{HB} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

d) Sai.

Biết rằng điểm M thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$. Khi đó $\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{AM} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.



Ta có $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AB}$

$\Rightarrow$ Tứ giác $ABCM$ là hình bình hành.

Vậy M là đỉnh thứ tư của hình bình hành $ABCM$. Suy ra $AM = BC = a\sqrt{2}$

Xét $\triangle AHM$ vuông tại A ta có: $HM = \sqrt{AH^2 + AM^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 + (a\sqrt{2})^2} = \frac{a\sqrt{10}}{2}$

Ta có $\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AJ} = AJ = HM = \frac{a\sqrt{10}}{2}$ (do tứ giác $AHJM$ là hình chữ nhật).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Trong mặt phẳng tọa độ cho hai điểm $A(1;3); B(2;-4)$. Biết rằng điểm N sao cho $\overrightarrow{NA} = 3\overrightarrow{NB}$ là $N(x;y)$. Khi đó, tính $x+y$.

Lời giải:

Gọi điểm $N(x_N; y_N)$, ta có: $\begin{cases} \overrightarrow{NA} = (1-x_N; 3-y_N) \\ \overrightarrow{NB} = (2-x_N; -4-y_N) \end{cases}$

$$\text{Do đó } \overrightarrow{NA} = 3\overrightarrow{NB} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - x_N = 3(2 - x_N) \\ 3 - y_N = 3(-4 - y_N) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x_N = 5 \\ 2y_N = -15 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_N = \frac{5}{2} \\ y_N = -\frac{15}{2} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } N\left(\frac{5}{2}; -\frac{15}{2}\right).$$

Câu 2: Cho $\cot \alpha = -\sqrt{2}$ và $P = \frac{2\sin \alpha - \sqrt{2} \cos \alpha}{4\sin \alpha + 3\sqrt{2} \cos \alpha}$. Tính giá trị biểu thức $A = m^2 + n^2$ biết $P = \frac{m}{n}$ ($m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{Z}$ và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản).

Lời giải

Trả lời: 5

Vì $\cot \alpha = -\sqrt{2} \Rightarrow \sin \alpha \neq 0$. Chia cả tử và mẫu của biểu thức P cho $\sin \alpha$ ta được:

$$P = \frac{\frac{2\sin \alpha - \sqrt{2} \cos \alpha}{\sin \alpha}}{\frac{4\sin \alpha + 3\sqrt{2} \cos \alpha}{\sin \alpha}} = \frac{2 - \sqrt{2} \cot \alpha}{4 + 3\sqrt{2} \cot \alpha} = \frac{2 - \sqrt{2}(-\sqrt{2})}{4 + 3\sqrt{2}(-\sqrt{2})} = -2 = \frac{m}{n} \Rightarrow \begin{cases} m = -2 \\ n = 1 \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó: } A = (-2)^2 + 1^2 = 5$$

Câu 3: Cho tam giác ABC có cạnh $a = 2\sqrt{3}$, $b = 2$, $C = 30^\circ$. Tính diện tích và chiều cao h_a của tam giác.

Lời giải

Trả lời: 1

$$\text{Theo định lý cosin ta có } c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C = 12 + 4 - 2 \cdot 2\sqrt{3} \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 4$$

Do đó $c = 2 = b$ nên tam giác ABC cân tại A có góc $B = C = 30^\circ$.

$$\text{Ta có } S_{ABC} = \frac{1}{2} ac \sin B = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \sqrt{3} \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} = \sqrt{3}, h_a = \frac{2S}{a} = \frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = 1.$$

Câu 4: Xét biểu thức $F = y - x$ với $(x; y)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$. Giá trị

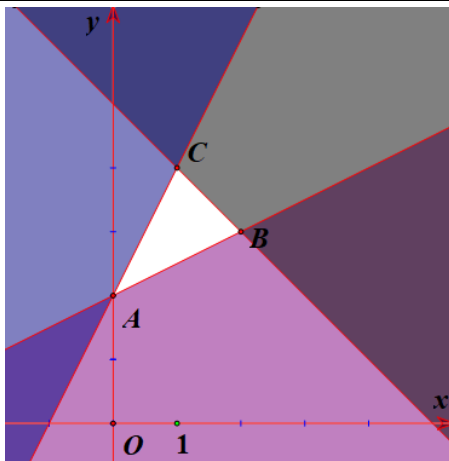
nhỏ nhất của biểu thức F là :

Lời giải

Trả lời: 1

Vẽ các đường thẳng $d_1: 2x - y + 2 = 0$; $d_2: x - 2y + 4 = 0$; $d_3: x + y - 5 = 0$ trên cùng hệ trục Oxy .

$$\text{Chọn điểm } M(0; 1) \text{ thay vào các bất phương trình,, của hệ } \begin{cases} y - 2x \leq 2(1) \\ 2y - x \geq 4(2) \\ x + y \leq 5(3) \end{cases}$$



Ta được: $M(0;1)$ thuộc miền nghiệm của BPT, và không thuộc miền nghiệm của BPT.

Kết luận: Miền nghiệm của hệ bất phương trình là tam giác ABC với $A(0;2); B(2;3); C(1;4)$.

Tìm x, y để $F = y - x$ nhỏ nhất.

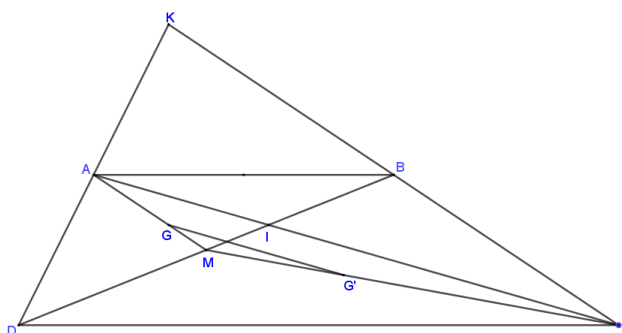
Ta có $F(0;2) = 2; F(2;3) = 1; F(1;4) = 3$.

$\Rightarrow F_{\min} = F(2;3) = 1$

Câu 5: Cho hình thang $ABCD$ có đáy $AB = \frac{1}{2}CD$ và hai đường chéo AC, BD cắt nhau tại $I(5;5)$. Điểm $G\left(\frac{11}{3}; 5\right), G'\left(\frac{17}{3}; 4\right)$ lần lượt là trọng tâm các tam giác ABD và BCD . Khi đó, tọa độ điểm $A(x; y)$. Tính $x + y$.

Lời giải

Trả lời: 9



Gọi M là trung điểm của đoạn BD .

Gọi $K = AD \cap BC$; do $AB \parallel CD; AB = \frac{1}{2}CD \Rightarrow A, B$ lần lượt là trung điểm của đoạn KD và KC .

$\Rightarrow I$ là trọng tâm của tam giác KCD

$$\text{Xét } \overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CG'} = \frac{2}{3}\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{AI} + \frac{2}{3}\overrightarrow{CM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CA} + 3\overrightarrow{AI} = \frac{2}{3}(-3\overrightarrow{AI}) + 3\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AI}$$

Ta có : $\overrightarrow{GG'} = (2; -1)$; gọi $A(x; y) \Rightarrow \overrightarrow{AI} = (5 - x; 5 - y)$

$$\text{mà } \overrightarrow{AI} = \overrightarrow{GG'} \Leftrightarrow \begin{cases} 5 - x = 2 \\ 5 - y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 6 \end{cases} \Rightarrow A(3; 6)$$

Kết luận: $A(3; 6)$

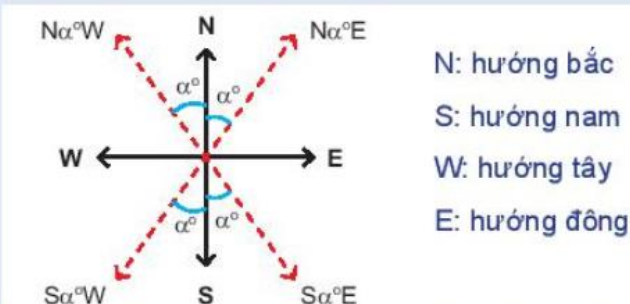
Câu 6: Trên sông, một ca nô chuyển động thẳng đều theo hướng $N30^\circ W$ với vận tốc $\vec{v}_2$ có độ lớn bằng 20 km/h. Tính độ lớn vận tốc riêng $\vec{v}_3$ (km/h) của ca nô và biểu diễn hướng của lực. Biết rằng

Tư vấn hướng nghiệp cho học sinh bằng phân tích nhân tướng học – xem chỉ tay – tử vi

$\vec{v}_2 = \vec{v}_3 + 2\vec{v}_1$, nước trên sông chảy về hướng đông với vận tốc $\vec{v}_1$ có độ lớn bằng 3 km/h. (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Giải thích thuật ngữ:

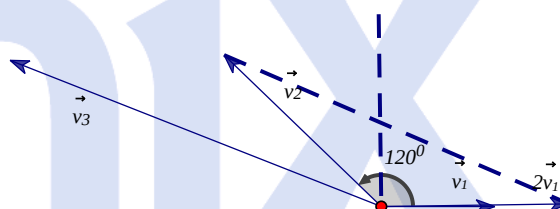
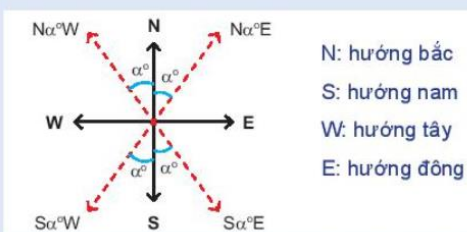
Hướng $S\alpha^\circ E$ là hướng tạo với hướng nam góc α° và tạo với hướng đông góc $90^\circ - \alpha^\circ$. Các hướng $S\alpha^\circ W$, $N\alpha^\circ E$, $N\alpha^\circ W$ cũng được định nghĩa một cách tương tự.



Lời giải

Trả lời: 23,6

Hướng $S\alpha^\circ E$ là hướng tạo với hướng nam góc α° và tạo với hướng đông góc $90^\circ - \alpha^\circ$. Các hướng $S\alpha^\circ W$, $N\alpha^\circ E$, $N\alpha^\circ W$ cũng được định nghĩa một cách tương tự.



$$\vec{v}_3 = \vec{v}_2 - 2\vec{v}_1$$

$$\Rightarrow v_3^2 = v_2^2 + 4v_1^2 - 4v_1 \cdot v_2 \cdot \cos 120^\circ = 20^2 + 4 \cdot 3^2 - 4 \cdot 20 \cdot 3 \cdot \cos 120^\circ = 556$$

$$\text{Suy ra: } v_3 = \sqrt{556} = 2\sqrt{139} \approx 23,6 \text{ km/h}$$