

BẤT PHƯƠNG TRÌNH

HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

BÀI 3. BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN



LÝ THUYẾT.

I. BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y có dạng tổng quát là

$$ax + by \leq c \quad (1) \quad (ax + by < c; ax + by \geq c; ax + by > c)$$

trong đó a, b, c là những số thực đã cho, a và b không đồng thời bằng 0, x và y là các ẩn số.

II. BIỂU DIỄN TẬP NGHIỆM CỦA BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Cũng như bất phương trình bậc nhất một ẩn, các bất phương trình bậc nhất hai ẩn thường có vô số nghiệm và để mô tả tập nghiệm của chúng, ta sử dụng phương pháp biểu diễn hình học.

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp các điểm có tọa độ là nghiệm của bất phương trình (1) được gọi là miền nghiệm của nó.

Từ đó ta có quy tắc thực hành biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình $ax + by \leq c$ như sau

- **Bước 1.** Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , vẽ đường thẳng $\Delta: ax + by = c$.

- **Bước 2.** Lấy một điểm $M_0(x_0; y_0)$ không thuộc Δ

- **Bước 3.** Tính $ax_0 + by_0$ và so sánh $ax_0 + by_0$ với c .

- **Bước 4.** Kết luận

Nếu $ax_0 + by_0 < c$ thì nửa mặt phẳng bờ Δ chứa M_0 là miền nghiệm của $ax_0 + by_0 \leq c$.

Nếu $ax_0 + by_0 > c$ thì nửa mặt phẳng bờ Δ không chứa M_0 là miền nghiệm của $ax_0 + by_0 \leq c$.

Chú ý:

Miền nghiệm của bất phương trình $ax_0 + by_0 \leq c$ bỏ đi đường thẳng $ax + by = c$ là miền nghiệm của bất phương trình $ax_0 + by_0 < c$.



BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA.

2.1. Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

- a) $2x + 3y > 6$; b) $2^2x + y \leq 0$; c) $2x^2 - y \geq 1$.

Lời giải

Bất phương trình bậc nhất hai ẩn là $2x + 3y > 6$ và $2^2x + y \leq 0 \Leftrightarrow 4x + y \leq 0$.

Bất phương trình $2x^2 - y \geq 1$ không phải là bất phương trình bậc nhất hai ẩn vì chứa x^2 .

2.2. Biểu diễn miền nghiệm của mỗi bất phương trình sau trên mặt phẳng tọa độ:

- a) $3x + 2y \geq 300$; b) $7x + 20y < 0$.

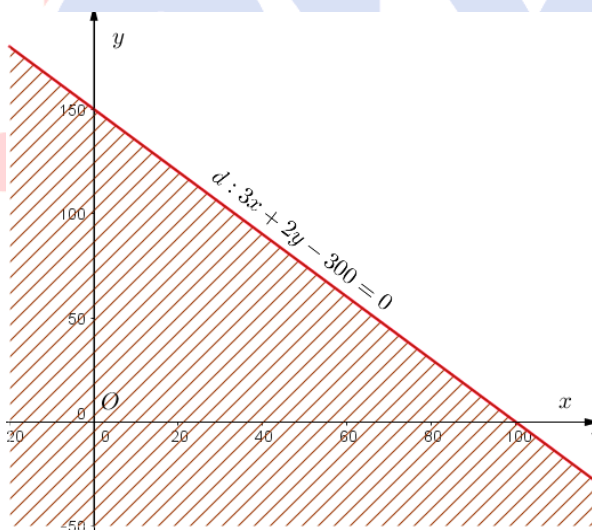
Lời giải

Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình $3x + 2y \geq 300$

Bước 1: Vẽ đường thẳng $d: 3x + 2y - 300 = 0$.

Bước 2: Ta lấy gốc tọa độ $O(0;0)$ và tính $3.0 + 2.0 \geq 300$.

Do đó, miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng bờ d không chứa gốc tọa độ và kẻ đường thẳng d .

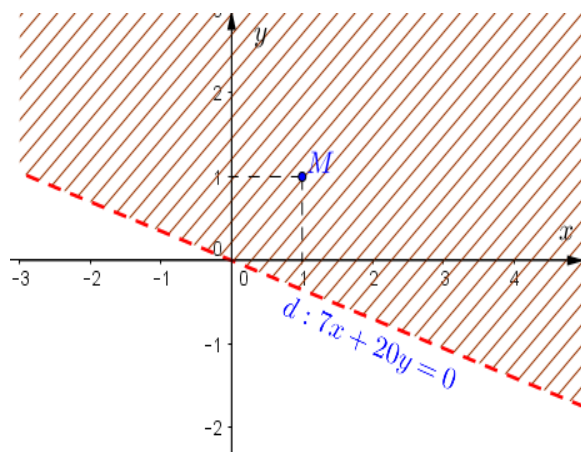


□ Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình $7x + 20y < 0$

Bước 1: Vẽ đường thẳng $7x + 20y = 0$.

Bước 2: Ta lấy điểm $M_0(1;1)$ và tính $7.1 + 20.1 < 0$.

Do đó, miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng bờ d không chứa điểm M , không kẻ đường thẳng d .



2.3. Ông An muốn thuê một chiếc ô tô trong một tuần. Giá thuê xe được cho như bảng sau:

	Phí cố định	Phí tính theo quãng đường di chuyển
Từ thứ Hai đến thứ Sáu	900	8
Thứ Bảy và Chủ nhật	1500	10

a) Gọi x và y lần lượt là số kilômét ông An đi trong các ngày từ thứ Hai đến thứ Sáu và trong hai ngày cuối tuần. Viết bất phương trình biểu thị mối liên hệ giữa x và y sao cho tổng số tiền ông An phải trả không quá 14 triệu đồng.

b) Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình ở câu a trên mặt phẳng tọa độ.

Gọi x và y lần lượt là số kilômét ông An đi trong các ngày từ thứ Hai đến thứ Sáu và trong hai ngày cuối tuần

Số tiền ông An phải trả từ thứ 2 đến thứ 6 là $5.900 + 8x = 4500 + 8x$

Số tiền ông An phải trả hai ngày cuối tuần là $2.1500 + 10y = 3000 + 10y$

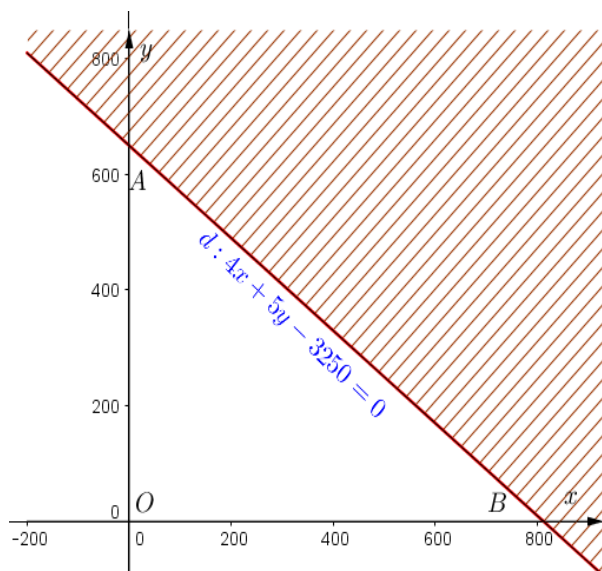
Vì đề bài yêu cầu tổng số tiền ông An phải trả không quá 14 triệu đồng nên ta có $(4500 + 8x) + (3000 + 10y) \leq 14000 \Leftrightarrow 4x + 5y \leq 3250$

Miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn này được xác định như sau:

Bước 1: Vẽ đường thẳng $d: 4x + 5y - 3250 = 0$.

Bước 2: Ta lấy gốc tọa độ $O(0;0)$ và tính $0 + 2 \cdot 0 = 0 < 3250$.

Do đó, miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng bờ d chứa gốc tọa độ, kể đường thẳng d .





BÀI 4. HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

I. HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Tương tự hệ bất phương trình một ẩn

Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn gồm một số bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y mà ta phải tìm các nghiệm chung của chúng. Mỗi nghiệm chung đó được gọi là một nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

Cũng như bất phương trình bậc nhất hai ẩn, ta có thể biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

II. BIỂU DIỄN TẬP NGHIỆM CỦA HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Để biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất 2 ẩn ta làm như sau:

- Trong cùng hệ tọa độ, biểu diễn miền nghiệm của mỗi bất phương trình trong hệ bằng cách gạch bỏ phần không thuộc miền nghiệm của nó.
- Phần không bị gạch là miền nghiệm cần tìm.

III. ÁP DỤNG VÀO BÀI TOÁN THỰC TIỄN

Giải một số bài toán kinh tế thường dẫn đến việc xét những hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn và giải chúng. Loại bài toán này được nghiên cứu trong một ngành toán học có tên gọi là Quy hoạch tuyến tính.



BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA.

2.4. Hệ bất phương trình nào sau đây là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

- a) $\begin{cases} x < 0 \\ y \geq 0; \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + y^2 < 0 \\ y - x > 1; \end{cases}$ c) $\begin{cases} x + y + z < 0 \\ y < 0; \end{cases}$ d) $\begin{cases} -2x + y < 3^2 \\ 4^2x + 3y < 1. \end{cases}$

Lời giải

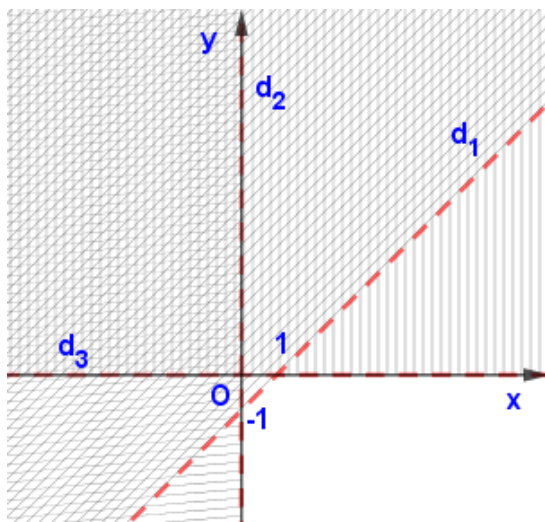
- a) $\begin{cases} x < 0 \\ y \geq 0; \end{cases}$ d) $\begin{cases} -2x + y < 3^2 \\ 4^2x + 3y < 1. \end{cases}$

2.5. Biểu diễn miền nghiệm của mỗi hệ bất phương trình sau trên mặt phẳng tọa độ:

- a) $\begin{cases} y - x < -1 \\ x > 0 \\ y < 0; \end{cases}$ b) $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + y \leq 4; \end{cases}$ c) $\begin{cases} x \geq 0 \\ x + y > 5 \\ x - y < 0. \end{cases}$

Lời giải

- a) $\begin{cases} y - x < -1 \\ x > 0 \\ y < 0; \end{cases}$



Bước 1: Vẽ đường thẳng $(d_1): -x + y = -1$

Vì $-0 + 0 = 0 > -1$ nên tọa độ điểm $O(0;0)$ không thỏa mãn bất phương trình $-x + y < -1$

Do đó miền nghiệm của của bất phương trình $-x + y < -1$ là nửa mặt phẳng bờ d_1 không chứa gốc tọa độ O không kể đường thẳng d_1 .

Bước 2: Vẽ đường thẳng $(d_2): x = 0$

Vì $1 > 0$ nên tọa độ điểm $(1;0)$ thỏa bất phương trình $x > 0$

Do đó miền nghiệm của bất phương trình $x > 0$ là nửa mặt phẳng bờ Oy chứa điểm $(1;0)$ không kể bờ Oy .

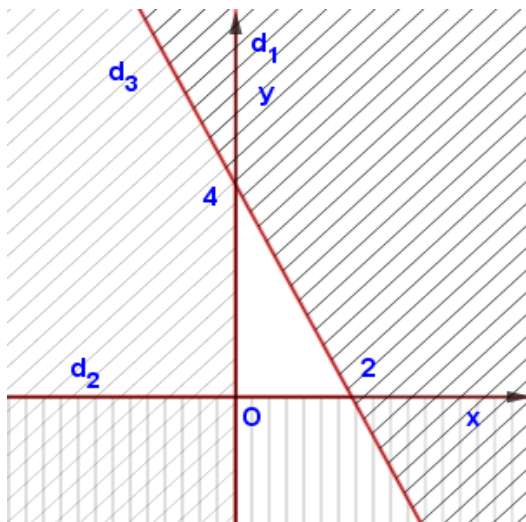
Bước 3: Vẽ đường thẳng $(d_3): y = 0$

Vì $-1 < 0$ nên tọa độ điểm $(0,-1)$ thỏa bất phương trình $y < 0$

Do đó miền nghiệm của bất phương trình $y < 0$ là nửa mặt phẳng bờ Ox chứa điểm $(0,-1)$ không kể bờ Ox .

Vậy miền nghiệm của hệ là miền không bị gạch.

$$\text{b) } \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + y \leq 4; \end{cases}$$



Bước 1: Vẽ đường thẳng $(d_1): x = 0$



Vì $1 > 0$ nên tọa độ điểm $(1; 0)$ thỏa bất phương trình $x \geq 0$

Do đó miền nghiệm của bất phương trình $x \geq 0$ là nửa mặt phẳng bờ Oy và đường thẳng $x = 0$ chứa điểm $(1; 0)$.

Bước 2: Vẽ đường thẳng $(d_2): y = 0$

Vì $1 > 0$ nên tọa độ điểm $(0, 1)$ thỏa bất phương trình $y \geq 0$

Do đó miền nghiệm của bất phương trình $y \geq 0$ là nửa mặt phẳng bờ Ox và đường thẳng $y = 0$ chứa điểm $(0; 1)$.

Bước 3: Vẽ đường thẳng $(d_3): 2x + y = 4$

Vì $2 \cdot 0 + 0 = 0 < 4$ nên tọa độ điểm $O(0; 0)$ thỏa mãn bất phương trình $2x + y \leq 4$

Do đó miền nghiệm của bất phương trình $2x + y \leq 4$ là nửa mặt phẳng bờ d_3 và đường thẳng $2x + y = 4$ chứa gốc tọa độ O .

Vậy miền nghiệm của hệ là miền không bị gạch.

2.6. Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi kilogram thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipit. Mỗi kilogram thịt lợn chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất 1,6 kg thịt bò và 1,1 kg thịt lợn; giá tiền 1 kg thịt bò là 250 nghìn đồng; 1 kg thịt lợn là 160 nghìn đồng. Giả sử gia đình đó mua x kilogram thịt bò và y kilogram thịt lợn.

a) Viết các bất phương trình biểu thị các điều kiện của bài toán thành một hệ bất phương trình rồi xác định miền nghiệm của hệ đó.

b) Gọi F là số tiền phải trả cho x kilogram thịt bò và y kilogram thịt lợn. Hãy biểu diễn F theo x và y .

c) Tìm số kilogram thịt mỗi loại mà gia đình cần mua để chi phí là ít nhất.

Lời giải

a) Gia đình này chỉ mua nhiều nhất 1,6 kg thịt bò và 1,1 kg thịt lợn. Giả sử gia đình này mua x kilogram thịt bò và y kilogram thịt lợn thì x và y cần thỏa mãn điều kiện:

$$0 \leq x \leq 1,6 \text{ và } 0 \leq y \leq 1,1.$$

Gia đình này cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit trong thức ăn mỗi ngày nên điều kiện tương ứng là

$$800x + 600y \geq 900 \text{ và } 200x + 400y \geq 400$$

$$\text{Hay } 8x + 6y \geq 9 \text{ và } x + 2y \geq 2$$

Từ các bất phương trình biểu thị các điều kiện của bài toán, ta có hệ bất phương trình sau:

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \\ 8x + 6y \geq 9 \\ x + 2y \geq 2 \end{cases}$$

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình:

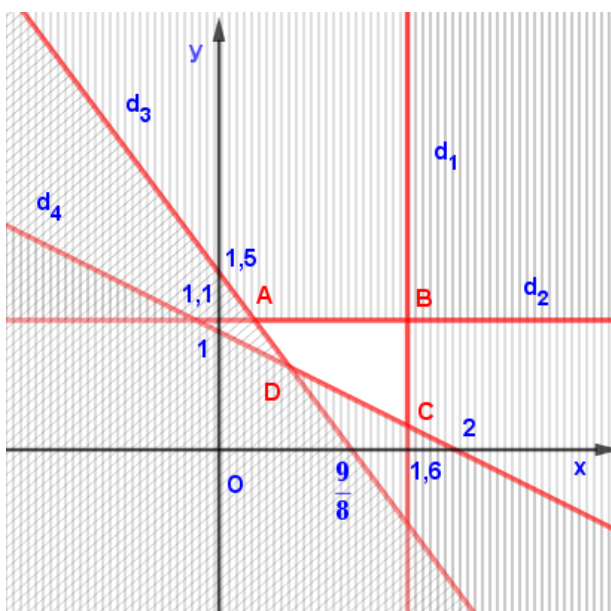


$$(d_1): x = 1,6$$

$$(d_2): y = 1,1$$

$$(d_3): 8x + 6y = 9$$

$$(d_4): x + 2y = 2$$



Miền nghiệm của hệ trên là miền tứ giác ABCD

b) $F = 250x + 160y$

c) $F(x; y)$ đạt giá trị lớn nhất hoặc nhỏ nhất tại một trong các đỉnh của tứ giác ABCD.

$$A \in (d_2) \cap (d_3) \Rightarrow A(0,3;1,1), \text{ ta có } F(0,3;1,1) = 250.0,3 + 160.0,1 = 91$$

$$B \in (d_1) \cap (d_2) \Rightarrow B(1,6;1,1), \text{ ta có } F(1,6;1,1) = 250.1,6 + 160.1,1 = 576$$

$$C \in (d_1) \cap (d_4) \Rightarrow C(1,6;0,2), \text{ ta có } F(1,6;0,2) = 250.1,6 + 160.0,2 = 432$$

$$D \in (d_3) \cap (d_4) \Rightarrow D(0,6;0,7), \text{ ta có } F(0,6;0,7) = 250.0,6 + 160.0,7 = 262$$

Vậy gia đình đó cần mua 0,3kg thịt bò và 1,1kg thịt lợn để chi phí là ít nhất.

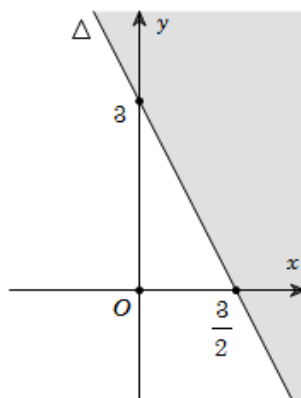


HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

DẠNG 1: CÁC BÀI TOÁN LIÊN BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Câu 1: Biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình $2x + y \leq 3$.

Lời giải

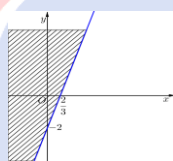


Vẽ đường thẳng $\Delta: 2x + y = 3$.

Lấy gốc tọa độ $O(0;0)$, ta thấy $O \notin \Delta$ và có $2 \cdot 0 + 0 < 3$ nên nửa mặt phẳng bờ Δ chứa gốc tọa độ O là miền nghiệm của bất phương trình đã cho.

Câu 2: Biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình $-3x + y + 2 \leq 0$.

Lời giải



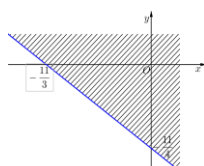
Trước hết, ta vẽ đường thẳng $(d): -3x + y + 2 = 0$.

Ta thấy $(0; 0)$ không là nghiệm của bất phương trình.

Vậy miền nghiệm là nửa mặt phẳng bờ (d) không chứa điểm $(0; 0)$.

Câu 3: Biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình $x + 3 + 2(2y + 5) < 2(1 - x)$.

Lời giải



Đầu tiên, thu gọn bất phương trình đề bài đã cho về thành $3x + 4y + 11 < 0$.

Ta vẽ đường thẳng $(d): 3x + 4y + 11 = 0$.

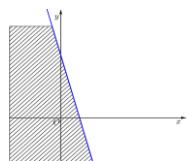
Ta thấy $(0; 0)$ không là nghiệm của bất phương trình.



Vậy miền nghiệm là nửa mặt phẳng không chứa điểm $(0 ; 0)$.

Câu 4: Biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình $(1 + \sqrt{3})x - (1 - \sqrt{3})y \geq 2$.

Lời giải



Trước hết, ta vẽ đường thẳng $(d) : (1 + \sqrt{3})x - (1 - \sqrt{3})y = 2$.

Ta thấy $(0 ; 0)$ không là nghiệm của bất phương trình đã cho.

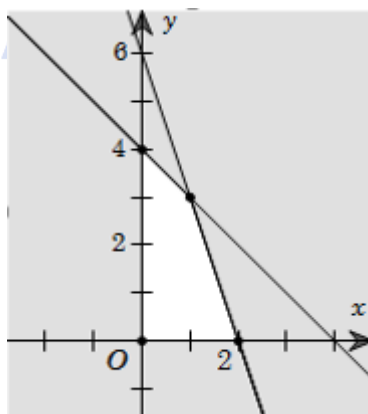
Vậy miền nghiệm là nửa mặt phẳng bờ (d) không chứa điểm $(0 ; 0)$.

DẠNG 2: CÁC BÀI TOÁN LIÊN HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Câu 5: Biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình

$$\begin{cases} 3x + y \leq 6 \\ x + y \leq 4 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Lời giải



Vẽ các đường thẳng

$$d_1 : 3x + y = 6$$

$$d_2 : x + y = 4$$

$$d_3 : x = 0 \quad (Oy)$$

$$d_4 : y = 0 \quad (Ox)$$



Vì điểm $M_0(1;1)$ có tọa độ thỏa mãn tất cả các bất phương trình trong hệ trên nên ta tô đậm các nửa mặt phẳng bờ (d_1) , (d_2) , (d_3) , (d_4) không chứa điểm M_0 . Miền không bị tô đậm trong hình vẽ là miền nghiệm của hệ đã cho.

Câu 6: Tìm miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x - 3y < 0 \\ x + 2y > -3 \\ y + x < 2 \end{cases}$$

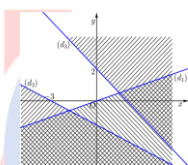
Lời giải

Trước hết, ta vẽ ba đường thẳng:

$$(d_1): x - 3y = 0$$

$$(d_2): x + 2y = -3$$

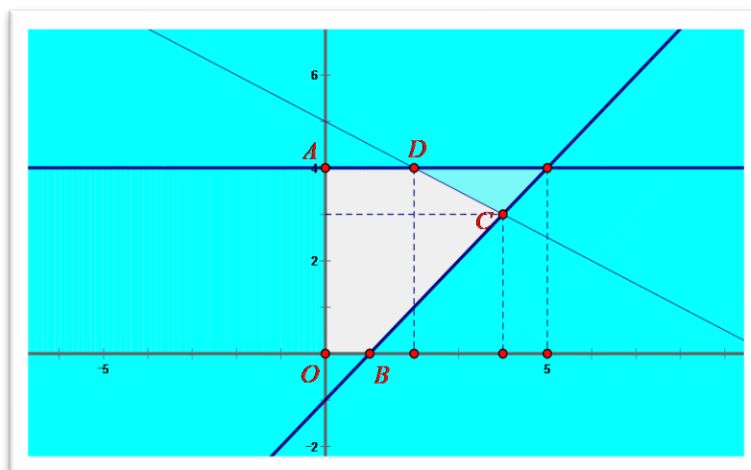
$$(d_3): x + y = 2$$



Ta thấy $(-1; 0)$ là nghiệm của cả ba bất phương trình. Điều đó có nghĩa điểm $(-1; 0)$ thuộc cả ba miền nghiệm của ba bất phương trình. Sau khi gạch bỏ miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ.

Câu 7: Tìm trị lớn nhất của biểu thức $F(x; y) = x + 2y$, với điều kiện
$$\begin{cases} 0 \leq y \leq 4 \\ x \geq 0 \\ x - y - 1 \leq 0 \\ x + 2y - 10 \leq 0 \end{cases}$$

Lời giải

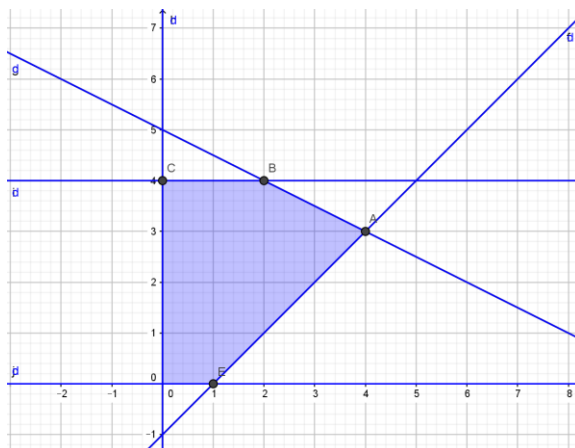




Vẽ đường thẳng $d_1 : x - y - 1 = 0$, đường thẳng d_1 qua hai điểm $(0; -1)$ và $(1; 0)$.

Vẽ đường thẳng $d_2 : x + 2y - 10 = 0$, đường thẳng d_2 qua hai điểm $(0; 5)$ và $(2; 4)$.

Vẽ đường thẳng $d_3 : y = 4$.



Miền nghiệm là ngũ giác $ABCOE$ với $A(4; 3)$, $B(2; 4)$, $C(0; 4)$, $E(1; 0)$.

Ta có: $F(4; 3) = 10$, $F(2; 4) = 10$, $F(0; 4) = 8$, $F(1; 0) = 1$, $F(0; 0) = 0$.

Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức $F(x; y) = x + 2y$ bằng 10.

DẠNG 3: CÁC BÀI TOÁN THỰC TIỄN VỀ LẬP BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT 2 ẨN SỐ

Câu 8: Nhân dịp tết trung thu một doanh nghiệp muốn sản xuất 2 loại bánh, bánh nướng và bánh dẻo. Lượng đường cần cho mỗi loại là 50g và 60g. Doanh nghiệp đã nhập về 500kg đường. Gọi số bánh nướng là x và số bánh dẻo là y , ($x, y \in \mathbb{N}$). Hỏi x, y phải thỏa mãn điều kiện gì để lượng đường sản xuất không vượt quá lượng đường đã nhập về?

Lời giải

Gọi số bánh nướng, bánh dẻo cần sản xuất là x, y ($x, y \in \mathbb{N}$).

Theo bài ra ta có bất phương trình: $0,06x + 0,05y \leq 500$

Câu 9: Để chuẩn bị đồ dùng học tập cho năm học mới, mẹ cho Hoa 100.000 đồng để đi mua dụng cụ học tập. Sau khi lên danh sách đồ dùng còn thiếu, Hoa quyết định đi mua x chiếc bút bi và y số vở để ghi chép. Biết giá tiền của một chiếc bút bi là 5.000 đồng và giá tiền một quyển vở là 7.000 đồng. Hỏi x, y phải thỏa mãn điều kiện gì để bạn Hoa có thể mua đảm bảo đủ đồ dùng học tập.

Lời giải

Gọi số bút và số vở mà bạn Hoa mua lần lượt là $x; y$ ($x, y \in \mathbb{N}$).

Ta có: $5000x + 7000y \leq 100000 \Leftrightarrow 5x + 7y \leq 100$.

Câu 10: Trong 1 lạng (100g) thịt bò chứa khoảng 26g protein, 1 lạng cá rô phi chứa khoảng 20g protein. Trung bình trong một ngày, một gia đình nữa cần tối thiểu 460g protein. Gọi x, y lần lượt là số lạng thịt bò và số lạng cá rô phi mà một gia đình nên ăn trong ngày. Hỏi lượng cá rô phi và thịt bò trong một ngày gia đình cần ăn là bao nhiêu để đáp ứng tối thiểu nhu cầu.

Lời giải

Gọi số lạng thịt bò và số lạng cá rô phi của một người phụ nữ nên ăn trong ngày là x, y . ($x, y > 0$)

Ta có: $26x + 20y \geq 460 \Leftrightarrow 13x + 10y \geq 230$



Câu 11: Nhu cầu canxi tối đa cho một người cao tuổi trong một ngày là $1500mg$. Trong $100g$ đậu nành có $165mg$ canxi, $100g$ thịt có $15mg$ canxi. Gọi x, y ($x, y \in \mathbb{N}$) lần lượt là số gam đậu nành và số gam thịt mà một người cao tuổi ăn trong một ngày. Hỏi x, y phải thỏa mãn điều kiện gì để lượng canxi cần thiết trong một ngày của một người cao tuổi không vượt quá mức tối đa?

Lời giải

Lượng canxi có trong x gam đậu nành và y gam thịt lần lượt là $1,65x$ (mg) và $0,15y$ (mg).

Vậy ta có bất phương trình: $1,65x + 0,15y \leq 1500$.

Câu 12: Một công ty dự định chi không quá 900 triệu đồng để quảng cáo trên VTV1. Biết rằng giá quảng cáo trên VTV1 là 30 triệu đồng cho 1 lần phát vào khung giờ I, và 6 triệu đồng cho 1 lần phát vào khung giờ II. Gọi x và y lần lượt là số lần phát quảng cáo vào khung giờ I và II. Hãy thiết lập bất phương trình thể hiện số tiền mà công ty này phải trả theo x và y .

Lời giải

Với x và y lần lượt là số lần phát quảng cáo vào khung giờ I và II thì số tiền tương ứng vào từng khung giờ là $30x$ và $6y$. Vậy bất phương trình thể hiện số tiền mà công ty này phải trả theo x và y là $30x + 6y \leq 900$.

Câu 13: Một công ty kinh doanh thương mại chuẩn bị cho một đợt khuyến mại nhằm thu hút khách hàng bằng cách tiến hành quảng cáo sản phẩm của công ty trên hệ thống phát thanh và truyền hình. Chi phí cho 1 phút quảng cáo trên sóng phát thanh là 800.000 đồng, trên sóng truyền hình là 4.000.000 đồng. Công ty dự định chi tối đa 16.000.000 đồng cho quảng cáo. Gọi x, y lần lượt là thời lượng phát sóng trên sóng phát thanh, trên truyền hình. Hãy thiết lập bất phương trình thể hiện số tiền mà công ty này phải trả theo x và y .

Lời giải

Với x và y lần lượt là thời lượng phát sóng trên sóng phát thanh, trên truyền hình thì số tiền tương ứng là $800.000x$ và $4.000.000y$. Vậy bất phương trình thể hiện số tiền mà công ty này phải trả theo x và y là $800.000x + 4.000.000y \leq 16.000.000 \Leftrightarrow 0,8x + 4y \leq 16$.

DẠNG 4: CÁC BÀI TOÁN THỰC TIỄN VỀ VIỆC ÁP DỤNG HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT 2 ẨN SỐ

Bài toán: Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức T $x, y = ax + by$ với x, y nghiệm đúng một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn cho trước.

Bước 1: Xác định miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho. Kết quả thường được miền nghiệm S là đa giác.

Bước 2: Tính giá trị của F tương ứng với x, y là tọa độ của các đỉnh của đa giác.

Bước 3: Kết luận:

- Giá trị lớn nhất của F là số lớn nhất trong các giá trị tìm được.
- Giá trị nhỏ nhất của F là số nhỏ nhất trong các giá trị tìm được.

Câu 14: Một hộ nông dân định trồng đậu và cà trên diện tích $800m^2$. Nếu trồng đậu thì cần 20 công và thu 3.000.000 đồng trên $100m^2$ nếu trồng cà thì cần 30 công và thu 4.000.000 đồng trên $100m^2$. Hỏi cần trồng mỗi loại cây trên diện tích là bao nhiêu để thu được nhiều tiền nhất khi tổng số công không quá 180.

Lời giải

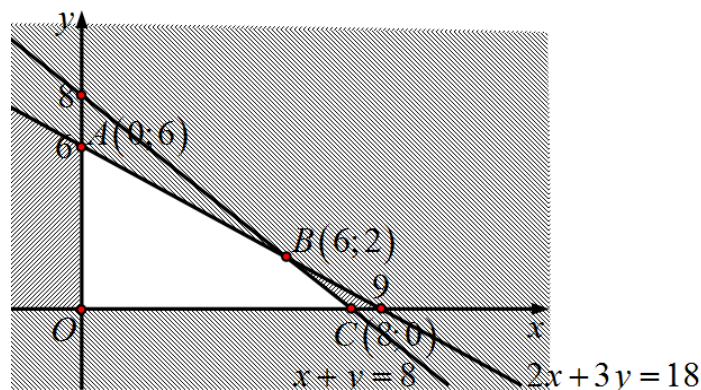


Gọi x là số $x00 \text{ m}^2$ đất trồng đậu, y là số $y00 \text{ m}^2$ đất trồng cà. Điều kiện $x \geq 0, y \geq 0$.

Số tiền thu được là $T = 3x + 4y$ triệu đồng.

$$\text{Theo bài ra ta có } \begin{cases} x + y \leq 8 \\ 20x + 30y \leq 180 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y \leq 8 \\ 2x + 3y \leq 18 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Đồ thị:



Dựa đồ thị ta có tọa độ các đỉnh $A(0;6)$, $B(6;2)$, $C(8;0)$, $O(0;0)$.

Câu 15: Bạn An kinh doanh hai mặt hàng handmade là vòng tay và vòng đeo cổ. Mỗi vòng tay làm trong 4 giờ, bán được 40 ngàn đồng. Mỗi vòng đeo cổ làm trong 6 giờ, bán được 80 ngàn đồng. Mỗi tuần bạn An bán được không quá 15 vòng tay và 4 vòng đeo cổ. Tính số giờ tối thiểu trong tuần An cần dùng để bán được ít nhất 400 ngàn đồng?

Lời giải

Gọi $x, y \in \mathbb{N}$ là số vòng tay và vòng đeo cổ trong tuần An làm được.

$$\text{Theo giả thiết ta có } \begin{cases} 40x + 80y \geq 400 \\ 0 \leq x \leq 15 \\ 0 \leq y \leq 4 \end{cases}$$

Bài toán trở thành tìm nghiệm (x, y) để $L = 4x + 6y$ nhỏ nhất.

Miền nghiệm của hệ bất phương trình là tứ giác $ABCD$ với $A(2;4)$, $B(15;4)$, $C(15;0)$, $D(10;0)$ kể cả miền trong tam giác đó.

Tính giá trị của biểu thức $L = 4x + 6y$ tại tất cả các đỉnh của tứ giác $ABCD$ ta thấy L nhỏ nhất khi $x = 2, y = 4$.

Vậy số giờ tối thiểu trong tuần An cần dùng là $L = 4.2 + 6.4 = 32$

Câu 16: Một xưởng cơ khí có hai công nhân là Chiến và Bình. Xưởng sản xuất loại sản phẩm I và II . Mỗi sản phẩm I bán lãi 500 nghìn đồng, mỗi sản phẩm II bán lãi 400 nghìn đồng. Để sản xuất được một sản phẩm I thì Chiến phải làm việc trong 3 giờ, Bình phải làm việc trong 1 giờ. Để sản xuất được một sản phẩm II thì Chiến phải làm việc trong 2 giờ, Bình phải làm việc trong 6 giờ. Một người không thể làm được đồng thời hai sản phẩm. Biết rằng trong một tháng Chiến không thể làm việc quá 180 giờ và Bình không thể làm việc quá 220 giờ. Tính số tiền lãi lớn nhất trong một tháng của xưởng.



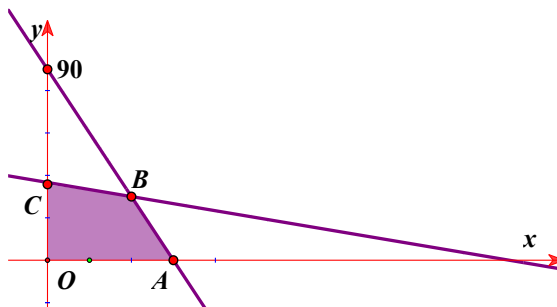
Lời giải

Gọi x, y lần lượt là số sản phẩm loại I và loại II được sản xuất ra. Điều kiện x, y nguyên dương.

Ta có hệ bất phương trình sau:

$$\begin{cases} 3x + 2y \leq 180 \\ x + 6y \leq 220 \\ x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

Miền nghiệm của hệ trên là



Tiền lãi trong một tháng của xưởng là $T = 0,5x + 0,4y$.

Ta thấy T đạt giá trị lớn nhất chỉ có thể tại các điểm A, B, C . Vì C có tọa độ không nguyên nên loại.

Tại $A(60; 0)$ thì $T = 30$ triệu đồng.

Tại $B(40; 30)$ thì $T = 32$ triệu đồng.

Vậy tiền lãi lớn nhất trong một tháng của xưởng là 32 triệu đồng.

Câu 17: Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi kiogam thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipid. Mỗi kilogram thịt lợn chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất 1,6 kg thịt bò và 1,1 kg thịt lợn. Giá tiền một kg thịt bò là 160 nghìn đồng, một kg thịt lợn là 110 nghìn đồng. Gọi x, y lần lượt là số kg thịt bò và thịt lợn mà gia đình đó cần mua. Tìm x, y để tổng số tiền họ phải trả là ít nhất mà vẫn đảm bảo lượng protein và lipid trong thức ăn?

Lời giải

Theo bài ra ta có số tiền gia đình cần trả là $160.x + 110.y$ với x, y thỏa mãn: $\begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \end{cases}$.

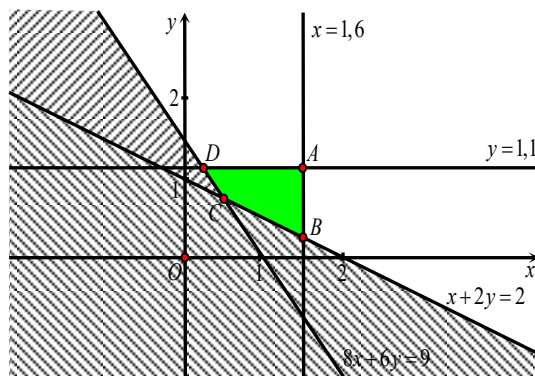
Số đơn vị protein gia đình có là $0,8.x + 0,6.y \geq 0,9 \Leftrightarrow 8x + 6y \geq 9 \ (d_1)$.

Số đơn vị lipid gia đình có là $0,2.x + 0,4.y \geq 0,4 \Leftrightarrow x + 2y \geq 2 \ (d_2)$.



Bài toán trở thành: Tìm x, y thỏa mãn hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \\ 8x + 6y \geq 9 \\ x + 2y \geq 2 \end{cases}$$
 sao cho

$T = 160x + 110y$ nhỏ nhất.



Vẽ hệ trục tọa độ ta tìm được tọa độ các điểm $A(1,6;1,1)$; $B(1,6;0,2)$; $C(0,6;0,7)$; $D(0,3;1,1)$

Nhận xét: $T(A) = 377$ nghìn, $T(B) = 278$ nghìn, $T(C) = 173$ nghìn, $T(D) = 169$ nghìn.

Vậy tổng số tiền họ phải trả là ít nhất mà vẫn đảm bảo lượng protein và lipid trong thức ăn thì $x = 0,6$ và $y = 0,7$.

Câu 18: Một hộ nông dân định trồng dưa và củ đậu trên diện tích $8ha$. Trên diện tích mỗi ha , nếu trồng dưa thì cần 20 công và thu 3 triệu đồng, nếu trồng củ đậu thì cần 30 công và thu 4 triệu đồng. Hỏi cần trồng mỗi loại cây trên với diện tích là bao nhiêu ha để thu được nhiều tiền nhất, biết rằng tổng số công không quá 180.

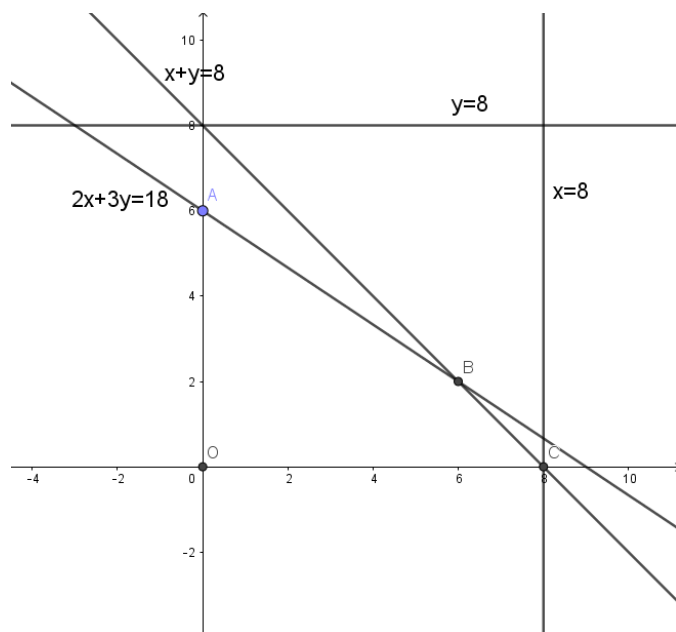
WE COACHING **Lời giải** INSPIRE

Gọi x, y lần lượt là số ha trồng dưa và củ đậu.

Có $0 \leq x \leq 8; 0 \leq y \leq 8; x + y \leq 8; 20x + 30y \leq 180 \Rightarrow 2x + 3y \leq 18$.

Số tiền thu được là $T(x, y) = 3x + 4y$.

Ta có hệ
$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 8 \\ 0 \leq y \leq 8 \\ x + y \leq 8 \\ 2x + 3y \leq 18 \end{cases}$$



Miền nghiệm của hệ là miền tứ giác $OABC$ với $A(0;6), B(6;2), C(8;0)$.

Khi đó $T(x, y)$ đạt cực đại tại một trong các đỉnh của $OABC$.

Có $T(0,0)=0; T(0,6)=24; T(6,2)=26; T(8,0)=24$.

Vậy cần trồng 6 ha dưa và 2 ha củ đậu.

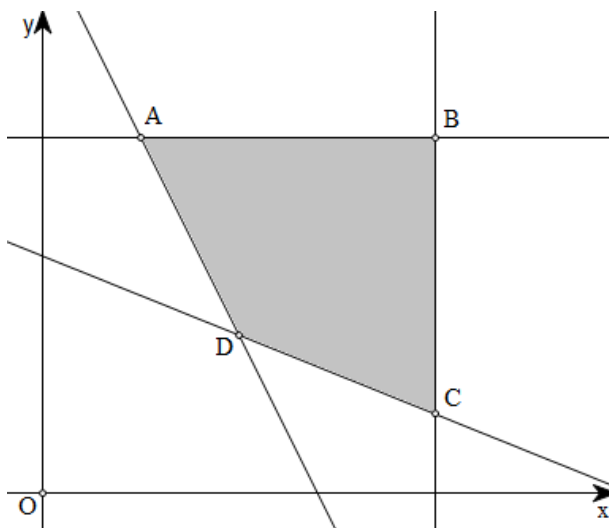
Câu 19: Một công ty TNHH trong một đợt quảng cáo và bán hàng khuyến mại hàng hóa cần thuê xe để chở 140 người và 9 tấn hàng. Nơi thuê chỉ có hai loại xe A và B. Trong đó xe loại A có 10 chiếc, xe loại B có 9 chiếc. Một chiếc xe loại A cho thuê với giá 4 triệu, loại B giá 3 triệu. Biết rằng xe A chỉ chở tối đa 20 người và 0,6 tấn hàng; xe B chở tối đa 10 người và 1,5 tấn hàng. Gọi x, y lần lượt là số xe loại A và loại B cần phải thuê để chi phí nguyên liệu thấp nhất. Tính $M = 2x - 3y$.

Lời giải

Gọi x, y lần lượt là số xe loại A và loại B cần phải thuê ($x, y \in \mathbb{N}$). Khi đó số tiền thuê xe là $T = 4x + 3y$.

$$\text{Theo bài ra ta có hệ phương trình: } \begin{cases} 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 9 \\ 20x + 10y \geq 140 \\ 0,6x + 1,5y \geq 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 9 \\ 2x + y \geq 14 \\ 2x + 5y \geq 30 \end{cases}.$$

Miền nghiệm của hệ là miền đa giác $ABCD$.



Ta có bảng

Điểm	$A\left(\frac{5}{2}; 9\right)$	$B(10; 9)$	$C(10; 2)$	$D(5; 4)$
$T = 4x + 3y$	37	67	46	32

Giá trị nhỏ nhất của T là 32 đạt tại $x = 5, y = 4$.

Vậy $M = -2$.

Câu 20: Một xí nghiệp sản xuất hai loại sản phẩm kí hiệu là I và II . Một tấn sản phẩm I lãi 2 triệu đồng, một tấn sản phẩm II lãi 1,6 triệu đồng. Muốn sản xuất 1 tấn sản phẩm I phải dùng máy M_1 trong 3 giờ và máy M_2 trong 1 giờ. Muốn sản xuất 1 tấn sản phẩm II phải dùng máy M_1 trong 1 giờ và máy M_2 trong 1 giờ. Một máy không thể dùng để sản xuất đồng thời hai loại sản phẩm. Máy M_1 làm việc không quá 6 giờ trong một ngày, máy M_2 chỉ làm việc một ngày không quá 4 giờ. Gọi x là số tấn sản phẩm I sản xuất trong một ngày, y là số tấn sản phẩm II sản xuất trong một ngày. Giá trị lớn nhất của $L = 2x + 1,6y$ bằng

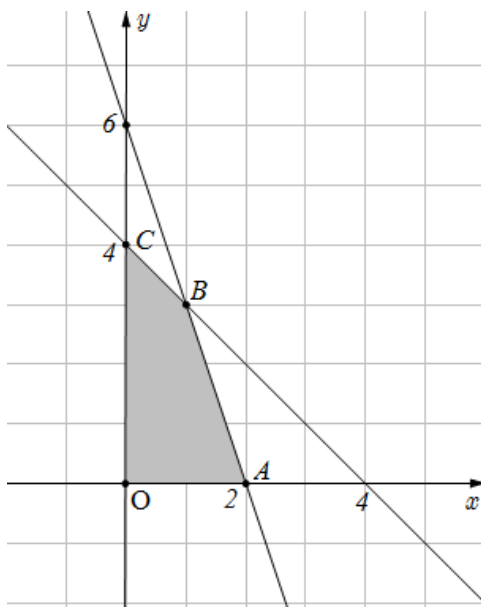
Lời giải

Gọi x là số tấn sản phẩm I sản xuất trong một ngày, y là số tấn sản phẩm II sản xuất trong

$$\text{một ngày thì ta có hệ bất phương trình } \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 3x + y \leq 6 \\ x + y \leq 4 \end{cases}$$

Tổng số tiền lãi $L = 2x + 1,6y$.

Miền nghiệm của hệ bất phương trình trên ở trên là phần được tô đậm trên hình vẽ.



Ta thấy giá trị lớn nhất của L bằng 6,8.

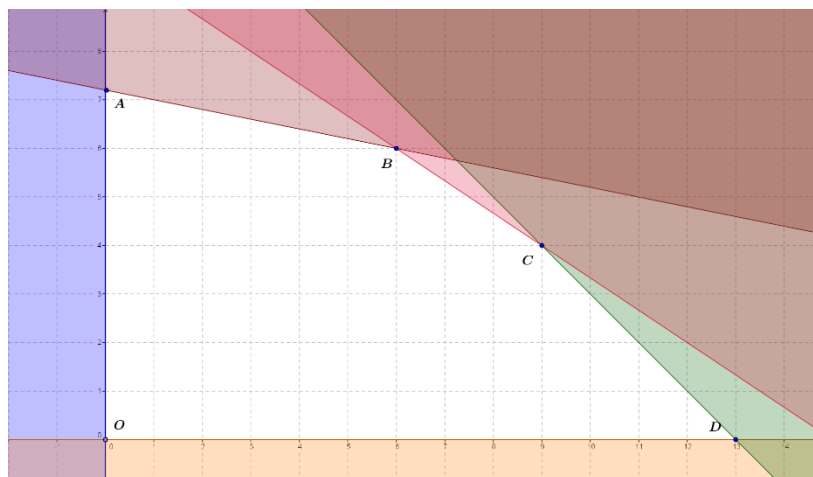
Câu 21: Trong một cuộc thi pha chế, mỗi đội chơi được sử dụng tối đa 30 g hương liệu, 13 lít nước và 180 g đường để pha chế nước ổi và nước nho. Để pha chế 1 lít nước ổi cần 5 g đường, 1 lít nước và 2 g hương liệu; Để pha chế 1 lít nước nho cần 25 g đường, 1 lít nước và 3 g hương liệu. Mỗi lít nước ổi nhận được 35 điểm thưởng, mỗi lít nước nho nhận được 70 điểm thưởng. Hỏi cần pha chế bao nhiêu lít nước trái cây mỗi loại để đạt được số điểm thưởng cao nhất?

Lời giải

Giả sử x, y lần lượt là số lít nước ổi và số lít nước nho mà mỗi đội cần pha chế.

$$\text{Theo đề bài ta có hệ bất phương trình } \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 5x + 25y \leq 180 \quad (*) \\ x + y \leq 13 \\ 2x + 3y \leq 30 \end{cases}$$

Miền nghiệm của hệ $(*)$



Số điểm thưởng nhận được sẽ là $P(x; y) = 35x + 70y$.



Miền nghiệm của hệ là hình ngũ giác $OABCD$ với

$$A(0;7,2), B(6;6), C(9;4), D(13;0), O(0;0).$$

Vậy số điểm thưởng lớn nhất là $P(6;6) = 630$ điểm.

Câu 22: Một xưởng cơ khí có hai công nhân là Thành và Công. Xưởng sản xuất loại sản phẩm I và II . Mỗi sản phẩm I bán lãi 600 nghìn đồng, mỗi sản phẩm II bán lãi 500 nghìn đồng. Để sản xuất được một sản phẩm I thì Thành phải làm việc trong 4 giờ, Công phải làm việc trong 2 giờ. Để sản xuất được một sản phẩm II thì Thành phải làm việc trong 3 giờ, Công phải làm việc trong 5 giờ. Một người không thể làm được đồng thời hai sản phẩm. Biết rằng trong một tháng Thành không thể làm việc quá 200 giờ và Công không thể làm việc quá 240 giờ. Số tiền lãi lớn nhất trong một tháng của xưởng là.

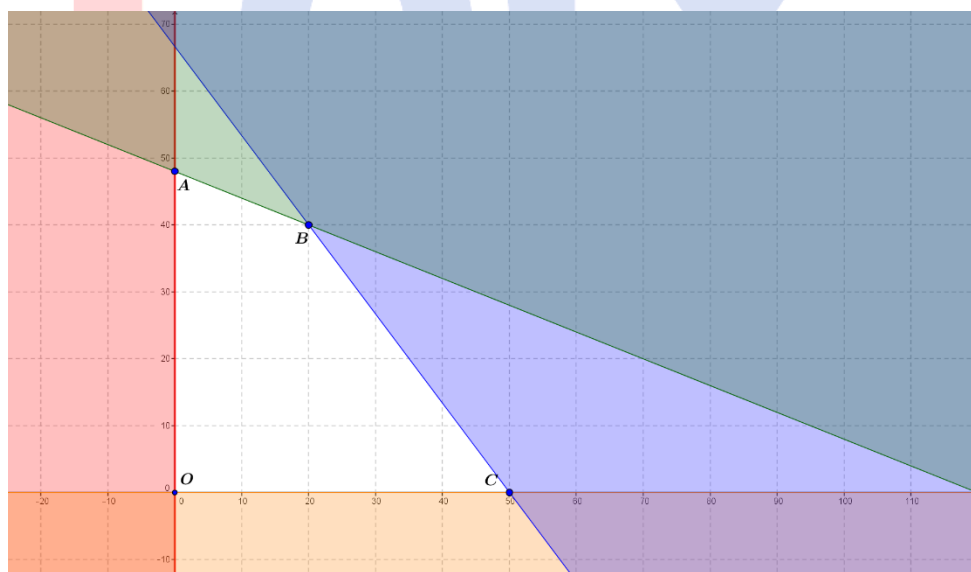
Lời giải

Gọi x, y lần lượt là số sản phẩm loại I và loại II được sản xuất ra. Điều kiện x, y nguyên dương.

Ta có hệ bất phương trình sau:

$$\begin{cases} 4x + 3y \leq 200 \\ 2x + 5y \leq 240 \\ x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

Miền nghiệm của hệ trên là



Tiền lãi trong một tháng của xưởng là $T = 0,6x + 0,5y$.

Miền nghiệm của hệ là hình tứ giác $OABC$ với

$$A(0;48), B(20;40), C(50;0), O(0;0).$$

Vậy tiền lãi lớn nhất trong một tháng của xưởng là 32 triệu đồng.

Câu 23: Người ta dự định dùng hai loại nguyên liệu để chiết xuất ít nhất 190 kg chất A và 13 kg chất B . Từ mỗi tấn nguyên liệu loại I giá 5 triệu đồng, có thể chiết xuất được 25 kg chất A và 0,5 kg



chất B . Từ mỗi tấn nguyên liệu loại II giá 4 triệu đồng, có thể chiết xuất được 10kg chất A và 2,5 kg chất B . Hỏi phải dùng bao nhiêu tấn nguyên liệu mỗi loại để chi phí mua nguyên liệu là ít nhất? Biết rằng cơ sở cung cấp nguyên liệu chỉ có thể cung cấp không quá 12 tấn nguyên liệu loại I và không quá 8 tấn nguyên liệu loại II.

Lời giải

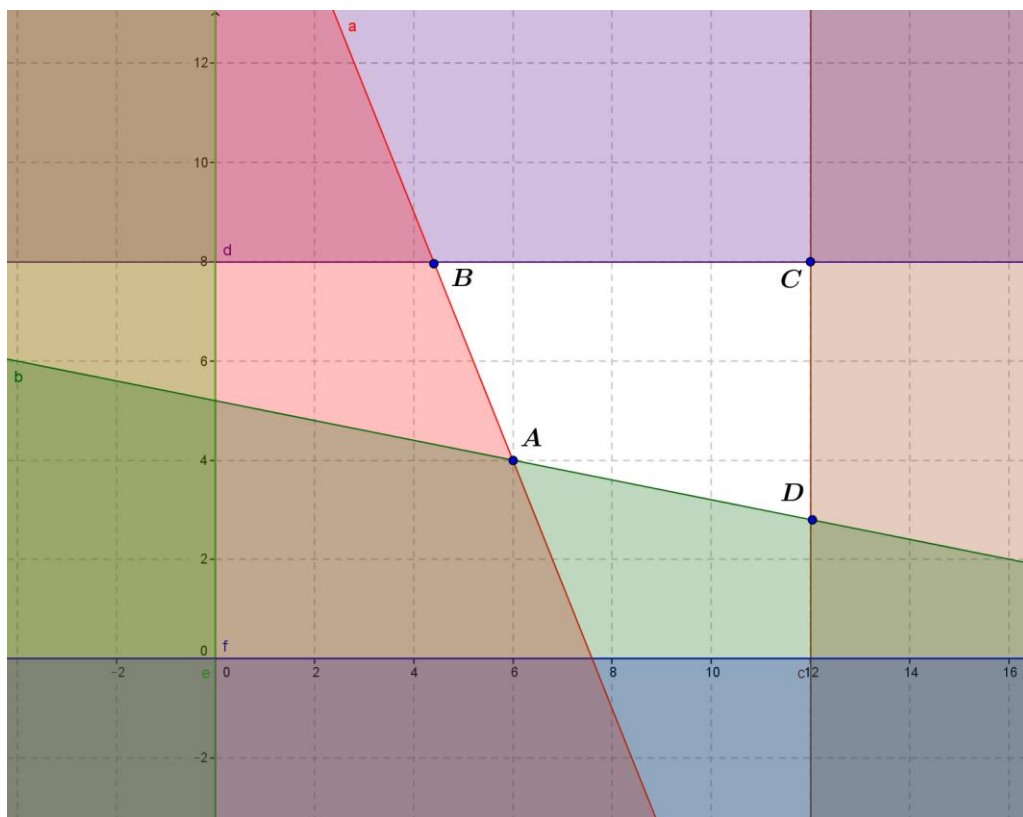
Gọi x, y lần lượt là số tấn nguyên liệu loại I, loại II cần sử dụng.

Theo đề bài ta có hệ bất phương trình

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 12 \\ 0 \leq y \leq 8 \\ 25x + 10y \geq 190 \\ 0,5x + 2,5y \geq 13 \end{cases} \quad (*)$$

Tổng số tiền phải trả $T(x; y) = 5x + 4y$ triệu đồng.

Trước hết, ta xác định miền nghiệm của hệ bất phương trình.



Miền nghiệm của hệ bất phương trình (*) là hình tứ giác $ABCD$ với

$A(6; 4), B(4; 8), C(12; 8), D(12; 2)$.

Vậy chi phí mua nguyên liệu ít nhất bằng $T(6; 4) = 46$ triệu đồng.

Câu 24: Trong một cuộc thi pha chế, mỗi đội chơi được sử dụng tối đa 24 g hương liệu, 9 lít nước và 210 g đường để pha chế nước cam và nước táo. Để pha chế 1 lít nước cam cần 30 g đường và 1 lít nước; pha chế 1 lít nước táo cần 10 g đường, 1 lít nước và 4 g hương liệu. Mỗi lít nước cam nhận được 20 điểm thưởng, mỗi lít nước táo nhận được 80 điểm thưởng. Hỏi cần pha chế bao nhiêu lít nước trái cây mỗi loại để được số tiền thưởng là lớn nhất?



Lời giải

Gọi x, y lần lượt là số lít nước cam và táo của mỗi đội pha chế ($x, y \geq 0$).

Số điểm thưởng của đội chơi này là $f(x, y) = 20x + 80y$.

Số gam đường cần dùng là $30x + 10y$.

Số lít nước cần dùng là $x + y$.

Số gam hương liệu cần dùng là $4y$.

Vì trong cuộc thi pha chế, mỗi đội chơi sử dụng tối đa 24 g hương liệu, 9 lít nước và 210 g đường nên ta có hệ bất phương trình sau

$$\begin{cases} 30x + 10y \leq 210 \\ x + y \leq 9 \\ 4y \leq 24 \\ x, y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + y \leq 21 \\ x + y \leq 9 \\ y \leq 6 \\ x, y \geq 0 \end{cases} (*)$$

Bài toán trở thành tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x, y)$ trên miền nghiệm của hệ bất phương trình.

Miền nghiệm của hệ bất phương trình là ngũ giác $OABCD$.

Trong đó $O(0;0), A(7;0), B(6;3), C(3;6), D(0;6)$.

Suy ra $f(3;6)$ là giá trị lớn nhất của hàm số $f(x, y)$ trên miền nghiệm của hệ.

Như vậy để được số điểm thưởng lớn nhất cần pha chế 3 lít nước cam và 6 lít nước táo.

Câu 25: Một công ty TNHH trong một đợt quảng cáo và bán khuyến mãi hàng hóa (1 sản phẩm mới của công ty) cần thuê xe để chở trên 140 người và trên 9 tấn hàng. Nơi thuê chỉ có hai loại xe A và B . Trong đó xe loại A có 10 chiếc, xe loại B có 9 chiếc. Một chiếc xe loại A cho thuê với giá 4 triệu, loại B giá 3 triệu. Hỏi phải thuê bao nhiêu xe mỗi loại để chi phí vận chuyển là thấp nhất. Biết rằng xe A chỉ chở tối đa 20 người và 0,6 tấn hàng. Xe B chở tối đa 10 người và 1,5 tấn hàng.

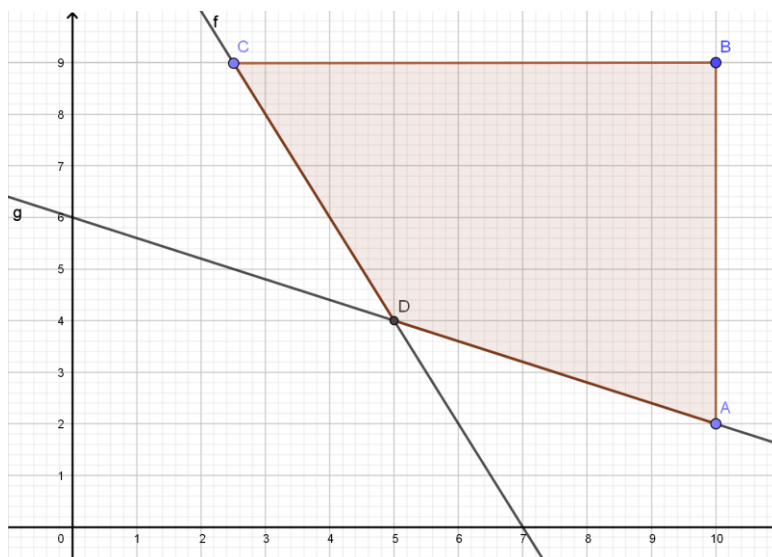
Lời giải

Gọi x là số xe loại A ($0 \leq x \leq 10; x \in \mathbb{N}$), y là số xe loại B ($0 \leq y \leq 9; y \in \mathbb{N}$). Khi đó tổng chi phí thuê xe là $T = 4x + 3y$.

Xe A chở tối đa 20 người, xe B chở tối đa 10 người nên tổng số người 2 xe chở tối đa được là $20x + 10y$.

Xe A chở được 0,6 tấn hàng, xe B chở được 1,5 tấn hàng nên tổng lượng hàng 2 xe chở được là $0,6x + 1,5y$.

$$\text{Theo giả thiết, ta có } \begin{cases} 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 9 \\ 20x + 10y \geq 140 \\ 0,6x + 1,5y \geq 9 \end{cases} (*)$$



Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình (*) là tứ giác $ABCD$ kể cả miền trong của tứ giác.

Biểu thức $T = 4x + 3y$ đạt giá trị nhỏ nhất tại một trong các đỉnh của tứ giác $ABCD$.

Tại các đỉnh $A(10;2); B(10;9); C\left(\frac{5}{2};9\right); D(5;4)$, ta thấy T đạt giá trị nhỏ nhất tại $\begin{cases} x = 5 \\ y = 4 \end{cases}$.

Khi đó $T_{\min} = 32$.

Câu 26: Một công ty kinh doanh thương mại chuẩn bị cho một đợt khuyến mại nhằm thu hút khách hàng bằng cách tiến hành quảng cáo sản phẩm của công ty trên hệ thống phát thanh và truyền hình. Chi phí cho 1 phút quảng cáo trên sóng phát thanh là 800.000 đồng, trên sóng truyền hình là 4.000.000 đồng. Đài phát thanh chỉ nhận phát các chương trình quảng cáo dài ít nhất là 5 phút. Do nhu cầu quảng cáo trên truyền hình lớn nên đài truyền hình chỉ nhận phát các chương trình dài tối đa là 4 phút. Theo các phân tích, cùng thời lượng một phút quảng cáo, trên truyền hình sẽ có hiệu quả gấp 6 lần trên sóng phát thanh. Công ty dự định chi tối đa 16.000.000 đồng cho quảng cáo. Công ty cần đặt thời lượng quảng cáo trên sóng phát thanh và truyền hình như thế nào để hiệu quả nhất?

Lời giải

Gọi thời lượng công ty đặt quảng cáo trên sóng phát thanh là x , trên truyền hình là y . Chi phí cho việc này là: $800.000x + 4.000.000y$

Mức chi này không được phép vượt quá mức chi tối đa, tức:

$$800.000x + 4.000.000y \leq 16.000.000 \text{ hay } x + 5y - 20 \leq 0$$

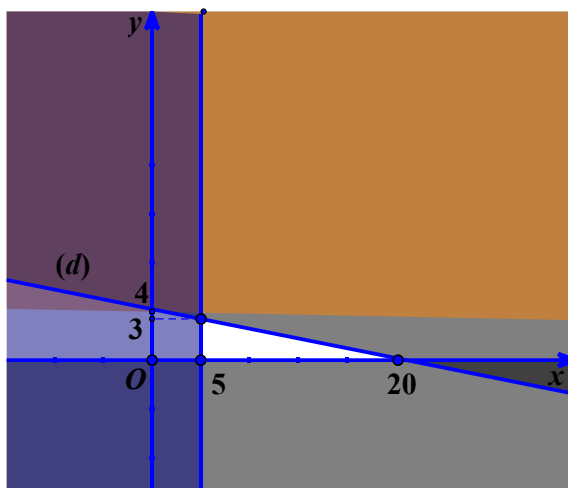
Theo giả thiết thì bài toán trở thành: Tìm x, y thỏa mãn hệ $\begin{cases} x + 5y - 20 \leq 0 \\ x \geq 5 \\ 0 \leq y \leq 4 \end{cases}$

sao cho $M(x; y) = x + 6y$ đạt giá trị lớn nhất.

Trước tiên ta xác định miền nghiệm của hệ bất phương trình



Trong mặt phẳng tọa độ vẽ các đường thẳng $(d): x + 5y - 20 = 0$, $(d'): x = 5$, $(d''): y = 4$



Khi đó miền nghiệm của hệ bất phương trình là phần mặt phẳng không tô màu trên hình vẽ

Giá trị lớn nhất của $M(x; y) = x + 6y$ đạt tại một trong các điểm $(5; 3)$, $(5; 0)$, $(20; 0)$

Ta có $M(5; 3) = 23$, $M(5; 0) = 5$, $M(20; 0) = 20$ suy ra giá trị lớn nhất của $M(x; y)$ bằng 23 tại $(5; 3)$ tức là nếu đặt thời lượng quảng cáo trên sóng phát thanh là 5 phút và trên truyền hình là 3 phút thì sẽ đạt hiệu quả nhất.

Câu 27: Một xưởng sản xuất hai loại sản phẩm, mỗi kg sản phẩm loại I cần 2kg nguyên liệu và 30 giờ, đem lại mức lời 40000 đồng. Mỗi kg sản phẩm loại II cần 4kg nguyên liệu và 15 giờ, đem lại mức lời 30000 đồng. Xưởng có 200kg nguyên liệu và 1200 giờ làm việc. Nên sản xuất mỗi loại sản phẩm bao nhiêu để có mức lời cao nhất?

Lời giải

Gọi x ($x \geq 0$) là số kg loại I cần sản xuất, y ($y \geq 0$) là số kg loại II cần sản xuất.

Suy ra số nguyên liệu cần dùng là $2x + 4y$, thời gian là $30x + 15y$ có mức lời là

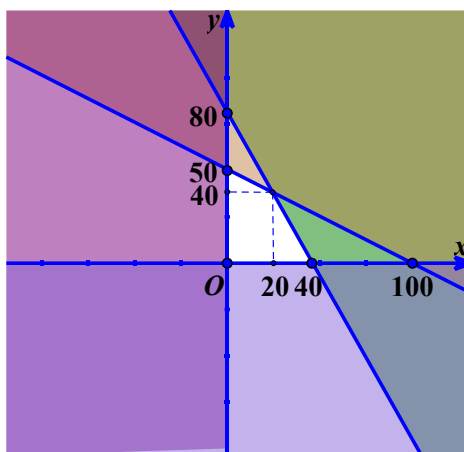
$$L(x; y) = 40000x + 30000y$$

Theo giả thiết bài toán bài toán trở thành: Tìm x, y thỏa mãn hệ

$$\begin{cases} x + 2y \leq 100 \\ 2x + y \leq 80 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

sao cho $L(x; y) = 40000x + 30000y$ đạt giá trị lớn nhất.

Trong mặt phẳng tọa độ vẽ các đường thẳng $(d): x + 2y - 100 = 0$, $(d'): 2x + y - 80 = 0$



Khi đó miền nghiệm của hệ bất phương trình là phần mặt phẳng không tô màu trên hình vẽ

Giá trị lớn nhất của $L(x; y) = 40000x + 30000y$ đạt tại một trong các điểm

$(0; 0), (40; 0), (0; 50), (20; 40)$.

Ta có $L(0; 0) = 0$, $L(40; 0) = 1600000$, $L(0; 50) = 1500000$, $L(20; 40) = 2000000$ suy ra giá trị lớn nhất của $L(x; y)$ là 2000000 khi $(x; y) = (20; 40)$.

Vậy cần sản xuất 20 kg sản phẩm loại I và 40 kg sản phẩm loại II để có mức lời lớn nhất.

