



LỜI GIẢI THAM KHẢO

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Tìm mệnh đề phủ định của mệnh đề: $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 5 > 0$.

A. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 5 < 0$.

B. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 5 < 0$.

C. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 5 \leq 0$.

D. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 5 \leq 0$.

Lời giải

Chọn D

Mệnh đề phủ định của mệnh đề $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 5 > 0$ là mệnh đề $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 5 \leq 0$.

Câu 2. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề sai?

A. $\forall n \in \mathbb{N} : n \leq 2n$.

B. $\exists n \in \mathbb{N} : n^3 = n$.

C. $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 > 0$.

D. $\exists x \in \mathbb{R} : x > x^2$.

Lời giải

Chọn C

- Mệnh đề $\forall n \in \mathbb{N} : n \leq 2n$ là mệnh đề đúng $\forall n$

- Mệnh đề $\exists n \in \mathbb{N} : n^3 = n$ là mệnh đề đúng khi $n = 1; 0$

- Mệnh đề $\exists x \in \mathbb{R} : x > x^2$ là mệnh đề đúng khi $x = \frac{1}{2}$

- Mệnh đề $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 > 0$ là mệnh đề **sai** khi $x = 0$

Câu 3. Hãy viết tập $A = \{1; 2; 3; 4\}$ bằng cách nêu tính chất đặc trưng.

A. $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 4\}$.

B. $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x \leq 4\}$.

C. $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \leq 4\}$.

D. $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < 5\}$.

Lời giải

Chọn B

- Đáp án B đúng vì $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x \leq 4\} = \{1; 2; 3; 4\}$

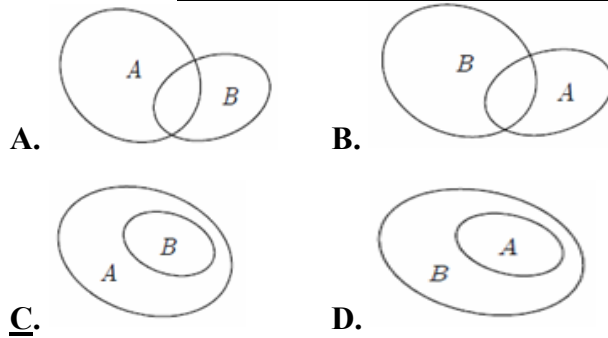
- Các đáp án A, C, D loại vì

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 4\} = \{0; 1; 2; 3; 4\}$$

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \leq 4\} = \{\dots, -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}$$

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < 5\} = (0; 5)$$

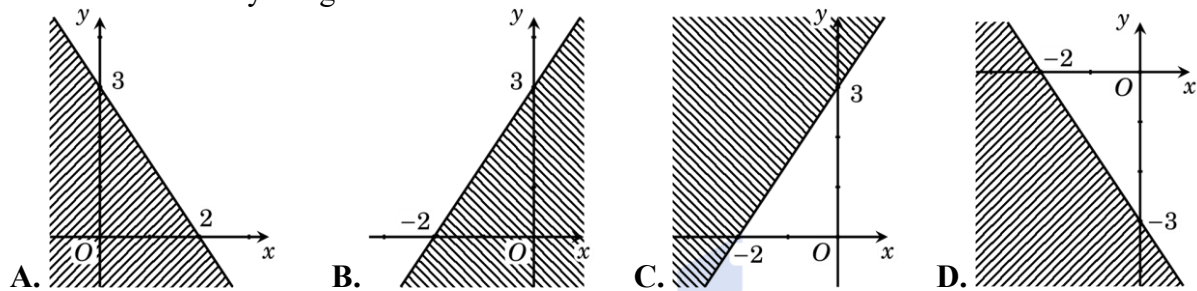
Câu 4. Hình nào sau đây minh họa tập B là con của tập A ?



Lời giải

Chọn C

Câu 5. Miền nghiệm của bất phương trình $3x + 2y > -6$ là miền mặt phẳng **không bị gạch bỏ** (không kẻ bờ), hình vẽ nào sau đây đúng ?



Lời giải

Chọn D

Ta có đường thẳng $d: 3x + 2y = -6$ đi qua $A(-2; 0)$ và $B(0; -3)$.

Ngoài ra $3 \cdot 0 + 2 \cdot 0 > -6$ là mệnh đề sai nên điểm $O(0; 0)$ thuộc miền nghiệm bất phương trình.

Câu 6. Miền nghiệm của bất phương trình $2x + 3y - 1 < 0$ không chứa điểm nào trong các điểm sau?
A. $O(0; 0)$. **B.** $N(-1; 0)$. **C.** $P(-4; 2)$. **D.** $M(2; -1)$.

Lời giải

Chọn D

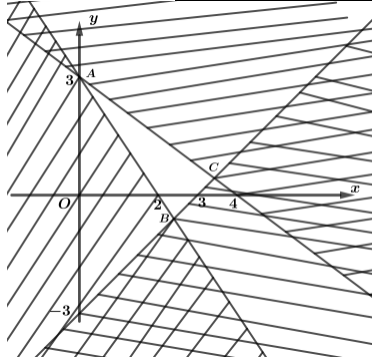
- Thay $x = 0; y = 0$ thì $2 \cdot 0 + 3 \cdot 0 - 1 < 0$ đúng nên điểm $O(0; 0)$ thuộc miền nghiệm của bất phương trình $2x + 3y - 1 < 0$.

- Thay $x = -1; y = 0$ thì $2 \cdot (-1) + 3 \cdot 0 - 1 < 0$ đúng nên điểm $N(-1; 0)$ thuộc miền nghiệm của bất phương trình $2x + 3y - 1 < 0$.

- Thay $x = -4; y = 2$ thì $2 \cdot (-4) + 3 \cdot 2 - 1 < 0$ đúng nên điểm $P(-4; 2)$ thuộc miền nghiệm của bất phương trình $2x + 3y - 1 < 0$.

- Thay $x = 2; y = -1$ thì $2 \cdot 2 + 3 \cdot (-1) - 1 < 0$ sai nên điểm $M(2; -1)$ không thuộc miền nghiệm của bất phương trình $2x + 3y - 1 < 0$.

Câu 7. Miền tam giác ABC kẻ cả ba cạnh sau đây là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn hệ A, B, C, D ?



A.
$$\begin{cases} 2x+3y \geq 6 \\ x+y \leq 3 \\ 3x+4y \leq 12 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} 3x+2y \geq 6 \\ x+y \leq 3 \\ 4x+3y \leq 12 \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} 3x+2y \geq 6 \\ x-y \leq 3 \\ 3x+4y \leq 12 \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} 2x+3y \geq 6 \\ x-y \leq 3 \\ 4x+3y \leq 12 \end{cases}$$

Lời giải

Chọn C

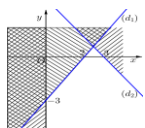
Cạnh BC đi qua điểm $(0;-3)$ và $(3;0)$ nên có phương trình $x-y=3$ và cạnh BC nằm trong miền nghiệm nên $x-y \leq 3$ là một bất phương trình của hệ.

Cạnh AC qua hai điểm $(4;0)$ và $(0;3)$ nên có phương trình: $3x+4y=12$.

Vậy hệ bất phương trình cần tìm là
$$\begin{cases} 3x+2y \geq 6 \\ x-y \leq 3 \\ 3x+4y \leq 12 \end{cases}$$

Câu 8.

Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 3x-2y-6 \geq 0 \\ 2(x-1)+\frac{3y}{2} \leq 4 \\ x \geq 0 \end{cases}$$
 không chứa điểm nào sau đây?



A. $A(2;-2)$.

B. $B(3;0)$.

C. $C(1;-1)$.

D. $D(2;-3)$.

Lời giải

Chọn C



- Vì thay $C(1; -1)$ vào $\begin{cases} 3x - 2y - 6 \geq 0 \\ 2(x-1) + \frac{3y}{2} \leq 4 \\ x \geq 0 \end{cases}$ ta được $\begin{cases} -1 \geq 0 \\ -\frac{3}{2} \leq 4 \\ 1 \geq 0 \end{cases}$ vô lí. Nên $C(1; -1)$ không thuộc miền nghiệm của bất phương trình đã cho.

- Câu 9.** Cho $\cot \alpha = \frac{1}{3}$. Giá trị của biểu thức $A = \frac{3\sin \alpha + 4\cos \alpha}{2\sin \alpha - 5\cos \alpha}$ là
- A. $-\frac{15}{13}$ B. -13 C. $\frac{15}{13}$ D. 13

Lời giải

Chọn D

Do $\cot \alpha = \frac{1}{3}$ nên $\sin \alpha \neq 0$, ta chia cả 2 tử và mẫu của biểu thức A cho $\sin \alpha \neq 0$, ta được

$$A = \frac{3 + 4 \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}}{2 - 5 \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}} = \frac{3 + 4 \cot \alpha}{2 - 5 \cot \alpha} = \frac{3 + 4 \cdot \frac{1}{3}}{2 - 5 \cdot \frac{1}{3}} = 13$$

- Câu 10.** Với mọi góc α thỏa mãn $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$. B. $\tan(180^\circ - \alpha) = \tan \alpha$. ($\alpha \neq 90^\circ$)
C. $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$. D. $\cot(180^\circ - \alpha) = \cot \alpha$. ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$)

Lời giải

Chọn D

Theo lý thuyết giá trị các góc bù nhau ta có $\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$.

- Câu 11.** Cho tam giác ABC có $a=4, b=6, c=8$. Khi đó diện tích của tam giác là:

A. $9\sqrt{15}$. B. 105 . C. $\frac{2}{3}\sqrt{15}$. D. $3\sqrt{15}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Nửa chu vi của tam giác } p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{4+6+8}{2} = 9.$$

$$\text{Diện tích của tam giác } S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{9(9-4)(9-6)(9-8)} = 3\sqrt{15}.$$

- Câu 12.** Cho tam giác ABC, mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cos A$. B. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$.
C. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos C$. D. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos B$.

Lời giải

Chọn B



Áp dụng định lý côsin ta có $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Lớp 10A có tất cả 40 học sinh trong đó có 13 học sinh chỉ thích đá bóng, 18 học sinh chỉ thích chơi cầu lông và số học sinh còn lại thích chơi cả hai môn thể thao nói trên. Khi đó:

- a) Có 9 học sinh thích chơi cả hai môn cầu lông và bóng đá?
- b) Có 22 học sinh thích bóng đá?
- c) Có 26 học sinh thích cầu lông?
- d) Có 27 học sinh thích chơi cả hai môn cầu lông và bóng đá?

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

- a) Số học sinh thích chơi cả hai môn cầu lông và bóng đá: $40 - (18 + 13) = 9$ (học sinh).
- b) Số học sinh thích bóng đá: $13 + 9 = 22$ (học sinh).
- c) Số học sinh thích cầu lông: $18 + 9 = 27$ (học sinh).
- d) Số học sinh thích chơi cả hai môn cầu lông và bóng đá: $40 - (18 + 13) = 9$ (học sinh).

Câu 2. Cho bất phương trình $-2x + 3y > 3$. Khi đó:

- a) (0;0) không là nghiệm bất phương trình.
- b) (-1;1) không là nghiệm bất phương trình.
- c) (0;1) không là nghiệm bất phương trình.
- d) (1;3) là nghiệm bất phương trình.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

- a) Thay $x = 0, y = 0$ vào bất phương trình: $0 > 3$ (sai). Vì vậy (0;0) không là nghiệm bất phương trình.
- b) Thay $x = -1, y = 1$ vào bất phương trình: $2 + 3 > 3$ (đúng). Vì vậy (-1;1) là nghiệm bất phương trình.
- c) Thay $x = 0, y = 1$ vào bất phương trình: $3 > 3$ (sai). Vì vậy (0;1) không là nghiệm bất phương trình.
- d) Thay $x = 1, y = 3$ vào bất phương trình: $-2 + 9 > 3$ (đúng). Vì vậy (1;3) là nghiệm bất phương trình.

Câu 3. Cho hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} 3x + 2y \geq 9 \\ x - 2y \leq 3 \\ x + y \leq 6 \\ x \geq 1 \end{cases} \quad (I).$$
 Khi đó:

- a) Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền tam giác
- b) (3;2) là một nghiệm của hệ bất phương trình
- c) $x = 1, y = 3$ là nghiệm của hệ bất phương trình (I) sao cho $F = 3x - y$ đạt giá trị lớn nhất

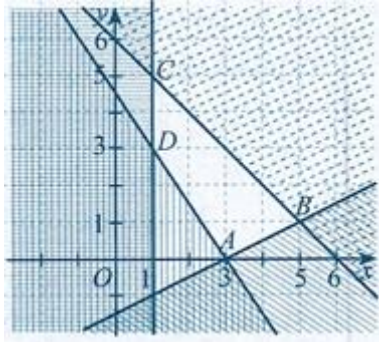


d) $x=1, y=5$ là nghiệm của hệ bất phương trình (I) sao cho $F=3x-y$ đạt giá trị nhỏ nhất

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

a) Miền nghiệm của hệ (I) là miền tứ giác $ABCD$ với $A(3;0), B(5;1), C(1;5), D(1;3)$ (Hình).



b) $(3;2)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình

c) Tính giá trị của $F=3x-y$ tại các cặp số $(x;y)$ là tọa độ của các đỉnh tứ giác $ABCD$ rồi so sánh các giá trị đó, ta được F đạt giá trị lớn nhất bằng 14 tại $x=5, y=1$

d) F đạt giá trị nhỏ nhất bằng -2 tại $x=1, y=5$.

Câu 4. Cho tam giác ABC biết các cạnh $a=52,1cm, b=85cm, c=54cm$. Khi đó:

a) $\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$

b) $A \approx 32^\circ$

c) $B \approx 126^\circ$

d) $C \approx 38^\circ$.

WE COACH. WE INSPIRE

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

Theo hệ quả định lí $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

$$= \frac{85^2 + 54^2 - 52,1^2}{2 \cdot 85 \cdot 54} \approx 0,81 \Rightarrow A \approx 36^\circ;$$

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{52,1^2 + 54^2 - 85^2}{2 \cdot 52,1 \cdot 54} \approx -0,28 \Rightarrow B \approx 106^\circ$$

$$C = 180^\circ - (A + B) \approx 38^\circ.$$

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho các mệnh đề sau:

Mệnh đề a) Mọi số tự nhiên có tận cùng bằng 0 đều chia hết cho 10 ;

Mệnh đề b) Bình phương của mọi số thực đều lớn hơn 0 ;



Mệnh đề c) Tập rỗng là tập con của mọi tập hợp.

Hỏi có bao nhiêu mệnh đề đúng

Lời giải

Trả lời: 2

a) Có thể viết mệnh đề dưới dạng: " $\forall n \in \mathbb{N}$, nếu n có tận cùng là 0 thì n chia hết cho 10". Mệnh đề này là mệnh đề đúng vì với bất cứ số tự nhiên nào có tận cùng bằng 0, số đó đều chia hết cho 10.

b) Có thể viết mệnh đề dưới dạng: " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 > 0$ ". Mệnh đề này sai vì với $x = 0$ thì $x^2 = 0$.

c) Mệnh đề đúng.

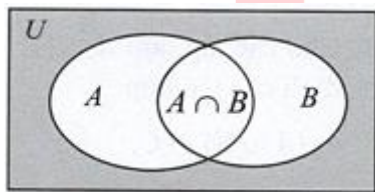
Câu 2. Trong một cuộc khảo sát người tiêu dùng, trong 100 người uống cà phê được khảo sát, có 55 người thêm đường, 65 người thêm sữa và 30 người thêm cả đường và sữa. Trong số 100 người đó, có bao nhiêu người không thêm đường hoặc sữa?

Lời giải

Trả lời: 10

Kí hiệu U là tập hợp 100 người được khảo sát, A là tập hợp người thêm đường, B là tập hợp người thêm sữa (trong số 100 người đó).

Khi đó, $A \cap B$ là tập hợp người thêm cả đường và sữa, $A \cup B$ là tập hợp người thêm ít nhất đường hoặc sữa.



Theo giả thiết ta có $n(A) = 55, n(B) = 65, n(A \cap B) = 30$.

Số người thêm ít nhất đường hoặc sữa là $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 55 + 65 - 30 = 90$.

Số người không thêm đường hoặc sữa là $n(U) - n(A \cup B) = 100 - 90 = 10$.

Câu 3. Trong các bất phương trình sau: $\frac{x}{2} - \frac{y}{3} \geq 1$; $3x^2 < 0$; $y^2 \geq 0$. Số các bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y là ?

Lời giải

Trả lời: 1

Câu 4. Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi kilogram thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipid. Mỗi kilogram thịt lợn chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất 1,6 kg thịt bò và 1,1 kg thịt lợn. Giá tiền một kg thịt bò là 160 nghìn đồng, 1 kg thịt lợn là 110 nghìn đồng. Tính tổng số kg thịt bò và thịt lợn mà gia đình đó cần mua để tổng số tiền họ phải trả là ít nhất mà vẫn đảm bảo lượng protein và lipid trong thức ăn.

Lời giải

Trả lời: 1,4

Gọi x, y là số kg thịt bò và thịt lợn mà gia đình đó cần mua.



$$0 \leq x \leq 1,6$$

$$0 \leq y \leq 1,4$$

Khi đó số lượng đơn vị protein từ x kg thịt bò và y kg thịt lợn ít nhất là 900

Nên ta có: $800x + 600y \geq 900$ (1)

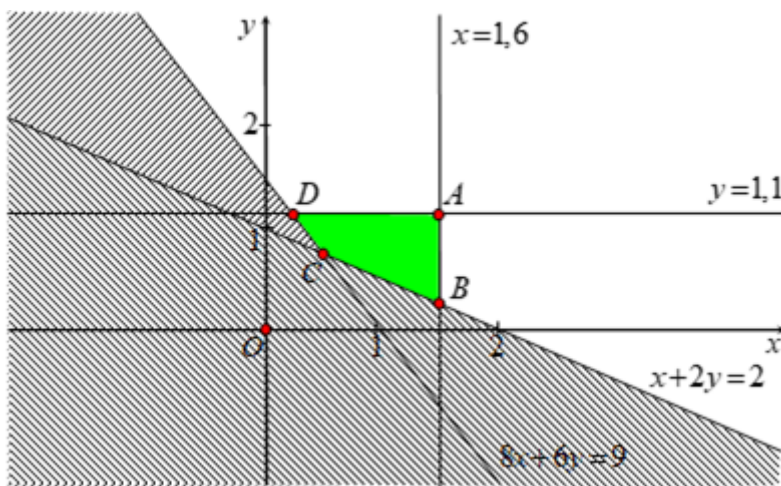
Khi đó số lượng đơn vị lipit từ x kg thịt bò và y kg thịt lợn ít nhất là 400

$$200x + 400y \geq 400 \quad (2)$$

Kết hợp (1) và (2) và điều kiện ta có hệ bpt

$$\begin{cases} 8x + 6y \geq 9 \\ 2x + 4y \geq 4 \\ 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,4 \end{cases}$$

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bpt ta được



Vẽ hệ trục tọa độ ta tìm được tọa độ các điểm

$$A(1,6;1,1); B(1,6;0,2); C(0,6;0,7); D(0,3;1,1)$$

Số tiền mà gia đình này mua là $F(x; y) = 160x + 110y$

$$F(A) = 377 \text{ nghìn}$$

$$F(B) = 278 \text{ nghìn}$$

$$F(C) = 173 \text{ nghìn}$$

$$F(D) = 169 \text{ nghìn}$$

$F(x; y)$ đạt giá trị nhỏ nhất nên $x = 0,3; y = 1,1$

$$\text{Nên } x + y = 1,4$$

Câu 5. Cho $\cot \alpha = -3$. Tính giá trị biểu thức $P = \frac{\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} = -\frac{a}{b}$ (với a, b là số nguyên dương và không có ước chung khác 1). Tính $a + b$

Lời giải

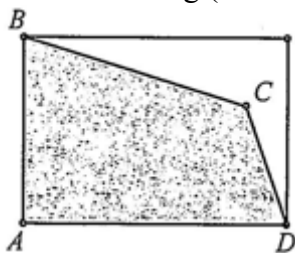


Trả lời: 33

Vì $\cot \alpha = -3$ nên $\sin \alpha \neq 0$. Chia cả tử và mẫu của P cho $\sin^3 \alpha$, ta có:

$$P = \frac{1 + \cot^3 \alpha}{\frac{1}{\sin^2 \alpha} (1 - \cot \alpha)} = \frac{1 + \cot^3 \alpha}{(1 + \cot^2 \alpha)(1 - \cot \alpha)} = \frac{1 + (-3)^3}{[1 + (-3)^2][1 - (-3)]} = -\frac{13}{20}$$

Câu 6. Một mảnh đất hình chữ nhật bị xén đi một góc (Hình), phần còn lại có dạng hình tứ giác $ABCD$ với độ dài các cạnh là $AB = 15m, BC = 19m, CD = 10m, DA = 20m$. Diện tích mảnh đất $ABCD$ bằng bao nhiêu mét vuông (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



Lời giải

Trả lời: 236

Xét tam giác ABD vuông tại A , ta có:

Diện tích tam giác ABD là: $S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} AB \cdot AD = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 20 = 150 (m^2)$.

Áp dụng định lý Pythagore ta có: $BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{15^2 + 20^2} = 25 (m)$.

Xét tam giác BCD :

Ta có: $p = \frac{BC + CD + DB}{2} = \frac{19 + 10 + 25}{2} = 27 (m)$.

Áp dụng công thức Heron, ta có diện tích tam giác BCD là:

$$S_{\triangle BCD} = \sqrt{27 \cdot (27 - 19) \cdot (27 - 10) \cdot (27 - 25)} = 12\sqrt{51} \approx 86 (m^2)$$

Vậy diện tích mảnh đất $ABCD$ là: $S = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle BCD} \approx 150 + 86 = 236 (m^2)$.