



CHƯƠNG

II

BẤT PHƯƠNG TRÌNH

HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẢ LỜI NGẮN

Câu 27: (Mã đề 0101-TNTHPT-2025) Để gây quỹ từ thiện, câu lạc bộ thiện nguyện của một trường THPT tổ chức hoạt động bán hàng với hai mặt hàng là nước chanh và khoai chiên. Câu lạc bộ thiết kế hai thực đơn. Thực đơn 1 có giá 30 nghìn đồng, bao gồm hai cốc nước chanh và một túi khoai chiên. Thực đơn 2 có giá 50 nghìn đồng, bao gồm ba cốc nước chanh và hai túi khoai chiên. Biết rằng câu lạc bộ chỉ làm được không quá 165 cốc nước chanh và 100 túi khoai chiên. Số tiền lớn nhất mà câu lạc bộ có thể nhận được sau khi bán hết hàng bằng bao nhiêu nghìn đồng?

Lời giải

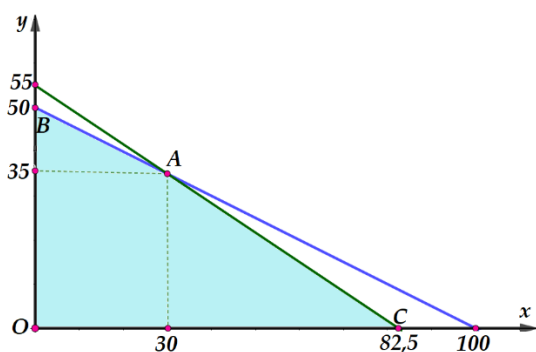
Trả lời: 2650

Gọi số thực đơn 1 (gồm hai cốc nước chanh và một túi khoai chiên) và số thực đơn 2 (gồm ba cốc nước chanh và hai túi khoai chiên) mà câu lạc bộ bán lần lượt là x, y ($x, y \in \mathbb{N}^*$).

Câu lạc bộ chỉ làm được không quá 165 cốc nước chanh và 100 túi khoai chiên nên có:

$$\begin{cases} 2x + 3y \leq 165 \\ x + 2y \leq 100 \\ x, y \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

Ta có miền nghiệm của hệ là miền đa giác $OBAC$ như hình vẽ. Với $A(30; 35), B(0; 50), C(82,5; 0)$.



Số tiền mà câu lạc bộ thu được sau khi bán hết hàng là: $T(x, y) = 30x + 50y$.

$$T(A) = 30.30 + 50.35 = 2650$$

$$T(B) = 30.0 + 50.50 = 2500$$

$$T(C) = 30.82,5 + 50.0 = 2475$$

$$\text{Vậy } T_{\max} = T(A) = 2650 \leftrightarrow \begin{cases} x = 30 \\ y = 35 \end{cases}.$$

Câu 28: (Mã đề 0102-TNTHPT-2025) Để gây quỹ từ thiện, câu lạc bộ thiện nguyện của một trường THPT tổ chức hoạt động bán hàng với hai mặt hàng là nước chanh và khoai chiên. Câu lạc bộ



thiết kế hai thực đơn. Thực đơn 1 có giá 35 nghìn đồng, bao gồm hai cốc nước chanh và một túi khoai chiên. Thực đơn 2 có giá 55 nghìn đồng, bao gồm ba cốc nước chanh và hai túi khoai chiên. Biết rằng câu lạc bộ chỉ làm được không quá 165 cốc nước chanh và 100 túi khoai chiên. Số tiền lớn nhất mà câu lạc bộ có thể nhận được sau khi bán hết hàng bằng bao nhiêu nghìn đồng?

Lời giải

Đáp án: 2975

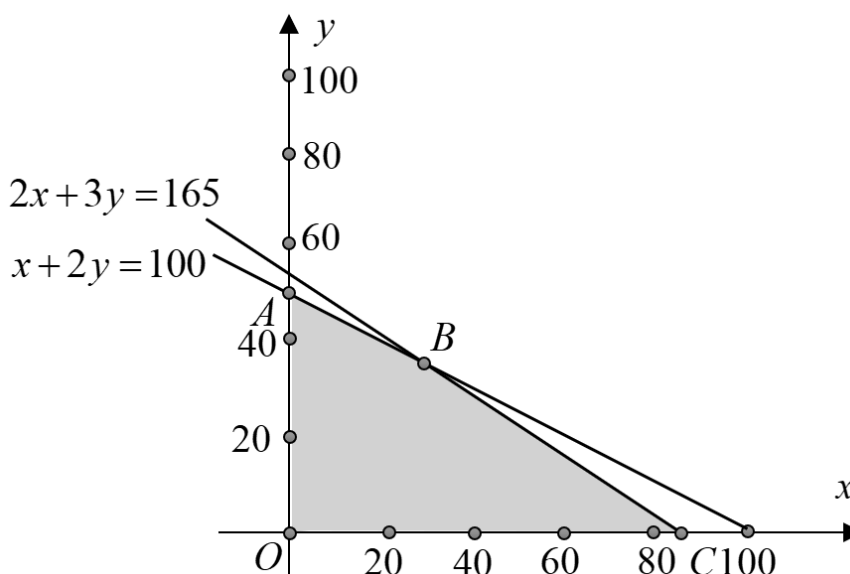
Ta có:

	Cốc nước chanh	Túi khoai chiên	Giá (nghìn đồng)
Thực đơn 1:	2	1	35 (nghìn đồng)
x (thực đơn)	$2x$	x	$35x$ (nghìn đồng)
Thực đơn 2:	3	2	55 (nghìn đồng)
y (thực đơn)	$3y$	$2y$	$55y$ (nghìn đồng)

$$\text{Hệ ràng buộc: } \begin{cases} x \geq 0, y \geq 0, (x, y \in \mathbb{Z}) \\ 2x + 3y \leq 165 \\ x + 2y \leq 100 \end{cases}$$

Gọi $F(x, y)$ (nghìn đồng) là số tiền câu lạc bộ nhận được $\Rightarrow F(x, y) = 35x + 55y$

Tìm GTLN của $F(x, y)$ thỏa mãn $\begin{cases} x \geq 0, y \geq 0, (x, y \in \mathbb{Z}) \\ 2x + 3y \leq 165 \\ x + 2y \leq 100 \end{cases}$



Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền tứ giác $OABC$ (kể cả biên). Tọa độ của các đỉnh tứ giác đó là $O(0;0)$, $A(0;50)$, $B(30;35)$, $C(82,5;0)$. Thế lần lượt tọa độ các đỉnh của tứ giác vào hàm $F = 35x + 55y$, ta được:

Tại $O(0;0)$: $F = 35.0 + 55.0 = 0$;

Tại $A(0;50)$: $F = 35.0 + 55.50 = 2750$;

Tại $B(30;35)$: $F = 35.30 + 55.35 = 2975$;

Tại $C(82,5;0)$: $F = 35.82,5 + 55.0 = 2887,5$;

Ta thấy $F(x, y) = 35x + 55y$ đạt giá trị lớn nhất bằng 2975 nghìn đồng tại điểm $B(30;35)$.



Vậy số tiền lớn nhất mà câu lạc bộ có thể nhận được sau khi bán hết hàng bằng 2975 nghìn đồng.

Câu 29: (Mã đề 0103-TNTHPT-2025) Để gây quỹ từ thiện, câu lạc bộ thiện nguyện của một trường THPT tổ chức hoạt động bán hàng với hai mặt hàng là nước chanh và khoai chiên. Câu lạc bộ thiết kế hai thực đơn. Thực đơn 1 có giá 25 nghìn đồng, bao gồm hai cốc nước chanh và một túi khoai chiên. Thực đơn 2 có giá 40 nghìn đồng, bao gồm ba cốc nước chanh và hai túi khoai chiên. Biết rằng câu lạc bộ chỉ làm được không quá 165 cốc nước chanh và 100 túi khoai chiên. Số tiền lớn nhất mà câu lạc bộ có thể nhận được sau khi bán hết hàng bằng bao nhiêu nghìn đồng?

Lời giải

Trả lời: 2150

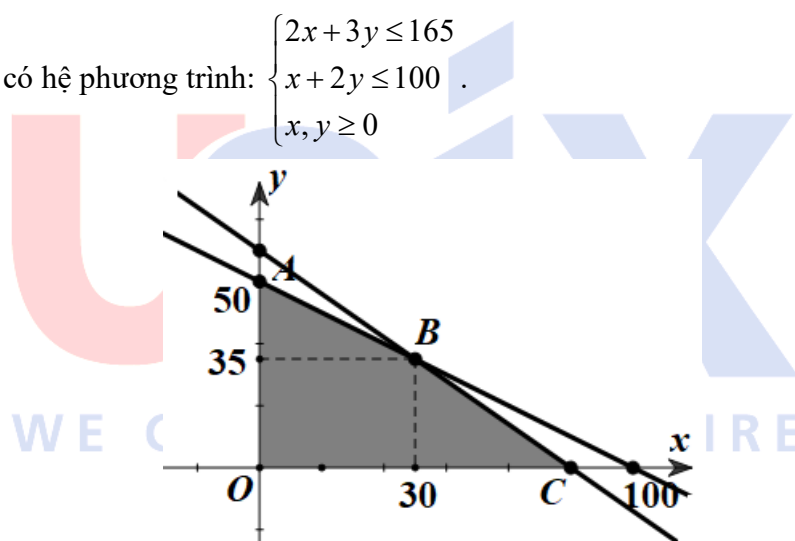
Gọi x, y lần lượt là số thực đơn 1 và thực đơn 2 câu lạc bộ làm được, $(x, y \in \mathbb{N})$.

Số tiền câu lạc bộ nhận được là $F(x; y) = 25x + 40y$ (nghìn đồng).

Do câu lạc bộ chỉ làm được không quá 165 cốc nước chanh nên ta có bất phương trình:
 $2x + 3y \leq 165$.

Do câu lạc bộ chỉ làm được không quá 100 túi khoai chiên nên ta có bất phương trình:
 $x + 2y \leq 100$.

Theo bài ra ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x + 3y \leq 165 \\ x + 2y \leq 100 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$



Miền nghiệm của hệ là miền tứ giác $OABC$ với $O(0;0)$, $A(0;50)$, $B(30;35)$, $C(82,5;0)$.

Ta có: $F(0;0) = 0$, $F(0;50) = 2000$, $F(30;35) = 2150$ và $F(82,5;0) = 2062,5$.

Vậy số tiền lớn nhất câu lạc bộ nhận được là 2150 nghìn đồng

Câu 30: (Mã đề 0104-TNTHPT-2025) Để gây quỹ từ thiện, câu lạc bộ thiện nguyện của một trường THPT tổ chức hoạt động bán hàng với hai mặt hàng là nước chanh và khoai chiên. Câu lạc bộ thiết kế hai thực đơn. Thực đơn 1 có giá 35 nghìn đồng, bao gồm hai cốc nước chanh và một túi khoai chiên. Thực đơn 2 có giá 60 nghìn đồng, bao gồm ba cốc nước chanh và hai túi khoai chiên. Biết rằng câu lạc bộ chỉ làm được không quá 165 cốc nước chanh và 100 túi khoai chiên. Số tiền lớn nhất mà câu lạc bộ có thể nhận được sau khi bán hết hàng bằng bao nhiêu nghìn đồng?

Lời giải

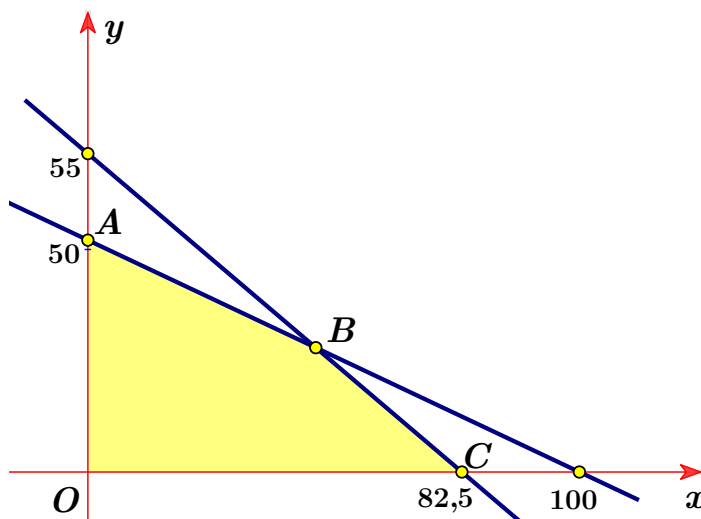
Trả lời: 3150

Gọi x, y lần lượt là số thực đơn 1 và thực đơn 2 câu lạc bộ làm được, $(x, y \in \mathbb{N})$.

Số tiền câu lạc bộ nhận được là $F(x; y) = 35x + 60y$ (nghìn đồng).



Theo bài ra ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x + 3y \leq 165 \\ x + 2y \leq 100 \\ x, y \geq 0 \end{cases} \quad (I)$$



Miền nghiệm của hệ (I) là miền tứ giác $OABC$ với $O(0;0)$, $A(0;50)$, $B(30;35)$, $C(82,5;0)$.

Khi đó: $F(O) = 0$, $F(A) = 3000$, $F(B) = 3150$ và $F(C) = 2887,5$.

Vậy số tiền lớn nhất câu lạc bộ nhận được là 3150 nghìn đồng

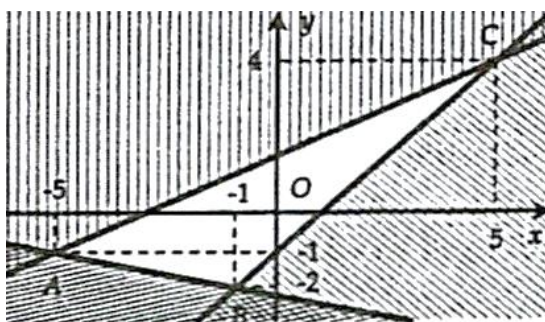
Câu 31: Cho biểu thức $T = 3x - 2y - 4$ với x và y thỏa mãn hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} x - y - 1 \leq 0 \\ x + 4y + 9 \geq 0 \\ x - 2y + 3 \geq 0 \end{cases}$$

Biết T đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = x_0$ và $y = y_0$. Tính $x_0^2 + y_0^2$.

Lời giải

Trả lời: 26

Miền nghiệm của hệ là miền tam giác ABC với $A(-5;-1)$, $B(-1;-2)$ và $C(5;4)$. Lập bảng:



Đỉnh	$A(-5;-1)$	$B(-1;-2)$	$C(5;4)$
T	-17	-3	3

Vậy T đạt giá trị nhỏ nhất bằng -17 khi $x = -5$ và $y = -1$.

Do đó $x_0 = -5$ và $y_0 = -1 \Rightarrow x_0^2 + y_0^2 = 26$.

Câu 32: Một công ty X có 2 phân xưởng A, B cùng sản xuất 2 loại sản phẩm M, N . Số đơn vị sản phẩm các loại được sản xuất ra và chi phí mỗi giờ hoạt động của A, B như sau:



	Phân xưởng 1	Phân xưởng 2
Sản phẩm M	250	250
Sản phẩm N	100	200
Chi phí	600.000	1.000.000

Công ty nhận được yêu cầu đặt hàng là 5000 đơn vị sản phẩm M và 3000 đơn vị sản phẩm N .

Công ty đã tìm được cách phân phối thời gian cho mỗi phân xưởng hoạt động thỏa mãn yêu cầu đơn đặt hàng và chi phí thấp nhất. Hỏi chi phí thấp nhất bằng bao nhiêu? (đơn vị triệu đồng)

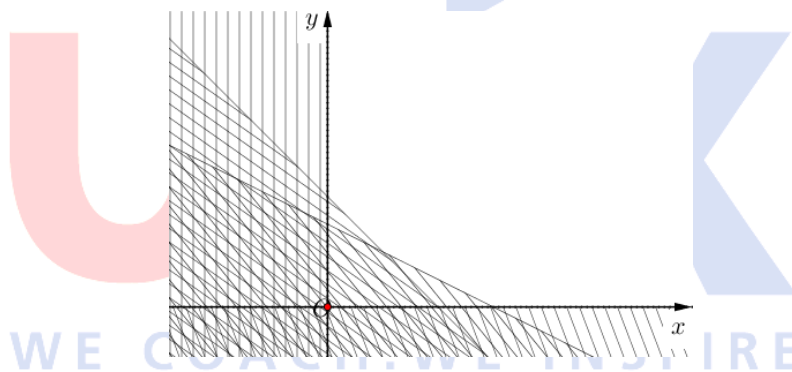
Lời giải

Trả lời: 16

Gọi x, y lần lượt là số giờ nên cho phân xưởng A và B . Ta có bài toán

$$F = 600000x + 1000000y \rightarrow \min F \text{ thỏa } \begin{cases} 250x + 250y \geq 5000 & (1) \\ 100x + 200y \geq 3000 & (2) \\ x \geq 0, y \geq 0 & (3) \end{cases}$$

Miền ràng buộc D của bài toán được biểu diễn bằng cách vẽ đồ thị bất phương trình (1) và (2) và (3) tạo thành miền kín rồi lấy các điểm giao nhau làm tọa độ điểm đỉnh. Điểm nào làm cho F nhỏ nhất thì thỏa yêu cầu bài toán.



Qua vẽ hình ta tìm được phương án tối ưu là $x = 10, y = 10$

Vậy để thỏa mãn yêu cầu đặt hàng với chi phí thấp nhất công ty cần cho phân xưởng A và B hoạt động 10 giờ. Chi phí thấp nhất là 16000000 đồng.

Câu 33: Một người dùng ba loại nguyên liệu A, B, C để sản xuất ra hai loại sản phẩm P và Q . Để sản xuất 1kg mỗi loại sản phẩm P hoặc Q phải dùng một số kilôgam nguyên liệu khác nhau. Tổng số kilôgam nguyên liệu mỗi loại mà người đó có và số kilôgam từng loại nguyên liệu cần thiết để sản xuất ra 1 kg sản phẩm mỗi loại được cho trong bảng sau:

Loại nguyên liệu	Số kilôgam nguyên liệu đang có	Số kilôgam từng loại nguyên liệu cần để sản xuất 1kg sản phẩm	
		P	Q
A	10	2	2
B	4	0	2
C	12	2	4



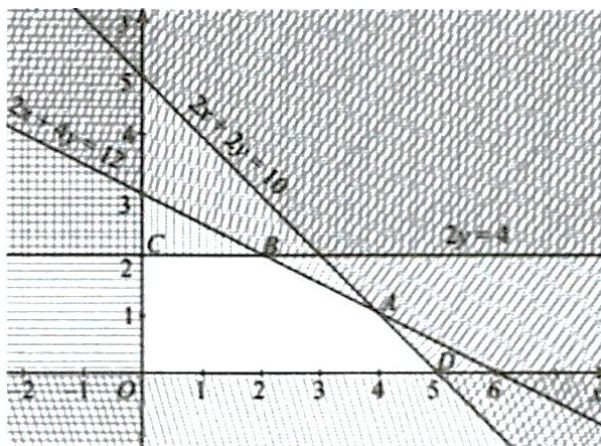
Biết 1kg sản phẩm P có lợi nhuận 3 triệu đồng và 1kg sản phẩm Q có lợi nhuận 5 triệu đồng. Người đó đã lập được phương án sản xuất hai loại sản phẩm trên sao cho có lãi cao nhất. Hỏi lãi cao nhất bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 17

Gọi x là số kilôgam sản phẩm P , y là số kilôgam sản phẩm Q cần sản xuất. Ta có hệ bất phương trình: $2x + 2y \leq 10; 2y \leq 4; 2x + 4y \leq 12; x \geq 0; y \geq 0$.

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình trên hệ trục tọa độ Oxy, ta được như hình trên.



Miền nghiệm là miền ngũ giác $OCBAD$, các đỉnh: $O(0;0); C(0;2); B(2;2); A(4;1); D(5;0)$

Gọi F là số tiền lãi (đơn vị: triệu đồng) thu được, ta có: $F = 3x + 5y$.

Tính giá trị của F tại các đỉnh của ngũ giác:

Tại $O(0;0)$: $F = 3.0 + 5.0 = 0$; Tại $C(0;2)$: $F = 3.0 + 5.2 = 10$;

Tại $B(2;2)$: $F = 3.2 + 5.2 = 16$; Tại $A(4;1)$: $F = 3.4 + 5.1 = 17$;

Tại $D(5;0)$: $F = 3.5 + 5.0 = 15$. F đạt giá trị lớn nhất bằng 17 tại $A(4;1)$.

Vậy cần sản xuất 4kg sản phẩm P và 1 kg sản phẩm Q để có lãi cao nhất là 17 triệu đồng.

Câu 34: Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = 3y - 2x$ trên miền xác định bởi hệ
$$\begin{cases} x - y \leq 6 \\ y - 2x \geq 2 \\ x + y \leq 4 \end{cases}$$

Lời giải

Trả lời: -16

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = 3y - 2x$ trên miền xác định bởi hệ
$$\begin{cases} x - y \leq 6 \\ x \geq 2 \\ x + y \leq 4 \end{cases}$$
. Vẽ

đường thẳng $d_1: x - y - 6 = 0$ đi qua hai điểm $(0; -6)$ và $(6; 0)$.

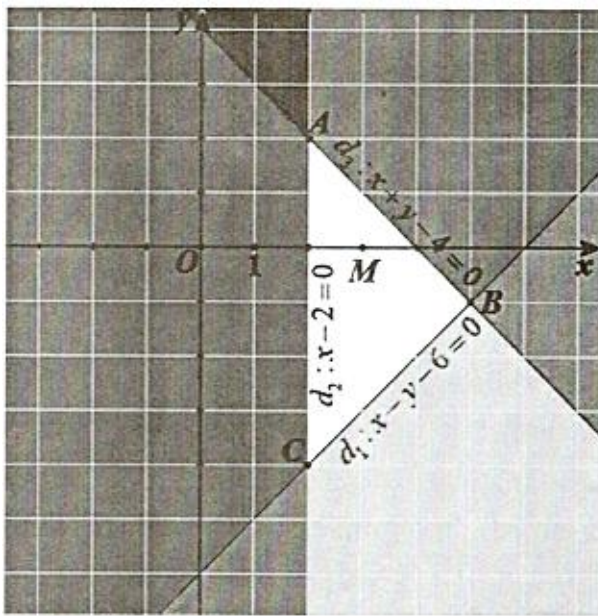
Vẽ đường thẳng $d_2: x - 2 = 0$ đi qua hai điểm $(2; 0)$ và $(2; 2)$.



Vẽ đường thẳng $d_3 : x + y - 4 = 0$ đi qua hai điểm $(0; 4)$ và $(4; 0)$.

Xét điểm $M(3; 0)$. Ta thấy tọa độ M thỏa mãn tất cả các bất phương trình trong hệ.

Do đó, miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x - y \leq 6 \\ x \geq 2 \\ x + y \leq 4 \end{cases}$$
 là miền không bị tô đậm (hình tam giác ABC bao gồm cả các cạnh AB, BC và AC trên hình vẽ).



Tìm tọa độ các điểm A, B, C .

Điểm $A = d_2 \cap d_3$ nên tọa độ điểm A là nghiệm của hệ
$$\begin{cases} x = 2 \\ x + y - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}. \text{ Vậy } A(2; 2).$$

Điểm $B = d_1 \cap d_3$ nên tọa độ điểm B là nghiệm của hệ
$$\begin{cases} x - y - 6 = 0 \\ x + y - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = -1 \end{cases}. \text{ Vậy}$$

$B(5; -1)$

Điểm $C = d_1 \cap d_2$ nên tọa độ điểm C là nghiệm của hệ
$$\begin{cases} x = 2 \\ x - y - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -4 \end{cases}. \text{ Vậy}$$

$C(2; -4)$.

Ta thấy $F = 3y - 2x$ đạt giá trị nhỏ nhất chỉ có thể tại các điểm A, B, C .

Tại $A(2; 2)$ thì $F = 2$.

Tại $B(5; -1)$ thì $F = -13$

Tại $C(2; -4)$ thì $F = -16$



Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = 3y - 2x$ trên miền xác định bởi hệ $\begin{cases} x - y \leq 6 \\ x \geq 2 \\ x + y \leq 4 \end{cases}$ là -16 khi $x = 2, y = -4$.

Câu 35: Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $F = x - 3y + 1$ trên miền xác định bởi hệ $\begin{cases} 2x - y \leq 4 \\ y - x \leq 1 \\ x + y \geq 2 \end{cases}$.

Lời giải

Trả lời: 3

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $F = x - 3y + 1$ trên miền xác định bởi hệ

$$\begin{cases} 2x - y \leq 4 \\ y - x \leq 1 \\ x + y \geq 2 \end{cases}$$

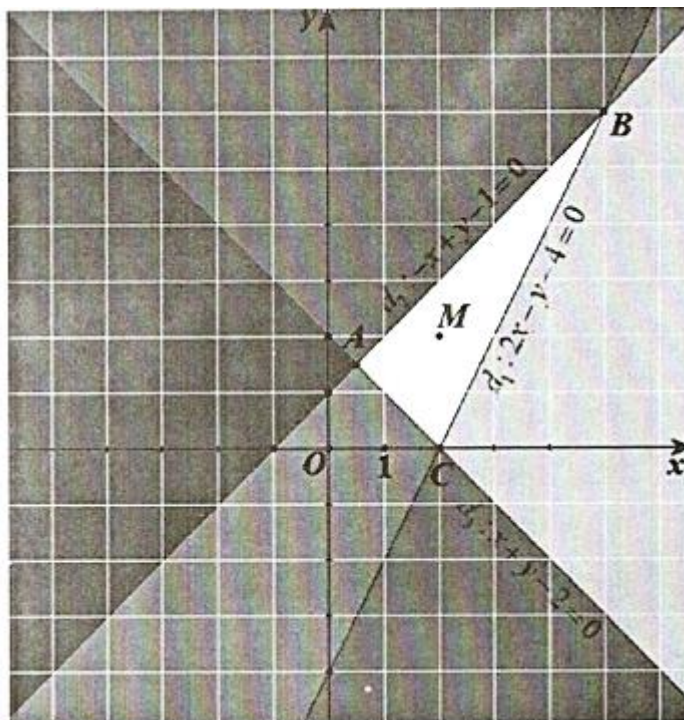
Vẽ đường thẳng $d_1: 2x - y - 4 = 0$ đi qua hai điểm $(0; -4)$ và $(2; 0)$.

Vẽ đường thẳng $d_2: -x + y - 1 = 0$ đi qua hai điểm $(0; 1)$ và $(-1; 0)$.

Vẽ đường thẳng $d_3: x + y - 2 = 0$ đi qua hai điểm $(0; 2)$ và $(2; 0)$.

Xét điểm $M(2; 2)$. Ta thấy tọa độ M thỏa mãn tất cả các bất phương trình trong hệ.

Do đó, miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x - y \leq 4 \\ y - x \leq 1 \\ x + y \geq 2 \end{cases}$ là miền không bị tô đậm (hình tam giác ABC bao gồm cả các cạnh AB, BC và AC trên hình vẽ).



Tìm tọa độ các điểm A, B, C .

Điểm $A = d_2 \cap d_3$ nên tọa độ điểm A là

nghiệm của hệ
$$\begin{cases} -x + y = 1 \\ x + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{3}{2} \end{cases}.$$

Vậy $A\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

Điểm $B = d_1 \cap d_2$ nên tọa độ điểm B là nghiệm của hệ
$$\begin{cases} 2x - y - 4 = 0 \\ -x + y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 6 \end{cases}.$$
 Vậy $B(5; 6)$.

Điểm $C = d_1 \cap d_3$ nên tọa độ điểm C là nghiệm của hệ
$$\begin{cases} 2x - y - 4 = 0 \\ x + y - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases}.$$
 Vậy $C(2; 0)$.

Ta thấy $F = x - 3y + 1$ đạt giá trị lớn nhất chỉ có thể tại các điểm A, B, C .

Tại $A\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$ thì $F = -3$.

Tại $B(5; 6)$ thì $F = -12$

Tại $C(2; 0)$ thì $F = 3$



Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức $F = x - 3y + 1$ trên miền xác định bởi hệ $\begin{cases} 2x - y \leq 4 \\ y - x \leq 1 \\ x + y \geq 2 \end{cases}$ là 3

khi $x = 2, y = 0$.

Câu 36: Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F(x; y) = x - y$ với điều kiện $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y - 3 \leq 0 \end{cases}$.

Lời giải

Trả lời: -3

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F(x; y) = x - y$ với điều kiện $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y - 3 \leq 0 \end{cases}$.

Vẽ đường thẳng $d_1: x = 0$ đi qua hai điểm $(0; 0)$ và $(0; 1)$.

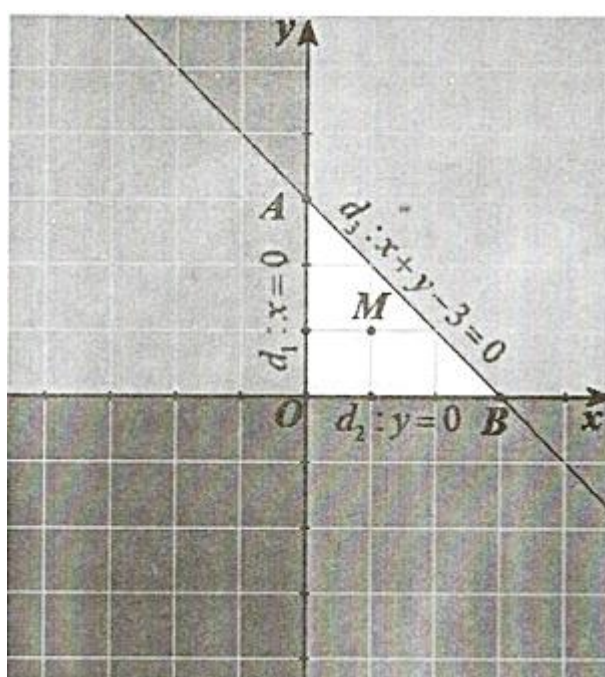
Vẽ đường thẳng $d_2: y = 0$ đi qua hai điểm $(0; 0)$ và $(1; 0)$.

Vẽ đường thẳng $d_3: x + y - 3 = 0$ đi qua hai điểm $(0; 3)$ và $(3; 0)$.

Xét điểm $M(1; 1)$. Ta thấy tọa độ M thỏa mãn tất cả các bất phương trình trong hệ.

Do đó, miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y - 3 \leq 0 \end{cases}$ là miền không bị tô đậm (hình tam

giác OAB bao gồm cả các cạnh OA, OB và AB trên hình vẽ).



Tìm tọa độ các điểm O, A, B .



Điểm $O = d_1 \cap d_2$ nên tọa độ điểm O là nghiệm của hệ $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$. Vậy $O(0;0)$.

Điểm $A = d_1 \cap d_3$ nên tọa độ điểm A là

nghiệm của hệ $\begin{cases} x = 0 \\ x + y - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 3 \end{cases}$. Vậy $A(0;3)$.

Điểm $B = d_2 \cap d_3$ nên tọa độ điểm B là nghiệm của hệ $\begin{cases} y = 0 \\ x + y - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 0 \end{cases}$. Vậy $B(3;0)$.

Ta thấy $F = x - y$ đạt giá trị nhỏ nhất chỉ có thể tại các điểm O, A, B .

Tại $O(0;0)$ thì $F = 0$.

Tại $A(0;3)$ thì $F = -3$

Tại $B(3;0)$ thì $F = 3$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = x - y$ trên miền xác định bởi hệ $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y - 3 \leq 0 \end{cases}$ là -3

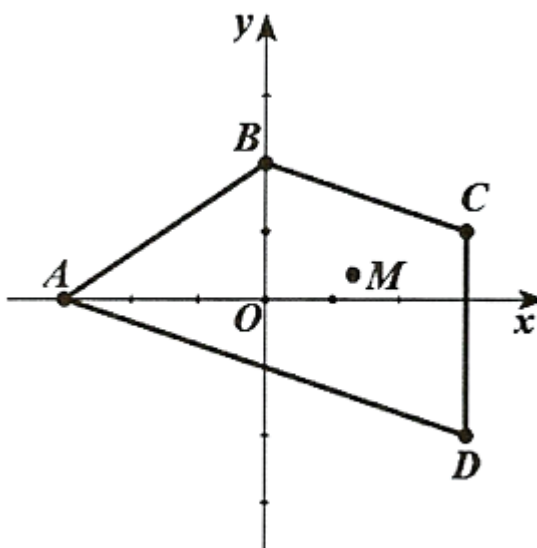
khi $x = 0, y = 3$.

Câu 37: Trong mặt phẳng Oxy , cho tứ giác $ABCD$ có $A(-3;0); B(0;2); C(3;1); D(3;-2)$. Tìm tất cả các giá trị nguyên của m sao cho điểm $M(m;m-1)$ nằm trong hình tứ giác $ABCD$ kể cả 4 cạnh.

Lời giải

Trả lời: 3

Trong mặt phẳng Oxy , cho tứ giác $ABCD$ có $A(-3;0); B(0;2); C(3;1); D(3;-2)$. Tìm tất cả các giá trị của m sao cho điểm $M(m;m-1)$ nằm trong hình tứ giác $ABCD$ kể cả 4 cạnh.





Nhận thấy hình tứ giác $ABCD$ tính cả 4 cạnh của nó là miền nghiệm của hệ bất phương trình gồm 4 bất phương trình có miền nghiệm là nửa mặt phẳng chứa điểm $O(0;0)$ và lần lượt có các bờ là các đường thẳng AB, BC, CD và DA .

Phương trình đường thẳng AB :

$$\frac{x+3}{0-(-3)} = \frac{y-0}{2-0} \Leftrightarrow 2x-3y+6=0.$$

Bất phương trình có miền nghiệm là nửa mặt phẳng bờ AB (tính cả bờ AB) và chứa điểm O là $2x-3y+6 \geq 0$.

Phương trình đường thẳng $BC: \frac{x-0}{3-0} = \frac{y-2}{1-2} \Leftrightarrow x+3y-6=0$. Bất phương trình có miền nghiệm là nửa mặt phẳng bờ BC (tính cả bờ BC) và chứa điểm O là $x+3y-6 \leq 0$.

Phương trình đường thẳng $CD: x-3=0$. Bất phương trình có miền nghiệm là nửa mặt phẳng bờ CD (tính cả bờ CD) và chứa điểm O là $x-3 \leq 0$.

Phương trình đường thẳng $DA: \frac{x+3}{3-(-3)} = \frac{y-0}{-2-0} \Leftrightarrow x+3y+3=0$. Bất phương trình có miền nghiệm là nửa mặt phẳng bờ DA (tính cả bờ DA) và chứa điểm O là $x+3y+3 \geq 0$.

Hình tứ giác $ABCD$ tính cả 4 cạnh của nó là miền nghiệm của hệ bất phương trình

$$\begin{cases} 2x-3y+6 \geq 0 \\ x+3y-6 \leq 0 \\ x-3 \leq 0 \\ x+3y+3 \geq 0 \end{cases} \quad (1)$$

Điểm $M(m; m-1)$ nằm trong hình tứ giác $ABCD$ tính cả 4 cạnh của nó khi và chỉ khi $(m; m-1)$ là một nghiệm của hệ (1), tức là

$$\begin{cases} 2m-3(m-1)+6 \geq 0 \\ m+3(m-1)-6 \leq 0 \\ m-3 \leq 0 \\ m+3(m-1)+3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 9 \\ m \leq \frac{9}{4} \\ m \leq 3 \\ m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq m \leq \frac{9}{4}$$

Vậy các giá trị của m thỏa mãn là $0 \leq m \leq \frac{9}{4}$.

Câu 38: Trong một đợt dã ngoại, một trường học cần thuê xe chở 180 người và 8 tấn hàng. Nơi thuê xe có hai loại xe A và B , trong đó xe A có 10 chiếc và xe B có 9 chiếc. Một xe loại A cho thuê với giá 5 triệu đồng và một xe loại B cho thuê với giá 4 triệu đồng. Biết rằng mỗi xe loại A có thể chở tối đa 30 người và 0,8 tấn hàng, mỗi xe loại B có thể chở tối đa 20 người và 1,6 tấn hàng. Tìm tổng số xe cả hai loại sao cho chi phí thuê là thấp nhất.

Lời giải

Trả lời: 7



Gọi x, y (xe) lần lượt là số xe loại A và B cần thuê.

Khi đó, số tiền cần bỏ ra để thuê xe là $F(x; y) = 5x + 4y$ (triệu đồng)

Ta có x xe loại A chở được $30x$ người và $0,8x$ tấn hàng; y xe loại B chở được $20y$ người và $1,6y$ tấn hàng.

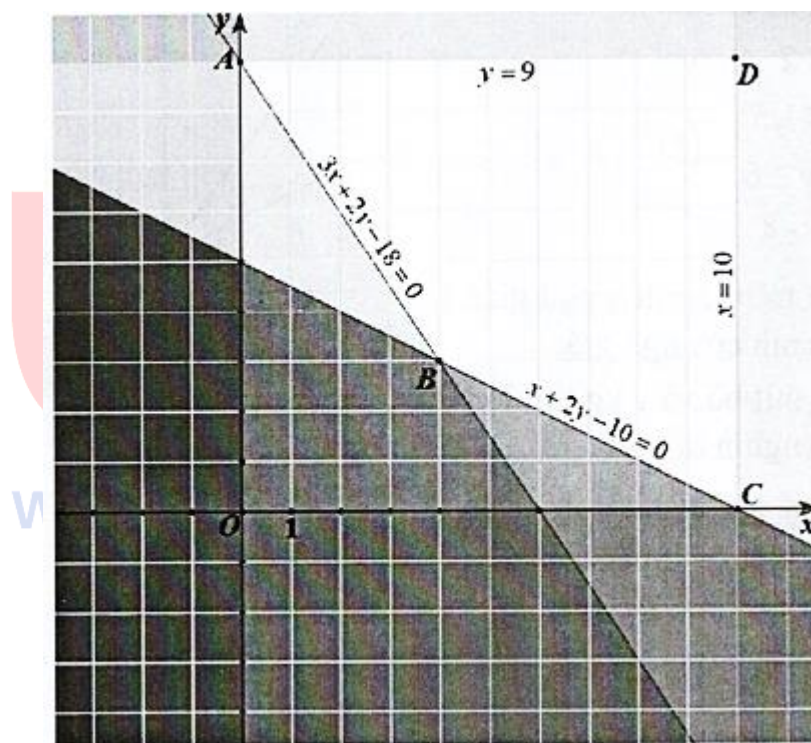
Suy ra x xe loại A và y xe loại B chở được $30x + 20y$ người và $0,8x + 1,6y$ tấn hàng.

Ta có hệ bất phương trình sau:

$$\begin{cases} 30x + 20y \geq 180 \\ 0,8x + 1,6y \geq 8 \\ 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2y \geq 18 \\ x + 2y \geq 10 \\ 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 9 \end{cases} (*)$$

Bài toán trở thành tìm giá trị nhỏ nhất của $F(x; y)$ trên miền nghiệm của hệ (*).

Miền nghiệm của hệ (*) là tứ giác $ABCD$ (kể cả bờ)



Tìm tọa độ các điểm A, B, C, D .

Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ $\begin{cases} 3x + 2y - 18 = 0 \\ y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 9 \end{cases}$. Vậy $A(0; 9)$.

Tọa độ điểm B là nghiệm của hệ $\begin{cases} 3x + 2y - 18 = 0 \\ x + 2y - 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \end{cases}$. Vậy $B(4; 3)$.

Tọa độ điểm C là nghiệm của hệ $\begin{cases} x = 10 \\ x + 2y - 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 0 \end{cases}$. Vậy $C(10; 0)$.



Tọa độ điểm D là nghiệm của hệ $\begin{cases} x=10 \\ y=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=10 \\ y=9 \end{cases}$. Vậy $D(10;9)$.

Ta thấy $F(x;y)=5x+4y$ đạt giá trị nhỏ nhất chỉ có thể tại các điểm A,B,C,D .

Tại $A(0;9)$ thì $F=36$ (triệu đồng).

Tại $B(4;3)$ thì $F=32$ (triệu đồng).

Tại $C(10;0)$ thì $F=50$ (triệu đồng).

Tại $D(10;9)$ thì $F=86$ (triệu đồng).

Như vậy để chi phí thấp nhất cần thuê 4 xe loại A và 3 xe loại B .

