

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Viết mệnh đề sau bằng kí hiệu $\forall$ hoặc $\exists$: “Có một số nguyên bằng bình phương của chính nó”

- A.** $\exists x \in \mathbb{Z}, x^2 - x = 0$. **B.** $\exists x \in \mathbb{Z}, x = x^2$. **C.** $\forall x \in \mathbb{Z}, x^2 = x$. **D.** $\exists x \in \mathbb{Z}, x = x^2$.

Câu 2: Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 2x - 5y - 1 > 0 \\ 2x + y + 5 > 0 \\ x + y + 1 < 0 \end{cases}$$

- A.** $(0; 0)$. **B.** $(1; 0)$. **C.** $(0; -2)$. **D.** $(0; 2)$.

Câu 3: Biết $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$. Gọi C là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AB}$. Hãy chọn khẳng định đúng.

- A.** $\overrightarrow{BC} = 2\vec{a}$. **B.** $\overrightarrow{CA} = 2\vec{a}$. **C.** $\overrightarrow{CB} = 2\vec{a}$. **D.** $\overrightarrow{AC} = \vec{0}$.

Câu 4: Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác $\vec{0}$, α là góc tạo bởi 2 vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khi $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$. Chọn khẳng định đúng.

- A.** $\alpha = 180^\circ$. **B.** $\alpha = 0^\circ$. **C.** $\alpha = 90^\circ$. **D.** $\alpha = 45^\circ$.

Câu 5: Cho mẫu số liệu $\{10, 8, 6, 2, 4\}$. Độ lệch chuẩn của mẫu gần bằng

- A.** 8. **B.** 2, 8. **C.** 2, 4. **D.** 6.

Câu 6: Cho tập hợp $A = (2; +\infty)$. Khi đó $C_R A$ là:

- A.** $[2; +\infty)$. **B.** $(2; +\infty)$. **C.** $(-\infty; 2]$. **D.** $(-\infty; 2)$.

Câu 7: Khoảng cách từ A đến B không thể đo trực tiếp được vì phải qua một đầm lầy. Người ta xác định được một điểm C mà từ đó có thể nhìn được A và B dưới một góc $78^\circ 24'$. Biết $CA = 250m, CB = 120m$. Khoảng cách AB bằng bao nhiêu?

- A.** 266m. **B.** 255m. **C.** 166m. **D.** 298m.

Câu 8: Cho tam giác MNP , gọi K là điểm thuộc đoạn thẳng NP sao cho $NK = \frac{1}{4}NP$ và I trung điểm của đoạn thẳng MK . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $3\overrightarrow{IM} + 4\overrightarrow{IN} + \overrightarrow{IP} = \vec{0}$. **B.** $\overrightarrow{IM} + 3\overrightarrow{IN} + 4\overrightarrow{IP} = \vec{0}$.

- C.** $4\overrightarrow{IM} + 3\overrightarrow{IN} + \overrightarrow{IP} = \vec{0}$. **D.** $4\overrightarrow{IM} + \overrightarrow{IN} + 3\overrightarrow{IP} = \vec{0}$.

Câu 9: Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC biết $A(1; 1), B(2; -4), C(9; -3)$. Gọi N là điểm thuộc cạnh AC sao cho $AN = 3CN$. Tính độ dài của vectơ $\overrightarrow{BN}$.

- A.** $4\sqrt{29}$. **B.** $\sqrt{29}$. **C.** $2\sqrt{29}$. **D.** $3\sqrt{29}$.

Câu 10: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 3; AC = 4$. Trên đoạn thẳng BC lấy điểm M sao cho $MB = 2MC$. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC}$.

- A.** $\frac{41}{3}$. **B.** $\frac{23}{3}$. **C.** 8. **D.** -23.

Câu 11: Độ dài của cái cầu bên thủy hai (Nghệ An) người ta đo được là $996m \pm 0,5m$. Sai số tương đối tối đa trong phép đo là bao nhiêu?

- A.** 0,05%. **B.** 0,5%. **C.** 0,04%. **D.** 0,005%.

Câu 12: Mẫu số liệu sau đây cho biết sĩ số của 7 lớp 10 ban A tại một trường

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là

- A. 7. B. 44. C. 4. D. 12.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong một tuần, nhiệt độ cao nhất trong ngày (đơn vị $^{\circ}\text{C}$) tại hai thành phố Hà Nội và Điện Biên như sau:

Hà Nội: 23 25 28 28 32 33 35

Điện Biên: 16 24 26 26 26 27 28

a) Khoảng biến thiên nhiệt độ cao nhất trong ngày của Hà Nội và Điện Biên là giống nhau.

b) Nếu bỏ đi giá trị 16 thì khoảng biến thiên của Điện Biên chỉ bằng 4.

c) Khoảng tứ phân vị của mẫu Hà Nội là: $\Delta_Q = 3$.

d) Khoảng tứ phân vị của mẫu Điện Biên là: $\Delta_Q = 8$.

Câu 2: Cho hình vuông $ABCD$ có $AB = 4$.

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$;

b) $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CD}$;

c) $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{DB}$;

d) $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{CA}| = 4\sqrt{2}$.

Câu 3: Bảng sau cho biết dân số của các tỉnh/thành phố Đồng bằng Bắc Bộ năm 2018 (đơn vị triệu người).

Tỉnh/thành phố	Hà Nội	Vĩnh Phúc	Bắc Ninh	Quảng Ninh	Hải Dương	Hải Phòng	Hưng Yên	Thái Bình	Hà Nam	Nam Định	Ninh Bình
Dân số	7,52	1,09	1,25	1,27	1,81	2,01	1,19	1,79	0,81	1,85	0,97

a) Dân số của tỉnh Ninh Bình là thấp nhất.

b) Dân số trung bình các tỉnh vùng Đồng bằng Bắc bộ là 1,96 triệu người.

c) Số trung vị của mẫu số liệu trên là 1,27.

d) Nên sử dụng số dân 1,96 triệu người để đại diện cho dân số của các tỉnh thuộc Đồng bằng Bắc Bộ.

Câu 4: Hai con tàu xuất phát từ cùng một địa điểm A . Tàu thứ nhất đi theo hướng tạo với hướng Bắc một góc 45° với vận tốc $50(\text{km}/\text{h})$. Tàu thứ hai đi theo hướng tạo với hướng đông một góc 20° với vận tốc $40(\text{km}/\text{h})$. Sau khi đi được $2(\text{h})$ thì tàu 2 bị hỏng máy và trôi tự do theo hướng nam với vận tốc $8(\text{km}/\text{h})$. Khi đó tàu 1 nhận được tín hiệu cầu cứu của tàu 2 và bắt đầu di chuyển đến vị trí tàu 2. Biết rằng thời gian phát nhận tín hiệu không đáng kể. Các khẳng định sau là đúng hay sai?

a) Sau $2(\text{h})$ tàu thứ nhất cách vị trí xuất phát 100km .

b) Sau $1,5(\text{h})$ hai tàu cách nhau 83km (làm tròn đến hàng đơn vị).

c) Sau khi hỏng máy $1(\text{h})$ tàu thứ hai cách vị trí xuất phát 82km (làm tròn đến hàng đơn vị).

d) Sau $1,5\text{h}$ tàu thứ nhất cứu hộ được tàu thứ 2.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho tam giác đều ABC và các điểm M, N, P thỏa mãn $\overline{BM} = k \overline{BC}$, $\overline{CN} = \frac{2}{3} \overline{CA}$, $\overline{AP} = \frac{4}{15} \overline{AB}$. Tìm k để AM vuông góc với PN . (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

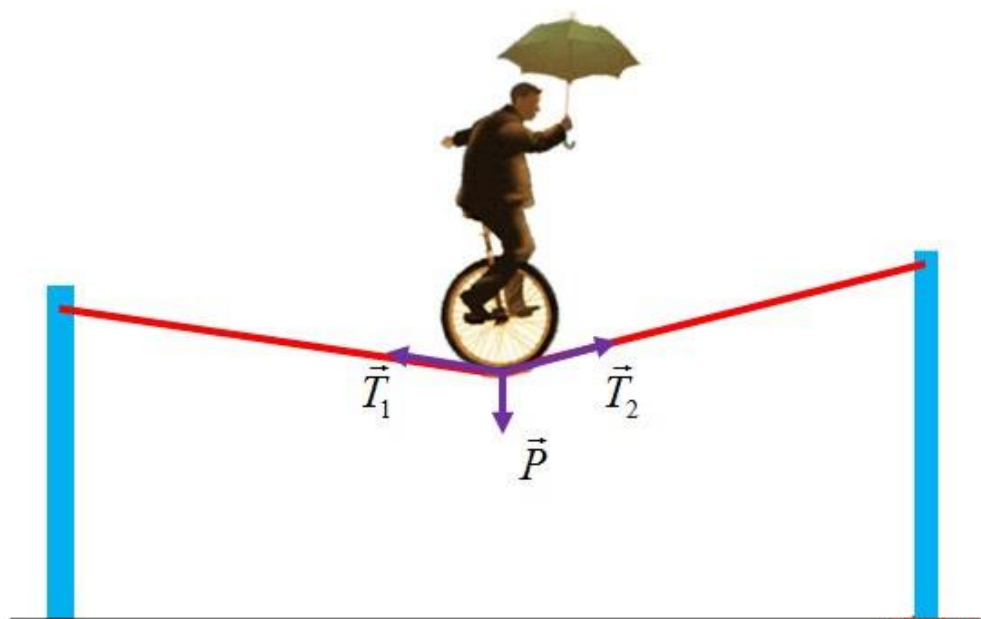
Câu 2: Hai chiếc tàu thủy P và Q trên biển cách nhau $100m$ và thẳng hàng với chân A của tháp hải đăng AB ở trên bờ biển (Q nằm giữa hai điểm P và A). Từ P và Q người ta nhìn chiều cao AB của tháp dưới các góc $BPA = 15^\circ$ và $BQA = 55^\circ$. Tính chiều cao của tháp (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Câu 3: Có ba nhóm máy A, B, C dùng để sản xuất ra hai loại sản phẩm I và II . Để sản xuất một đơn vị sản phẩm mỗi loại phải lần lượt dùng các máy thuộc các nhóm khác nhau. Số máy trong một nhóm và số máy của từng nhóm cần thiết để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm thuộc mỗi loại được cho trong bảng sau:

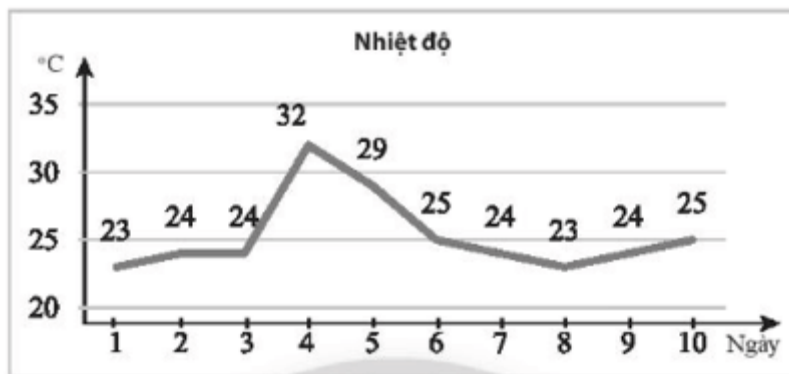
Nhóm	Số máy trong mỗi nhóm	Số máy trong từng nhóm để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm	
		Loại I	Loại II
A	10	2	2
B	4	0	2
C	12	2	4

Một đơn vị sản phẩm loại I lãi ba triệu đồng, một đơn vị sản phẩm loại II lãi năm triệu đồng. Lãi suất cao nhất mà đơn vị thu được là

Câu 4: Một diễn viên xiếc (coi là một vật rắn) trọng lượng $700N$ đi trên dây làm dây võng xuống một góc 140° . Tính lực căng của dây treo khi diễn viên xiếc đứng cân bằng (hình minh họa) coi dây không giãn. Biết rằng khi ở vị trí cân bằng thì $\vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{P} = \vec{0}$. (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Câu 5: Biểu đồ sau ghi lại nhiệt độ lúc 12 giờ trưa tại một trạm quan trắc trong 10 ngày liên tiếp (đơn vị: $^\circ C$).



Hãy tìm phương sai của mẫu số liệu đó. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 6: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(1;-4)$, $B(4;5)$, $C(0;-7)$. Điểm M di chuyển trên trục Ox. Đặt $Q = 2|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}| + 3|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$. Tìm giá trị nhỏ nhất của Q . (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

----- HẾT -----



HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Viết mệnh đề sau bằng kí hiệu $\forall$ hoặc $\exists$: “Có một số nguyên bằng bình phương của chính nó”

- A. $\exists x \in \mathbb{Z}, x^2 - x = 0$. B. $\exists x \in \mathbb{Z}, x = x^2$. C. $\forall x \in \mathbb{Z}, x^2 = x$. D. $\exists x \in \mathbb{Z}, x = x^2$.

Lời giải

Dựa vào mệnh đề: “Có một số nguyên bằng bình phương của chính nó”.

Câu 2: Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 2x - 5y - 1 > 0 \\ 2x + y + 5 > 0 \\ x + y + 1 < 0 \end{cases}$$

- A. $(0; 0)$. B. $(1; 0)$. C. $(0; -2)$. D. $(0; 2)$.

Lời giải

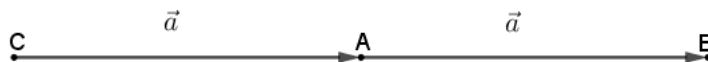
Nhận xét: chỉ có điểm $(0; -2)$ thỏa mãn hệ.

Câu 3: Biết $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$. Gọi C là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AB}$. Hãy chọn khẳng định đúng.

- A. $\overrightarrow{BC} = 2\vec{a}$. B. $\overrightarrow{CA} = 2\vec{a}$. C. $\overrightarrow{CB} = 2\vec{a}$. D. $\overrightarrow{AC} = \vec{0}$.

Lời giải

Điểm C được xác định như hình vẽ sau



Dựa vào kết quả dựng điểm C, ta có $\overrightarrow{CB} = 2\vec{a}$.

Câu 4: Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác $\vec{0}$, α là góc tạo bởi 2 vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khi $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$. Chọn khẳng định đúng.

- A. $\alpha = 180^\circ$. B. $\alpha = 0^\circ$. C. $\alpha = 90^\circ$. D. $\alpha = 45^\circ$.

Lời giải

Ta có $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$.

Mà theo giả thiết $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$, suy ra $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -1 \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 180^\circ$

Câu 5: Cho mẫu số liệu $\{10, 8, 6, 2, 4\}$. Độ lệch chuẩn của mẫu gần bằng

- A. 8. B. 2,8. C. 2,4. D. 6.

Lời giải

Ta có

$$\bar{x} = \frac{10+8+6+2+4}{5} = 6 \Rightarrow s = \sqrt{\frac{(10-6)^2 + (8-6)^2 + (6-6)^2 + (2-6)^2 + (4-6)^2}{5}} = \sqrt{8} \approx 2,8$$

Độ lệch chuẩn là căn bậc hai của phương sai.

Câu 6: Cho tập hợp $A = (2; +\infty)$. Khi đó $C_R A$ là:

- A. $[2; +\infty)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(-\infty; 2]$. D. $(-\infty; 2)$.

Lời giải

Ta có: $C_R A = \mathbb{R} \setminus A = (-\infty; 2]$.

Câu 7: Khoảng cách từ A đến B không thể đo trực tiếp được vì phải qua một đầm lầy. Người ta xác định được một điểm C mà từ đó có thể nhìn được A và B dưới một góc $78^\circ 24'$. Biết $CA = 250m, CB = 120m$. Khoảng cách AB bằng bao nhiêu?

- A. 266m. B. 255m. C. 166m. D. 298m.

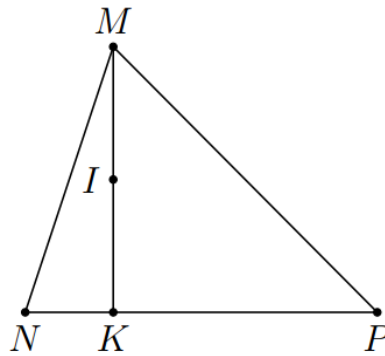
Lời giải

Ta có: $AB^2 = CA^2 + CB^2 - 2CB \cdot CA \cdot \cos C = 250^2 + 120^2 - 2 \cdot 250 \cdot 120 \cdot \cos 78^\circ 24' \approx 64835 \Rightarrow AB \approx 255$.

Câu 8: Cho tam giác MNP , gọi K là điểm thuộc đoạn thẳng NP sao cho $NK = \frac{1}{4}NP$ và I trung điểm của đoạn thẳng MK . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $3\overrightarrow{IM} + 4\overrightarrow{IN} + \overrightarrow{IP} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{IM} + 3\overrightarrow{IN} + 4\overrightarrow{IP} = \vec{0}$.
C. $4\overrightarrow{IM} + 3\overrightarrow{IN} + \overrightarrow{IP} = \vec{0}$. D. $4\overrightarrow{IM} + \overrightarrow{IN} + 3\overrightarrow{IP} = \vec{0}$.

Lời giải



Ta có

$$NK = \frac{1}{4}NP \Rightarrow 3\overrightarrow{KN} + \overrightarrow{KP} = \vec{0} \Rightarrow 3\overrightarrow{IN} + \overrightarrow{IP} + 4\overrightarrow{KI} = \vec{0} \quad (1)$$

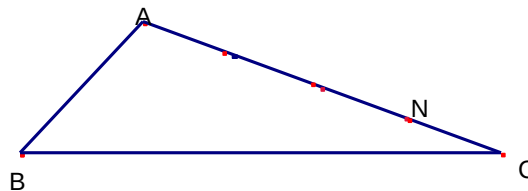
Vì I là trung điểm của đoạn thẳng MK nên $\overrightarrow{IM} + \overrightarrow{IK} = \vec{0} \Rightarrow 4\overrightarrow{IM} + 4\overrightarrow{IK} = \vec{0} \quad (2)$

Cộng (1) và (2), ta được $4\overrightarrow{IM} + 3\overrightarrow{IN} + \overrightarrow{IP} = \vec{0}$.

Câu 9: Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC biết $A(1;1), B(2;-4), C(9;-3)$. Gọi N là điểm thuộc cạnh AC sao cho $AN = 3CN$. Tính độ dài của vec tơ $\overrightarrow{BN}$.

- A. $4\sqrt{29}$. B. $\sqrt{29}$. C. $2\sqrt{29}$. D. $3\sqrt{29}$.

Lời giải



Gọi $N(a;b)$.

$$\text{Ta có: } AN = 3CN \Rightarrow \overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{NC} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(x_C - x_N) = x_N - x_A \\ 3(y_C - y_N) = y_N - y_A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 7 \\ b = -2 \end{cases} \Rightarrow N(7; -2).$$

$$\Rightarrow |\overrightarrow{BN}| = \sqrt{29}.$$

Câu 10: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 3; AC = 4$. Trên đoạn thẳng BC lấy điểm M sao cho $MB = 2MC$. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC}$.

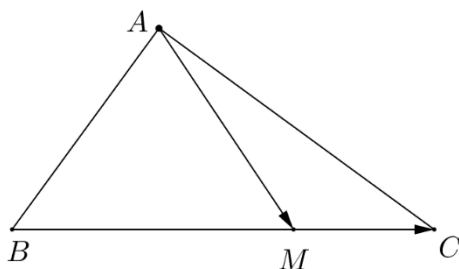
A. $\frac{41}{3}$.

B. $\frac{23}{3}$.

C. 8.

D. -23.

Lời giải



Ta có:

$$\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0.$$

$$\overrightarrow{MB} = -2\overrightarrow{MC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AM} = -2(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AM}) \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}.$$

$$\begin{aligned} \text{Do đó: } \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC} &= \left(\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} \right) \cdot (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}^2 - \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}^2 \\ &= -\frac{1}{3}AB^2 + \frac{2}{3}AC^2 = -\frac{1}{3} \cdot 3^2 + \frac{2}{3} \cdot 4^2 = \frac{23}{3}. \end{aligned}$$

Câu 11: Độ dài của cái cầu bên thủy hai (Nghệ An) người ta đo được là $996m \pm 0,5m$. Sai số tương đối tối đa trong phép đo là bao nhiêu?

A. 0,05%.

B. 0,5%.

C. 0,04%.

D. 0,005%.

Lời giải

Ta có độ dài gần đúng của cầu là $a = 996$ với độ chính xác $d = 0,5$.

$$\text{Vì sai số tuyệt đối } D_a \text{ } \& \text{ } d = 0,5 \text{ nên sai số tương đối } d_a = \frac{D_a}{|a|} \text{ } \& \text{ } \frac{d}{|a|} = \frac{0,5}{996} \gg 0,05\%.$$

Vậy sai số tương đối tối đa trong phép đo trên là 0,05%.

Câu 12: Mẫu số liệu sau đây cho biết sĩ số của 7 lớp 10 ban A tại một trường

36 42 47 48 44 44 40

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là

A. 7.

B. 44.

C. 4.

D. 12.

Lời giải

Sắp xếp lại mẫu số liệu:

36 40 42 44 44 47 48

Trung vị của mẫu số liệu là: $Q_2 = 44$

Giá trị tứ phân vị thứ nhất là $Q_1 = 40$

Giá trị tứ phân vị thứ ba là $Q_3 = 47$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 47 - 40 = 7$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong một tuần, nhiệt độ cao nhất trong ngày (đơn vị $^{\circ}C$) tại hai thành phố Hà Nội và Điện Biên như sau:

Hà Nội: 23 25 28 28 32 33 35

Điện Biên: 16 24 26 26 26 27 28

a) Khoảng biến thiên nhiệt độ cao nhất trong ngày của Hà Nội và Điện Biên là giống nhau.

Tư vấn hướng nghiệp cho học sinh bằng phân tích nhân tướng học – xem chỉ tay – tử vi

- b) Nếu bỏ đi giá trị 16 thì khoảng biến thiên của Điện Biên chỉ bằng 4.
 c) Khoảng tứ phân vị của mẫu Hà Nội là: $\Delta_Q = 3$.
 d) Khoảng tứ phân vị của mẫu Điện Biên là: $\Delta_Q = 8$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

Khoảng biến thiên của hai mẫu số liệu:

+ Hà Nội: $R_1 = 35 - 23 = 12$.

+ Điện Biên: $R_2 = 28 - 16 = 12$.

Khoảng biến thiên nhiệt độ cao nhất trong ngày của Hà Nội và Điện Biên là giống nhau.

Giá trị 16 làm cho khoảng biến thiên của mẫu số liệu về nhiệt độ cao nhất trong ngày tại Điện Biên bị ảnh hưởng lớn.

Nếu bỏ đi giá trị 16 thì khoảng biến thiên của Điện Biên chỉ bằng 4.

Hà Nội: 23 25 28 28 32 33 35.

Sắp xếp lại mẫu số liệu: 23 25 28 28 32 33 35

Cỡ mẫu là $n = 7$, là số lẻ nên giá trị tứ phân vị thứ hai là: $Q_2 = 28$.

Tứ phân vị thứ nhất là trung vị của mẫu: 23; 25; 28. Do đó $Q_1 = 25$.

Tứ phân vị thứ ba là trung vị của mẫu: 32; 33; 35. Do đó $Q_3 = 33$.

Khoảng tứ phân vị của mẫu là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 33 - 25 = 8$.

Điện Biên: 16 24 26 26 26 27 28.

Sắp xếp lại mẫu số liệu: 16 24 26 26 26 27 28

Cỡ mẫu là $n = 7$, là số lẻ nên giá trị tứ phân vị thứ hai là: $Q_2 = 26$.

Tứ phân vị thứ nhất là trung vị của mẫu: 16; 24; 26. Do đó $Q_1 = 24$.

Tứ phân vị thứ ba là trung vị của mẫu: 26; 27; 28. Do đó $Q_3 = 27$.

Khoảng tứ phân vị của mẫu là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 27 - 24 = 3$.

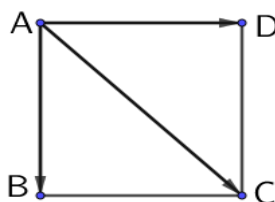
Câu 2:

Cho hình vuông $ABCD$ có $AB = 4$.

- a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$;
 b) $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CD}$;
 c) $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{DB}$;
 d) $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{CA}| = 4\sqrt{2}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------



a) Đúng

Ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ (quy tắc ba điểm).

b) Đúng

Ta có: $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CD}$ (quy tắc ba điểm).

c) Sai

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BA} = (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BD} \neq \overrightarrow{DB}.$$

d) Đúng

$$\text{Ta có: } |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{CA}| = |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DA}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AC}| = AC = 4\sqrt{2}.$$

Câu 3: Bảng sau cho biết dân số của các tỉnh/thành phố Đồng bằng Bắc Bộ năm 2018 (đơn vị triệu người).

Tỉnh/thành phố	Hà Nội	Vĩnh Phúc	Bắc Ninh	Quảng Ninh	Hải Dương	Hải Phòng	Hưng Yên	Thái Bình	Hà Nam	Nam Định	Ninh Bình
Dân số	7,52	1,09	1,25	1,27	1,81	2,01	1,19	1,79	0,81	1,85	0,97

a) Dân số của tỉnh Ninh Bình là thấp nhất.

b) Dân số trung bình các tỉnh vùng Đồng bằng Bắc bộ là 1,96 triệu người.

c) Số trung vị của mẫu số liệu trên là 1,27.

d) Nên sử dụng số dân 1,96 triệu người để đại diện cho dân số của các tỉnh thuộc Đồng bằng Bắc Bộ.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

a) Dân số của tỉnh Hà Nam là thấp nhất (0,81 triệu người), dân số của tỉnh Ninh Bình là 0,97 triệu người, nên mệnh đề a) sai.

b) Dân số trung bình các tỉnh vùng Đồng bằng Bắc Bộ là

$$\bar{x} = \frac{7,52 + 1,09 + 1,25 + 1,27 + 1,81 + 2,01 + 1,19 + 1,79 + 0,81 + 1,85 + 0,97}{11} = 1,96 \text{ (triệu người)}$$

Vậy mệnh đề b) đúng.

c) Sắp xếp số dân của các tỉnh Đồng bằng Bắc Bộ theo thứ tự tăng dần như sau:

0,81 0,97 1,09 1,19 1,25 1,27 1,79 1,81 1,85 2,01 7,52

Mẫu số liệu trên có 11 số liệu, nên số trung vị là số thứ 6.

Do đó, $M_e = 1,27$.

Vậy mệnh đề trên c) đúng.

d) Do số dân của các tỉnh Đồng bằng Bắc Bộ có sự chênh lệch lớn nên ta không nên dùng số dân trung bình 1,96 triệu người để đại diện (có đến 9/11 tỉnh có số dân dưới mức này) mà nên dùng số trung vị (1,27 triệu dân) để làm giá trị đại diện sẽ hợp lý hơn.

Vậy mệnh đề d) sai.

Câu 4: Hai con tàu xuất phát từ cùng một địa điểm A. Tàu thứ nhất đi theo hướng tạo với hướng Bắc một góc 45° với vận tốc $50(km/h)$. Tàu thứ hai đi theo hướng tạo với hướng đông một góc 20° với vận tốc $40(km/h)$. Sau khi đi được $2(h)$ thì tàu 2 bị hỏng máy và trôi tự do theo hướng nam với vận tốc $8(km/h)$. Khi đó tàu 1 nhận được tín hiệu cầu cứu của tàu 2 và bắt đầu di chuyển đến vị trí tàu 2. Biết rằng thời gian phát nhận tín hiệu không đáng kể. Các khẳng định sau là đúng hay sai?

a) Sau $2(h)$ tàu thứ nhất cách vị trí xuất phát $100km$.

b) Sau $1,5(h)$ hai tàu cách nhau $83km$ (làm tròn đến hàng đơn vị).

c) Sau khi hỏng máy $1(h)$ tàu thứ hai cách vị trí xuất phát $82km$ (làm tròn đến hàng đơn vị).

d) Sau $1,5h$ tàu thứ nhất cứu hộ được tàu thứ 2.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Đúng.

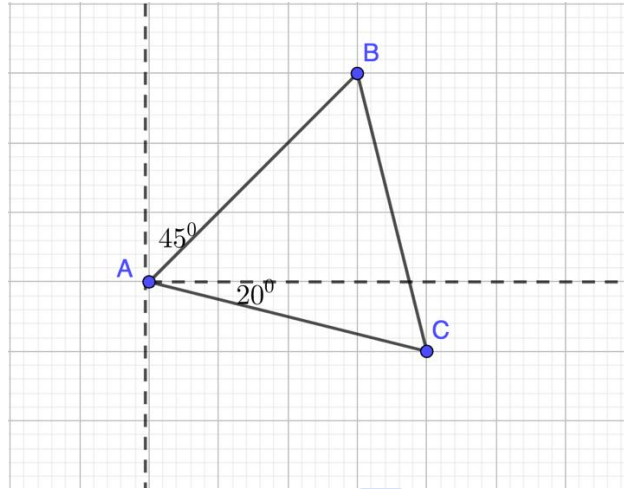
Sau 2(h) tàu thứ nhất đi được quãng đường $s = v.t = 50.2 = 100km$. Vậy a) đúng.

$$MN = AK = A'H = \sqrt{AB^2 - KB^2} = \sqrt{(3\sqrt{37})^2 - 3^2} = 18km. \text{ Vậy a) đúng.}$$

b) Đúng.

Sau 1,5h tàu thứ nhất đi đến B, khi đó $AB = 1,5.50 = 75km$.

Tàu thứ hai đi đến C, khi đó $AC = 1,5.40 = 60km$.

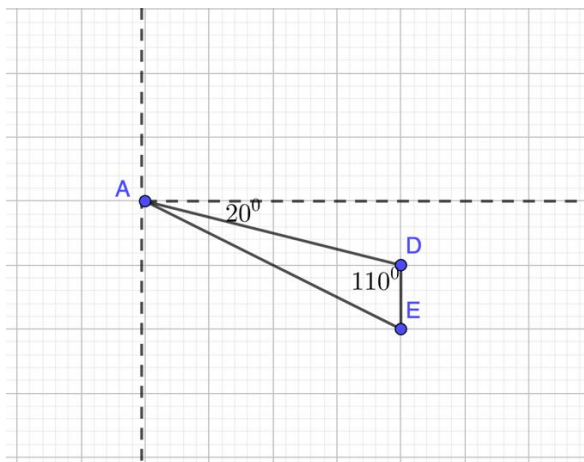


Vì tàu thứ nhất đi theo hướng tạo với hướng Bắc một góc 45° , tàu thứ hai đi theo hướng tạo với hướng đông một góc 20° . Nên $CAB = 20^\circ + 45^\circ = 65^\circ$. Khi đó khoảng cách hai tàu là khoảng cách BC và

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2.AC.AB.\cos CAB = 60^2 + 75^2 - 2.60.75.\cos 65^\circ \approx 6895,63 \Rightarrow BC \approx 83km$$

Vậy b) đúng.

c) Sai. Giả sử, khi hỏng máy tàu 2 đang ở vị trí D, khi đó $AD = 2.40 = 80km$. Sau khi hỏng máy 1(h) tàu 2 trôi theo hướng nam đến điểm E, khi đó $ED = 1.8 = 8km$.



Vì tàu 2 trôi theo hướng nam nên khi đó $EDA = 90^\circ + 20^\circ = 110^\circ$.

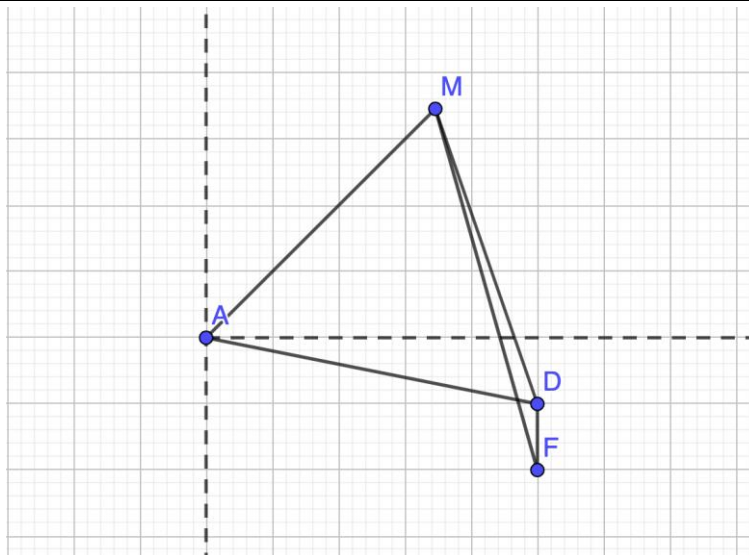
Khoảng cách của tàu 2 lúc này đến điểm xuất phát là

$$AE^2 = AD^2 + DE^2 - 2.AE.DE.\cos AED = 80^2 + 8^2 - 2.80.8.\cos 110^\circ \approx 6091,79 \Rightarrow AE \approx 83km$$

Vậy c) sai.

d) Sai.

Sau 1,5h tàu thứ 2 ở vị trí F, khi đó $DF = 1,5.8 = 12km$.



Khi tàu 2 hỏng máy thì tàu thứ nhất đã đi được $2(h)$, khi đó tàu thứ nhất ở vị trí M và tàu thứ nhất cách điểm xuất phát $AM = 2.50 = 100km$. Lúc đó khoảng cách hai tàu là

$$MD = \sqrt{MA^2 + AD^2 - 2MA \cdot DA \cdot \cos MAD} = \sqrt{100^2 + 80^2 - 2 \cdot 100 \cdot 80 \cdot \cos 65^\circ} \approx 98km.$$

Tàu thứ 2 đi xuôi xuống phía nam lúc này với vận tốc $58km/h$ vậy sau $1,5h$ tàu thứ 2 đi được quãng đường là $s = 1,5 \cdot 58 = 87km$

Ta có, $MF > DF = 98km$ (vì $MDF > 90^\circ \Rightarrow MF$ là cạnh lớn nhất trong $\triangle MDF$)

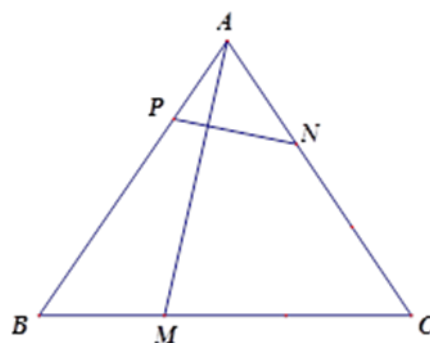
$\Rightarrow MF > 87km$. Tức là lúc này tàu thứ nhất chưa tiếp cận được tàu thứ 2. Do đó, tàu thứ nhất không cứu hộ được tàu thứ hai. vậy d) sai.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho tam giác đều ABC và các điểm M, N, P thỏa mãn $\overline{BM} = k \overline{BC}$, $\overline{CN} = \frac{2}{3} \overline{CA}$, $\overline{AP} = \frac{4}{15} \overline{AB}$. Tìm k để AM vuông góc với PN . (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,33



Ta có: $\overline{BM} = k \overline{BC} \Leftrightarrow \overline{AM} - \overline{AB} = k(\overline{AC} - \overline{AB}) \Leftrightarrow \overline{AM} = (1-k)\overline{AB} + k\overline{AC}$

Lại có: $\overline{PN} = \overline{AN} - \overline{AP} = -\frac{4}{15}\overline{AB} + \frac{1}{3}\overline{AC}$.

Để AM vuông góc với PN thì $\overline{AM} \cdot \overline{PN} = 0$

$$\Leftrightarrow \left[(1-k)\overline{AB} + k\overline{AC} \right] \left(-\frac{4}{15}\overline{AB} + \frac{1}{3}\overline{AC} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-4(1-k)}{15} AB^2 + \frac{k}{3} AC^2 + \left(\frac{1-k}{3} - \frac{4k}{15} \right) \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$$

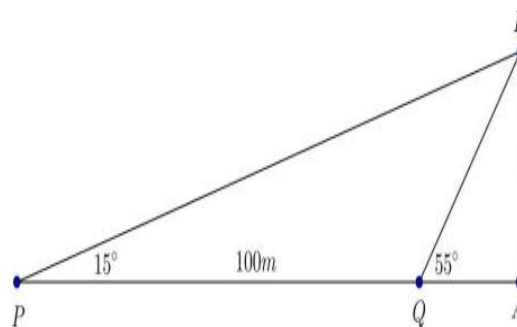
$$\Leftrightarrow \frac{-4(1-k)}{15} + \frac{k}{3} + \left(\frac{1-k}{3} - \frac{4k}{15} \right) \cos 60^\circ = 0$$

$$\Leftrightarrow k = \frac{1}{3}.$$

Câu 2: Hai chiếc tàu thủy P và Q trên biển cách nhau $100m$ và thẳng hàng với chân A của tháp hải đăng AB ở trên bờ biển (Q nằm giữa hai điểm P và A). Từ P và Q người ta nhìn chiều cao AB của tháp dưới các góc $BPA = 15^\circ$ và $BQA = 55^\circ$. Tính chiều cao của tháp (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải

Trả lời: 33



Ta có $PBQ = 55^\circ - 15^\circ = 40^\circ$. Áp dụng định lí sin cho tam giác ΔPBQ ta có

$$\frac{BQ}{\sin 15^\circ} = \frac{100}{\sin 40^\circ} \Leftrightarrow BQ = \frac{100}{\sin 40^\circ} \cdot \sin 15^\circ$$

Chiều cao của tháp là $AB = \sin 55^\circ \cdot BQ = \sin 55^\circ \cdot \sin 15^\circ \cdot \frac{100}{\sin 40^\circ} \approx 33m$

Câu 3: Có ba nhóm máy A, B, C dùng để sản xuất ra hai loại sản phẩm I và II . Để sản xuất một đơn vị sản phẩm mỗi loại phải lần lượt dùng các máy thuộc các nhóm khác nhau. Số máy trong một nhóm và số máy của từng nhóm cần thiết để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm thuộc mỗi loại được cho trong bảng sau:

Nhóm	Số máy trong mỗi nhóm	Số máy trong từng nhóm để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm	
		Loại I	Loại II
A	10	2	2
B	4	0	2
C	12	2	4

Một đơn vị sản phẩm loại I lãi ba triệu đồng, một đơn vị sản phẩm loại II lãi năm triệu đồng. Lãi suất cao nhất mà đơn vị thu được là

Lời giải

Trả lời: 17

Gọi x, y lần lượt là số sản phẩm loại I và số sản phẩm loại II được sản xuất (Điều kiện $x, y \geq 0$)

Số máy loại A cần để sản xuất không vượt quá 10 nên $2x + 2y \leq 10$ hay $x + y \leq 5$.

Tư vấn hướng nghiệp cho học sinh bằng phân tích nhân tướng học – xem chỉ tay – tử vi

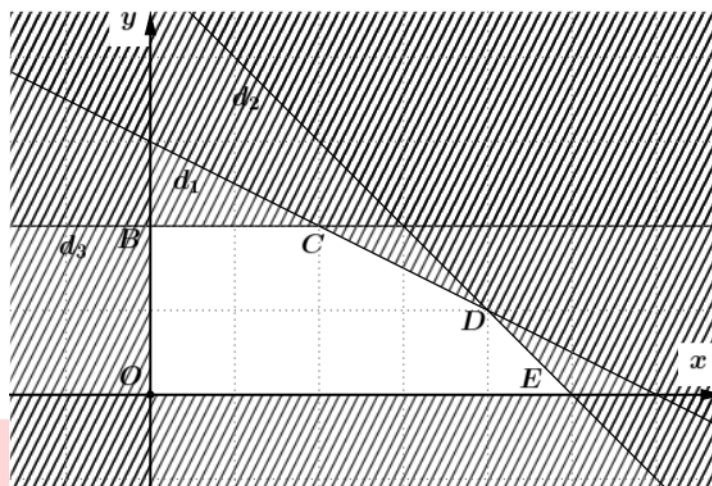
Số máy loại B cần để sản xuất không vượt quá 4 nên $0x + 2y \leq 4$ hay $y \leq 2$.

Số máy loại C cần để sản xuất không vượt quá 12 nên $2x + 4y \leq 12$ hay $x + 2y \leq 6$.

Vì số máy của mỗi nhóm được cho chi tiết trong bảng nên ta có hệ bất phương trình

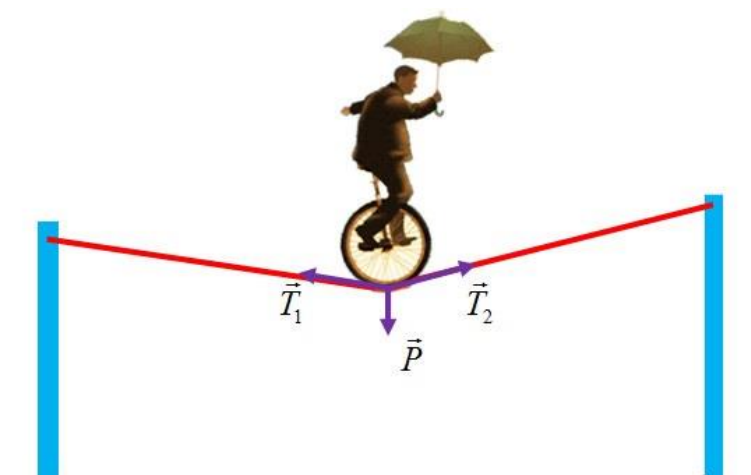
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 5 \\ y \leq 2 \\ x + 2y \leq 6 \end{cases}$$

Hệ bất phương trình có miền nghiệm là ngũ giác $OBCDE$ với $O(0;0), B(0;2), C(2;2), D(4;1)$ và $E(5;0)$ (như hình vẽ bên dưới).



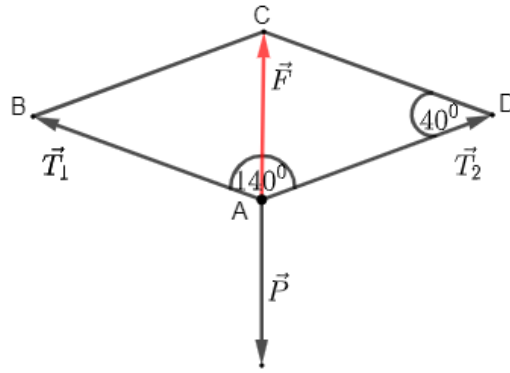
Lợi nhuận thu được khi sản xuất x sản phẩm loại I và y sản phẩm loại II là $F(x; y) = 3x + 5y$. Ta thấy $F(0;0) = 0$, $F(0;2) = 10$, $F(2;2) = 16$, $F(4;1) = 17$ và $F(5;0) = 15$ nên lợi nhuận thu được nhiều nhất là 17 triệu đồng khi sản xuất 4 sản phẩm loại I và 1 sản phẩm loại II.

Câu 4: Một diễn viên xiếc (coi là một vật rắn) trọng lượng 700N đi trên dây làm dây võng xuống một góc 140° . Tính lực căng của dây treo khi diễn viên xiếc đứng cân bằng (hình minh họa) coi dây không giãn. Biết rằng khi ở vị trí cân bằng thì $\vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{P} = \vec{0}$. (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Lời giải

Trả lời: 1023



Theo quy tắc hình bình hành, ta có: $\vec{T}_1 + \vec{T}_2 = \vec{F}$.

Khi diễn viên xiếc đạt trạng thái cân bằng trên dây, ta có: $\vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{P} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{F} = -\vec{P}$ và độ lớn $|\vec{F}| = |-\vec{P}|$ hay $F = P = 700$ Niuton.

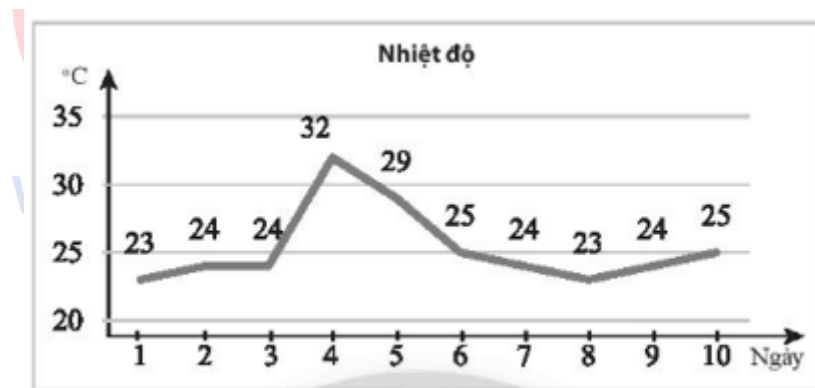
Ta có: Góc hợp bởi $\vec{T}_1$ và $\vec{T}_2$ bằng $140^\circ \Rightarrow CDA = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$.

Dây không giãn nên $\left| \overrightarrow{T_1} \right| = \left| \overrightarrow{T_2} \right|$.

Xét tam giác ADC có: $F^2 = T_1^2 + T_2^2 - 2T_1T_2 \cdot \cos CDA \Leftrightarrow F^2 = 2T_1^2 \cdot (1 - \cos 40^\circ)$

$$\Rightarrow T_1 = \sqrt{\frac{F^2}{2 \cdot (1 - \cos 40^\circ)}} = \sqrt{\frac{700^2}{2 \cdot (1 - \cos 40^\circ)}} \approx 1023 \text{ Niuton.}$$

Câu 5: Biểu đồ sau ghi lại nhiệt độ lúc 12 giờ trưa tại một trạm quan trắc trong 10 ngày liên tiếp (đơn vị: °C).



Hãy tìm phương sai của mẫu số liệu đó. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 7,61

Số trung bình cộng: $\bar{x} = \frac{2.23+4.24+2.25+1.29+1.32}{10} = 25,3.$

Phương sai:

$$s^2 = \frac{2 \cdot (23 - 25,3)^2 + 4 \cdot (24 - 25,3)^2 + 2 \cdot (25 - 25,3)^2 + (29 - 25,3)^2 + (32 - 25,3)^2}{10} = 7,61.$$

Câu 6: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(1; -4)$, $B(4; 5)$, $C(0; -7)$. Điểm M di chuyển trên trục Ox . Đặt $Q = 2|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}| + 3|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$. Tìm giá trị nhỏ nhất của Q . (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải

Trả lời: 19

Do $M \in Ox$ nên $M(x; 0)$

Ta có $\overrightarrow{MA} = (1-x; -4)$, $\overrightarrow{MB} = (4-x; 5)$, $\overrightarrow{MC} = (-x; -7)$

Suy ra $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} = (1-x+8-2x; -4+10) = (9-3x; 6)$ và

$\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = (4-x-x; 5-7) = (4-2x; -2)$

Ta có

$$\begin{aligned} Q &= 2|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}| + 3|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| \\ &= 2\sqrt{(9-3x)^2 + 6^2} + 3\sqrt{(4-2x)^2 + (-2)^2} \\ &= 6\left(\sqrt{(3-x)^2 + 2^2} + \sqrt{(2-x)^2 + (-1)^2}\right) \\ &= 6(ME + MF) \end{aligned}$$

Trong đó $E(3; 2)$, $F(2; -1)$ nên $\overrightarrow{EF} = (-1; -3) \Rightarrow |\overrightarrow{EF}| = \sqrt{10}$

Mà $ME + MF \geq EF = \sqrt{10} \Rightarrow Q \geq 6\sqrt{10}$

Dấu "=" xảy ra M là giao điểm của đoạn EF và $Ox \Leftrightarrow M\left(\frac{7}{3}; 0\right)$

Vậy Q đạt giá trị nhỏ nhất là $6\sqrt{10} \approx 19$.

