



CHƯƠNG

I

MỆNH ĐỀ VÀ TẬP HỢP

BÀI 2: TẬP HỢP. CÁC PHÉP TOÁN TRÊN TẬP HỢP



LÝ THUYẾT.

1. KHÁI NIỆM CƠ BẢN VỀ TẬP HỢP

a. Tập hợp

Tập hợp (còn gọi là tập) là một khái niệm cơ bản của toán học, không định nghĩa.

Giả sử đã cho tập hợp A .

- Để chỉ a là một phần tử của tập hợp A , ta viết $a \in A$ (đọc là a thuộc A).
- Để chỉ a không phải là một phần tử của tập hợp A , ta viết $a \notin A$ (đọc là a không thuộc A).

Có thể mô tả một tập hợp bằng một trong hai cách sau

Cách 1. Liệt kê các phần tử của tập hợp;

Cách 2. Chỉ ra tính chất đặc trưng cho các phần tử của tập hợp

$a \in S$; phần tử a
thuộc tập hợp S .

$a \notin S$; phần tử a
không thuộc tập hợp
 S .

Chú ý. Số phần tử của tập hợp S được kí hiệu là $n(S)$.

Tập hợp không chứa phần tử nào được gọi là **tập rỗng**, kí hiệu là $\emptyset$.

Chẳng hạn:

- Tập các nghiệm của phương trình $x^2 + 1 = 0$ là tập rỗng.

Luyện tập 1.

Gọi X là tập nghiệm của phương trình: $x^2 - 24x + 143 = 0$.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $13 \in X$; b) $11 \notin X$; c) $n(X) = 2$.



Giải

Ta có phương trình: $x^2 - 24x + 143 = 0$ có hai nghiệm phân biệt là $x_1 = 11, x_2 = 13$.

Suy ra $X = \{11; 13\}$ nên mệnh đề

- a) $13 \in X$ là đúng;
- b) $11 \notin X$ là sai;
- c) $n(X) = 2$ là đúng

b. Tập hợp con

Nếu mọi phần tử của tập hợp T đều là phần tử của tập hợp S thì ta nói T là một **tập hợp con (tập con)** của S và ta viết là $T \subset S$ (đọc là T chứa trong S hoặc T là tập con của S).

- ♦ Thay cho $T \subset S$, ta còn viết $S \supset T$ (đọc là S chứa T).
- ♦ Kí hiệu $T \not\subset S$ để chỉ T không là tập con của S .

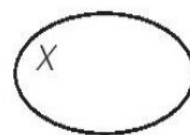
Nhận xét

- ♦ Từ định nghĩa trên, T là tập con của S nếu mệnh đề sau đúng:

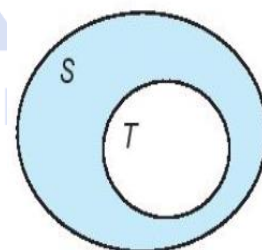
$$\forall x, x \in T \Rightarrow x \in S.$$

- ♦ Quy ước tập rỗng là tập con của mọi tập hợp.

Người ta thường minh họa một tập hợp bằng một hình phẳng được bao quanh bởi đường kín, gọi là **biểu đồ Ven** (H.1.2)



Hình 1.2



Hình 1.3

Minh họa T là một tập con của S như Hình 1.3

c. Hai tập hợp bằng nhau

Hai tập hợp S và T được gọi là **hai tập hợp bằng nhau** nếu mỗi phần tử của T cũng là phần tử của tập hợp S và ngược lại.

Kí hiệu $S = T$.

Nếu $S \subset T$ và $T \subset S$ thì $S = T$.



Luyện tập 2.



Giả sử C là tập hợp các hình bình hành có hai đường chéo vuông góc; D là tập hợp các hình hình vuông.

Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

- a) $C \subset D$; b) $C \supset D$; c) $C = D$.

Giải

Ta có hình bình hành có hai đường chéo vuông góc là hình thoi. Lại có mọi hình vuông đều là hình thoi. Suy ra $C \supset D$ nên mệnh đề

- a) $C \subset D$ là sai;
 b) $C \supset D$ là đúng;
 c) $C = D$ là sai, do có hình thoi hai cạnh kề có độ dài không bằng nhau thì không phải là hình vuông.

2. CÁC TẬP HỢP SỐ

a. Mối quan hệ giữa các tập hợp số

- ☐ Tập hợp các số *tự nhiên* $\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; 4; \dots\}$.
- ☐ Tập hợp các số *nguyên* $\mathbb{Z}$ gồm các số tự nhiên và các số nguyên âm:

$$\mathbb{Z} = \{\dots; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; \dots\}.$$
- ☐ Tập hợp các số *hữu tỉ* $\mathbb{Q}$ gồm các số viết được dưới dạng phân số $\frac{a}{b}$, với $a, b \in \mathbb{Z}$, $b \neq 0$.

Số hữu tỉ còn được biểu diễn dưới dạng số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn tuần hoàn.

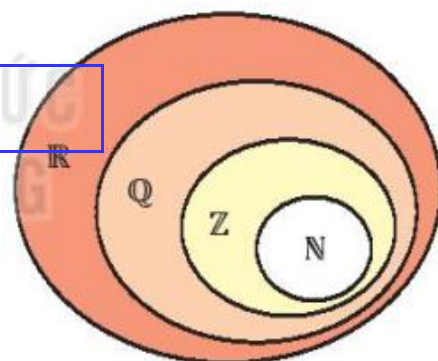
- ☐ Tập hợp các số *thực* $\mathbb{R}$ gồm các số hữu tỉ và các số vô tỉ. Số vô tỉ là các số thập phân vô hạn không tuần hoàn.

Mối quan hệ giữa các tập hợp số: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.

Luyện tập 3.

Cho tập hợp $C = \{-4; 0; 1; 2\}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) C là tập con của $\mathbb{Z}$; b) C là tập con của $\mathbb{N}$; c) C là tập con của $\mathbb{R}$.



Hình 1.5



Giải

Đáp án a), c) đúng

Đáp án b) sai vì $-4 \notin \mathbb{N}$

b. Các tập con thường dùng của $\mathbb{R}$

Một số tập con thường dùng của tập số thực $\mathbb{R}$:

- **Khoảng**
 - $(a; b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$
 - $(a; +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x > a\}$
 - $(-\infty; b) = \{x \in \mathbb{R} \mid x < b\}$
 - $(-\infty; +\infty)$
- **Đoạn**
 - $[a; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$
- **Nửa khoảng**
 - $[a; b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$
 - $(a; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$
 - $[a; +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq a\}$
 - $(-\infty; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq b\}$

Kí hiệu $+\infty$: Đọc là dương vô cực (hoặc dương vô cùng).
Kí hiệu $-\infty$: Đọc là âm vô cực (hoặc âm vô cùng).
 a, b gọi là các đầu mút của đoạn, khoảng hay nửa khoảng.



Luyện tập 4.

1) $x \in [2; 5]$	a) $2 < x \leq 5$
2) $x \in (2; 5]$	b) $x \geq 7$
3) $x \in [7; +\infty)$	c) $7 < x < 10$
4) $x \in (7; 10)$	d) $2 \leq x \leq 5$
	e) $2 \leq x < 5$

Hãy ghép mỗi dòng ở cột bên trái với một dòng thích hợp ở cột bên phải.

Giải

1-d, 2-a, 3-b, 4-c

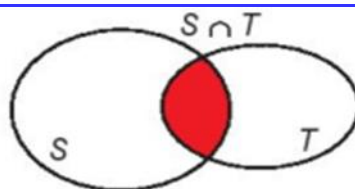


3. CÁC PHÉP TOÁN TRÊN TẬP HỢP

a. Giao của hai tập hợp

Tập hợp gồm các phần tử thuộc cả hai tập hợp S và T gọi là **giao của hai tập hợp** S và T , ký hiệu là $S \cap T$.

$$S \cap T = \{x \mid x \in S \wedge x \in T\}$$



Hình 1.6

► Luyện tập

Cho các tập hợp $C = [1; 5]$, $D = [-2; 3]$. Hãy xác định tập hợp $C \cap D$.

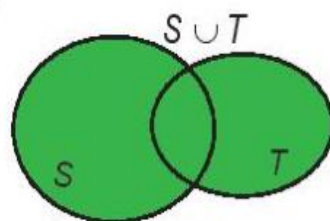
Giải:

Ta có : $C \cap D = [1; 3]$.

b. Hợp của hai tập hợp:

Tập hợp gồm các phần tử thuộc tập hợp S hoặc T tập hợp gọi là **hợp của hai tập hợp** S và T , ký hiệu $S \cup T$.

$$S \cup T = \{x \mid x \in S \vee x \in T\}.$$

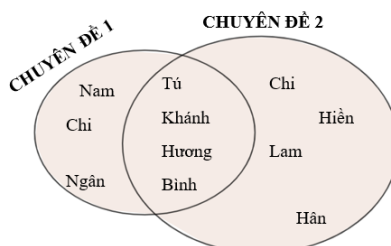


Hình 1.7

► Luyện tập

Hãy biểu diễn tập $A \cup B$ bằng biểu đồ Ven, với A, B cho trong HD1.

HD : Hs trình bày biểu đồ Ven.



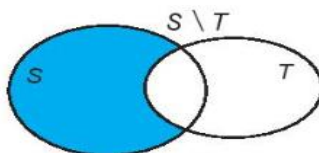
c. Hiệu của hai tập hợp:



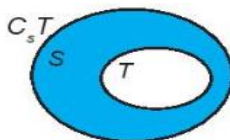
Hiệu của hai tập hợp S và T là tập hợp gồm các phần tử thuộc tập hợp S mà không thuộc tập hợp T , ký hiệu $S \setminus T$.

$$S \setminus T = \{x \mid x \in S \vee x \notin T\}.$$

Nếu T là tập con của tập hợp S , thì $S \setminus T$ còn được gọi là Phần bù của T trong S . Ký hiệu là $C_S T$



Hình 1.9



Hình 1.10

▶ Luyện tập

Tìm phần bù của các tập hợp sau trong $\mathbb{R}$

a) $(-\infty; -2)$.

b) $[-5; +\infty)$.

Giải:

a) $\mathbb{R} \setminus (-\infty; -2) = [-2; +\infty)$.

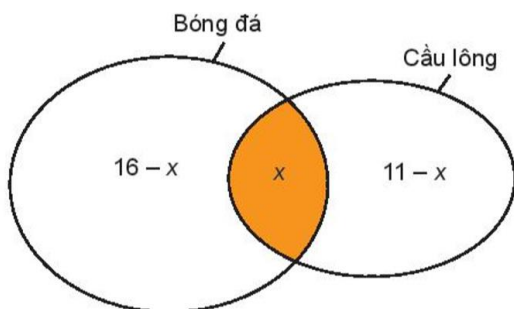
b) $\mathbb{R} \setminus [-5; +\infty) = (-\infty; -5)$.

▶ Vận dụng

Lớp 10A có 24 tham gia thi đấu bóng đá và cầu lông, trong đó có 16 bạn tham gia thi đấu bóng đá và 11 bạn tham gia thi đấu cầu lông. Giả sử các trận bóng đá và các trận cầu lông không tổ chức đồng thời. Hỏi có bao nhiêu bạn lớp 10A tham gia thi đấu cả bóng đá và cả cầu lông?

Gợi ý : Gọi x là số bạn tham gia thi đấu cả bóng đá và cả cầu lông.

Trả lời : $24 = 16 + 11 - x \Leftrightarrow x = 16 + 11 - 24 \Leftrightarrow x = 3$.



Ta có

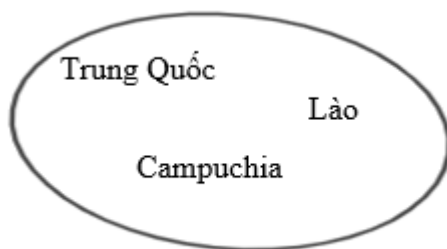
$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$





BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA.

- 1.8. Gọi X là tập hợp các quốc gia tiếp giáp với Việt Nam. Hãy liệt kê các phần tử của tập hợp X và biểu diễn tập X bằng biểu đồ Ven.



Lời giải

$$X = \{\text{Trung Quốc, Lào, Campuchia}\}$$

- 1.9. Ký hiệu E là tập hợp các quốc gia tại khu vực Đông Nam Á.

- Nêu ít nhất hai phần tử thuộc tập hợp E .
- Nêu ít nhất hai phần tử không thuộc tập hợp E .
- Liệt kê các phần tử thuộc tập hợp E . Tập hợp E có bao nhiêu phần tử?

Lời giải

- Hai quốc gia thuộc khu vực Đông Nam Á : Lào, Thái Lan.
- Hai quốc gia không thuộc khu vực Đông Nam Á : Trung Quốc, Ấn Độ.
- $E = \{\text{Việt Nam, Lào, Campuchia, Thái lan, Indonesia, Singapore, Đông Timor, Philipin, Myanmar, Brunei và Myanma}\}$

Số phần tử tập hợp E là : $n(E) = 11$.

- 1.10. Hãy viết tập hợp sau bằng cách nêu tính chất đặc trưng cho các phần tử của tập hợp :

$$A = \{0; 4; 8; 12; 16\}.$$

Lời giải

$$\text{Tập hợp } A = \{4n \mid n \in \mathbb{N}, 0 \leq n \leq 4\}.$$

- 1.11. Trong các tập hợp sau, tập nào là tập hợp rỗng?

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 6 = 0\}; \quad B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 - 6 = 0\}.$$

Lời giải

$$\text{Ta có : } x^2 - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{6} \\ x = -\sqrt{6} \end{cases}, \text{ hai giá trị này không thuộc tập } \mathbb{Z}.$$

$$\text{Vậy } B = \emptyset.$$

- 1.12. Cho $X = \{a; b\}$. Các cách viết sau đúng hay sai? Giải thích kết luận đưa ra.

- $a \subset X$.
- $\{a\} \subset X$.
- $\emptyset \in X$.

Lời giải



a) Sai. Vì a là ký hiệu phần tử, viết đúng phải là : $a \in X$

b) Đúng.

c) Sai. Vì $\emptyset$ là 1 tập hợp, không phải là phần tử của X . Viết đúng phải là : $\emptyset \subset X$.

1.13. Cho $A = \{2; 5\}$, $B = \{5; x\}$, $C = \{2; y\}$. Tìm x và y để $A = B = C$.

Lời giải

Các tập hợp bằng nhau nếu các phần tử của tập này cũng là phần tử của tập kia.

Vậy để cho $A = B = C$ thì $x = 2, y = 5$.

1.14. Cho $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x < 4\}$; $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid (5x - 3x^2)(x^2 + 2x - 3) = 0\}$.

a) Liệt kê các phần tử của hai tập hợp A và B .

b) Hãy xác định các tập hợp $A \cap B, A \cup B$ và $A \setminus B$.

Lời giải

a) Ta có : $A = \{\dots; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$.

$$\diamond 5x - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{5}{3} \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\diamond x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in \mathbb{Z} \\ x = -3 \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Khi đó : $B = \{-3; 0; 1\}$.

b) Ta có : $B \subset A$ nên $A \cap B = B$; $A \cup B = A$; $A \setminus B = \{\dots; -4; -2; -1; 2; 3\}$.

1.15. Xác định các tập hợp sau và biểu diễn chúng trên trục số.

a) $(-4; 1] \cap [0; 3)$.

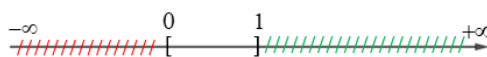
b) $(0; 2] \cup (-3; 1]$.

c) $(-2; 1) \cap (-\infty; 1]$.

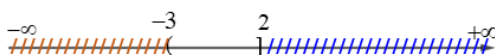
d) $\mathbb{R} \setminus (-\infty; 3]$.

Lời giải

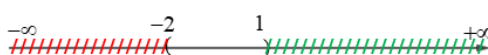
a) $(-4; 1] \cap [0; 3) = [0; 1]$.



b) $(0; 2] \cup (-3; 1] = (-3; 2]$.



c) $(-2; 1) \cap (-\infty; 1] = (-2; 1)$.





d) $\mathbb{R} \setminus (-\infty; 3] = (3; +\infty)$.

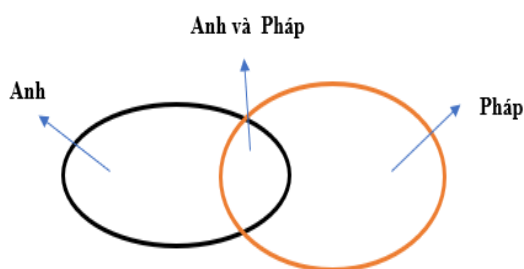


1.16. Để phục vụ cho một hội nghị quốc tế, ban tổ chức huy động 35 người phiên dịch tiếng Anh, 30 người phiên dịch tiếng Pháp, trong đó có 16 người phiên dịch được cả hai thứ tiếng Anh và Pháp. Hãy trả lời các câu hỏi sau:

- Ban tổ chức đã huy động bao nhiêu người phiên dịch cho hội nghị đó?
- Có bao nhiêu người chỉ phiên dịch được tiếng Anh?
- Có bao nhiêu người chỉ phiên dịch được tiếng Pháp?

Lời giải

Sơ đồ ven minh họa



- Số người phiên dịch mà ban tổ chức huy động là : $35 + 30 - 16 = 49$ người.
- Số người chỉ phiên dịch được tiếng anh là : $35 - 16 = 19$ người.
- Số người chỉ phiên dịch được tiếng Pháp là : $30 - 16 = 14$ người.



HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

DẠNG 1: XÁC ĐỊNH MỘT TẬP HỢP

PHƯƠNG PHÁP

Để xác định một tập hợp, ta có 2 cách sau:

- Liệt kê các phần tử của tập hợp.
- Chỉ ra tính chất đặc trưng của tập hợp.

Câu 1: Viết lại tập hợp $A = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid (2x^2 - 5x + 3)(x^2 - 4x + 3) = 0 \right\}$ bằng cách liệt kê các phần tử của nó.

Lời giải

$$\text{Ta có } (2x^2 - 5x + 3)(x^2 - 4x + 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 5x + 3 = 0 \\ x^2 - 4x + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{3}{2} \\ x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$



Vì $x \in \mathbb{R}$ nên $A = \left\{1; \frac{3}{2}; 3\right\}$.

Câu 2: Viết lại tập hợp $A = \left\{x \in \mathbb{N} \mid (2x^2 - 5x + 3)(x^2 - 4x + 3) = 0\right\}$ bằng cách liệt kê các phần tử của nó.

Lời giải

$$\text{Ta có } (2x^2 - 5x + 3)(x^2 - 4x + 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 5x + 3 = 0 \\ x^2 - 4x + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{3}{2} \\ x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Vì $x \in \mathbb{N}$ nên $A = \{1; 3\}$.

Câu 3: Viết lại tập hợp $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 5\}$ bằng cách liệt kê các phần tử của nó.

Lời giải

Ta có $x < 5$ và $x \in \mathbb{N}$ nên $x \in \{0; 1; 2; 3; 4\}$

Vậy $A = \{0; 1; 2; 3; 4\}$

Câu 4: Viết mỗi tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4\}$ bằng cách chỉ rõ tính chất đặc trưng cho các phần tử của nó.

Lời giải

Ta nhận thấy các phần tử của tập hợp A là các số tự nhiên và nhỏ hơn 5. Do đó $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 5\}$.

Câu 5: Viết mỗi tập hợp $A = \{9; 36; 81; 144\}$ bằng cách chỉ rõ tính chất đặc trưng cho các phần tử của nó.

Lời giải

Ta có $9 = 3^2$, $36 = 6^2$, $81 = 9^2$, $144 = 12^2$ và các số 3, 6, 9, 12 đều là bội của 3. Do đó ta viết lại tập hợp A bằng cách chỉ ra tính chất đặc trưng là $A = \{3k^2 \mid k \in \mathbb{N}^*, k \leq 4\}$.

Câu 6: Liệt kê tất cả các phần tử của tập hợp A gồm các số tự nhiên chia hết cho 3 và nhỏ hơn 25.

Lời giải

Ta có $A = \{0; 3; 6; 9; 12; 15; 18; 21; 24\}$.

Câu 7: Liệt kê các phần tử của tập hợp $X = \{x \in \mathbb{R} \mid 2x^2 - 5x + 3 = 0\}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } 2x^2 - 5x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in \mathbb{R} \\ x = \frac{3}{2} \in \mathbb{R} \end{cases} \Rightarrow X = \left\{1; \frac{3}{2}\right\}.$$



Câu 8: Viết tập hợp $B = \{x \in \mathbb{N} \mid (9 - x^2)(x^2 - 3x + 2) = 0\}$ dưới dạng liệt kê các phần tử.

Lời giải

$$\text{Ta có } (9 - x^2)(x^2 - 3x + 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 9 - x^2 = 0 \\ x^2 - 3x + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \notin \mathbb{N} \\ x = 3 \in \mathbb{N} \\ x = 1 \in \mathbb{N} \\ x = 2 \in \mathbb{N} \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } B = \{3; 1; 2\}.$$

Câu 9: Viết tập hợp $A = \{x \in \mathbb{Q} \mid (5 - x^2)(x^2 - 5x + 6) = 0\}$ dưới dạng liệt kê các phần tử.

Lời giải

$$\text{Ta có } (5 - x^2)(x^2 - 5x + 6) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 5 - x^2 = 0 \\ x^2 - 5x + 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm\sqrt{5} \notin \mathbb{Q} \\ x = 3 \in \mathbb{Q} \\ x = 2 \in \mathbb{Q} \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } A = \{2; 3\}.$$

Câu 10: Tính tổng tất cả các phần tử của tập hợp $A = \left\{x \in \mathbb{N} \mid \frac{3}{x-2} \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

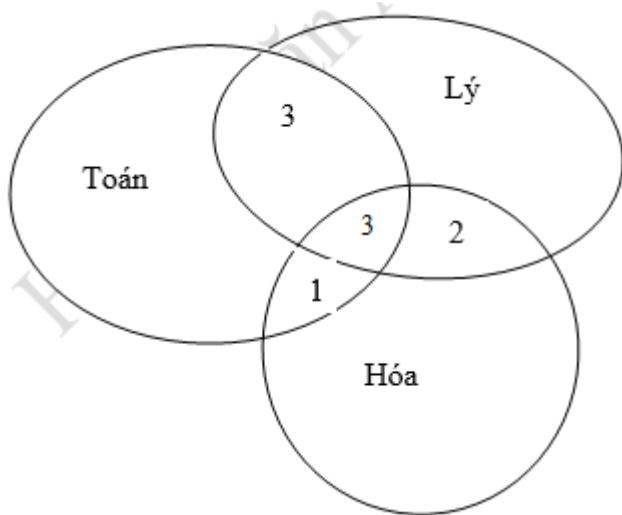
$$\text{Ta có } \frac{3}{x-2} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow 3 : (x-2) \Leftrightarrow \begin{cases} x-2=1 \\ x-2=-1 \\ x-2=3 \\ x-2=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=1 \\ x=5 \\ x=-1 \end{cases}. \text{ Vì } x \in \mathbb{N} \text{ nên loại } x = -1.$$

Suy ra $A = \{1; 3; 5\}$. Vậy tổng tất cả các phần tử của tập hợp A là $1 + 3 + 5 = 9$.

Câu 11: Lớp 10A có 10 học sinh giỏi Toán, 10 học sinh giỏi Lý, 11 học sinh giỏi hóa, 6 học sinh giỏi cả Toán và Lý, 5 học sinh giỏi cả Hóa và Lý, 4 học sinh giỏi cả Toán và Hóa, 3 học sinh giỏi cả ba môn Toán, Lý, Hóa. Tính học sinh giỏi ít nhất một trong ba môn (Toán, Lý, Hóa) của lớp 10A?

Lời giải

Theo giả thiết đề bài cho, ta có biểu đồ Ven:



Dựa vào biểu đồ Ven, ta có

Số học sinh giỏi chỉ một môn Toán: $10 - 3 - 3 - 1 = 3$.

Số học sinh giỏi chỉ một môn Lý: $10 - 3 - 3 - 2 = 2$.

Số học sinh giỏi chỉ một môn Hóa: $11 - 3 - 2 - 1 = 5$.

Vậy số học sinh giỏi ít nhất một trong ba môn (Toán, Lý, Hóa) của lớp 10A là:

$$3 + 2 + 5 + 3 + 3 + 2 + 1 = 19.$$

Câu 12: Cho $A = (2; +\infty)$, $B = (m; +\infty)$. Tìm điều kiện cần và đủ của m để B là tập con của A ?

Lời giải



Ta có: $B \subset A$ khi và chỉ khi $\forall x \in B \Rightarrow x \in A \Rightarrow m \geq 2$.

Câu 13: Xác định số phần tử của tập hợp $X = \{n \in \mathbb{N} | n:4, n < 2017\}$.

Lời giải

Tập hợp X gồm các phần tử là những số tự nhiên nhỏ hơn 2017 và chia hết cho 4.

Từ 0 đến 2015 có 2016 số tự nhiên, ta thấy cứ 4 số tự nhiên liên tiếp sẽ có duy nhất một số chia hết cho 4. Suy ra có 504 số tự nhiên chia hết cho 4 từ 0 đến 2015. Hiển nhiên $2016:4$.

Vậy có tất cả 505 số tự nhiên nhỏ hơn 2017 và chia hết cho 4.

Câu 14: Cho hai tập hợp $A = [1; 3]$ và $B = [m; m+1]$. Tìm tất cả giá trị của tham số m để $B \subset A$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } B \subset A \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 1 \\ m+1 \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq 2 \end{cases}. \text{ Vậy } 1 \leq m \leq 2.$$

Câu 15: Số phần tử của tập hợp $A = \{x \in \mathbb{Z} | |x^2 - 4x + 3| + |2x - 2| = 0\}$

Lời giải



Ta có $|x^2 - 4x + 3| \geq 0$ và $|2x - 2| \geq 0$ nên

$$|x^2 - 4x + 3| + |2x - 2| = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 3 = 0 \\ 2x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \\ x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1.$$

Vậy tập A có đúng 1 phần tử.

Câu 16: Tính tổng các phần tử của tập hợp $A = \left\{ x \in \mathbb{Z} \mid \frac{4x+3}{x+2} \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \frac{4x+3}{x+2} = 4 - \frac{5}{x+2} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \frac{5}{x+2} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow 5 : x+2 \Leftrightarrow \begin{cases} x+2=5 \\ x+2=-5 \\ x+2=1 \\ x+2=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \in \mathbb{Z} \\ x=-7 \in \mathbb{Z} \\ x=-1 \in \mathbb{Z} \\ x=-3 \in \mathbb{Z} \end{cases}.$$

Suy ra $A = \{3; -7; -1; -3\}$.

Vậy tổng các phần tử của tập hợp A là $3 + (-7) + (-1) + (-3) = -8$.

Câu 17: Liệt kê các phần tử của tập hợp $A = \left\{ x \in \mathbb{Z} \mid x^2 + 3x - 8 + 2\sqrt{x^2 + 3x} = 0 \right\}$.

Lời giải

Đặt $t = \sqrt{x^2 + 3x} \geq 0$. Phương trình $x^2 + 3x - 8 + 2\sqrt{x^2 + 3x} = 0$ trở thành

$$t^2 + 2t - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = -4 \end{cases} \Leftrightarrow t = 2.$$

$$+ t = 2 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + 3x} = 2 \Leftrightarrow x^2 + 3x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -4 \end{cases}.$$

Vậy $A = \{1; -4\}$.

DẠNG 2: CÁC PHÉP TOÁN VỀ GIAO, HỢP, HIỆU CỦA HAI TẬP HỢP

PHƯƠNG PHÁP

♦ **Giao của hai tập hợp:** $A \cap B = \{ x \mid x \in A \text{ và } x \in B \}$.

♦ **Hợp của hai tập hợp:** $A \cup B = \{ x \mid x \in A \text{ hoặc } x \in B \}$.

♦ **Hiệu của hai tập hợp:** $A \setminus B = \{ x \mid x \in A \text{ và } x \notin B \}$.

♦ **Phần bù:** Cho $B \subset A$ thì $C_A B = A \setminus B$.

Câu 18: Cho hai tập hợp $A = \{1; 2; 3; 7\}$, $B = \{2; 4; 6; 7; 8\}$. Xác định các tập hợp $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$.

Lời giải

Ta có $A \cap B = \{2; 7\}$, $A \cup B = \{1; 2; 3; 4; 6; 7; 8\}$, $A \setminus B = \{1; 3\}$, $B \setminus A = \{4; 6; 8\}$.



Câu 19: Cho tập $X = \{0;1;2;3;4;5\}$ và tập $A = \{0;2;4\}$. Xác định phần bù của A trong X .

Lời giải

Vì $A \subset X$ nên $C_X A = X \setminus A = \{1;3;5\}$.

Câu 20: Cho A là tập hợp tất cả các nghiệm của phương trình $x^2 - 4x + 3 = 0$; B là tập hợp các số có giá trị tuyệt đối nhỏ hơn 4. Xác định tập hợp $A \setminus B$?

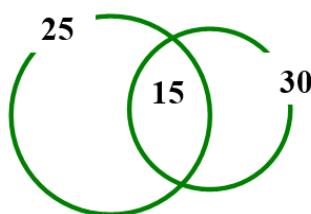
Lời giải

$$\text{Ta có } x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases} \Rightarrow A = \{1;3\}$$

$$B = \{-3;-2;-1;0;1;2;3\}. \text{ Do đó } A \setminus B = \emptyset.$$

Câu 21: Mỗi học sinh của lớp 10A₁ đều biết chơi đá cầu hoặc cầu lông, biết rằng có 25 em biết chơi đá cầu, 30 em biết chơi cầu lông, 15 em biết chơi cả hai. Hỏi lớp 10A₁ có bao nhiêu em chỉ biết đá cầu? Bao nhiêu em chỉ biết đánh cầu lông? Sĩ số lớp là bao nhiêu?

Lời giải



Dựa vào biểu đồ Ven ta suy ra số học sinh chỉ biết đá cầu là $25 - 15 = 10$.

Số học sinh chỉ biết đánh cầu lông là $30 - 15 = 15$.

Do đó ta có sĩ số học sinh của lớp 10A₁ là $10 + 15 + 15 = 40$.

Câu 22: Viết lại tập hợp $A = \{2x + 1 | x \in \mathbb{Z} \text{ và } -2 \leq x \leq 4\}$ dưới dạng liệt kê.

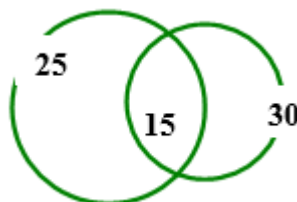
Lời giải

$$\text{Ta có } \begin{cases} x \in \mathbb{Z} \\ -2 \leq x \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}.$$

$$\text{Suy ra } C = \{-3; -1; 1; 3; 5; 7; 9\}.$$

Câu 23: Mỗi học sinh của lớp 10A₁ đều biết chơi đá cầu hoặc cầu lông, biết rằng có 25 em biết chơi đá cầu, 30 em biết chơi cầu lông, 15 em biết chơi cả hai. Hỏi lớp 10A₁ có bao nhiêu em chỉ biết đá cầu? bao nhiêu em chỉ biết đánh cầu lông? Sĩ số lớp là bao nhiêu?

Lời giải



Dựa vào biểu đồ ven ta suy ra số học sinh chỉ biết đá cầu là $25 - 15 = 10$



Số học sinh chỉ biết đánh cầu lông là $30 - 15 = 15$

Do đó ta có số học sinh của lớp 10A₁ là $10 + 15 + 15 = 40$

Trong số 220 học sinh khối 10 có 163 bạn biết chơi bóng chuyền, 175 bạn biết chơi bóng bàn còn 24 bạn không biết chơi môn bóng nào cả. Tìm số học sinh biết chơi cả 2 môn bóng.

Câu 24: Cho các tập hợp:

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 3\} \quad B = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x \leq 5\} \quad C = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x \leq 4\}$$

a) Hãy viết lại các tập hợp A , B , C dưới kí hiệu khoảng, nửa khoảng, đoạn.

b) Tìm $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$.

c) Tìm $B \cup C \setminus A \cap C$.

Lời giải

a) Ta có: $A = (-\infty; 3)$ $B = (1; 5]$ $C = [-2; 4]$.

b) Suy ra $A \cup B = (-\infty; 5]$

Suy ra $A \cap B = (1; 3)$

Suy ra $A \setminus B = (-\infty; 1]$

$$A \cap C = [-2; 3] \text{ và } B \cup C = [-2; 5]$$

Suy ra ta có $B \cup C \setminus A \cap C = [3; 5]$

Câu 25: Cho các tập hợp $A = \left[1 - m; \frac{m+3}{2}\right]$ và $B = (-\infty; -3) \cup [3; +\infty)$.

Tìm tất cả các số thực m để $A \cup B = \mathbb{R}$.

Lời giải

Đặt $X = C_{\mathbb{R}} B \Rightarrow X = [-3; 3]$.

$$A \cup B = \mathbb{R} \Leftrightarrow X \subset A \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - m \leq -3 \\ \frac{m+3}{2} \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 4.$$

Câu 26: Cho hai tập hợp $E = (2; 5]$ và $F = [2m - 3; 2m + 2]$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để A hợp B là một đoạn có độ dài bằng 5.

Lời giải

Nhận xét: Kí hiệu $|X|$ là độ dài của khoảng/nửa khoảng/đoạn X , khi đó $|E| = 3$; $|F| = 5$.

* **TH1:** $E \cup F = F \Leftrightarrow E \subset F \Leftrightarrow 2m - 3 \leq 2 < 5 \leq 2m + 2 \Leftrightarrow \frac{3}{2} \leq m \leq \frac{5}{2}$.

* **TH2:** $E \cup F \neq F \Rightarrow |E \cup F| > |F| = 5$. Vậy không có giá trị nào của m thỏa mãn TH2.



Câu 27: Cho khoảng $A = \left(-\infty; \frac{6}{2-m}\right)$ và khoảng $B = (1-m; +\infty)$. Tìm tất cả các số thực m để $A \setminus B = A$.

Lời giải

$$A \setminus B = A \Leftrightarrow A \cap B = \emptyset \Leftrightarrow \frac{6}{2-m} \leq 1-m \Leftrightarrow \frac{-m^2+3m+4}{2-m} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -1 \\ 2 < m \leq 4 \end{cases} (*)$$

Câu 28: Cho các tập hợp $A = (2; +\infty)$ và $B = [m^2 - 7; +\infty)$ với $m > 0$. Tìm tất cả các số thực m để $A \setminus B$ là một khoảng có độ dài bằng 16.

Lời giải

$$\text{Điều kiện để } A \setminus B \neq \emptyset \text{ là } \begin{cases} m^2 - 7 > 2 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 > 9 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 3.$$

$$\text{Khi đó } A \setminus B = (2; m^2 - 7).$$

$$\text{Độ dài khoảng } A \setminus B \text{ bằng } 16 \Leftrightarrow m^2 - 7 - 2 = 16 \Rightarrow m = 5 \text{ (do } m > 3 \text{)}.$$

DẠNG 3: XÁC ĐỊNH TẬP HỢP CON.

PHƯƠNG PHÁP

1. Để xác định tập con của tập hợp A thỏa mãn điều kiện cho trước, ta làm như sau:

- ♦ Liệt kê các phần tử của tập hợp.
- ♦ Xác định tập con của tập hợp A cần tìm.

2. Để xác định số tập con của tập hợp A , ta làm như sau:

- ♦ Xác định số phần tử của tập hợp A ($n(A) = n$).
- ♦ Số tập con của tập hợp A là $m = 2^n$.

Câu 29: Cho tập hợp $A = \{x \in \mathbb{N} | (x-1)(5-x) \geq 0\}$. Tập A có bao nhiêu tập con?

Lời giải

$$\text{Ta có } A = \{x \in \mathbb{N} | (x-1)(5-x) \geq 0\} \Leftrightarrow A = \{x \in \mathbb{N} | 1 \leq x \leq 5\} \Leftrightarrow A = \{1; 2; 3; 4; 5\}.$$

$$\text{Do đó } n(A) = 5.$$

$$\text{Vậy số tập con của tập hợp } A \text{ là } 2^5 = 32.$$

Câu 30: Cho tập hợp $A = \{x \in \mathbb{N} | x(x-m) \leq 0\}$. Tìm $m \in \mathbb{N}$ để số tập con của tập A bằng 64.

Lời giải

$$\text{Ta có } A = \{x \in \mathbb{N} | x(x-m) \leq 0\} \Leftrightarrow A = \{x \in \mathbb{N} | 0 \leq x \leq m\} \Leftrightarrow A = \{0; 1; 2; \dots; m\}.$$

$$\text{Do đó } n(A) = m + 1.$$

$$\text{Vậy số tập con của tập hợp } A \text{ là } 2^{m+1} = 64 \Leftrightarrow m = 5.$$



Câu 31: Cho hai tập khác rỗng $A = (m-2; 3)$ và $B = (-2; 2m+4)$, với $m \in \mathbb{R}$. Tìm tất cả giá trị của m để:

a) $A \cap B \neq \emptyset$

b) $A \subset B$

Lời giải

Vì A và B là hai tập khác rỗng nên:

$$\begin{cases} m-2 < 3 \\ -2 < 2m+4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 5 \\ m > -3 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < m < 5.$$

a) Để $A \cap B \neq \emptyset$ khi và chỉ khi $m-2 < 2m+4 \Leftrightarrow m > -6$.

Kết hợp điều kiện, ta có $-3 < m < 5$ thỏa mãn.

b) Để $A \subset B$ khi và chỉ khi $\begin{cases} m-2 \geq -2 \\ 2m+4 > 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 0 \\ m > -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 0.$

Kết hợp điều kiện, ta có $0 \leq m < 5$ thỏa mãn.

Câu 32: Cho hai tập hợp: $A = \left\{ x \in \mathbb{N} \mid \frac{1}{|x-2|} > 2 \right\}$ và $B = \{x \in \mathbb{N} \mid |x-1| < 1\}$. Xác định tập hợp $A \cap B$.

Lời giải

Giải bất phương trình:

$$\frac{1}{|x-2|} > 2 \Leftrightarrow |x-2| < \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 < \frac{1}{2} \\ x-2 > -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{5}{2} \\ x > \frac{3}{2} \end{cases}. \text{ Vì } x \in \mathbb{N} \text{ nên } A = \{2\}.$$

Giải bất phương trình:

$$|x-1| < 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 < 1 \\ x-1 > -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x > 0 \end{cases}. \text{ Vì } x \in \mathbb{N} \text{ nên } B = \{1\}.$$

Vậy $A \cap B = \emptyset$.

Câu 33: Cho hai tập hợp khác rỗng $A = [2; 9]$, $B = (m; 2m+1)$. Tìm tất cả các giá trị của m để $B \subset A$.

Lời giải

Ta có để $B \subset A$ thì: $2 \leq m < 2m+1 \leq 9 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 2 \\ m > -1 \\ m \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow 2 \leq m \leq 4.$

Câu 34: Cho ba tập hợp khác rỗng $A = [2; 13]$; $B = (-4; 5)$ và $C = (3-m; m+2)$. Tìm tất cả các giá trị của m để $C \subset (A \setminus B)$

Lời giải



Ta có $A \setminus B = [5; 13)$. Để $C \subset (A \setminus B)$ thì $5 \leq 3 - m < m + 2 \leq 13$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3 - m \geq 5 \\ m + 2 > 3 - m \\ m + 2 \leq 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -2 \\ m > \frac{1}{2} \\ m \leq 11 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \emptyset.$$

Vậy không có giá trị nào của m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 35: Cho các tập hợp $A = (-\infty; m)$ và $B = [3m - 1; 3m + 3]$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $A \subset C_{\mathbb{R}} B$.

Lời giải

Ta có $C_{\mathbb{R}} B = (-\infty; 3m - 1) \cup (3m + 3; +\infty)$.

Suy ra $A \subset C_{\mathbb{R}} B \Leftrightarrow m \leq 3m - 1 \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{2}$.

Câu 36: Cho 2 tập khác rỗng $A = (m - 1; 4]; B = (-2; 2m + 2), m \in \mathbb{R}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $A \subset B$.

Lời giải

Với 2 tập khác rỗng A, B ta có điều kiện $\begin{cases} m - 1 < 4 \\ 2m + 2 > -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 5 \\ m > -2 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m < 5$.

Để $A \subset B \Leftrightarrow \begin{cases} m - 1 \geq -2 \\ 2m + 2 > 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -1 \\ 2m + 2 > 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -1 \\ m > 1 \end{cases} \Leftrightarrow m > 1$.

So với điều kiện $-2 < m < 5$.

Câu 37: Cho các tập khác rỗng $A = (m - 1; 4], B = (-2; 2m + 2)$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để $B \subset A$?

Lời giải

$A, B \neq \emptyset \Rightarrow \begin{cases} m - 1 < 4 \\ 2m + 2 > -2 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m < 5$

Để $B \subset A \Leftrightarrow \begin{cases} m - 1 \leq -2 \\ 2m + 2 \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -1 \\ m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq -1$.

Kết hợp ta được $-2 < m \leq -1$.

DẠNG 4: CÁC PHÉP TOÁN TẬP HỢP.

PHƯƠNG PHÁP

Xác định giao của hai tập hợp. Cho hai hợp A và B . Khi đó

♦ Giao của hai tập hợp A và B : $A \cap B = \{x : x \in A \text{ và } x \in B\}$.

♦ Hợp của hai tập hợp A và B : $A \cup B = \{x : x \in A \text{ hoặc } x \in B\}$.



- ♦ Hiệu của A cho B : $A \setminus B = \{\forall x: x \in A \text{ và } x \notin B\}$.
- ♦ Khi $A \subset B$ thì phần bù của A trong B là $C_B A = B \setminus A$.

Tìm m để một tập hợp X thỏa mãn điều kiện cho trước có thể làm như sau:

- ♦ Xác định hoặc biểu diễn tập hợp X
- ♦ Dựa vào điều kiện tìm tham số

Câu 38: Cho $A = (1; 5]$ và $B = \{\forall x \in \mathbb{R} \mid 2x + 3 < x + 5\}$. Có bao nhiêu số nguyên trong tập hợp $A \setminus B$.

Lời giải

$$\text{Ta có } B = \{\forall x \in \mathbb{R} \mid 2x + 3 < x + 5\} = \{\forall x \in \mathbb{R} \mid x < 2\} = (-\infty; 2).$$

$$\text{Do đó } A \setminus B = [2; 5].$$

Suy ra các số nguyên trong $A \setminus B$ gồm 2; 3; 4 và 5.

Vậy có 4 số nguyên trong tập $A \setminus B$.

Câu 39: Cho $A = (1; 5]$ và $B = [3m - 1; 3m + 2)$. Tìm m để $A \cap B \neq \emptyset$.

Lời giải

$$\text{Ta có } A \cap B = \emptyset \Leftrightarrow \begin{cases} 3m + 2 \leq 1 \\ 3m - 1 > 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -\frac{1}{3} \\ m > 2 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } A \cap B \neq \emptyset \Leftrightarrow -\frac{1}{3} < m \leq 2.$$

Câu 40: Cho ba tập hợp $A = \{x \in \mathbb{Q} \mid 2x^2 - 5x + 2 = 0\}$, $B = \{2x \in \mathbb{Z} \mid -5 < 4x < 6\}$, $C = \{x \in \mathbb{N} \mid x^5 - x^4 = 0\}$. Xác định tập hợp $(A \cup B) \setminus C$.

Lời giải

$$\text{+) Xét } A = \{x \in \mathbb{Q} \mid 2x^2 - 5x + 2 = 0\}. \text{ Ta có } 2x^2 - 5x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = 2 \end{cases}. \text{ Suy ra } A = \left\{\frac{1}{2}; 2\right\}.$$

$$\text{+) Xét } B = \{2x \in \mathbb{Z} \mid -5 < 4x < 6\}. \text{ Ta có } -5 < 4x < 6 \Leftrightarrow -\frac{5}{4} < x < \frac{3}{2}.$$

$$\text{Suy ra } B = \{-2; -1; 0; 1; 2\}.$$

$$\text{+) Xét } C = \{x \in \mathbb{N} \mid x^5 - x^4 = 0\}. \text{ Ta có } x^5 - x^4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}. \text{ Suy ra } C = \{0; 1\}.$$

$$\text{+) Khi đó } A \cup B = \left\{-2; -1; 0; 1; 2; \frac{1}{2}\right\}.$$

$$\text{+) } (A \cup B) \setminus C = \left\{-2; -1; 2; \frac{1}{2}\right\}.$$



Câu 41: Cho tập hợp $A = \{0; 2\}$ và $B = \{1; 3\}$. Có bao nhiêu tập hợp X thỏa mãn $X \setminus B = A$.

Lời giải

Với mỗi $x \in X \setminus B$ ta có $\begin{cases} x \in X \\ x \notin B \end{cases}$.

Mà $X \setminus B = A$ nên $X \supset A$ và $X \subset (A \cup B)$.

Ta có $A \cup B = \{0; 1; 2; 3\}$ suy ra các tập hợp X thỏa yêu cầu trên là:

$$X_1 = \{0; 2\}, X_2 = \{0; 2; 1\}, X_3 = \{0; 2; 3\}, X_4 = \{0; 2; 1; 3\}.$$

Vậy có 4 tập hợp thỏa mãn.

Câu 42: Cho hai tập hợp $A = \{(x; y) \mid x, y \in \mathbb{R}, 3x - y = 9\}$ và $B = \{(x; y) \mid x, y \in \mathbb{R}, x - y = 1\}$. Xác định $A \cap B$.

Lời giải

Ta có: $A \cap B = \{(x; y) \mid x, y \in \mathbb{R}, 3x - y = 9 \text{ và } x - y = 1\}$

Xét hệ phương trình: $\begin{cases} 3x - y = 9 \\ x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 8 \\ x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \end{cases}$.

Vậy $A \cap B = \{(4; 3)\}$.

Câu 43: Cho hai tập hợp $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x+1| < 2\}$ và $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid (x^2 - 5x)\sqrt{x-1} = 0\}$. Tập $A \cup B$ có bao nhiêu phần tử là số nguyên dương?

Lời giải

Ta có: $|x+1| < 2 \Leftrightarrow -2 < x+1 < 2 \Leftrightarrow -3 < x < 1$ và $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x = -2; -1; 0$.

Suy ra tập $A = \{-2; -1; 0\}$

Ta lại có: $(x^2 - 5x)\sqrt{x-1} = 0$ với điều kiện: $x-1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$

+ $x = 1$ là một nghiệm của phương trình.

+ Phương trình suy ra: $x^2 - 5x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ (l)} \\ x = 5 \text{ (n)} \end{cases}$

Suy ra tập $B = \{1; 5\}$

Do đó: $A \cup B = \{-2; -1; 0; 1; 5\}$. Vậy tập $A \cup B$ có 2 phần tử là số nguyên dương.

Câu 44: Cho hai tập hợp $A = (-\infty; m)$ và $B = (1-2m; 3m+1)$. Tìm tất cả các giá trị của m để $A \cap B \neq \emptyset$.

Lời giải



Ta có điều kiện $1 - 2m < 3m + 2 \Leftrightarrow m > -\frac{1}{5}$.

Khi đó $A \cap B \neq \emptyset \Leftrightarrow 1 - 2m < m \Leftrightarrow m > \frac{1}{3}$.

Vậy với $m > \frac{1}{3}$ thì $A \cap B \neq \emptyset$.

Câu 45: Cho hai tập hợp $A = [-3; -1] \cup [2; 4]$ và $B = (m - 1; m + 2)$. Tìm tất cả các giá trị của m để $A \cap B \neq \emptyset$?

Lời giải

$$\text{Khi đó } A \cap B = \emptyset \Leftrightarrow \begin{cases} m + 2 \leq -3 \\ m - 1 \geq 4 \\ -1 \leq m - 1 < m + 2 \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -5 \\ m \geq 5 \\ m = 0 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } A \cap B \neq \emptyset \Leftrightarrow \begin{cases} |m| < 5 \\ m \neq 0 \end{cases}.$$

Vậy với $\begin{cases} |m| < 5 \\ m \neq 0 \end{cases}$ thì $A \cap B \neq \emptyset$.

Câu 46: Cho 2 tập khác rỗng $A = (-\infty; 2m]$; $B = \left(\frac{8}{m}; +\infty\right)$. Tìm tất cả các giá trị m nguyên âm để $A \cap B \neq \emptyset$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Với } m \text{ nguyên âm để } A \cap B \neq \emptyset &\Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ \frac{8}{m} < 2m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ \frac{8 - 2m^2}{m} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ 8 - 2m^2 > 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ -2 < m < 2 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m < 0. \end{aligned}$$

Vậy $m = -1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 47: Tìm m để hai tập hợp $A = [4m - 1; 5]$ và $B = (-2; m^2 + 2]$ có phần tử chung duy nhất.

Lời giải

Điều kiện cần để tập A và tập B có phần tử chung duy nhất là: $m^2 + 2 = 4m - 1$

$$\Leftrightarrow m^2 - 4m + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 3 \end{cases}.$$

Điều kiện đủ:

+ Với $m = 1$ ta có tập $A = [3; 5]$ và $B = (-2; 3]$ $\Rightarrow A \cap B = \{3\}$.

+ Với $m = 3 \Rightarrow A = [11; 5)$.



Vậy $m=1$ thỏa mãn điều kiện bài toán.

Câu 48: Cho $A = [m-5; m]$ và $B = (2m-1; 2m+2]$. Tìm m để $C_{\mathbb{R}}A \subset C_{\mathbb{R}}B$.

Lời giải

Ta có $C_{\mathbb{R}}A = (-\infty; m-5) \cup (m; +\infty)$ và $C_{\mathbb{R}}B = (-\infty; 2m-1] \cup (2m+2; +\infty)$.

$$\text{Do đó } C_{\mathbb{R}}A \subset C_{\mathbb{R}}B \Leftrightarrow \begin{cases} (-\infty; m-5) \subset (-\infty; 2m-1] \\ (m; +\infty) \subset (2m+2; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-5 \leq 2m-1 \\ 2m+2 \leq m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -4 \\ m \leq -2 \end{cases}.$$

Vậy $-4 \leq m \leq -2$ là giá trị cần tìm.

Câu 49: Cho hai tập khác rỗng $A = [m; 4)$ và $B = [2; 2m-2]$ với $m \in \mathbb{R}$. Xác định m để $A \subset B$.

Lời giải

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} m < 4 \\ 2m-2 \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 4 \\ m \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow 2 \leq m < 4.$$

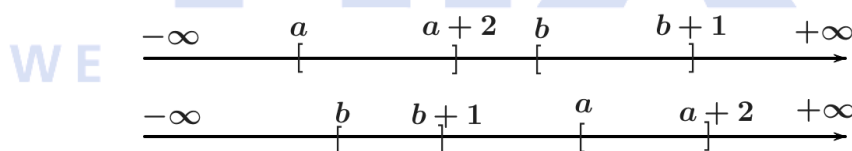
$$\text{Ta có } A \subset B \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 2 \\ 4 < 2m-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 2 \\ m > 3 \end{cases} \Leftrightarrow m > 3.$$

Kết hợp với điều kiện ta được $m \in (3; 4)$.

Câu 50: Cho hai đoạn $A = [a; a+2]$ và $B = [b; b+1]$. Có bao nhiêu số $a-b$ nguyên để $A \cap B \neq \emptyset$?

Lời giải

$$\text{Ta có: } A \cap B = \emptyset \text{ khi } \begin{cases} a+2 < b \\ b+1 < a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < b-2 \\ a > b+1 \end{cases}$$



$$\text{Từ đó suy ra } A \cap B \neq \emptyset \text{ khi } b-2 \leq a \leq b+1 \Leftrightarrow -2 \leq a-b \leq 1$$

$$\text{Vì } a-b \in \mathbb{Z} \Rightarrow a-b = \{-2; -1; 0; 1\}.$$

Câu 51: Cho ba tập hợp $A = (-3; -1) \cup (1; 2)$, $B = (m-1; +\infty)$ và $C = (-\infty; 2m+1)$. Tìm tất cả các giá trị của m để $A \cap B \cap C \neq \emptyset$?

Lời giải

+) Nếu $2m+1 \leq m-1 \Leftrightarrow m \leq -2$ khi đó $B \cap C = \emptyset \Rightarrow A \cap B \cap C = \emptyset$.

+) Nếu $2m+1 > m-1 \Leftrightarrow m > -2$ khi đó $B \cap C = (m-1; 2m+1)$

$$\text{Suy ra } A \cap B \cap C \neq \emptyset \Leftrightarrow \begin{cases} 2m+1 \leq -3 \\ m-1 \geq 2 \\ -1 \leq m-1 < 2m+1 \leq 1 \\ m > -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 3 \\ m = 0 \end{cases}.$$



$$\text{Do đó } A \cap B \cap C \neq \emptyset \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 3 \\ m \neq 0 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy với } \begin{cases} -2 < m < 3 \\ m \neq 0 \end{cases} \text{ thì } A \cap B \cap C \neq \emptyset$$

Câu 52: Cho $A = (1; 5]$ và $B = [3m - 1; 3m + 2)$. Tìm m để $A \cap B \neq \emptyset$.

Lời giải

$$\text{Ta có } A \cap B = \emptyset \Leftrightarrow \begin{cases} 3m + 2 \leq 1 \\ 3m - 1 > 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -\frac{1}{3} \\ m > 2 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } A \cap B \neq \emptyset \Leftrightarrow -\frac{1}{3} < m \leq 2.$$

Câu 53: Cho hai tập hợp $A = (-\infty; m)$ và $B = (1 - 2m; 3m + 1)$. Tìm tất cả các giá trị của m để $A \cap B \neq \emptyset$.

Lời giải

$$\text{Ta có điều kiện } 1 - 2m < 3m + 2 \Leftrightarrow m > -\frac{1}{5}.$$

$$\text{Khi đó } A \cap B \neq \emptyset \Leftrightarrow 1 - 2m < m \Leftrightarrow m > \frac{1}{3}.$$

$$\text{Vậy với } m > \frac{1}{3} \text{ thì } A \cap B \neq \emptyset.$$

Câu 54: Cho hai tập hợp $A = [-3; -1] \cup [2; 4]$ và $B = (m - 1; m + 2)$. Tìm tất cả các giá trị của m để $A \cap B \neq \emptyset$?

Lời giải

$$\text{Khi đó } A \cap B = \emptyset \Leftrightarrow \begin{cases} m + 2 \leq -3 \\ m - 1 \geq 4 \\ -1 \leq m - 1 < m + 2 \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -5 \\ m \geq 5 \\ m = 0 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } A \cap B \neq \emptyset \Leftrightarrow \begin{cases} |m| < 5 \\ m \neq 0 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy với } \begin{cases} |m| < 5 \\ m \neq 0 \end{cases} \text{ thì } A \cap B \neq \emptyset.$$

Câu 55: Cho $A = [m - 5; m]$ và $B = (2m - 1; 2m + 2]$. Tìm m để $C_{\mathbb{R}}A \subset C_{\mathbb{R}}B$.

Lời giải

$$\text{Ta có } C_{\mathbb{R}}A = (-\infty; m - 5) \cup (m; +\infty) \text{ và } C_{\mathbb{R}}B = (-\infty; 2m - 1] \cup (2m + 2; +\infty).$$



$$\text{Do đó } C_{\mathbb{R}}A \subset C_{\mathbb{R}}B \Leftrightarrow \begin{cases} (-\infty; m-5) \subset (-\infty; 2m-1] \\ (m; +\infty) \subset (2m+2; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-5 \leq 2m-1 \\ 2m+2 \leq m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -4 \\ m \leq -2 \end{cases}.$$

Vậy $-4 \leq m \leq -2$ là giá trị cần tìm.

Câu 56: Cho hai tập khác rỗng $A = [m; 4)$ và $B = [2; 2m-2]$ với $m \in \mathbb{R}$. Xác định m để $A \subset B$.

Lời giải

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} m < 4 \\ 2m-2 \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 4 \\ m \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow 2 \leq m < 4.$$

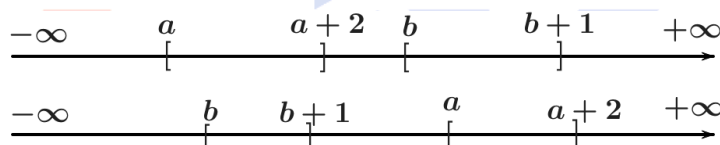
$$\text{Ta có } A \subset B \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 2 \\ 4 < 2m-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 2 \\ m > 3 \end{cases} \Leftrightarrow m > 3.$$

Kết hợp với điều kiện ta được $m \in (3; 4)$.

Câu 57: Cho hai đoạn $A = [a; a+2]$ và $B = [b; b+1]$. Có bao nhiêu số $a-b$ nguyên để $A \cap B \neq \emptyset$?

Lời giải

$$\text{Ta có: } A \cap B = \emptyset \text{ khi } \begin{cases} a+2 < b \\ b+1 < a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < b-2 \\ a > b+1 \end{cases}$$



$$\text{Từ đó suy ra } A \cap B \neq \emptyset \text{ khi } b-2 \leq a \leq b+1 \Leftrightarrow -2 \leq a-b \leq 1$$

$$\text{Vì } a-b \in \mathbb{Z} \Rightarrow a-b = \{-2; -1; 0; 1\}.$$

DẠNG 5: GIẢI TOÁN BẰNG BIỂU ĐỒ VENN

PHƯƠNG PHÁP

Chuyển bài toán về ngôn ngữ tập hợp

Sử dụng biểu đồ ven để minh họa các tập hợp.

Dựa vào biểu đồ ven ta thiết lập đẳng thức (hoặc phương trình, hệ phương trình) từ đó được kết quả bài toán.

Trong dạng toán này ta kí hiệu $n(X)$ là số phần tử của tập X .

Câu 58: Trong lớp 10C có 45 học sinh trong đó có 25 thích môn Văn, 20 em thích môn Toán, 18 em thích môn Sử, 6 em không thích môn nào, 5 em thích cả ba môn. Hỏi số em thích một trong ba môn trên.

Lời giải

Gọi a, b, c theo thứ tự là số học sinh chỉ thích môn Văn, Sử, Toán.

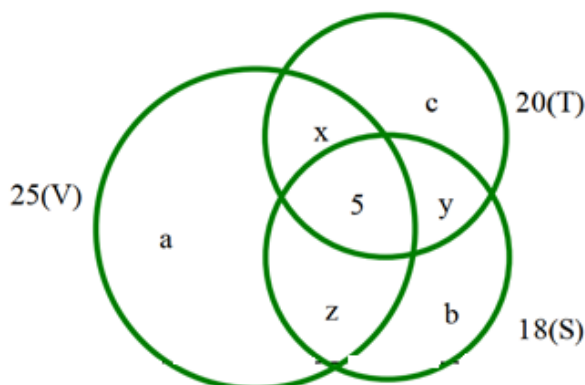
x là số học sinh chỉ thích hai môn Văn và Toán.

y là số học sinh chỉ thích hai môn Sử và Toán.



z là số học sinh chỉ thích hai môn Văn và Sử.

Ta có số em thích ít nhất một môn là: $45 - 6 = 39$.



Dựa vào biểu đồ ven ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} a + x + z + 5 = 25 & (1) \\ b + y + z + 5 = 18 & (2) \\ c + x + y + 5 = 20 & (3) \\ x + y + z + a + b + c = 39 & (4) \end{cases}$$

Cộng vế với vế (1), (2), (3) ta có $a + b + c + 2(x + y + z) + 15 = 63$ (5).

Từ (4) và (5) ta có $a + b + c + 2(39 - 5 - a - b - c) + 15 = 63 \Leftrightarrow a + b + c = 20$.

Vậy có 20 em thích chỉ một trong ba môn trên.

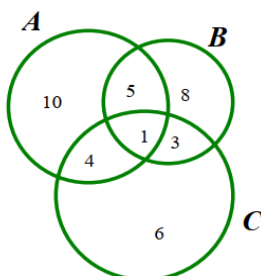
Câu 59: Trong một khoảng thời gian nhất định, tại một địa phương. Đài khí tượng thủy văn đã thống kê được: Số ngày mưa 10 ngày; số ngày có gió: 8 ngày; số ngày lạnh: 6 ngày; số ngày mưa và gió: 5 ngày; số ngày mưa và lạnh: 4 ngày; số ngày lạnh và có gió: 3 ngày; số ngày mưa, lạnh và có gió: 1 ngày. Vậy có bao nhiêu ngày thời tiết xấu (có gió, mưa, hay lạnh)?

Lời giải

Ký hiệu A là tập hợp những ngày mưa, B là tập hợp những ngày có gió, C là tập hợp những ngày lạnh.

Theo giả thiết ta có:

$n(A) = 10$, $n(B) = 8$, $n(C) = 6$; $n(A \cap B) = 5$, $n(A \cap C) = 4$, $n(B \cap C) = 3$, $n(A \cap B \cap C) = 1$
lần lượt để tìm số ngày thời tiết xấu ta sử dụng biểu đồ ven (hình vẽ).



Ta cần tính $n(A \cup B \cup C)$.

Xét tổng $n(A) + n(B) + n(C)$.

Trong tổng này, mỗi phần tử của A giao B , B giao C , C giao A được tính làm hai lần nên trong tổng $n(A) + n(B) + n(C)$ ta phải trừ đi tổng $n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A)$.

Trong tổng $n(A) + n(B) + n(C)$ được tính $n(A \cap B \cap C)$ ba lần.



Trong tổng $n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A)$ cũng được tính $n(A \cap B \cap C)$ ba lần.

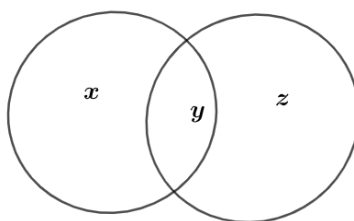
Vì vậy:

$$\begin{aligned} n(A \cup B \cup C) &= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C) \\ &= 10 + 8 + 6 - (5 + 4 + 3) + 1 = 13. \end{aligned}$$

Vậy số ngày thời tiết xấu là 13 ngày.

Câu 60: Trong lớp 10T1 có 45 học sinh trong đó có 17 bạn biết chơi giỏi cầu lông, 25 bạn chơi giỏi bóng bàn và 13 bạn học sinh không biết chơi cầu lông và bóng bàn. Tìm số học sinh chơi giỏi cả cầu lông và bóng bàn của lớp 10T1.

Lời giải



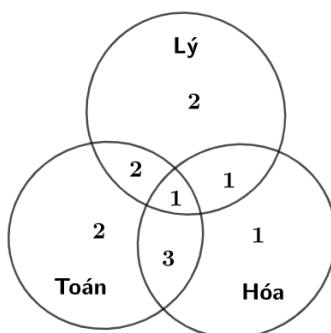
Gọi x là số học sinh chơi giỏi cầu lông, y là số học sinh giỏi cả cầu lông và bóng bàn, z là số học sinh chơi giỏi bóng bàn.

Ta có hệ
$$\begin{cases} x + y + z + 13 = 45 \\ x + y = 17 \\ y + z = 25 \end{cases} \Rightarrow y = 10.$$

Vậy số học sinh chơi giỏi cả cầu lông và bóng bàn là 10 học sinh.

Câu 61: Lớp 10A9 có 8 học sinh giỏi Toán, 6 học sinh giỏi Lý, 6 học sinh giỏi Hóa, 3 học sinh giỏi cả Toán và Lý, 4 học sinh giỏi cả Toán và Hóa, 2 học sinh giỏi cả Lý và Hóa, 1 học sinh giỏi cả 3 môn Toán, Lý, Hóa. Tìm số học sinh giỏi ít nhất một môn (Toán, Lý, Hóa) của lớp 10A9 là

Lời giải



Số học sinh giỏi cả ba môn: 1.

Số học sinh giỏi toán, lý mà không giỏi hóa: $3 - 1 = 2$.

Số học sinh giỏi toán, hóa mà không giỏi lý: $4 - 1 = 3$.

Số học sinh giỏi hóa, lý mà không giỏi toán: $2 - 1 = 1$.

Số học sinh chỉ giỏi môn lý: $6 - 1 - 1 - 2 = 2$.



Số học sinh chỉ giỏi môn hóa: $6 - 1 - 3 - 1 = 1$.

Số học sinh chỉ giỏi môn toán: $8 - 1 - 3 - 2 = 2$.

Số học sinh giỏi ít nhất một (môn toán, lý, hóa) là số học sinh giỏi 1 môn hoặc 2 môn hoặc cả 3 môn: $2 + 2 + 1 + 1 + 2 + 3 + 1 = 12$ học sinh.

Câu 62: Khối 12 trường A gồm 30 bạn tham gia thi chạy điền kinh, trong đó có 19 tham gia nội dung $100m$ và 23 bạn tham gia nội dung $200m$. Hỏi có bao nhiêu bạn tham gia cả 2 nội dung trên?

Lời giải

Gọi x, y lần lượt là số bạn tham gia 1 nội dung $100m$ và $200m$, còn z là số bạn tham gia cả 2 nội dung trên.

$$\text{Theo bài ra ta có: } \begin{cases} x + z = 19 \\ y + z = 23 \\ x + y + z = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 11 \\ z = 12 \end{cases}$$

Vậy số học sinh tham gia cả 2 nội dung trên là: 12 bạn.

Câu 63: Trong lớp năng khiếu của trường A có 20 em giỏi bóng bàn, 18 em giỏi bóng đá và 4 em giỏi cả bóng đá và bóng bàn, vậy lớp năng khiếu này có bao nhiêu em?

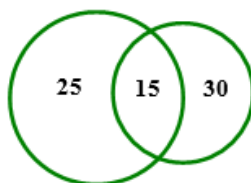
Lời giải

Gọi x là số em chỉ giỏi một môn bóng bàn ($0 < x \leq 20$), y là số em chỉ giỏi một môn bóng đá ($0 < y \leq 18$). Theo bài ra ta có:

$$\begin{cases} x + 4 = 20 \\ y + 4 = 18 \end{cases} \Leftrightarrow x + y = 30. \text{ Vậy lớp gồm 30 em.}$$

Câu 64: Mỗi học sinh của lớp $10A_1$ đều biết chơi đá cầu hoặc cầu lông, biết rằng có 25 em biết chơi đá cầu, 30 em biết chơi cầu lông, 15 em biết chơi cả hai. Hỏi lớp $10A_1$ có bao nhiêu học sinh?

Lời giải



Dựa vào biểu đồ Ven ta có:

Số học sinh chỉ biết đá cầu là $25 - 15 = 10$.

Số học sinh chỉ biết đánh cầu lông là $30 - 15 = 15$.

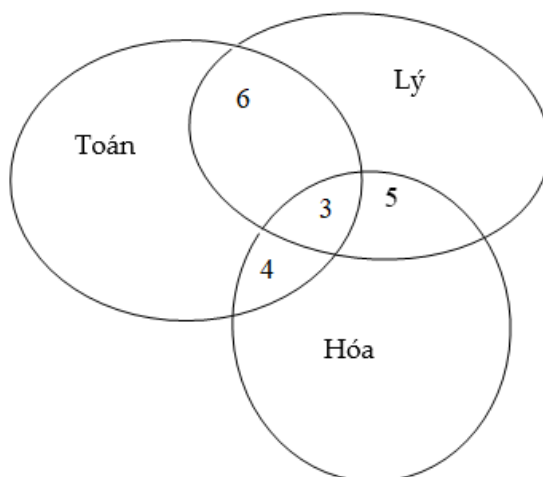
Do đó ta có số học sinh của lớp $10A_1$ là $10 + 15 + 15 = 40$.

Câu 65: Lớp $10A$ có 10 học sinh giỏi Toán, 10 học sinh giỏi Lý, 11 học sinh giỏi hóa, 6 học sinh giỏi cả Toán và Lý, 5 học sinh giỏi cả Hóa và Lý, 4 học sinh giỏi cả Toán và Hóa, 3 học sinh giỏi cả ba môn Toán, Lý, Hóa. Tính số học sinh giỏi ít nhất một trong ba môn (Toán, Lý, Hóa) của lớp $10A$.

Lời giải



Theo giả thiết đề bài cho, ta có biểu đồ Ven:



Dựa vào biểu đồ Ven ta có:

Số học sinh chỉ giỏi hai môn Toán – Lý: $6 - 3 = 3$ (học sinh).

Số học sinh chỉ giỏi hai môn Lý – Hóa: $5 - 3 = 2$ (học sinh).

Số học sinh chỉ giỏi hai môn Toán – Hóa: $4 - 3 = 1$ (học sinh).

Số học sinh chỉ giỏi một môn Toán: $10 - 3 - 3 - 1 = 3$ (học sinh).

Số học sinh chỉ giỏi một môn Lý: $10 - 3 - 3 - 2 = 2$ (học sinh).

Số học sinh chỉ giỏi một môn Hóa: $11 - 1 - 3 - 2 = 4$ (học sinh).

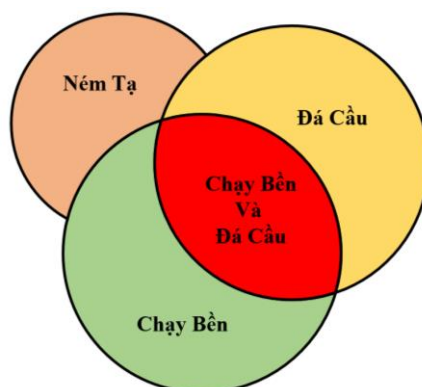
Vậy số học sinh giỏi ít nhất một môn (Toán, Lý, Hóa) của lớp 10A là:

$3 + 2 + 4 + 3 + 1 + 2 + 3 = 18$ (học sinh).

Câu 66: Trong một cuộc thi thể dục thể thao có 40 học sinh tham gia vào ba môn ném tạ, chạy bền và đá cầu. Trong đó có 8 em chỉ thi ném tạ, 20 em thi chạy bền và 18 em thi đá cầu. Hỏi có bao nhiêu học sinh vừa thi chạy bền vừa thi đá cầu?

Lời giải

Ta có biểu đồ Ven:



Số học sinh thi chạy bền hoặc thi đá cầu bằng: $40 - 8 = 32$ (học sinh).

Số học sinh vừa thi chạy bền vừa thi đá cầu bằng: $20 + 18 - 32 = 6$ (học sinh).



Câu 67: Trong số 45 học sinh của lớp 10A có 15 bạn xếp học lực giỏi, 20 bạn xếp hạnh kiểm tốt, trong đó 10 bạn vừa học lực giỏi vừa hạnh kiểm tốt. Hỏi lớp 10A có bao nhiêu bạn chưa được xếp học lực giỏi hoặc hạnh kiểm tốt?

Lời giải

Giả sử A : “Học sinh xếp học lực giỏi”.

B : “Học sinh hạnh kiểm tốt”

$A \cup B$: “Học sinh xếp học lực giỏi hoặc hạnh kiểm tốt”

$A \cap B$: “Học sinh vừa học lực giỏi vừa hạnh kiểm tốt”.

Số phần tử của $A \cup B$ là: $15 + 20 - 10 = 25$.

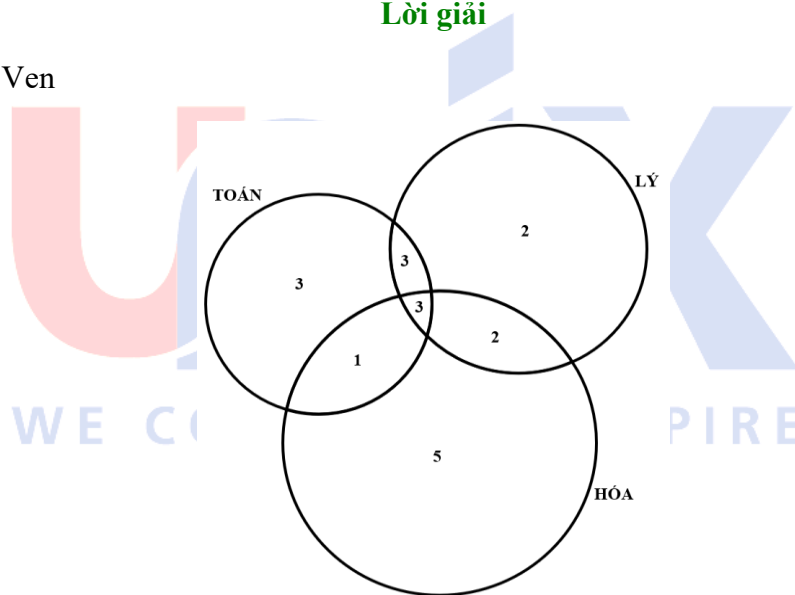
Số học sinh có học lực giỏi hoặc hạnh kiểm tốt là 25.

Số học sinh chưa có học lực giỏi hoặc hạnh kiểm tốt là $45 - 25 = 20$.

Câu 68: Lớp 10A có 10 học sinh giỏi Toán, 10 học sinh giỏi Lý, và 11 học sinh giỏi Hóa. Số học sinh giỏi Toán và Lý là 6 học sinh, học sinh giỏi Toán và Hóa là 4 học sinh và học sinh giỏi Lý và Hóa là 5 học sinh. Biết rằng có 3 học sinh giỏi cả 3 môn Toán, Lý, Hóa. Có bao nhiêu học sinh giỏi ít nhất một môn?

Lời giải

Ta có biểu đồ Ven



Ta có:

Số học sinh chỉ giỏi Toán và Lý bằng: $6 - 3 = 3$ (học sinh).

Số học sinh chỉ giỏi Lý và Hóa bằng: $5 - 3 = 2$ (học sinh).

Số học sinh chỉ giỏi Toán và Hóa bằng: $4 - 3 = 1$ (học sinh).

Số học sinh chỉ giỏi Toán bằng: $10 - 3 - 3 - 1 = 3$ (học sinh).

Số học sinh chỉ giỏi Lý bằng: $10 - 3 - 3 - 2 = 2$ (học sinh).

Số học sinh chỉ giỏi Hóa bằng: $11 - 3 - 2 - 1 = 5$ (học sinh).

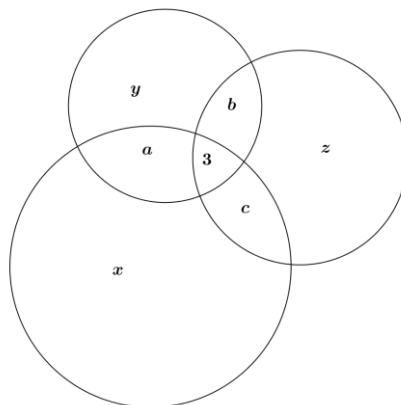
Vậy số học sinh giỏi ít nhất một môn bằng $3 + 3 + 2 + 1 + 3 + 2 + 5 = 19$ (học sinh).



Câu 69: Lớp 10A có 48 em, trong đó có 29 em giỏi Toán, 17 em giỏi Lý, 21 em giỏi Hóa và 3 em giỏi cả Toán, Lý, Hóa. Hỏi trong lớp có bao nhiêu bạn giỏi đồng thời 2 môn (biết rằng mỗi học sinh trong lớp giỏi ít nhất một môn)?

Lời giải

Ta có biểu đồ ven như sau:



Gọi x, y, z lần lượt là số em chỉ giỏi một môn Toán, Lý, Hóa $0 < x \leq 26, 0 < y \leq 14, 0 < z \leq 18$

Gọi a, b, c lần lượt là số em giỏi Toán-Lý, Toán-Hóa, Lý-Hóa, $a, b, c \in \mathbb{N}^*$.

Theo bài ra ta có:

Số em giỏi Toán: $x + a + b + 3 = 29$ (1).

Số em giỏi Lý: $y + a + c + 3 = 17$ (2).

Số em giỏi Hóa: $z + b + c + 3 = 21$ (3).

Từ (1), (2), (3) suy ra $x + y + z + 2(a + b + c) = 58$ (4).

Mặt khác số em giỏi chỉ một môn và hai môn là: $x + y + z + a + b + c = 48 - 3 = 45$ (5).

Kết hợp (4), (5) ta được
$$\begin{cases} x + y + z = 32 \\ a + b + c = 13 \end{cases}$$

Vậy số em giỏi đồng thời hai môn là: 13.

Câu 70: Trong lớp 10C có 45 học sinh trong đó có 25 em thích môn Văn, 20 em thích môn Toán, 18 em thích môn Sử, 6 em không thích môn nào, 5 em thích cả ba môn. Hỏi số em thích chỉ một môn trong ba môn trên?

Lời giải

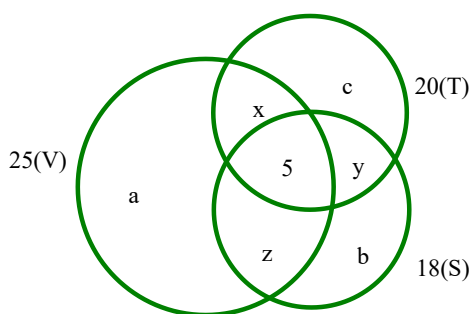
Gọi a, b, c theo thứ tự là số học sinh chỉ thích môn Văn, Sử, Toán.

x là số học sinh chỉ thích hai môn là Văn và Toán.

y là số học sinh chỉ thích hai môn là Sử và Toán.

z là số học sinh chỉ thích hai môn là Văn và Sử.

Ta có số em thích ít nhất một môn là $45 - 6 = 39$.



Dựa vào biểu đồ ven ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} a + x + z + 5 = 25 & (1) \\ b + y + z + 5 = 18 & (2) \\ c + x + y + 5 = 20 & (3) \\ x + y + z + a + b + c + 5 = 39 & (4) \end{cases}$$

Cộng vế với vế (1), (2), (3) ta có

$$a + b + c + 2(x + y + z) + 15 = 63 \quad (5).$$

Từ (4) và (5) ta có

$$a + b + c + 2(39 - 5 - a - b - c) + 15 = 63$$

$$\Leftrightarrow a + b + c = 20.$$

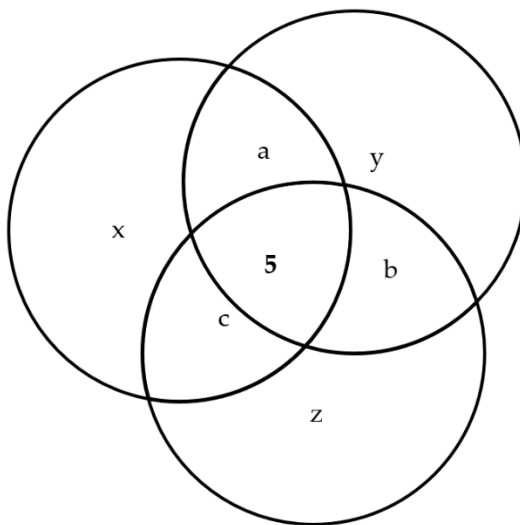
Vậy chỉ có 20 em thích chỉ một môn trong ba môn trên.

Câu 71: Lớp 10A có 45 học sinh trong đó có 25 em thích môn Toán, 20 em thích môn Anh, 18 em thích môn Văn, 6 em không thích ba môn trên và 5 em thích cả ba môn. Số học sinh chỉ thích một trong ba môn là bao nhiêu?

Lời giải

Số học sinh giỏi ít nhất một môn bằng: $45 - 6 = 39$ (học sinh).

Ta có biểu đồ Ven:



Gọi x ; y ; z lần lượt là số học sinh chỉ thích môn Toán, Anh, Văn với $0 \leq x \leq 20$; $0 \leq y \leq 15$; $0 \leq z \leq 13$.



a là số học sinh chỉ thích hai môn Toán và Anh.

b là số học sinh chỉ thích hai môn Văn và Anh.

c là số học sinh chỉ thích hai môn Văn và Toán.

$$\begin{cases} a+x+c+5=25 & (1) \\ a+y+b+5=20 & (2) \\ b+z+c+5=18 & (3) \\ a+b+c+x+y+z+5=39 & (4) \end{cases}$$

$$(4) \Leftrightarrow a+b+c=34-(x+y+z) \quad (5).$$

$$\text{Cộng vế với vế (1); (2); (3)} \Rightarrow 2(a+b+c)+x+y+z+15=63 \quad (6).$$

$$\text{Từ (5); (6)} \Rightarrow 2[34-(x+y+z)]+x+y+z+15=63 \Leftrightarrow x+y+z=20.$$

Vậy số học sinh chỉ thích một môn là 20 (học sinh).

