



MỆNH ĐỀ VÀ TẬP HỢP

BÀI 2: TẬP HỢP. CÁC PHÉP TOÁN TRÊN TẬP HỢP



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1: Số phần tử của tập hợp $A = \{x \in \mathbb{Z} | 2 < |x| \leq 4\}$ bằng

Lời giải

Trả lời: 4

$$\text{Ta có } 2 < |x| \leq 4 \Leftrightarrow \begin{cases} 2 < |x| \\ |x| \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 \leq x \leq 4 \\ \begin{cases} x < -2 \\ x > 2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 \leq x < -2 \\ 2 < x \leq 4 \end{cases}$$

Vì $x \in \mathbb{Z}$ nên $x \in \{-4; -3; 3; 4\}$. Suy ra $A = \{-4; -3; 3; 4\}$.

Vậy tập hợp A có 4 phần tử.

Câu 2: Cho tập $M = \{(x; y) | x, y \in \mathbb{R} \text{ và } x^2 + y^2 \leq 0\}$. Hỏi tập hợp M có bao nhiêu phần tử?

Lời giải

Trả lời: 1

$$\text{Ta có } \begin{cases} x^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \\ y^2 \geq 0, \forall y \in \mathbb{R} \end{cases} \Rightarrow x^2 + y^2 \geq 0, \forall x, y \in \mathbb{R}.$$

Mà $x^2 + y^2 \leq 0$ nên chỉ xảy ra khi $x^2 + y^2 = 0 \Leftrightarrow x = y = 0$.

Do đó ta suy ra $M = \{(0; 0)\}$ nên tập hợp M có 1 phần tử.

Câu 3: Cho tập $M = \{x; y | x, y \in \mathbb{R}, x^2 + y^2 - 2x + 4y + 5 \leq 0\}$. Hỏi tập M có bao nhiêu phần tử?

Lời giải

Trả lời: 1

$$\text{Ta có } x^2 + y^2 - 2x + 4y + 5 \leq 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}.$$

Do đó $M = \{1; -2\}$ nên M có 1 phần tử.

Câu 4: Tập hợp $B = \{(x; y) | x, y \in \mathbb{Z} : x^2 + y^2 \leq 2\}$ có bao nhiêu phần tử?

Lời giải

Trả lời: 9

Do x, y là các số nguyên thỏa mãn $x^2 + y^2 \leq 2$ nên $-1 \leq x, y \leq 1$ suy ra $x, y \in \{-1; 0; 1\}$ nên tất cả các cặp $(x; y)$ thỏa mãn là $(-1; -1), (-1; 0), (-1; 1), (1; -1), (1; 0), (1; 1), (0; 0), (0; 1), (0; -1)$. Vậy tập hợp B có 9 phần tử.



Câu 5: Cho $A = \{(x; y) \mid x, y \in \mathbb{Z}; x^2 + y^2 \leq 5\}$. Tìm số phần tử của tập hợp A .

Lời giải

Trả lời: 21

Với $x = 0 \Rightarrow y \in \{-2; -1; 0; 1; 2\} \Rightarrow$ có 5 bộ nghiệm $(x; y)$.

Với $x = \pm 1 \Rightarrow y \in \{-2; -1; 0; 1; 2\} \Rightarrow$ có 10 bộ nghiệm $(x; y)$.

Với $x = \pm 2 \Rightarrow y \in \{-1; 0; 1\} \Rightarrow$ có 6 bộ nghiệm $(x; y)$.

Vậy có 21 nghiệm $(x; y)$ thỏa mãn điều kiện bài toán.

Câu 6: Cho tập A là tập hợp các số tự nhiên, mà mỗi số tự nhiên trong A đều chia hết cho 2 hoặc chia hết cho 3, hoặc chia hết cho cả 2 và 3. Trong đó có 2022 số chia hết cho 2, 2023 số chia hết cho 3, 195 số chia hết cho 6. Hỏi tập A có bao nhiêu phần tử

Lời giải

Trả lời: 3850

Vì mỗi số chia hết cho 6 thì chia hết cho 2 và 3 nên:

Số các số chỉ chia hết cho 2 là: $2022 - 195 = 1827$.

Số các số chỉ chia hết cho 3 là: $2023 - 195 = 1828$.

Số phần tử của tập A là: $1827 + 1828 + 195 = 3850$.

Câu 7: Cho hai tập hợp $A = \{1; 2; 3\}$ và $B = \{1; 2; 3; 4; 5\}$. Có tất cả bao nhiêu tập X thỏa $A \subset X \subset B$?

Lời giải

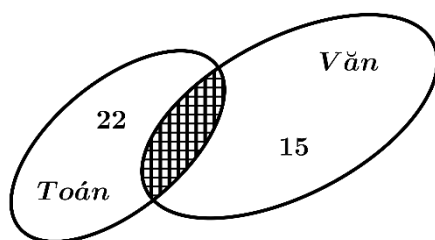
Trả lời: 4

Ta có $A \subset X$ nên X có ít nhất 3 phần tử $\{1; 2; 3\}$. Ta có $X \subset B$ nên X phải có nhiều nhất 5 phần tử và các phần tử thuộc X cũng thuộc B . Do đó các tập X thỏa mãn yêu cầu đầu bài là $\{1; 2; 3\}$, $\{1; 2; 3; 4\}$, $\{1; 2; 3; 5\}$, $\{1; 2; 3; 4; 5\}$. Vậy có 4 tập X thỏa mãn.

Câu 8: Trong kì thi học sinh giỏi cấp trường lớp 11B1 có 15 học sinh giỏi Văn, 22 học sinh giỏi Toán. Tìm số học sinh giỏi cả Văn và Toán biết lớp 11B1 có 40 học sinh, và có 14 học sinh không đạt học sinh giỏi.

Lời giải

Trả lời: 11



Số học sinh học giỏi ít nhất một trong hai môn Toán và Văn là: $40 - 14 = 26$.

Số học sinh chỉ giỏi Toán mà không giỏi Văn (Phần Toán sau khi bỏ đi phần giao) là: $26 - 15 = 11$.

Vậy số học sinh giỏi cả hai môn Toán và Văn (Phần giao nhau) là: $22 - 11 = 11$

Cách khác:

Số học sinh học giỏi ít nhất một trong hai môn Toán và Văn là: $40 - 14 = 26$.

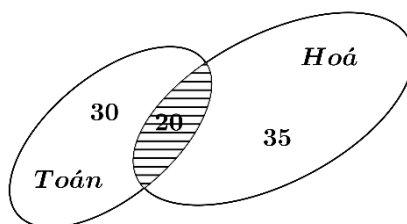
Số học sinh giỏi cả hai môn Toán và Văn là: $22 + 15 - 26 = 11$.

Câu 9: Mỗi học sinh của lớp 10A1 đều học giỏi môn Toán hoặc môn Hóa, biết rằng có 30 học sinh giỏi Toán, 35 học sinh giỏi Hóa, và 20 em học giỏi cả hai môn. Hỏi lớp 10A1 có bao nhiêu học sinh?



Lời giải

Trả lời: 45



Dựa vào biểu đồ ven ta có:

Số học sinh chỉ giỏi môn Toán là: $30 - 20 = 10$.

Số học sinh chỉ giỏi môn Hóa là: $35 - 20 = 15$.

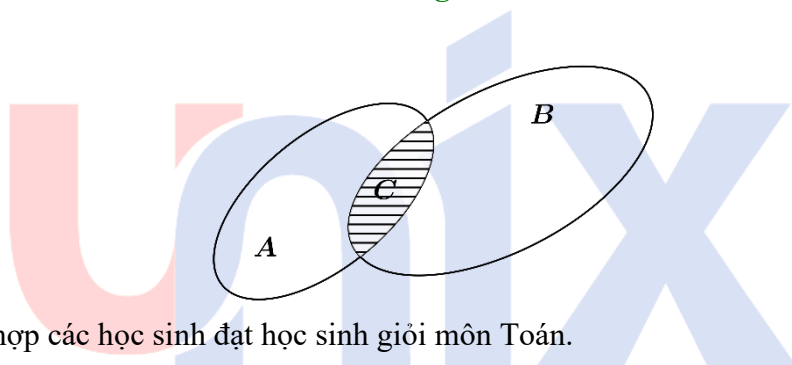
Do đó số học sinh lớp $10A_1$ là: $10 + 20 + 15 = 45$

Cách 2: Số học sinh lớp $10A_1$ là: $30 + 35 - 20 = 45$.

Câu 10: Trong một lớp học có 40 học sinh, trong đó có 30 học sinh đạt học sinh giỏi môn Toán, 25 học sinh đạt học sinh giỏi môn Văn. Biết rằng chỉ có 5 học sinh không đạt danh hiệu học sinh giỏi môn nào trong cả hai môn Toán và Văn. Hỏi có bao nhiêu học sinh chỉ học giỏi một môn trong hai môn Toán hoặc Văn?

Lời giải

Trả lời: 15



Gọi A là tập hợp các học sinh đạt học sinh giỏi môn Toán.

B là tập hợp các học sinh đạt học sinh giỏi môn Văn.

C là tập hợp các học sinh đạt học sinh giỏi cả hai môn Toán và Văn.

Số học sinh đạt học sinh giỏi môn Toán, Văn của lớp là: $40 - 5 = 35$ (học sinh).

Theo sơ đồ Ven ta có: $A + B - C = 35 \Leftrightarrow 30 + 25 - C = 35 \Leftrightarrow C = 20$.

Do vậy ta có:

Số học sinh chỉ giỏi môn Toán là: $A - C = 30 - 20 = 10$ (học sinh).

Số học sinh chỉ giỏi môn Văn là: $B - C = 25 - 20 = 5$ (học sinh).

Nên số học sinh chỉ giỏi một trong hai môn Toán hoặc Văn là: $10 + 5 = 15$ (học sinh).

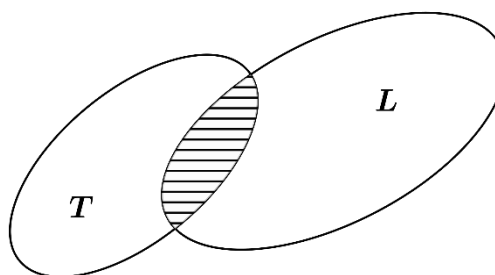
Vậy ta chọn đáp án B .

Câu 11: Một lớp học có 25 học sinh giỏi môn Toán, 23 học sinh giỏi môn Lý, 14 học sinh giỏi cả môn Toán và Lý và có 6 học sinh không giỏi môn nào cả. Hỏi lớp đó có bao nhiêu học sinh?

Lời giải

Trả lời: 40

Gọi T, L lần lượt là tập hợp các học sinh giỏi Toán và các học sinh giỏi Lý.



Ta có:

$|T|$: là số học sinh giỏi Toán

$|L|$: là số học sinh giỏi Lý

$|T \cap L|$: là số học sinh giỏi cả hai môn Toán và Lý

Khi đó số học sinh của lớp là: $|T \cup L| + 6$ mà $|T \cup L| = |T| + |L| - |T \cap L| = 25 + 23 - 14 = 34$.

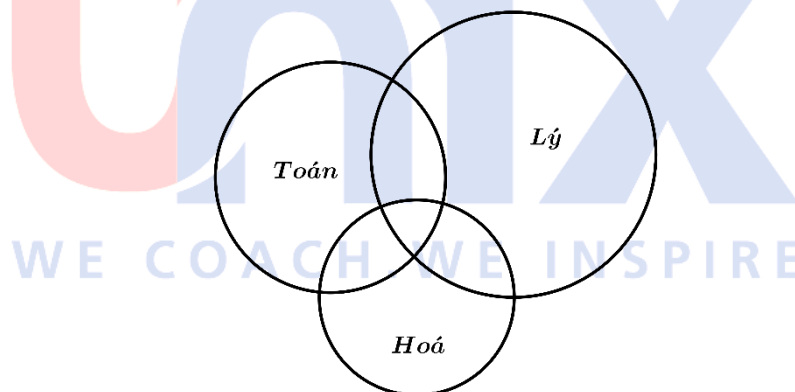
Vậy số học sinh của lớp là $34 + 6 = 40$.

Câu 12: Lớp 10A có 45 học sinh trong đó có 25 em học giỏi môn Toán, 23 em học giỏi môn Lý, 20 em học giỏi môn Hóa, 11 em học giỏi cả môn Toán và môn Lý, 8 em học giỏi cả môn Lý và môn Hóa, 9 em học giỏi cả môn Toán và môn Hóa) Hỏi lớp 10A có bao nhiêu bạn học giỏi cả ba môn Toán, Lý, Hóa, biết rằng mỗi học sinh trong lớp học giỏi ít nhất một trong 3 môn Toán, Lý, Hóa?

Lời giải

Trả lời: 5

Gọi T, L, H lần lượt là tập hợp các học sinh giỏi môn Toán, Lý, Hóa.



Ta có công thức:

$$|T \cup L \cup H| = |T| + |L| + |H| - |T \cap L| - |L \cap H| - |H \cap T| + |T \cap L \cap H|$$

$$\Leftrightarrow 45 = 25 + 23 + 20 - 11 - 8 - 9 + |T \cap L \cap H| \Leftrightarrow |T \cap L \cap H| = 5$$

Vậy có 5 học sinh giỏi cả 3 môn.

Câu 13: Một lớp học có 25 học sinh chơi bóng đá, 23 học sinh chơi bóng bàn, 14 học sinh chơi cả bóng đá và bóng bàn và 6 học sinh không chơi môn nào. Số học sinh chỉ chơi 1 môn thể thao là?

Lời giải

Trả lời: 20

Gọi A là tập hợp các học sinh chơi bóng đá

B là tập hợp các học sinh chơi bóng bàn

C là tập hợp các học sinh không chơi môn nào

Khi đó số học sinh chỉ chơi bóng đá là

$$|A| + |B| - 2|A \cap B| = 25 + 23 - 2 \cdot 14 = 20.$$



Câu 14: Lớp 10A có 7 học sinh giỏi Toán, 5 học sinh giỏi Lý, 6 học sinh giỏi Hóa, 3 học sinh giỏi cả Toán và Lý, 4 học sinh giỏi cả Toán và Hóa, 2 học sinh giỏi cả Lý và Hóa, 1 học sinh giỏi cả ba môn Toán, Lý, Hóa. Số học sinh ít nhất một môn (Toán, Lý, Hóa) của lớp 10A là

Lời giải

Trả lời: 10

Gọi A là tập hợp các học sinh giỏi Toán; B là tập hợp các học sinh giỏi Lý; C là tập hợp các học sinh giỏi Hóa.

Học sinh giỏi ít nhất một môn là tập hợp $A \cup B \cup C$.

Ta có

$$\begin{aligned}n(A \cup B \cup C) &= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C) \\&= 7 + 5 + 6 - 3 - 4 - 2 + 1 = 10.\end{aligned}$$

Câu 15: Lớp 10A có 15 bạn được xếp loại học lực Giỏi, 20 bạn được xếp loại hạnh kiểm Tốt, trong đó có 10 bạn vừa được học lực Giỏi vừa được hạnh kiểm Tốt. Khi đó lớp 10A có bao nhiêu bạn được xếp loại học lực Giỏi hoặc hạnh kiểm Tốt

Lời giải

Trả lời: 25

Gọi A là tập hợp các bạn được xếp loại học lực Giỏi, B là tập hợp các bạn được xếp loại hạnh kiểm Tốt. Theo đề ta có $n(A) = 15, n(B) = 20, n(A \cap B) = 10$. Khi đó số bạn được xếp loại học lực Giỏi hoặc hạnh kiểm Tốt là $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 15 + 20 - 10 = 25$.

Câu 16: Trong số 45 học sinh của lớp 10A có 15 bạn được xếp loại học lực Giỏi, 20 bạn được xếp loại hạnh kiểm Tốt, trong đó có 10 bạn vừa được học lực Giỏi vừa được hạnh kiểm Tốt. Khi đó lớp 10A có bao nhiêu bạn chưa được xếp loại học lực Giỏi và chưa có hạnh kiểm Tốt.

Lời giải

Trả lời: 20

Gọi A là tập hợp các bạn được xếp loại học lực Giỏi, B là tập hợp các bạn được xếp loại hạnh kiểm Tốt. Theo đề ta có $n(A) = 15, n(B) = 20, n(A \cap B) = 10$. Khi đó số bạn được xếp loại học lực Giỏi hoặc hạnh kiểm Tốt là $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 15 + 20 - 10 = 25$.

Số bạn chưa được xếp loại học lực Giỏi và chưa có hạnh kiểm Tốt là $45 - 25 = 20$.

Câu 17: Một lớp có 30 học sinh, trong đó mỗi học sinh giỏi ít nhất một trong hai môn Văn hoặc Hóa, biết rằng có 15 bạn học giỏi môn Hóa, 20 bạn học giỏi môn Văn. Hỏi lớp đó có bao nhiêu học sinh giỏi cả hai môn?

Lời giải

Trả lời: 5

Gọi A là tập hợp các học sinh giỏi Hóa, B là tập hợp các học sinh giỏi Văn.

Theo đề ta có $n(A) = 15, n(B) = 20, n(A \cup B) = 30$.

Khi đó số bạn giỏi cả hai môn là $n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 15 + 20 - 30 = 5$.

Câu 18: Trong kì thi học sinh giỏi cấp trường, lớp 10A có 17 bạn được xếp công nhận học sinh giỏi Văn, 25 bạn học sinh giỏi Toán. Tìm số học sinh giỏi cả Văn và Toán biết lớp 10A có 45 học sinh và có 13 học sinh không đạt học sinh giỏi.

Lời giải

Trả lời: 10

Gọi A là tập hợp các học sinh giỏi Văn, B là tập hợp các học sinh giỏi Toán.



Theo đề ta có $n(A) = 17, n(B) = 20$. Số học sinh giỏi Văn hoặc Toán là $n(A \cup B) = 45 - 13 = 32$

Khi đó số bạn giỏi cả Văn và Toán là $n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 17 + 25 - 32 = 10$.

Câu 19: Cho tập hợp $M = \{1; 2; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Tìm số tập con của tập hợp M gồm 3 phần tử và tổng của các phần tử là một số lẻ.

Lời giải

Trả lời: 16

Các tập con gồm 3 phần tử và tổng của các phần tử là một số lẻ có thể xảy ra các trường hợp sau:

Trường hợp 1: Lấy 2 số chẵn và 1 số lẻ

$\{1; 2; 6\}, \{1; 2; 8\}, \{1; 6; 8\}, \{5; 2; 6\}, \{5; 2; 8\}, \{5; 6; 8\}, \{7; 2; 6\}, \{7; 2; 8\}, \{7; 6; 8\}, \{9; 2; 6\}, \{9; 2; 8\}, \{9; 6; 8\}$.

Trường hợp 2: Lấy 3 số lẻ $\{1; 5; 7\}, \{1; 5; 9\}, \{1; 7; 9\}, \{5; 7; 9\}$.

Vậy số tập con của tập hợp M thỏa mãn yêu cầu là 16.

Câu 20: Cho hai tập hợp khác rỗng $A = (m - 2; 6]$ và $B = (-2; 2m + 2)$ với $m \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để $A \subset B$?

Lời giải

Trả lời: 6

Điều kiện của m để các tập A, B khác rỗng: $\begin{cases} m - 2 < 6 \\ -2 < 2m + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 8 \\ -2 < m \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m < 8 (*)$.

Để $A \subset B$ ta cần $\begin{cases} m - 2 \geq -2 \\ 6 < 2m + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 0 \\ m > 2 \end{cases} \Leftrightarrow m > 2$.

Kết hợp với điều kiện ta được giá trị m thỏa mãn là $2 < m < 8$.

Câu 21: Cho tập hợp $A = \{1; 2\}$ và tập hợp $B = \{x \in \mathbb{R} | x^2 + (m + 2)x - 2m - 8 = 0\}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho $B \subset A$.

Lời giải

Trả lời: 2

Ta có: $x^2 + (m + 2)x - 2m - 8 = 0 \Leftrightarrow (x - 2)(x + m + 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -m - 4 \end{cases} \Rightarrow B = \{2; -m - 4\}$.

Giả thiết: $B \subset A \Leftrightarrow \begin{cases} -m - 4 = 1 \\ -m - 4 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -5 \\ m = -6 \end{cases}$.

Vậy có 2 giá trị thỏa mãn.

Câu 22: Cho hai tập hợp khác rỗng $A = (m - 3; 5]$, $B = (-2; 3m + 1)$ với $m \in \mathbb{R}$. Số giá trị nguyên của tham số m để $A \subset B$ là

Lời giải

Trả lời: 6

Điều kiện để hai tập A và B khác rỗng là: $\begin{cases} m - 3 < 5 \\ 3m + 1 > -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 8 \\ m > -1 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m < 8 (1)$.

$A \subset B \Leftrightarrow \begin{cases} m - 3 \geq -2 \\ 3m + 1 > 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 1 \\ m > \frac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m > \frac{4}{3}$. So với điều kiện (1) suy ra $\frac{4}{3} < m < 8$.



Câu 23: Cho hai tập hợp $A = (m+4; 18)$ và $B = (2; 2m+10]$ khác tập hợp rỗng (m là tham số). Số giá trị nguyên của tham số m để $B \subset A$ là

Lời giải

Trả lời: 2

Để hai tập hợp A, B khác rỗng thì

$$\begin{cases} m+4 < 18 \\ 2 < 2m+10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 14 \\ 2m > -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 14 \\ m > -4 \end{cases} \Leftrightarrow -4 < m < 14. \quad (1)$$

$$\text{Ta có } B \subset A \Leftrightarrow \begin{cases} m+4 \leq 2 \\ 2m+10 < 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -2 \\ m < 4 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq -2. \quad (2)$$

Từ (1) và (2), suy ra $-4 < m \leq -2$ thỏa mãn đề bài.

Câu 24: Gọi hai tập khác rỗng $A = (m-1; 4]$ và $B = (-2; 2m+2]$. Số giá trị nguyên của tham số m để $A \subset B$ là

Lời giải

Trả lời: 4

$$\text{Ta có } \begin{cases} A = (m-1; 4] \neq \emptyset \\ B = (-2; 2m+2] \neq \emptyset \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 < 4 \\ 2m+2 > -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 5 \\ m > -2 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m < 5.$$

$$\text{Khi đó, } A \subset B \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 \geq -2 \\ 2m+2 \geq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -1 \\ m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 1.$$

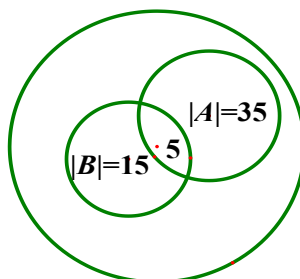
Kết hợp điều kiện, suy ra $m \in [1; 5)$.

Câu 25: Một lớp có 45 học sinh. Mỗi em đều đăng ký chơi ít nhất một trong hai môn: bóng đá và bóng chuyền. Có 35 em đăng ký môn bóng đá, 15 em đăng ký môn bóng chuyền. Hỏi có bao nhiêu em đăng ký chơi cả 2 môn?

Lời giải

Trả lời: 5

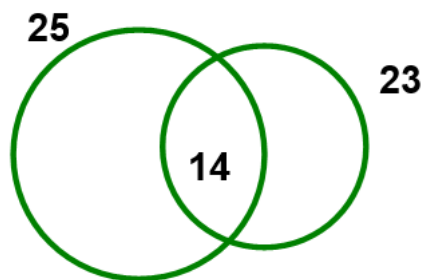
Gọi A là tập hợp các học sinh đăng ký chơi bóng đá, B là tập hợp các học sinh đăng ký chơi bóng chuyền. Dựa vào biểu đồ Ven, ta có số học sinh đăng ký cả 2 môn là $n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 35 + 15 - 45 = 5$.



Câu 26: Một lớp học có 25 học sinh giỏi môn Toán, 23 học sinh giỏi môn Lý, 14 học sinh giỏi cả môn Toán và Lý và có 6 học sinh không giỏi môn nào cả. Hỏi lớp đó có bao nhiêu học sinh?

Lời giải

Trả lời: 40



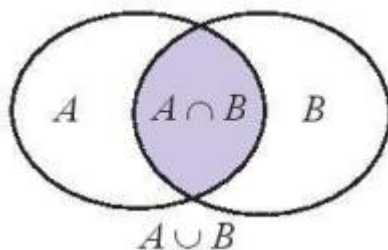
Tổng số học sinh là $25 + 23 - 14 + 6 = 40$.

Câu 27: Hội khỏe Phù Đổng của trường, lớp 10A có 25 học sinh thi điền kinh, 20 học sinh thi nhảy xa và 15 học sinh thi cả hai môn này. Hỏi lớp 10A có bao nhiêu học sinh thi ít nhất một trong hai môn điền kinh và nhảy xa?

Lời giải

Trả lời: 30

Kí hiệu A và B lần lượt là tập hợp các học sinh của lớp 10A tham gia thi điền kinh và nhảy xa. Theo giả thiết, $n(A) = 25, n(B) = 20, n(A \cap B) = 15$.



Ta thấy, tổng $n(A) + n(B)$ cho ta số học sinh thi điền kinh hoặc nhảy xa, đồng thời số bạn thi hai môn được tính hai lần. Do đó, số bạn thi ít nhất một trong hai môn là

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 25 + 20 - 15 = 30.$$

Vậy, lớp 10A có 30 em tham gia thi ít nhất một trong hai môn điền kinh và nhảy xa.

Nhận xét:

Nếu A và B là hai tập hợp hữu hạn thì $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$.

Đặc biệt, nếu A và B không có phần tử chung, tức $A \cap B = \emptyset$, thì $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$.

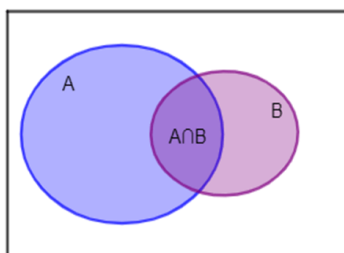
Câu 28: Trong số 35 học sinh của lớp 10H, có 20 học sinh thích môn Toán, 16 học sinh thích môn Tiếng Anh và 12 học sinh thích cả hai môn này. Hỏi lớp 10H có bao nhiêu học sinh thích ít nhất một trong hai môn Toán và Tiếng Anh?

Lời giải

Trả lời: 24

Gọi X là tập hợp học sinh lớp 10H, A là tập hợp học sinh của lớp 10H thích học môn Toán, B là tập hợp học sinh của lớp 10H thích học môn Tiếng Anh.

Theo giả thiết, $n(X) = 35, n(A) = 20, n(B) = 16, n(A \cap B) = 12$.





Nhận thấy, nếu tính tổng $n(A) + n(B)$ thì ta được số học sinh lớp 10H thích môn Toán hoặc Tiếng Anh, nhưng số bạn thích cả hai môn được tính hai lần. Do đó, số bạn thích ít nhất một trong hai môn Toán và Tiếng Anh là:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 20 + 16 - 12 = 24.$$

Vậy lớp 10H có 24 học sinh thích ít nhất một trong hai môn Toán và Tiếng Anh.

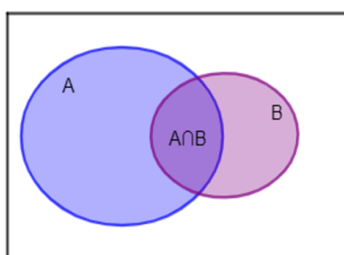
Câu 29: Trong số 35 học sinh của lớp 10H, có 20 học sinh thích môn Toán, 16 học sinh thích môn Tiếng Anh và 12 học sinh thích cả hai môn này. Hỏi lớp 10H có bao nhiêu học sinh không thích cả hai môn này?

Lời giải

Trả lời: 11

Gọi X là tập hợp học sinh lớp 10H, A là tập hợp học sinh của lớp 10H thích học môn Toán, B là tập hợp học sinh của lớp 10H thích học môn Tiếng Anh.

Theo giả thiết, $n(X) = 35$, $n(A) = 20$, $n(B) = 16$, $n(A \cap B) = 12$.



Số học sinh lớp 10H không thích cả hai môn Toán và Tiếng Anh là:

$$n(X) - n(A \cup B) = 35 - 24 = 11$$

Vậy có 11 học sinh của lớp 10H không thích cả hai môn Toán và Tiếng Anh.

Câu 30: Một lớp học có 27 học sinh giỏi môn Toán, 20 học sinh giỏi môn Lý, 12 học sinh giỏi cả môn Toán và Lý và có 8 học sinh không giỏi môn nào cả. Hỏi lớp đó có bao nhiêu học sinh?

Lời giải

Trả lời: 43

Gọi T, L lần lượt là tập hợp các học sinh giỏi Toán và các học sinh giỏi Lý.

Ta có:

$n(T)$: là số học sinh giỏi Toán

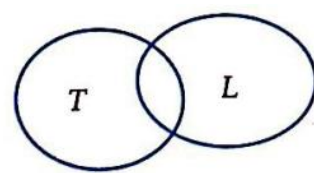
$n(L)$: là số học sinh giỏi Lý

$n(T \cap L)$: là số học sinh giỏi cả hai môn Toán và Lý

Khi đó số học sinh của lớp là: $n(T \cup L) + 8$.

Mà $n(T \cup L) = n(T) + n(L) - n(T \cap L) = 27 + 20 - 12 = 35$.

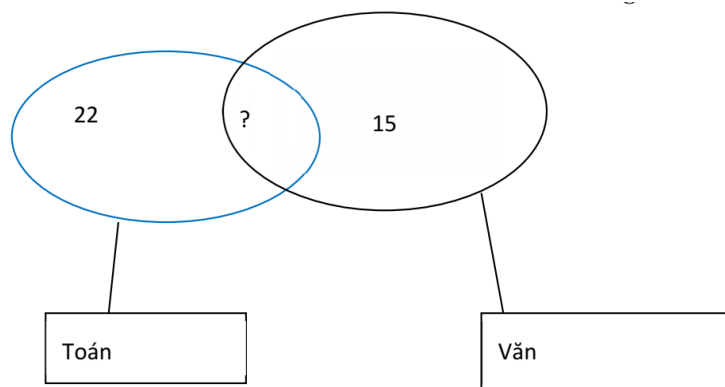
Vậy số học sinh của lớp là $35 + 8 = 43$.



Câu 31: Kết quả điểm trung bình môn lớp 11B₁ có 15 học sinh giỏi Văn, 22 học sinh giỏi Toán. Tìm số học sinh giỏi cả Văn và Toán biết lớp 11B₁ có 40 học sinh, và có 14 học sinh không đạt học sinh giỏi một trong hai môn Toán hoặc Văn.

Lời giải

Trả lời: 11



Số học sinh học giỏi ít nhất một trong hai môn Toán và Văn là: $40 - 14 = 26$.

Số học sinh chỉ giỏi Toán mà không giỏi Văn

là: $26 - 15 = 11$.

Vậy số học sinh giỏi cả hai môn Toán và Văn là: $22 - 11 = 11$

Cách 2:

Số học sinh học giỏi ít nhất một trong hai môn Toán và Văn là: $40 - 14 = 26$.

Số học sinh giỏi cả hai môn Toán và Văn là: $22 + 15 - 26 = 11$

Câu 32: Lớp 10K của trường THPT A có 40 học sinh, trong đó có 10 bạn học sinh giỏi Toán, 15 bạn học sinh giỏi Văn và 19 bạn không giỏi môn học nào trong hai môn Toán, Văn. Hỏi lớp 10K của trường THPT A có bao nhiêu bạn học sinh vừa giỏi Toán vừa giỏi Văn?

Lời giải

Trả lời: 4

Số học sinh giỏi Toán hoặc Văn là: $40 - 19 = 21$.

Số học sinh chỉ giỏi môn Văn là: $21 - 10 = 11$.

Số học sinh chỉ giỏi môn Toán là: $21 - 15 = 6$.

Suy ra số học sinh giỏi cả hai môn Toán và Văn là: $21 - 11 - 6 = 4$.

Câu 33: Bạn A Sứa thống kê số ngày có mưa, có sương mù ở bản mình trong tháng 3 vào một thời điểm nhất định và được kết quả như sau: 14 ngày có mưa, 15 ngày có sương mù, trong đó 10 ngày có cả mưa và sương mù. Hỏi trong tháng 3 đó có bao nhiêu ngày không có mưa và không có sương mù?

Lời giải

Trả lời: 12

Gọi A, B lần lượt là tập hợp các ngày có mưa, có sương mù. Khi đó, $A \cap B$ là tập hợp các ngày có cả mưa và sương mù, $A \cup B$ là tập hợp các ngày hoặc có mưa hoặc có sương mù.

Ta có: $n(A) = 14, n(B) = 15, n(A \cap B) = 10$.

Số ngày hoặc có mưa hoặc có sương mù là:

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 14 + 15 - 10 = 19$.

Tháng 3 có 31 ngày nên số ngày không có mưa và không có sương mù trong tháng 3 đó là: $31 - 19 = 12$.

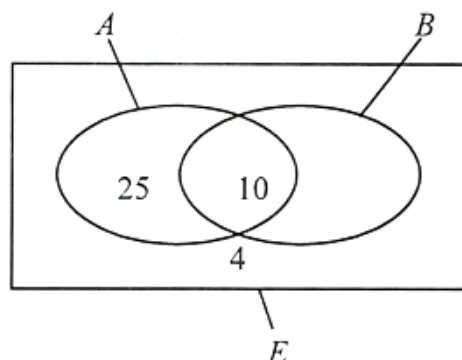
Câu 34: Một 10C14 có 45 học sinh chuẩn bị cho hội diễn văn nghệ chào mừng ngày nhà giáo Việt Nam 20/11. Trong danh sách đăng kí tham gia tiết mục nhảy Flashmob và tiết mục hát, có 35 học sinh tham gia tiết mục nhảy Flashmob, 10 học sinh tham gia cả hai tiết mục. Hỏi có bao nhiêu học sinh trong lớp tham gia tiết mục hát? Biết rằng lớp 10C14 có bạn Kiệt, Hạ, Toàn, Thiện bị khuyết tật hòa nhập nên không tham gia tiết mục nào.

Lời giải

Trả lời: 16



Kí hiệu A là tập hợp học sinh tham gia tiết mục nhảy Flashmob, B là tập hợp học sinh tham gia tiết mục hát, E là tập hợp học sinh trong lớp. Ta có thể biểu diễn ba tập hợp đó bằng biểu đồ Ven như hình bên:



Khi đó, $A \cap B$ là tập hợp học sinh tham gia cả hai tiết mục. Số phần tử của tập hợp A là 35, số phần tử của tập hợp $A \cap B$ là 10, số phần tử của tập hợp E là 45.

Số học sinh tham gia ít nhất một trong hai tiết mục là $45 - 4 = 41$.

Số học sinh tham gia tiết mục hát mà không tham gia tiết mục nhảy Flashmob là $41 - 35 = 6$.

Số học sinh tham gia tiết mục hát là $6 + 10 = 16$.

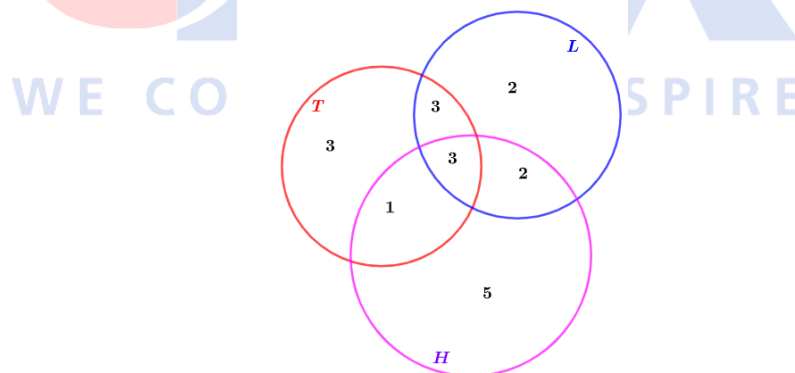
Câu 35: Lớp 10A1 có 10 học sinh giỏi Toán, 10 học sinh giỏi Lý, 11 học sinh giỏi Hóa, 6 học sinh giỏi cả Toán và Lý, 5 học sinh giỏi cả Hóa và Lý, 4 học sinh giỏi cả Toán và Hóa, 3 học sinh giỏi cả ba môn Toán, Lý, Hóa. Tính số học sinh chỉ giỏi một trong ba môn hoặc Toán hoặc Lý hoặc Hoá của lớp 10A1.

Lời giải

Trả lời: 10

Gọi T ; L ; H lần lượt là tập hợp các học sinh giỏi môn Toán, Lý, Hóa.

Vì có 3 học sinh giỏi cả 3 môn Toán, Lý, Hoá nên dựa vào biểu đồ Ven dưới đây,



Ta có:

Số học sinh chỉ giỏi đúng hai môn Toán và Hoá là: $4 - 3 = 1$.

Số học sinh chỉ giỏi đúng hai môn Toán và Lý là: $6 - 3 = 3$.

Số học sinh chỉ giỏi đúng hai môn Lý và Hoá là: $5 - 3 = 2$.

Số học sinh chỉ giỏi môn Toán là $10 - 1 - 3 - 3 = 3$.

Số học sinh chỉ giỏi môn Hoá là $11 - 1 - 2 - 3 = 5$.

Số học sinh chỉ giỏi môn Lý là $10 - 3 - 2 - 3 = 2$.

Do đó, số học sinh chỉ giỏi một trong ba môn hoặc Toán hoặc Lý hoặc Hoá của lớp 10A bằng $3 + 2 + 5 = 10$.

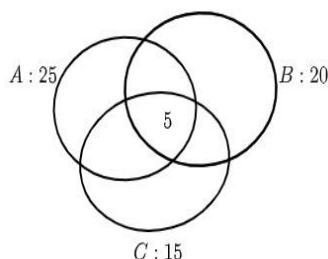


Câu 36: Hướng ứng tháng Thanh niên, lớp 10A có trong đó có 25 học sinh tham gia thi điền kinh, 20 học sinh thi nhảy xa, 15 học sinh thi nhảy cao, 7 em không tham gia môn nào, 5 em tham gia cả 3 môn. Tính số em tham gia đúng một môn trong ba môn trên, biết cả lớp có 45 học sinh.

Lời giải

Trả lời: 21

Gọi A, B, C lần lượt là tập hợp các học sinh lớp 10A tham gia thi điền kinh, nhảy xa và nhảy cao.



Ta có: $|A| = 25, |B| = 20, |C| = 15, |A \cap B \cap C| = 5$

Do sĩ số lớp là 45 và có 7 em không tham gia môn nào nên $|A \cup B \cup C| = 45 - 7 = 38$.

Mặt khác: $|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |B \cap C| - |A \cap C| + |A \cap B \cap C|$

$$\Rightarrow |A \cap B| + |B \cap C| + |A \cap C| = 25 + 20 + 15 + 5 - 38 = 27$$

Số học sinh tham gia thi ít nhất 2 môn là:

$$|A \cap B \cup B \cap C \cup A \cap C| = |A \cap B| + |B \cap C| + |A \cap C| - 2|A \cap B \cap C| = 27 - 2 \cdot 5 = 17$$

Số học sinh tham gia đúng môn là:

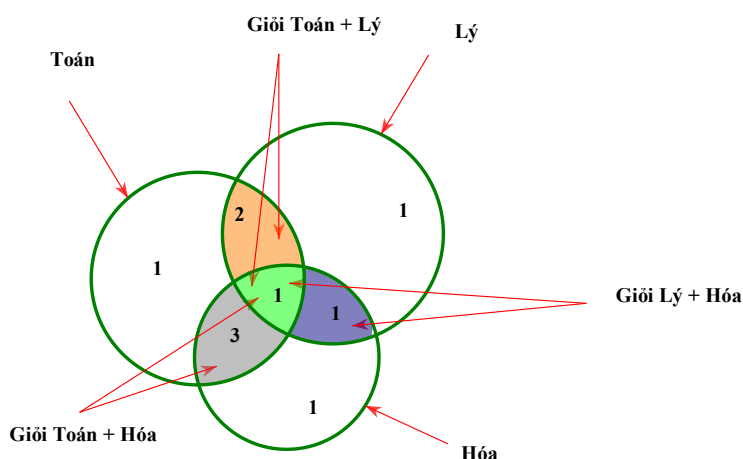
$$|A \cup B \cup C| - |A \cap B \cup B \cap C \cup A \cap C| = 38 - 17 = 21.$$

Câu 37: Lớp 10A có 7 học sinh giỏi Toán, 5 học sinh giỏi Lý, 6 học sinh giỏi Hóa, 3 học sinh giỏi đúng hai môn Toán và Lý, 4 học sinh giỏi đúng hai môn Toán và Hóa, 2 học sinh giỏi đúng hai môn Lý và Hóa, 1 học sinh giỏi cả 3 môn Toán, Lý, Hóa. Số học sinh giỏi ít nhất một môn của lớp 10A là

Lời giải

Trả lời: 10

Ta dùng biểu đồ Ven để giải



Nhìn vào biểu đồ, số học sinh giỏi ít nhất 1 trong 3 môn là $1 + 2 + 1 + 3 + 1 + 1 + 1 = 10$.

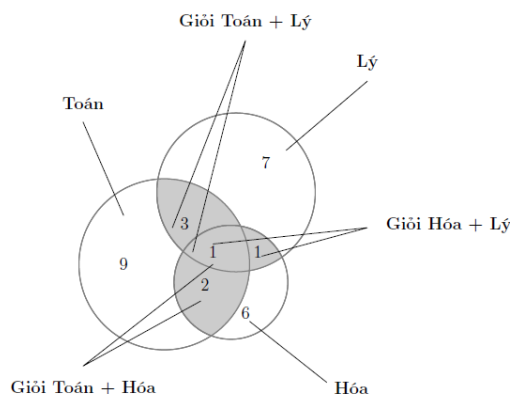
Câu 38: Lớp 10 A trường THPT Nam Lý có 15 học sinh giỏi Toán, 12 học sinh giỏi Lý, 10 học sinh giỏi Hóa, 4 học sinh giỏi đúng hai môn Toán và Lý, 3 học sinh giỏi đúng hai môn Toán và Hóa, 2 học



sinh giỏi đúng hai môn Lý và Hóa, 1 học sinh giỏi cả ba môn Toán, Lý, Hóa. Hỏi lớp 10 A có tất cả bao nhiêu học sinh giỏi ít nhất một môn?

Lời giải

Trả lời: 29



Nhìn vào biểu đồ, số học sinh giỏi ít nhất 1 trong 3 môn là $9+7+6+3+1+1+2 = 29$.

Câu 39: Trong lớp 10C2 có 16 học sinh giỏi môn Toán, 15 học sinh giỏi môn Lý và 11 học sinh giỏi môn Hóa. Biết rằng có 12 học sinh vừa giỏi Toán và Lý, 8 học sinh vừa giỏi Lý và Hóa, 9 học sinh vừa giỏi Hóa và Toán, trong đó chỉ có 11 học sinh giỏi đúng hai môn. Hỏi có bao nhiêu học sinh của lớp giỏi cả ba môn Toán, Lý, Hóa?

Lời giải

Trả lời: 6

Gọi $x(x \in \mathbb{N})$ là số học sinh giỏi cả ba môn Toán, Lý, Hóa. Suy ra

$12-x$ là số học sinh chỉ giỏi đúng hai môn Toán, Lý.

$8-x$ là số học sinh chỉ giỏi đúng hai môn Lý, Hóa.

$9-x$ là số học sinh chỉ giỏi đúng hai môn Toán, Hóa.

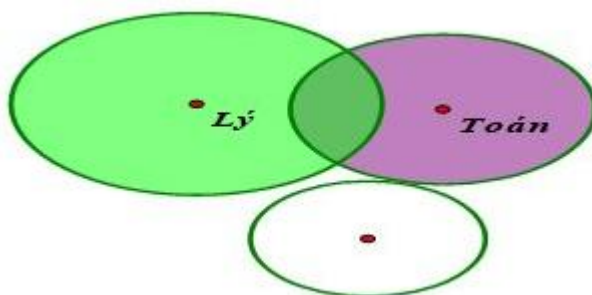
Theo giả thiết số học sinh giỏi đúng hai môn là 11 nên

$$(12-x) + (8-x) + (9-x) = 11 \Leftrightarrow x = 6.$$

Câu 40: Lớp 10A có 40 học sinh, trong đó có 10 bạn học sinh giỏi Toán, 15 bạn học sinh giỏi Lý và 19 bạn không giỏi môn học nào trong hai môn Toán, Lý. Hỏi lớp 10A có bao nhiêu bạn học sinh vừa giỏi Toán vừa giỏi Lý?

Lời giải

Trả lời: 4



Số học sinh giỏi Toán hoặc Lý là: $40-19=21$.

Số học sinh chỉ giỏi môn Lý là: $21-10=11$.

Số học sinh chỉ giỏi môn Toán là: $21-15=6$.

Suy ra số học sinh giỏi cả hai môn Toán và Lý là: $21-11-6=4$.



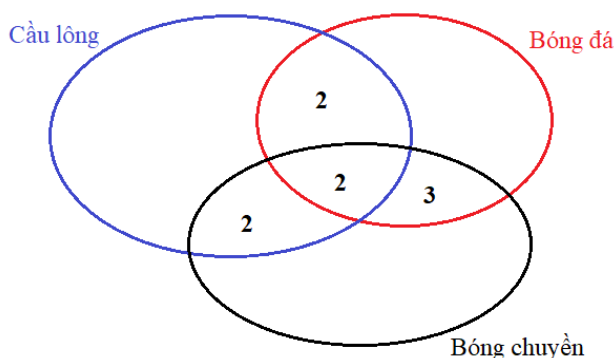
Câu 41: Ở lớp 10A, mỗi học sinh đều có thể chơi được ít nhất 1 trong 3 môn thể thao là cầu lông, bóng đá và bóng chuyền. Có 11 em chơi được bóng đá, 10 em chơi được cầu lông và 8 em chơi được bóng chuyền. Có 2 em chơi được cả 3 môn, có 5 em chơi được bóng đá và bóng chuyền, có 4 em chơi được bóng đá và cầu lông, có 4 em chơi được bóng chuyền và cầu lông. Hỏi lớp học có bao nhiêu học sinh?

Lời giải

Trả lời: 18

Cách 1: Sử dụng biểu đồ Ven

Theo giả thiết đề bài cho, ta có biểu đồ Ven:



Số học sinh chơi được cả 3 môn là 2.

Số học sinh chỉ chơi được bóng đá và bóng chuyền là $5 - 2 = 3$.

Số học sinh chỉ chơi được bóng đá và cầu lông là $4 - 2 = 2$.

Số học sinh chỉ chơi được cầu lông và bóng chuyền là $4 - 2 = 2$.

Số học sinh chỉ chơi được bóng đá là $11 - 2 - 2 - 3 = 4$.

Số học sinh chỉ chơi được bóng chuyền là $8 - 2 - 2 - 3 = 1$.

Số học sinh chỉ chơi được cầu lông là $10 - 2 - 2 - 2 = 4$.

Số học sinh của cả lớp $2 + 3 + 2 + 2 + 4 + 1 + 4 = 18$.

Kết luận: Lớp 10A có 18 học sinh.

Cách 2:

Gọi A, B, C lần lượt là các tập hợp học sinh của lớp 10A chơi được môn cầu lông, bóng đá và bóng chuyền.

$$\begin{cases} n(A) = 11 \\ n(B) = 10 \\ n(C) = 8 \\ n(A \cap B) = 4 \\ n(B \cap C) = 5 \\ n(A \cap C) = 4 \\ n(A \cap B \cap C) = 2 \end{cases}$$

Theo giả thiết ta có

Biết mỗi học sinh đều có thể chơi được ít nhất 1 trong 3 môn nên số học sinh của lớp sẽ là $n(A \cup B \cup C)$ và:

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

$$\Leftrightarrow n(A \cup B \cup C) = 11 + 10 + 8 - 4 - 5 - 4 + 2 = 18.$$

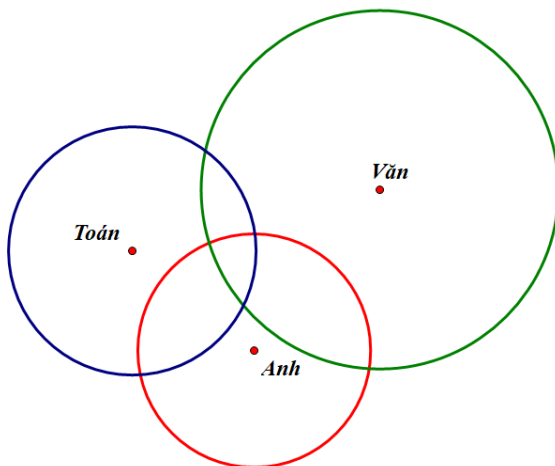
Kết luận: Lớp 10A có 18 học sinh.



Câu 42: Lớp 10A có 21 em thích học Toán, 19 em thích học Văn và có 18 em thích học tiếng Anh. Trong số đó có 9 em thích học cả Toán lẫn Văn, 7 em thích học cả Văn lẫn tiếng Anh, 6 em thích học cả Toán lẫn tiếng Anh và có 4 em thích học cả ba môn Toán, Văn, Anh, không có em nào không thích một trong ba môn học trên. Hỏi trong lớp 10A có bao nhiêu học sinh?

Lời giải

Trả lời: 40



Cách 1

Trong số 9 em thích học cả Toán lẫn Văn có 4 em thích học cả ba môn Toán, Văn, Anh nên số học sinh chỉ thích học đúng hai môn Toán, Văn là: $9 - 4 = 5$.

Tương tự:- Số học sinh chỉ thích học đúng hai môn Văn, Anh là: $7 - 4 = 3$.

- Số học sinh chỉ thích học đúng hai môn Toán, Anh là: $6 - 4 = 2$.

Khi đó, trong số 21 em thích học Toán có 5 em chỉ thích học Toán, Văn; 2 em chỉ thích học Toán, Anh và 4 em thích học cả ba môn Toán, Văn, Anh. Suy ra số học sinh chỉ thích học một môn Toán là: $21 - 5 - 2 - 4 = 10$.

Tương tự:- Số học sinh chỉ thích học một môn Văn là: $19 - 5 - 3 - 4 = 7$.

- Số học sinh chỉ thích học một môn tiếng Anh là: $18 - 3 - 2 - 4 = 9$.

Do không có em nào không thích học một trong ba môn Toán, Văn, Anh nên số học sinh lớp 10A là: $10 + 7 + 9 + 5 + 3 + 2 + 4 = 40$.

Cách 2

Gọi T là tập hợp các học sinh chỉ thích học môn Toán.

Gọi V là tập hợp các học sinh chỉ thích học môn Văn.

Gọi A là tập hợp các học sinh chỉ thích học môn Tiếng Anh.

Do không có em nào không thích học một trong ba môn Toán, Văn, Anh nên số học sinh lớp 10A là số phần tử của tập hợp $T \cup V \cup A$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } |T \cup V \cup A| &= |T| + |V| + |A| - |T \cap V| - |V \cap A| - |T \cap A| + |T \cap V \cap A| \\ &= 21 + 19 + 18 - 9 - 7 - 6 + 4 = 40. \end{aligned}$$

Vậy lớp 10A có 40 học sinh.

Câu 43: Lớp 10C có 15 học sinh giỏi Toán, 12 học sinh giỏi Văn, 10 học sinh giỏi Tiếng Anh, 5 học sinh giỏi cả Toán và Văn, 5 học sinh giỏi cả Toán và Tiếng Anh, 6 học sinh giỏi cả Văn và Tiếng Anh, 1 học sinh giỏi cả ba môn Toán, Văn, Tiếng Anh. Hỏi trong lớp 10A có bao nhiêu em giỏi ít nhất một môn?

Lời giải

Trả lời: 22



Gọi x, y, z lần lượt là số học sinh chỉ giỏi môn Toán, môn Văn, môn Tiếng Anh, $0 \leq x \leq 15$;
 $0 \leq y \leq 12$; $0 \leq z \leq 10$.

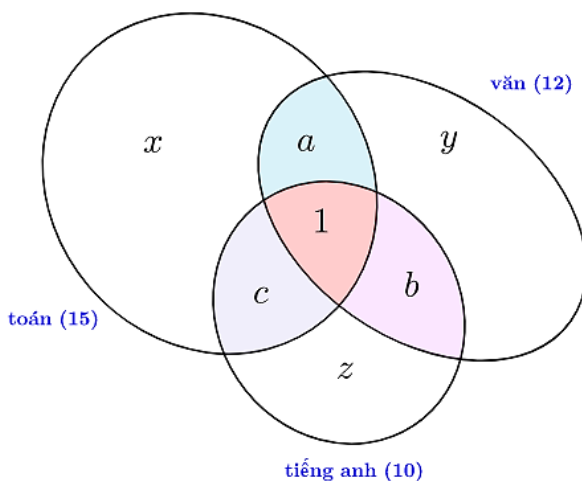
a là số học sinh chỉ giỏi môn Toán và Văn.

b là số học sinh chỉ giỏi Văn và Tiếng Anh.

c là số học sinh chỉ giỏi môn Toán và Tiếng Anh.

1 học sinh giỏi cả ba môn.

Sử dụng biểu đồ Ven ta có:



Dựa vào biểu đồ ta có hệ:

$$\begin{cases} x + a + c + 1 = 15 \\ y + a + b + 1 = 12 \\ z + b + c + 1 = 10 \\ a + 1 = 5 \\ b + 1 = 6 \\ c + 1 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 2 \\ z = 0 \end{cases}$$

Suy ra số học sinh giỏi ít nhất một môn là:

$$x + y + z + a + b + c + 1 = 6 + 2 + 0 + 4 + 5 + 4 + 1 = 22.$$

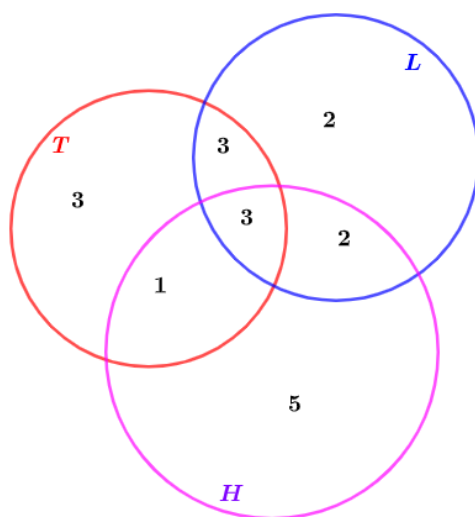
Câu 44: Lớp 10A có 10 học sinh giỏi Toán, 10 học sinh giỏi Lý, 11 học sinh giỏi Hóa, 6 học sinh giỏi cả Toán và Lý, 5 học sinh giỏi cả Hóa và Lý, 4 học sinh giỏi cả Toán và Hóa, 3 học sinh giỏi cả ba môn Toán, Lý, Hóa. Số học sinh giỏi ít nhất một trong ba môn Toán, Lý, Hóa của lớp 10A là bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 19

Gọi T ; L ; H lần lượt là tập hợp các học sinh giỏi môn Toán, Lý, Hóa.

Cách 1: Vẽ biểu đồ Ven và tính số phần tử từng tập hợp ta được như hình vẽ



Từ đó tính được số phần tử của tập hợp $T \cup L \cup H$ là 19.

Cách 2: Giả sử A là tập hợp, kí hiệu $N(A)$ là số phần tử của tập hợp A .

Từ công thức $N(A \cup B) = N(A) + N(B) - N(A \cap B)$ dễ dàng chứng minh được

$$N(T \cup L \cup H) = N(T) + N(L) + N(H) - N(T \cap L) - N(T \cap H) - N(L \cap H) + N(T \cap L \cap H)$$

Thay số với các dữ kiện đề bài ta có

$$N(T \cup L \cup H) = 10 + 10 + 11 - 6 - 4 - 5 + 3 = 19.$$

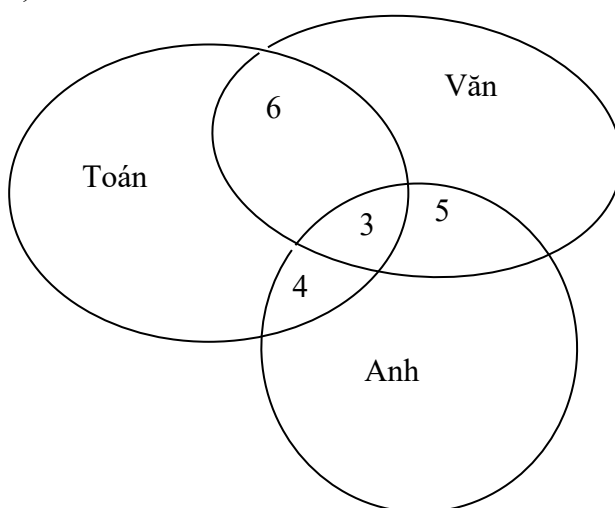
Vậy có 19 học sinh giỏi ít nhất một trong ba môn Toán, Lý, Hóa.

Câu 45: Lớp 10A có 25 học sinh giỏi ít nhất một môn Toán, Văn, Anh, trong đó có 6 học sinh giỏi cả Toán và Văn, 5 học sinh giỏi cả Văn và Anh, 4 học sinh giỏi cả Toán và Anh, 3 học sinh giỏi cả ba môn Toán, Văn, Anh. Tính số học sinh chỉ giỏi đúng một môn Toán hoặc Văn hoặc Anh của lớp 10A?

Lời giải

Trả lời: 16

Theo giả thiết đề bài cho, ta có biểu đồ Ven:



Dựa vào biểu đồ Ven, ta có

Số học sinh chỉ giỏi môn Toán và Văn nhưng không giỏi môn Anh là $6 - 3 = 3$ học sinh.

Số học sinh chỉ giỏi môn Anh và Văn nhưng không giỏi môn Toán là $5 - 3 = 2$ học sinh.

Số học sinh chỉ giỏi môn Toán và Anh nhưng không giỏi môn Văn là $4 - 3 = 1$ học sinh.

Số học sinh giỏi ít nhất hai trong ba môn của lớp 10A là $3 + 2 + 1 + 3 = 9$ học sinh

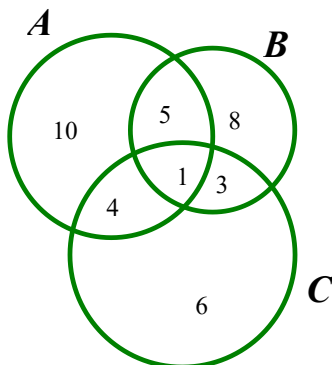
Vậy số học sinh giỏi đúng một môn là $25 - 9 = 16$ học sinh.



Câu 46: Trong một khoảng thời gian nhất định, tại một địa phương, đài khí tượng thủy văn đã thống kê được: Số ngày mưa: 10 ngày; Số ngày có gió: 8 ngày; Số ngày lạnh: 6 ngày; Số ngày mưa và gió: 5 ngày; Số ngày mưa và lạnh: 4 ngày; Số ngày lạnh và có gió: 3 ngày; Số ngày mưa, lạnh và có gió: 1 ngày. Vậy có bao nhiêu ngày thời tiết xấu?

Lời giải

Trả lời: 13



Ký hiệu A là tập hợp những ngày mưa, B là tập hợp những ngày có gió, C là tập hợp những ngày lạnh. Theo giả thiết ta có: $n(A) = 10$, $n(B) = 8$, $n(C) = 6$,

$$n(A \cap B) = 5, n(A \cap C) = 4, n(B \cap C) = 3, n(A \cap B \cap C) = 1.$$

Để tìm số ngày thời tiết xấu ta sử dụng biểu đồ Ven. Ta cần tính $n(A \cup B \cup C)$. Ta có

$$\begin{aligned} n(A \cup B \cup C) &= n(A \cup B) + n(C) - n[(A \cup B) \cap C] \\ &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) + n(C) - [n(A \cap C) + n(B \cap C) - n(A \cap B \cap C)] \end{aligned}$$

Vì vậy

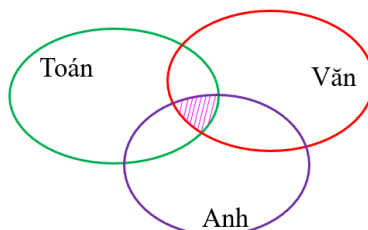
$$\begin{aligned} n(A \cup B \cup C) &= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C) \\ &= 10 + 8 + 6 - (5 + 4 + 3) + 1 = 13 \end{aligned}$$

Vậy số ngày thời tiết xấu là 13 ngày.

Câu 47: Lớp 10D có 45 học sinh trong đó có 25 em học sinh học giỏi môn Toán, 23 em học sinh học giỏi môn Văn, 20 em học sinh học giỏi môn Tiếng Anh. Đồng thời có 11 em học sinh học giỏi cả môn Toán và môn Văn, 8 em học sinh học sinh giỏi cả môn Văn và môn Tiếng Anh, 9 em học sinh học giỏi cả môn Toán và môn Tiếng Anh. Hỏi lớp 10D có bao nhiêu bạn học giỏi cả ba môn Toán, Văn, Tiếng Anh, biết rằng mỗi học sinh trong lớp học giỏi ít nhất một trong ba môn Toán, Văn, Tiếng Anh.

Lời giải

Trả lời: 5



Gọi x ($x \in \mathbb{N}$) là số học sinh giỏi cả ba môn Toán, Văn, Anh.

Số học sinh chỉ giỏi Toán và Văn là: $11 - x$.

Số học sinh chỉ giỏi Toán và Anh là: $9 - x$.

Số học sinh chỉ giỏi Văn và Anh là: $8 - x$.

Số học sinh chỉ giỏi Toán là: $25 - (11 - x) - (9 - x) - x = 5 + x$.



Số học sinh chỉ giỏi Văn là: $23 - (11 - x) - (8 - x) - x = 4 + x$.

Số học sinh chỉ giỏi Anh là: $20 - (9 - x) - (8 - x) - x = 3 + x$.

Lớp có 45 học sinh nên ta có:

$$x + (11 - x) + (9 - x) + (8 - x) + 5 + x + 4 + x + 3 + x = 45$$

$$\Leftrightarrow x + 40 = 45 \Leftrightarrow x = 5.$$

Vậy có 5 học sinh giỏi cả ba môn Toán, Văn và Anh.

Câu 48: Cho hai tập A, B khác $\emptyset$ có số phần tử lần lượt là x và y . Biết tập hợp $A \cup B$ có 6 phần tử và số phần tử của tập hợp $A \cap B$ bằng nửa số phần tử của tập hợp B . Tìm giá trị lớn nhất của $x + y$.

Lời giải

Trả lời: 9

Do hai tập A, B khác $\emptyset$ nên x, y là các số nguyên dương.

Do $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ và số phần tử của $A \cap B$ bằng nửa số phần tử của B

nên $6 = x + y - \frac{y}{2} \Leftrightarrow 6 = x + \frac{y}{2}$. Mà $6 = n(A \cup B) \geq n(B) \Rightarrow y \leq 6$ nên y là số nguyên dương

chia hết cho 2 và nhỏ hơn hoặc bằng 6 suy ra $y \in \{2; 4; 6\}$.

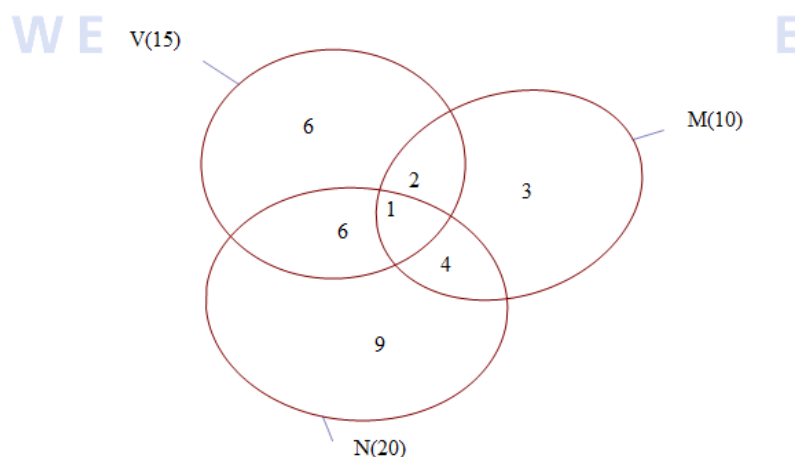
Từ đó suy ra $n(A) = 3$ và $n(B) = 6$ hoặc $n(A) = 4$ và $n(B) = 4$ hoặc $n(A) = 5$ và $n(B) = 2$.

Vậy giá trị lớn nhất của $x + y$ là 9.

Câu 49: Một lô sản phẩm gồm 100 chiếc ấm sứ. Trong đó có 20 chiếc vỡ nắp, 15 chiếc sứ vôi, 10 chiếc mẻ miệng, 7 chiếc vừa vỡ nắp vừa sứ vôi, 5 chiếc vừa vỡ nắp vừa mẻ miệng, 3 chiếc vừa sứ vôi vừa mẻ miệng, 1 chiếc vừa vỡ nắp vừa mẻ miệng vừa sứ vôi. Hỏi có bao nhiêu chiếc ấm sứ còn nguyên vẹn?

Lời giải

Trả lời: 69



Có 1 chiếc ấm sứ có đồng thời ba lỗi: vỡ nắp, mẻ miệng và sứ vôi nên số ấm có đồng thời hai lỗi vỡ nắp và mẻ miệng là $5 - 1 = 4$ chiếc, số ấm có đồng thời hai lỗi sứ vôi và mẻ miệng là $3 - 1 = 2$ chiếc, số chiếc có đồng thời hai lỗi vỡ nắp và sứ vôi là $7 - 1 = 6$ chiếc.

Số chiếc ấm sứ chỉ có lỗi vỡ nắp là $20 - 6 - 4 - 1 = 9$ chiếc.

Số chiếc ấm sứ chỉ có lỗi sứ vôi là $15 - 6 - 2 - 1 = 6$ chiếc.

Số chiếc ấm sứ chỉ có lỗi mẻ miệng là $10 - 4 - 2 - 1 = 3$ chiếc.

Như vậy, có 31 chiếc ấm sứ bị lỗi. Do đó, có 69 chiếc ấm sứ còn nguyên vẹn.



Câu 50: Trong đợt khảo sát nghề, giáo viên chủ nhiệm lớp 10D đưa ra ba nhóm ngành cho học sinh lựa chọn, đó là: Giáo dục, Y tế, Công nghệ thông tin. Học sinh có thể chọn từ một đến ba nhóm ngành nêu trên hoặc không chọn nhóm ngành nào trong ba nhóm ngành trên. Giáo viên chủ nhiệm thống kê theo từng nhóm ngành và được kết quả: có 6 học sinh chọn nhóm ngành Giáo dục, 9 học sinh chọn nhóm ngành Y tế, 10 học sinh chọn nhóm ngành Công nghệ thông tin, 22 học sinh không chọn nhóm ngành nào trong ba nhóm trên. Nếu thống kê số lượng học sinh chọn theo từng hai nhóm ngành được kết quả: có 3 học sinh chọn hai nhóm ngành Giáo dục và Y tế, 2 học sinh chọn hai nhóm ngành Y tế và Công nghệ thông tin, 3 học sinh chọn hai nhóm ngành Giáo dục và Công nghệ thông tin. Hỏi có bao nhiêu học sinh chọn cả ba nhóm ngành nêu trên biết lớp 10D có 40 học sinh?

Lời giải

Trả lời: 1

Gọi A, B, C lần lượt là tập hợp học sinh chọn nhóm ngành Giáo dục, Y tế, Công nghệ thông tin.

Khi đó, $A \cup B \cup C$ là tập hợp các học sinh chọn ít nhất một trong ba nhóm ngành trên.

Do lớp 10D có 40 học sinh và 22 học sinh không chọn nhóm ngành trong ba nhóm ngành trên nên số học sinh chọn ít nhất một trong ba nhóm ngành trên là $40 - 22 = 18$

Ta có: $n(A) = 6, n(B) = 9, n(C) = 10, n(A \cup B \cup C) = 18, n(A \cap B) = 3,$

$n(B \cap C) = 2, n(A \cap C) = 3.$

Áp dụng công thức:

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(B \cap C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

Ta có số học sinh chọn cả ba nhóm ngành nêu trên là:

$$\begin{aligned} n(A \cap B \cap C) &= n(A \cup B \cup C) + n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(A \cap C) - n(A) - n(B) - n(C) \\ &= 18 + 3 + 2 + 3 - 6 - 9 - 10 = 1. \end{aligned}$$

Câu 51: Một lớp có 45 học sinh. Mỗi em đều đăng ký chơi ít nhất một trong hai môn: bóng đá và bóng chuyền. Có 35 em đăng ký môn bóng đá, 15 em đăng ký môn bóng chuyền. Hỏi có bao nhiêu em đăng ký chơi cả 2 môn?

Lời giải

Trả lời: 5

Đáp án A đúng vì: Gọi A là tập hợp các học sinh đăng ký chơi bóng đá, B là tập hợp các học sinh đăng ký chơi bóng chuyền.

Dựa vào biểu đồ Ven, ta có: số học sinh đăng ký cả 2 môn là:

$$|A \cap B| = |A| + |B| - |A \cup B| = 35 + 15 - 45 = 5.$$

Câu 52: Mỗi học sinh lớp 10B đều chơi bóng đá hoặc bóng chuyền. Biết rằng có 25 bạn chơi bóng đá, 20 bạn chơi bóng chuyền và 10 bạn chơi cả hai môn. Hỏi lớp 10B có bao nhiêu học sinh?

Lời giải

Trả lời: 35

Giả sử $A =$ “Học sinh chơi bóng đá”.

$B =$ “Học sinh chơi bóng chuyền”

$A \cup B =$ “Học sinh chơi bóng đá hoặc bóng chuyền”

$A \cap B =$ “Học sinh chơi cả hai môn”.

Số phần tử của $A \cup B$ là: $25 + 20 - 10 = 35.$

Số học sinh chơi bóng đá hoặc bóng chuyền là số học sinh của lớp: 35.

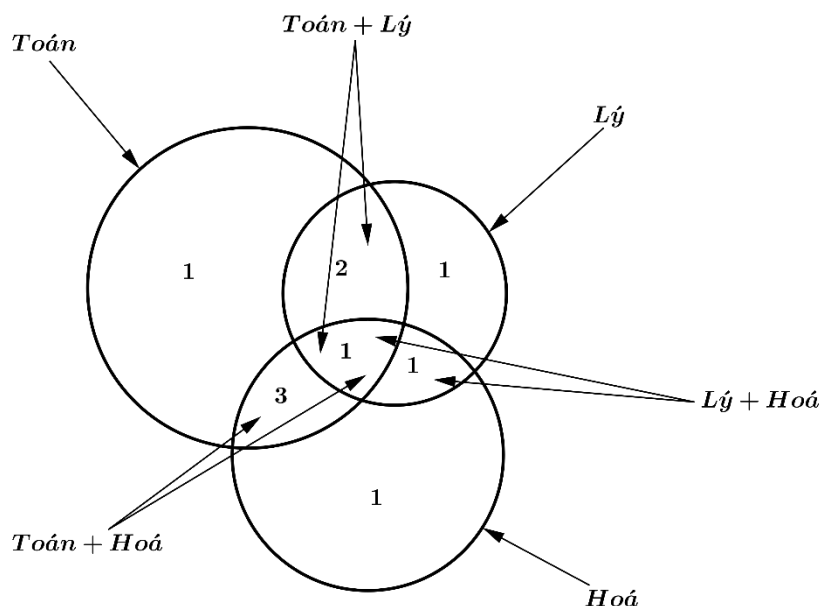
Câu 53: Lớp 10B1 có 7 học sinh giỏi Toán; 5 học sinh giỏi Lý; 6 học sinh giỏi Hóa; 3 học sinh giỏi cả Toán và Lý; 4 học sinh giỏi cả Toán và Hóa; 2 học sinh giỏi cả Lý và Hóa; 1 học sinh giỏi cả 3 môn Toán, Lý, Hóa. Số học sinh giỏi ít nhất một môn (Toán, Lý, Hóa) của lớp 10B1 là:



Lời giải

Trả lời: 10

Ta dùng biểu đồ Ven để giải:



Nhìn vào biểu đồ, số học sinh giỏi ít nhất 1 trong 3 môn là: $1 + 2 + 1 + 3 + 1 + 1 + 1 = 10$.

Câu 54: Trong lớp 10C có 45 học sinh trong đó có 25 em thích môn Văn, 20 em thích môn Toán, 18 em thích môn Sử, 6 em không thích môn nào, 5 em thích cả ba môn. Hỏi số em thích chỉ một môn trong ba môn trên.

Lời giải

Trả lời: 20

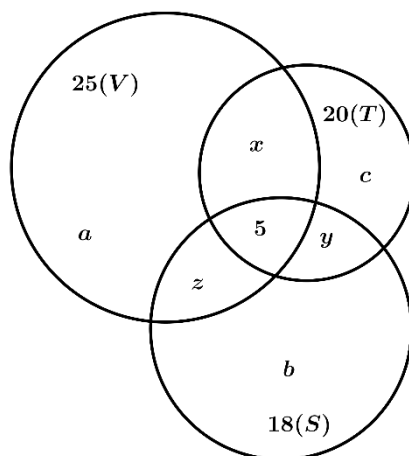
Gọi a, b, c theo thứ tự là số học sinh chỉ thích môn Văn, Sử, Toán

x là số học sinh chỉ thích hai môn là Văn và Toán

y là số học sinh chỉ thích hai môn là Sử và Toán

z là số học sinh chỉ thích hai môn là Văn và Sử

Ta có số em thích ít nhất một môn là $45 - 6 = 39$.



Dựa vào biểu đồ ven ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} a + x + z + 5 = 25 & (1) \\ b + y + z + 5 = 18 & (2) \\ c + x + y + 5 = 20 & (3) \\ x + y + z + a + b + c + 5 = 39 & (4) \end{cases}$$



Cộng vế với vế (1),(2),(3) ta có: $a + b + c + 2(x + y + z) + 15 = 63$ (5)

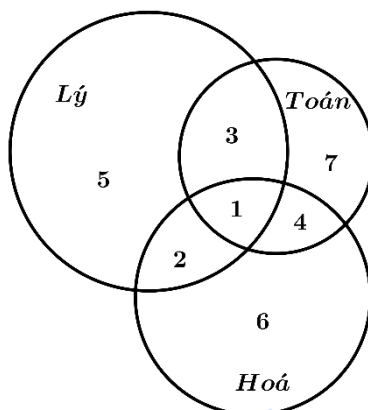
Từ (4) và (5) ta có: $a + b + c + 2(39 - 5 - a - b - c) + 15 = 63 \Leftrightarrow a + b + c = 20$

Vậy chỉ có 20 em thích chỉ một môn trong ba môn trên.

Câu 55: Lớp 10A có 7 học sinh giỏi Toán, 5 học sinh giỏi Lý, 6 học sinh giỏi Hoá, 3 học sinh giỏi cả Toán và Lý, 4 học sinh giỏi cả Toán và Hoá, 2 học sinh giỏi cả Lý và Hoá, 1 học sinh giỏi cả ba môn Toán, Lý, Hoá. Số học sinh giỏi ít nhất một môn (Toán, Lý, Hoá) của lớp 10A là

Lời giải

Trả lời: 10



Số học sinh giỏi toán, lý mà không giỏi hóa: $3 - 1 = 2$.

Số học sinh giỏi toán, hóa mà không giỏi lý: $4 - 1 = 3$.

Số học sinh giỏi hóa, lý mà không giỏi toán: $2 - 1 = 1$.

Số học sinh chỉ giỏi môn lý: $5 - 2 - 1 - 1 = 1$.

Số học sinh chỉ giỏi môn hóa: $6 - 3 - 1 - 1 = 1$.

Số học sinh chỉ giỏi môn toán: $7 - 3 - 2 - 1 = 1$.

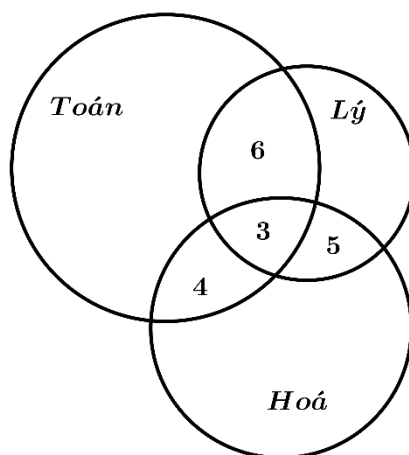
Số học sinh giỏi ít nhất một (môn toán, lý, hóa) là số học sinh giỏi 1 môn hoặc 2 môn hoặc cả 3 môn: $1 + 1 + 1 + 1 + 2 + 3 + 1 = 10$.

Câu 56: Lớp 10A có 10 học sinh giỏi Toán, 10 học sinh giỏi Lý, 11 học sinh giỏi hóa, 6 học sinh giỏi cả Toán và Lý, 5 học sinh giỏi cả Hóa và Lý, 4 học sinh giỏi cả Toán và Hóa, 3 học sinh giỏi cả ba môn Toán, Lý, Hóa) Số học sinh giỏi ít nhất một trong ba môn (Toán, Lý, Hóa) của lớp 10A là

Lời giải

Trả lời: 18

Theo giả thiết đề bài cho, ta có biểu đồ Ven:





Dựa vào biểu đồ Ven, ta có học sinh giỏi ít nhất một trong ba môn (Toán, Lý, Hóa) của lớp 10A là

Số học sinh giỏi Toán: $6 + 4 + 3 = 13$.

Số học sinh giỏi Lý: $6 + 5 + 3 = 14$.

Số học sinh giỏi Hóa: $4 + 5 + 3 = 12$.

Ta lại có:

Số học sinh giỏi cả Toán và Lý: 6.

Số học sinh giỏi cả Toán và Hóa: 4.

Số học sinh giỏi cả Hóa và Lý: 5.

Và số học sinh giỏi cả Toán, Lý và Hóa là 3.

Số học sinh giỏi hơn một môn là $4 + 6 + 5 + 3 = 18$.

Câu 57: Trong một khoảng thời gian nhất định, tại một địa phương, Đài khí tượng thủy văn đã thống kê được: số ngày mưa: 10 ngày; số ngày có gió: 8 ngày; số ngày lạnh: 6 ngày; số ngày mưa và gió: 5 ngày; Số ngày mưa và lạnh: 4 ngày; Số ngày lạnh và có gió: 3 ngày; Số ngày mưa, lạnh và có gió: 1 ngày. Vậy có bao nhiêu ngày thời tiết xấu (có gió, mưa hay lạnh)?

Lời giải

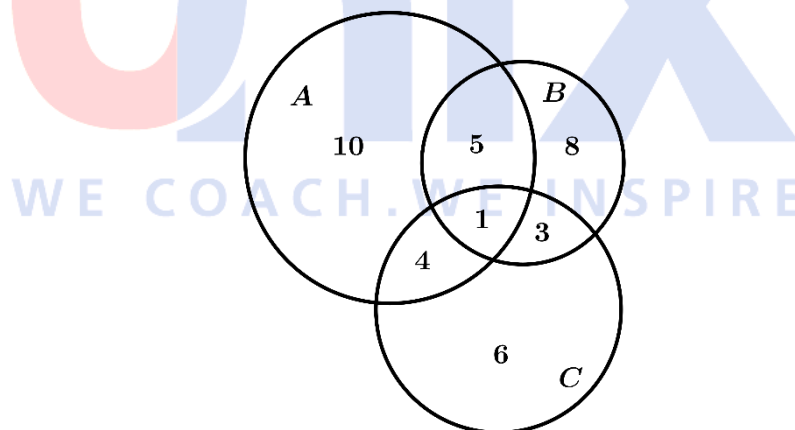
Trả lời: 13

Ký hiệu A là tập hợp những ngày mưa; B là tập hợp những ngày có gió; C là tập hợp những ngày lạnh.

Theo giả thiết ta có: $n(A) = 10$, $n(B) = 8$, $n(C) = 6$,

$n(A \cap B) = 5$; $n(A \cap C) = 4$; $n(B \cap C) = 3$; $n(A \cap B \cap C) = 1$

Để tìm số ngày thời tiết xấu ta sử dụng biểu đồ Ven thì ta cần tính $n(A \cup B \cup C)$.



Xét tổng $n(A) + n(B) + n(C)$: trong tổng này mỗi phần tử của $A \cap B$; $B \cap C$; $C \cap A$ được tính làm hai lần.

Do đó trong tổng $n(A) + n(B) + n(C)$ ta phải trừ đi tổng $n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A)$.

Trong tổng $n(A) + n(B) + n(C)$ được tính $n(A \cap B \cap C)$ 3 lần

Trong $n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A)$ cũng được tính $n(A \cap B \cap C)$ 3 lần. Từ đó ta có:

$$\begin{aligned} n(A \cup B \cup C) &= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C) \\ &= 10 + 8 + 6 - (5 + 4 + 3) + 1 = 13 \end{aligned}$$

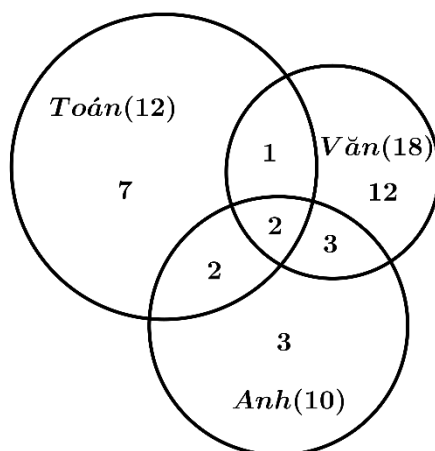
Vậy số ngày thời tiết xấu là 13 ngày.



Câu 58: Một nhóm học sinh giỏi các môn: Anh, Toán, Văn. Có 18 em giỏi Văn, 10 em giỏi Anh, 12 em giỏi Toán, 3 em giỏi Văn và Toán, 4 em giỏi Toán và Anh, 5 em giỏi Văn và Anh, 2 em giỏi cả ba môn. Hỏi nhóm đó có bao nhiêu em học sinh?

Lời giải

Trả lời: 30



Vì có 2 em giỏi cùng lúc ba môn, nên ta có:

Số học sinh giỏi hai môn Toán và Văn, không giỏi Anh là : $3 - 2 = 1$.

Số học sinh giỏi hai môn Toán và Anh, không giỏi Văn là : $4 - 2 = 2$.

Số học sinh giỏi hai môn Văn và Anh, không giỏi Toán là : $5 - 2 = 3$.

Lúc đó :

Số em giỏi mình môn Văn là : $18 - 3 - 2 - 1 = 12$.

Số em giỏi mình môn Toán là : $12 - 1 - 2 - 2 = 7$.

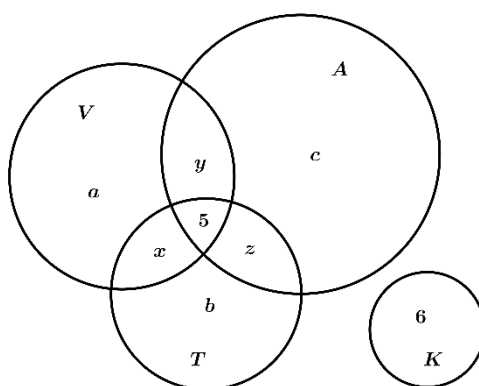
Số em giỏi mình môn Anh là : $10 - 2 - 2 - 3 = 3$.

Vậy cả nhóm có tổng số học sinh là : $2 + 1 + 2 + 3 + 12 + 7 + 3 = 30$.

Câu 59: Lớp 12D có 45 học sinh, trong đó có 25 em thích môn Văn, 20 em thích môn Toán, 18 em thích môn Tiếng Anh, 6 em không thích môn nào, 5 em thích cả ba môn. Hỏi số em thích chỉ một môn trong ba môn trên là bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 20



Trong lớp 10A gọi T là tập hợp những em thích môn Toán; V là tập hợp những em thích môn Văn; A là tập hợp những em thích môn Tiếng Anh; K là tập hợp những em không thích môn nào.

Gọi a, b, c theo thứ tự là số học sinh chỉ thi môn Văn, Toán, Tiếng Anh.

x là số học sinh chỉ thích hai môn Văn và Toán.



$$\begin{cases} a+b+c+2(x+y+z)=48 \\ 2(x+y+z)+2(a+b+c)=68 \end{cases} \Rightarrow a+b+c=20 \text{ là số học sinh chỉ thích hai môn Văn và Tiếng}$$

Anh; $A = \left[m-1; \frac{m+3}{2} \right]$ là số học sinh chỉ thích hai môn Toán và Tiếng Anh

Ta có biểu đồ Ven:

$$\text{Từ biểu đồ ven Ven ta có hệ phương trình sau: } \begin{cases} a+x+y+5=25 \quad (1) \\ b+x+z+5=20 \quad (2) \\ c+y+z+5=18 \quad (3) \\ x+y+z+a+b+c+5+6=45 \quad (5) \end{cases}$$

Cộng vế với vế của (1), (2), (3) ta có: $a+b+c+2(x+y+z)+15=63$

$$\Leftrightarrow a+b+c+2(x+y+z)=48 \quad (4)$$

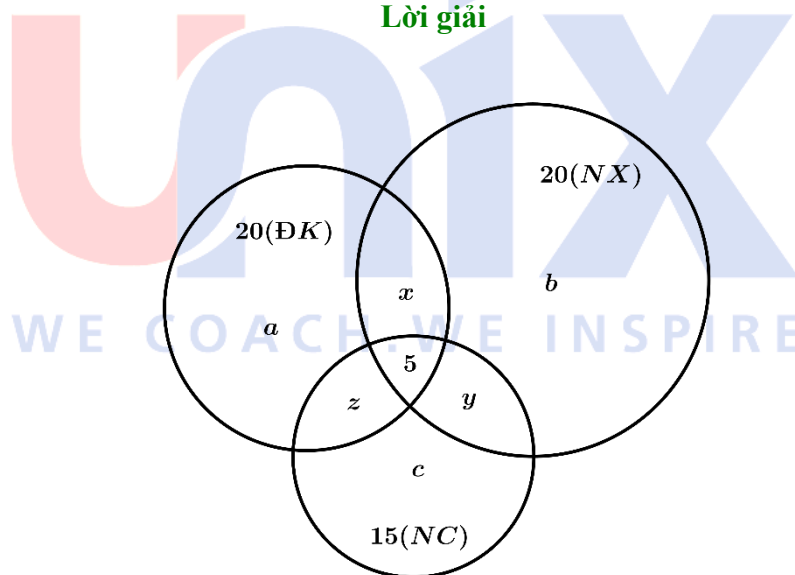
$$\text{Từ (4) và (5) ta có: } \begin{cases} a+b+c+2(x+y+z)=48 \\ 2(x+y+z)+2(a+b+c)=68 \end{cases} \Rightarrow a+b+c=20$$

Vậy có 20 học sinh chỉ thích một trong ba môn trên.

Câu 60: Hội khỏe Phù Đổng của trường Trần Phú, lớp 10A có 45 học sinh, trong đó có 25 học sinh thi điền kinh, 20 học sinh thi nhảy xa, 15 học sinh thi nhảy cao, 7 em không tham gia môn nào, 5 em tham gia cả 3 môn. Hỏi số em tham gia chỉ một môn trong ba môn trên là bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 21



Gọi a, b, c theo thứ tự là số học sinh chỉ thi môn điền kinh, nhảy xa, nhảy cao.

x là số học sinh chỉ thi hai môn điền kinh và nhảy xa

y là số học sinh chỉ thi hai môn nhảy xa và nhảy cao

z là số học sinh chỉ thi hai môn điền kinh và nhảy cao

Số em thi ít nhất một môn là: $45 - 7 = 38$

$$\text{Dựa vào biểu đồ ven ta có hệ phương trình sau: } \begin{cases} a+x+z+5=25 & (1) \\ b+x+y+5=20 & (2) \\ c+y+z+5=15 & (3) \\ x+y+z+a+b+c+5=38 & (4) \end{cases}$$

Cộng vế với vế của (1), (2), (3) ta có: $a+b+c+2(x+y+z)+15=60 \quad (5)$



Từ (4), (5) ta có: $a + b + c + 2(38 - 5 - a - b - c) + 15 = 60 \Leftrightarrow a + b + c = 21$

Vậy có 21 học sinh chỉ thi một trong ba nội dung trên.

Câu 61: Cho 2 tập khác rỗng $A = (m-1; 4]$; $B = (-2; 2m+2)$, $m \in \mathbb{R}$. Số giá trị nguyên của tham số m để $A \subset B$ là

Lời giải

Trả lời: 3

Với 2 tập khác rỗng A, B ta có điều kiện $\begin{cases} m-1 < 4 \\ 2m+2 > -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 5 \\ m > -2 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m < 5.$

Để $A \subset B \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 \geq -2 \\ 2m+2 > 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -1 \\ 2m+2 > 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -1 \\ m > 1 \end{cases} \Leftrightarrow m > 1.$

Đối chiếu với điều kiện $-2 < m < 5$.

Câu 62: Cho các tập hợp $A = [-2; 3)$, $B = (m-1; m+5]$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để $A \subset B$.

Lời giải

Trả lời: 1

Để $A \subset B$ thì $\begin{cases} m-1 < -2 \\ m+5 \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m \geq -2 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq m < -1.$

Mà m nguyên nên $m = -2$.

Vậy chỉ có 1 giá trị nguyên của m thỏa mãn đề bài.

Câu 63: Cho hai tập hợp $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x^4 - 4x^3 + 3x^2 = 0\}$ và $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^5 + x^3 - 2x = 0\}$ Số tập hợp X có ba phần tử trong đó có đúng một phần tử dương thỏa mãn $A \setminus B \subset X \subset A \cup B$ là

Lời giải

Trả lời: 1

Ta có $x^4 - 4x^3 + 3x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2(x^2 - 4x + 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 3 \end{cases}.$

Do $x \in \mathbb{N}$ nên $A = \{0; 1; 3\}.$

$x^5 + x^3 - 2x = 0 \Leftrightarrow x(x^4 + x^2 - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 1 \end{cases}.$

Do $x \in \mathbb{Z}$ nên $B = \{-1; 0; 1\}.$

Suy ra $A \setminus B = \{3\}$; $A \cup B = \{-1; 0; 1; 3\}$. Vậy có đúng một tập $X = \{-1; 0; 3\}$ thỏa mãn.

Câu 64: Cho m là một tham số thực và hai tập hợp $A = [1-2m; m+3]$, $B = [8-5m; +\infty)$. Số giá trị nguyên của tham số m để $A \cap B = \emptyset$ là

Lời giải

Trả lời: 1

Ta có $A = [1-2m; m+3]$, $B = [8-5m; +\infty)$.



$$A \cap B = \emptyset \Leftrightarrow \begin{cases} m+3 < 8-5m \\ 1-2m \leq m+3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6m < 5 \\ 3m \geq -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{5}{6} \\ m \geq -\frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{2}{3} \leq m < \frac{5}{6}.$$

Câu 65: Cho hai tập khác rỗng $A = (m-1; 4]$, $B = (-2; 2m+2)$ với $m \in \mathbb{R}$. Số giá trị nguyên của tham số m để $A \cap B \neq \emptyset$ là

Lời giải

Trả lời: 6

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} m-1 < 4 \\ -2 < 2m+2 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m < 5.$$

$$\text{Ta có } A \cap B = \emptyset \Leftrightarrow \begin{cases} 2m+2 \leq m-1 \\ 4 \leq -2 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq -3.$$

$$\text{Vậy } A \cap B \neq \emptyset \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 5 \\ m > -3 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m < 5.$$

Câu 66: Cho hai tập hợp $A = [-5; 2]$ và $B = (m-2; m+3]$. Số giá trị nguyên của tham số m để $A \cap B \neq \emptyset$ là

Lời giải

Trả lời: 12

$$\text{Ta có } A \cap B = \emptyset \Leftrightarrow \begin{cases} m-2 \geq 2 \\ m+3 < -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 4 \\ m < -8 \end{cases}.$$

Vậy $A \cap B \neq \emptyset \Leftrightarrow -8 \leq m < 4$. Suy ra số giá trị nguyên của m để $A \cap B \neq \emptyset$ là 12.

Câu 67: Cho khoảng $A = (1; m+7)$ và nửa khoảng $B = [2m+3; 13)$ (m là tham số). Gọi S là tập hợp tất cả các số nguyên m sao cho $A \cup B = (1; 13)$. Tổng các phần tử của tập hợp S là

Lời giải

Trả lời: 10

$$\text{Điều kiện đối với } m \text{ để tồn tại khoảng } A \text{ và nửa khoảng } B \text{ là } \begin{cases} m+7 > 1 \\ 2m+3 < 13 \end{cases} \Leftrightarrow -6 < m < 5 \quad (*).$$

Khi đó

$$A \cup B = (1; 13) \Leftrightarrow \begin{cases} 2m+3 > 1 \\ 2m+3 \leq m+7 \\ m+7 \leq 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ m \leq 4 \\ m \leq 6 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m \leq 4.$$

Kết hợp (*), ta được $-1 < m \leq 4$.

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên tập hợp các số nguyên m thỏa mãn yêu cầu của bài toán là $S = \{0; 1; 2; 3; 4\}$.

Vậy tổng các phần tử của tập hợp S bằng 10.

Câu 68: Cho hai tập hợp $A = (m-4; 1)$, $B = (-3; m]$. Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của m để $A \cup B = B$.

Lời giải

Trả lời: 10

$$A \cup B = B \Leftrightarrow A \subset B \Leftrightarrow -3 \leq m-4 < 1 \leq m \Leftrightarrow 1 \leq m < 5.$$

$$m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{1; 2; 3; 4\} \Rightarrow \text{Tổng các giá trị nguyên của } m \text{ là } 1+2+3+4=10.$$



Câu 69: Cho tập hợp $A = (-\infty; 1)$, $B = [m^2 - 3; +\infty)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để $A \cup B = \mathbb{R}$.

Lời giải

Trả lời: 5

$$\text{Để } A \cup B = \mathbb{R} \Leftrightarrow 1 \geq m^2 - 3 \Leftrightarrow m^2 - 4 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 2.$$

$$\text{Do } m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}.$$

Câu 70: Cho các tập hợp $A = (-\infty; -4) \cup [5; 10)$, $B = [2m - 3; 2m + 4]$. Có bao nhiêu số nguyên dương của m để $A \cap B \neq \emptyset$.

Lời giải

Trả lời: 6

$$\text{Ta có } A \cap B = \emptyset \Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 3 \geq -4 \\ 2m + 4 < 5 \\ 2m - 3 \geq 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -\frac{1}{2} \\ m < \frac{1}{2} \\ m \geq \frac{13}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m \in \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right) \cup \left[\frac{13}{2}; +\infty\right).$$

$$\text{Suy ra } A \cap B \neq \emptyset \Leftrightarrow m \in \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup \left[\frac{1}{2}; \frac{13}{2}\right).$$

Mà m nguyên dương nên ta có $m \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Vậy có 6 số nguyên dương của m thỏa mãn.

Câu 71: Cho hai tập hợp $A = (m - 1; 5]$, $B = (3; 2020 - 5m)$ và A, B khác rỗng. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để $A \setminus B = \emptyset$?

Lời giải

Trả lời: 2

Vì A, B là hai tập hợp khác rỗng, nên ta có điều kiện:

$$\begin{cases} m - 1 < 5 \\ 3 < 2020 - 5m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 6 \\ m < \frac{2017}{5} \end{cases} \Leftrightarrow m < 6.$$

$$\text{Để } A \setminus B = \emptyset \text{ thì } A \subset B \text{ ta có điều kiện: } \begin{cases} 3 \leq m - 1 \\ 5 < 2020 - 5m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 \leq m \\ m < 403 \end{cases} \Leftrightarrow 4 \leq m < 403.$$

Kết hợp điều kiện, $4 \leq m < 6$.

Vậy có 2 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 72: Cho các tập hợp khác rỗng $A = (m - 18; 2m + 7)$, $B = (m - 12; 21)$ và $C = (-15; 15)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để $A \setminus B \subset C$.

Lời giải

Trả lời: 5

$$+) \text{ Để } A, B \text{ là các tập hợp khác rỗng} \Leftrightarrow \begin{cases} m - 18 < 2m + 7 \\ m - 12 < 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -25 \\ m < 33 \end{cases} \Leftrightarrow -25 < m < 33.$$

$$+) \text{ TH1: } 2m + 7 \leq m - 12 \Leftrightarrow m \leq -19.$$

$$\text{Ta có } A \setminus B = (m - 18; 2m + 7). \quad A \setminus B \subset C \Leftrightarrow \begin{cases} m - 18 \geq -15 \\ 2m + 7 \leq 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 3 \\ m \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow 3 \leq m \leq 4.$$

$$+) \text{ TH2: } m - 12 < 2m + 7 \leq 21 \Leftrightarrow -19 < m \leq 7.$$



$$\text{Ta có } A \setminus B = (m-18; m-12]. \quad A \setminus B \subset C \Leftrightarrow \begin{cases} m-18 \geq -15 \\ m-12 < 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 3 \\ m < 27 \end{cases} \Leftrightarrow 3 \leq m < 27.$$

Kết hợp điều kiện suy ra $3 \leq m \leq 7$.

+) TH3: $2m+7 > 21 \Leftrightarrow m > 7$.

Ta có $A \setminus B = (m-18; m-12] \cup [21; 2m+7)$.

$$A \setminus B \subset C \Leftrightarrow \begin{cases} m-18 \geq -15 \\ 2m+7 \leq 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 3 \\ m \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow 3 \leq m \leq 4.$$

Với $3 \leq m \leq 7$ thì $A \setminus B \subset C$ nên có 5 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 73: Cho hai tập hợp $A = (m; 6]$, $B = (4; 2021-5m)$ và A, B khác rỗng. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để $A \setminus B = \emptyset$?

Lời giải

Trả lời: 2

Vì A, B là hai tập hợp khác rỗng, nên ta có điều kiện:

$$\begin{cases} m < 6 \\ 4 < 2021-5m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 6 \\ m < \frac{2017}{5} \end{cases} \Leftrightarrow m < 6.$$

$$A \setminus B = \emptyset \Leftrightarrow A \subset B \Leftrightarrow \begin{cases} 4 \leq m \\ 6 < 2021-5m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 \leq m \\ m < 403 \end{cases} \Leftrightarrow 4 \leq m < 403.$$

Kết hợp điều kiện, $4 \leq m < 6$.

Vậy có 2 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 74: Cho tập $A = (3; +\infty)$, $B = \{x \in \mathbb{R}, |x| > m\}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-20; 20]$ để tập hợp $(A \setminus B) \cap \mathbb{Z}$ có không quá 10 phần tử?

Lời giải

Trả lời: 34

Xét bất phương trình $|x| > m$ (1).

Trường hợp 1: $m < 0$

Bất phương trình có tập nghiệm $T = \mathbb{R} \Rightarrow B = \mathbb{R} \Rightarrow A \setminus B = \emptyset \Rightarrow (A \setminus B) \cap \mathbb{Z} = \emptyset$.

Suy ra $m < 0$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Trường hợp 2: $m \geq 0$.

$$\text{Bất phương trình} \Leftrightarrow \begin{cases} x > m & \text{khi } x \geq 0 \\ -x > m & \text{khi } x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > m \\ x < -m \end{cases} \Rightarrow B = (-\infty; -m) \cup (m; +\infty).$$

+) Với $m \leq 3 \Rightarrow A \subset B \Rightarrow A \setminus B = \emptyset \Rightarrow (A \setminus B) \cap \mathbb{Z} = \emptyset$

Suy ra $0 \leq m \leq 3$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

+) Với $m > 3$, khi đó $A \setminus B = (3; m]$.

Tập hợp $(A \setminus B) \cap \mathbb{Z}$ có không quá 10 phần tử khi và chỉ khi tập hợp $A \setminus B$ có không quá 10 phần tử là số nguyên $\Leftrightarrow m < 14$.

Kết hợp điều kiện suy ra $\Rightarrow 3 < m < 14$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Kết hợp trường hợp 1 và 2 suy ra $m < 14$.

Mặt khác, $m \in \mathbb{Z}, -20 \leq m \leq 20$ nên có 34 giá trị tham số m thỏa mãn bài toán.



Câu 75: Cho các tập hợp khác rỗng $A = (-\infty; m)$, $B = [3m - 1; 3m + 3]$. Số giá trị nguyên không dương của tham số m để $C_{\mathbb{R}}A \cap B \neq \emptyset$ là

Lời giải

Trả lời: 2

Ta có: $C_{\mathbb{R}}A = \mathbb{R} \setminus (-\infty; m) = [m; +\infty)$.

$$C_{\mathbb{R}}A \cap B \neq \emptyset \Leftrightarrow 3m + 3 \geq m \Leftrightarrow m \geq -\frac{3}{2}.$$

Câu 76: Cho $A = (-\infty; m]$, $B = [3 - m; 10)$. Số giá trị nguyên dương của tham số m để $B \setminus A$ có ít nhất 5 số nguyên là

Lời giải

Trả lời: 4

□ Nếu $m < 3 - m \Leftrightarrow m < \frac{3}{2}$ thì $B \setminus A = [3 - m; 10)$. Tập này chứa ít nhất 5 số nguyên khi

$$3 - m \leq 5 \Leftrightarrow m \geq -2. \text{ Kết hợp điều kiện đang xét ta được } -2 \leq m < \frac{3}{2}.$$

□ Nếu $m \geq 3 - m \Leftrightarrow m \geq \frac{3}{2}$ thì $B \setminus A = (m; 10)$. Tập này chứa ít nhất 5 số nguyên khi $m < 5$.

Kết hợp điều kiện đang xét ta được $\frac{3}{2} \leq m < 5$.

Vậy điều kiện cần tìm là $-2 \leq m < 5$.

Câu 77: Cho hai tập hợp: $A = [m - 3; m + 2]$, $B = (-3; 5)$ với $m \in \mathbb{R}$. Số giá trị nguyên của m để $A \subset B$ là

Lời giải

Trả lời: 2

Để $A \subset B$ thì $-3 < m - 3 < m + 2 < 5$ hay ta có: $\begin{cases} -3 < m - 3 \\ m + 2 < 5 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 3.$

Câu 78: Cho hai tập hợp: $A = [m - 3; m + 2]$, $B = (-3; 5)$ với $m \in \mathbb{R}$. Số giá trị nguyên âm của m để $A \cap B$ khác tập rỗng là

Lời giải

Trả lời: 4

Trước hết, ta tìm m để $A \cap B = \emptyset$.

$$\text{Để } A \cap B = \emptyset \text{ thì } \begin{cases} m + 2 \leq -3 \\ m - 3 \geq 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -5 \\ m \geq 8. \end{cases}$$

Vậy để $A \cap B$ khác tập rỗng thì $-5 < m < 8$.

Câu 79: Cho hai tập hợp khác rỗng $A = [-4; 1]$, $B = [-3; m]$. Số giá trị nguyên của tham số m để $A \cup B = A$ là

Lời giải

Trả lời: 4

Điều kiện: $m > -3$.

Ta có: $A \cup B = A$ khi và chỉ khi $B \subset A$, tức là $m \leq 1$.

Đổi chiều điều kiện, ta được $-3 < m \leq 1$.

Câu 80: Cho các tập hợp $A = (-\infty; m)$ và $B = [3m - 1; 3m + 3]$. Số giá trị nguyên của tham số m thuộc $(-2025; 2025)$ để $A \subset C_{\mathbb{R}}B$ là



Lời giải

Trả lời: 2024

Ta có: $C_{\mathbb{R}}B = (-\infty; 3m-1) \cup (3m+3; +\infty)$.

Vì vậy: $A \subset C_{\mathbb{R}}B \Leftrightarrow m \leq 3m-1 \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{2}$.

Câu 81: Cho các tập hợp $A = \{-2; 1; 2\}; B = \{x \in \mathbb{Z}^* | (x^2 - 4)(x^3 - 4x^2 + 3x) = 0\}$ và $C = \{x \in \mathbb{R} | x^2 - (2m+1)x + m^2 + m = 0\}$. Xác định số phần tử m để $(A \cup C) = B$.

Lời giải

Trả lời: 1

$$\text{Ta có: } (x^2 - 4)(x^3 - 4x^2 + 3x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4 = 0 \\ x(x^2 - 4x + 3) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 2 \\ x = 0 \\ x = 1 \\ x = 3 \end{cases}.$$

Vì $x \in \mathbb{Z}^*$ nên $B = \{-2; 1; 2; 3\}$. Mà $A = \{-2; 1; 2\}$.

Xét tập C , ta có: $x^2 - (2m+1)x + m^2 + m = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2mx + m^2 - x + m = 0$

$$\Leftrightarrow (x-m)(x-m-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ x = m+1 \end{cases}. \text{ Vậy } C = \{m; m+1\}.$$

Khi đó $A \cup C = \{-2; 1; 2; m; m+1\}$.

$$\text{Nhận thấy, để } (A \cup C) = B \Rightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m+1 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m = 2 \end{cases}.$$

Tuy nhiên, với $m = 3$, khi đó $A \cup C = \{-2; 1; 2; 3; 4\}$.

Vậy chỉ có duy nhất 1 giá trị $m = 2$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Cho tập hợp $X = \{3; -4; 5\}$ có hai tập con A và B Để $A \cap B = \emptyset \Leftrightarrow m \geq 3$.

♦ Trường hợp 2. Để $A \cap B = \emptyset \Leftrightarrow m+5 \leq -2 \Leftrightarrow m \leq -7$.

Kết hợp hai trường hợp ta được $\begin{cases} m \geq 3 \\ m \leq -7 \end{cases}$ thì $A \cap B = \emptyset$.

Suy ra: để $A \cap B \neq \emptyset$ thì $-7 < m < 3$.

Câu 82: Cho hai tập $A = (-\infty; m)$ và $B = [2m-2; 2m+2]$. Số giá trị nguyên âm của tham số m để $(C_{\mathbb{R}}A) \cap B \neq \emptyset$ là

Lời giải

Trả lời: 2

Ta có: $C_{\mathbb{R}}A = [m; +\infty)$.

Để $(C_{\mathbb{R}}A) \cap B \neq \emptyset \Leftrightarrow 2m+2 \geq m \Leftrightarrow m \geq -2$.

Câu 83: Cho m là một tham số thực và hai tập hợp $A = [1-2m; m+3], B = \{x \in \mathbb{R} | x \geq 8-5m\}$. Số giá trị nguyên của tham số m để $B \setminus A = B$ là

Lời giải

Trả lời: 1

Ta có $A = [1-2m; m+3], B = [8-5m; +\infty)$.



$$B \setminus A = B \Leftrightarrow B \cap A = \emptyset \Leftrightarrow \begin{cases} m+3 < 8-5m \\ 1-2m \leq m+3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6m < 5 \\ 3m \geq -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{5}{6} \\ m \geq -\frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{2}{3} \leq m < \frac{5}{6}.$$

