



CHƯƠNG



HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC

BÀI. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT GÓC TỪ 0° ĐẾN 180° .



LÝ THUYẾT.

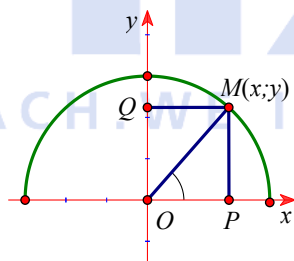
I. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT GÓC (CUNG).

1. Định nghĩa.

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy . Với góc α ($0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$), ta xác định được duy nhất điểm M trên nửa đường tròn đơn vị tâm O , sao cho $\alpha = xOM$, biết $M(x; y)$.

Khi đó: $\sin \alpha = y$; $\cos \alpha = x$; $\tan \alpha = \frac{y}{x}$ ($\alpha \neq 90^\circ$); $\cot \alpha = \frac{x}{y}$ ($\alpha \neq 0^\circ, 180^\circ$)

Các số $\sin \alpha, \cos \alpha, \tan \alpha, \cot \alpha$ được gọi là *giá trị lượng giác* của góc α .



Hình 2.1

Chú ý: $\square$ Với $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ ta có $0 \leq \sin \alpha \leq 1$; $-1 \leq \cos \alpha \leq 1$

Từ định nghĩa trên, ta có:

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} (\alpha \neq 90^\circ); \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} (\alpha \neq 0^\circ \text{ và } \alpha \neq 180^\circ); \tan \alpha = \frac{1}{\cot \alpha} (\alpha \notin \{0^\circ; 90^\circ; 180^\circ\})$$

2. Dấu của giá trị lượng giác.



Góc α	0°	90°	180°
$\sin \alpha$	+		+
$\cos \alpha$	+		-
$\tan \alpha$	+		-
$\cot \alpha$	+		-

II. MỐI QUAN HỆ GIỮA CÁC GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA HAI GÓC BÙ NHAU

$$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha ; \quad \cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\tan(180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha ; \quad \cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$$

III. MỐI QUAN HỆ GIỮA CÁC GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA HAI GÓC PHỤ NHAU (BỔ SUNG)

$$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$$

$$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\tan(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha$$

$$\cot(90^\circ - \alpha) = \tan \alpha$$

IV. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA CÁC GÓC ĐẶC BIỆT

Góc α	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\parallel$
$\cot \alpha$	$\parallel$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

V. CÁC HỆ THỨC LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN (BỔ SUNG – KẾT QUẢ CỦA BÀI TẬP 3.3/TR37)

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} (\alpha \neq 90^\circ) ;$$

$$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} (\alpha \neq 0^\circ; 180^\circ)$$

$$\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1 (\alpha \neq 0^\circ; 90^\circ; 180^\circ)$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} (\alpha \neq 90^\circ)$$

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} (\alpha \neq 0^\circ; 180^\circ)$$



BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA.



3.1. Không dùng bảng số hay máy tính cầm tay, tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $(2 \sin 30^\circ + \cos 135^\circ - 3 \tan 150^\circ)(\cos 180^\circ - \cot 60^\circ)$;

b) $\sin^2 90^\circ + \cos^2 120^\circ + \cos^2 0^\circ - \tan^2 60^\circ + \cot^2 135^\circ$;

c) $\cos 60^\circ \cdot \sin 30^\circ + \cos^2 30^\circ$.

Chú ý: $\sin^2 \alpha = (\sin \alpha)^2$; $\cos^2 \alpha = (\cos \alpha)^2$; $\tan^2 \alpha = (\tan \alpha)^2$; $\cot^2 \alpha = (\cot \alpha)^2$.

Lời giải.

a) $(2 \sin 30^\circ + \cos 135^\circ - 3 \tan 150^\circ)(\cos 180^\circ - \cot 60^\circ)$
 $= (2 \sin 30^\circ + \cos(180^\circ - 45^\circ) - 3 \tan(180^\circ - 30^\circ))(\cos 180^\circ - \cot 60^\circ)$
 $= (2 \sin 30^\circ - \cos 45^\circ + 3 \tan 30^\circ)(-1 - \cot 60^\circ)$

$$= \left(2 \cdot \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} + 3 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \left(-1 - \frac{1}{\sqrt{3}} \right)$$

$$= -\frac{(2 - \sqrt{2} + 2\sqrt{3})(\sqrt{3} + 1)}{2\sqrt{3}}.$$

b) $\sin^2 90^\circ + \cos^2 120^\circ + \cos^2 0^\circ - \tan^2 60^\circ + \cot^2 135^\circ$
 $= (\sin 90^\circ)^2 + (\cos 120^\circ)^2 + (\cos 0^\circ)^2 - (\tan 60^\circ)^2 + (\cot 135^\circ)^2$
 $= 1 + (\cos(180^\circ - 60^\circ))^2 + 1 - (\sqrt{3})^2 + (\cot(180^\circ - 45^\circ))^2$
 $= 1 + (\cos 60^\circ)^2 + 1 - (\sqrt{3})^2 + (\cot 45^\circ)^2 = \frac{1}{4}.$

c) $\cos 60^\circ \cdot \sin 30^\circ + \cos^2 30^\circ = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + (\cos 30^\circ)^2 = 1.$

3.2. Đơn giản biểu thức sau:

a) $\sin 100^\circ + \sin 80^\circ + \cos 16^\circ + \cos 164^\circ$.

b) $2 \sin(180^\circ - \alpha) \cdot \cot \alpha + \cos(180^\circ - \alpha) \cdot \tan \alpha \cdot \cot(180^\circ - \alpha)$ với $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.

Lời giải.

a) $\sin 100^\circ + \sin 80^\circ + \cos 16^\circ + \cos 164^\circ$
 $= \sin(180^\circ - 80^\circ) + \sin 80^\circ + \cos 16^\circ + \cos(180^\circ - 16^\circ)$
 $= \sin 80^\circ + \sin 80^\circ + \cos 16^\circ - \cos 16^\circ = 2 \sin 80^\circ.$

b) $2 \sin(180^\circ - \alpha) \cdot \cot \alpha + \cos(180^\circ - \alpha) \cdot \tan \alpha \cdot \cot(180^\circ - \alpha)$
 $= 2 \sin \alpha \cdot \cot \alpha + \cos \alpha \cdot \tan \alpha \cdot \cot \alpha = 2 \sin \alpha \cdot \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} + \cos \alpha = 3 \cos \alpha.$



3.3. Chứng minh các hệ thức sau:

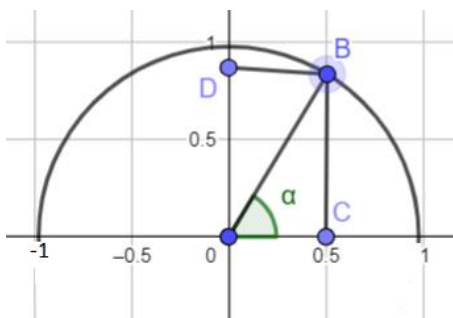
a) $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$;

b) $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \quad (\alpha \neq 90^\circ)$;

c) $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \quad (0^\circ < \alpha < 180^\circ)$;

Lời giải.

a) Xét nửa đường tròn tâm O bán kính 1. Ta có $\sin \alpha = DO$, $\cos \alpha = OC$. Xét tam giác vuông OBC ta có $OD^2 + OC^2 = 1 \Leftrightarrow \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$.



b) $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \quad (\alpha \neq 90^\circ)$

Xét $VT = 1 + \tan^2 \alpha = 1 + \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} = VP$.

c) $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \quad (0^\circ < \alpha < 180^\circ)$

Xét $VT = 1 + \cot^2 \alpha = 1 + \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{1}{\sin^2 \alpha} = VP$.

3.4. Cho góc α ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$) thỏa mãn $\tan \alpha = 3$.

Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{2 \sin \alpha - 3 \cos \alpha}{3 \sin \alpha + 2 \cos \alpha}$.

Lời giải.

Ta có $\tan \alpha = 3 \Rightarrow \cos \alpha \neq 0$ nên chia cả tử và mẫu của biểu thức P cho $\cos \alpha$ ta được

$$P = \frac{2 \sin \alpha - 3 \cos \alpha}{3 \sin \alpha + 2 \cos \alpha} = \frac{2 \tan \alpha - 3}{3 \tan \alpha + 2} = \frac{3}{11}.$$



HỆ THỐNG BÀI TẬP.



DẠNG 1: TÍNH CÁC GIÁ TRỊ BIỂU THỨC LƯỢNG GIÁC



1 PHƯƠNG PHÁP.

- Sử dụng định nghĩa giá trị lượng giác của một góc
- Sử dụng tính chất và bảng giá trị lượng giác đặc biệt
- Sử dụng các hệ thức lượng giác cơ bản



2 BÀI TẬP.

Câu 1: Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $A = a^2 \sin 90^\circ + b^2 \cos 90^\circ + c^2 \cos 180^\circ$

b) $B = 3 - \sin^2 90^\circ + 2 \cos^2 60^\circ - 3 \tan^2 45^\circ$

c) $C = \sin^2 45^\circ - 2 \sin^2 50^\circ + 3 \cos^2 45^\circ - 2 \sin^2 40^\circ + 4 \tan 55^\circ \cdot \tan 35^\circ$

Lời giải

a) $A = a^2 \sin 90^\circ + b^2 \cos 90^\circ + c^2 \cos 180^\circ = a^2 \cdot 1 + b^2 \cdot 0 + c^2 \cdot (-1) = a^2 - c^2.$

b) $B = 3 - \sin^2 90^\circ + 2 \cos^2 60^\circ - 3 \tan^2 45^\circ = 3 - (1)^2 + 2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 3 \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 1.$

c) $C = \sin^2 45^\circ - 2 \sin^2 50^\circ + 3 \cos^2 45^\circ - 2 \sin^2 40^\circ + 4 \tan 55^\circ \cdot \tan 35^\circ$

$$C = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + 3 \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - 2(\sin^2 50^\circ + \cos^2 40^\circ) + 4 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} - 2 + 4 = 4.$$

Câu 2: Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $A = \sin^2 3^\circ + \sin^2 15^\circ + \sin^2 75^\circ + \sin^2 87^\circ$

b) $B = \cos 0^\circ + \cos 20^\circ + \cos 40^\circ + \dots + \cos 160^\circ + \cos 180^\circ$

c) $C = \tan 5^\circ \tan 10^\circ \tan 15^\circ \dots \tan 80^\circ \tan 85^\circ$

Lời giải:

a) $A = (\sin^2 3^\circ + \sin^2 87^\circ) + (\sin^2 15^\circ + \sin^2 75^\circ)$

$$= (\sin^2 3^\circ + \cos^2 3^\circ) + (\sin^2 15^\circ + \cos^2 15^\circ) = 1 + 1 = 2$$

b) $B = (\cos 0^\circ + \cos 180^\circ) + (\cos 20^\circ + \cos 160^\circ) + \dots + (\cos 80^\circ + \cos 100^\circ)$

$$= (\cos 0^\circ - \cos 0^\circ) + (\cos 20^\circ - \cos 20^\circ) + \dots + (\cos 80^\circ - \cos 80^\circ) = 0$$

c) $C = (\tan 5^\circ \tan 85^\circ)(\tan 15^\circ \tan 75^\circ) \dots (\tan 45^\circ \tan 45^\circ)$

$$= (\tan 5^\circ \cot 5^\circ)(\tan 15^\circ \cot 15^\circ) \dots (\tan 45^\circ \cot 45^\circ) = 1$$



DẠNG 2: TÍNH GIÁ TRỊ CỦA MỘT BIỂU THỨC LƯỢNG GIÁC, KHI BIẾT TRƯỚC MỘT GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC.



PHƯƠNG PHÁP.

- Dựa vào các hệ thức lượng giác cơ bản
- Dựa vào dấu của giá trị lượng giác
- Sử dụng các hằng đẳng thức đáng nhớ



BÀI TẬP.

Câu 3: Cho $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ với $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Tính $\cos \alpha$ và $\tan \alpha$

Lời giải

Vì $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ nên $\cos \alpha < 0$ mặt khác $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ suy ra

$$\cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \frac{1}{9}} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\text{Do đó } \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{1}{3}}{-\frac{2\sqrt{2}}{3}} = -\frac{1}{2\sqrt{2}}$$

Câu 4: Cho $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$ và $\sin \alpha > 0$. Tính $\sin \alpha$ và $\cot \alpha$

Lời giải

Vì $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ và $\sin \alpha > 0$, nên $\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$ và

$$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{-\frac{2}{3}}{\frac{\sqrt{5}}{3}} = -\frac{2}{\sqrt{5}}$$

Câu 5: Cho $\tan \gamma = -2\sqrt{2}$ tính giá trị lượng giác còn lại.

Lời giải

Vì $\tan \alpha = -2\sqrt{2} < 0 \Rightarrow \cos \alpha < 0$ mặt khác $\tan^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$

$$\text{Nên } \cos \alpha = -\sqrt{\frac{1}{\tan^2 \alpha + 1}} = -\sqrt{\frac{1}{8+1}} = -\frac{1}{3}$$

$$\text{Ta có } \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow \sin \alpha = \tan \alpha \cdot \cos \alpha = -2\sqrt{2} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$



$$\Rightarrow \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{-\frac{1}{3}}{\frac{2\sqrt{2}}{3}} = -\frac{1}{2\sqrt{2}}$$

Câu 6: Cho $\cos \alpha = \frac{3}{4}$ với $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Tính $A = \frac{\tan \alpha + 3 \cot \alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } A = \frac{\tan \alpha + 3 \frac{1}{\tan \alpha}}{\tan \alpha + \frac{1}{\tan \alpha}} = \frac{\tan^2 \alpha + 3}{\tan^2 \alpha + 1} = \frac{\frac{1}{\cos^2 \alpha} + 2}{\frac{1}{\cos^2 \alpha}} = 1 + 2 \cos^2 \alpha$$

$$\text{Suy ra } A = 1 + 2 \cdot \frac{9}{16} = \frac{17}{8}$$

Câu 7: Cho $\tan \alpha = \sqrt{2}$. Tính $B = \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin^3 \alpha + 3 \cos^3 \alpha + 2 \sin \alpha}$

Lời giải

$$B = \frac{\frac{\sin \alpha}{\cos^3 \alpha} - \frac{\cos \alpha}{\cos^3 \alpha}}{\frac{\sin^3 \alpha}{\cos^3 \alpha} + \frac{3 \cos^3 \alpha}{\cos^3 \alpha} + \frac{2 \sin \alpha}{\cos^3 \alpha}} = \frac{\tan \alpha (\tan^2 \alpha + 1) - (\tan^2 \alpha + 1)}{\tan^3 \alpha + 3 + 2 \tan \alpha (\tan^2 \alpha + 1)}$$

$$\text{Suy ra } B = \frac{\sqrt{2}(2+1) - (2+1)}{2\sqrt{2} + 3 + 2\sqrt{2}(2+1)} = \frac{3(\sqrt{2}-1)}{3+8\sqrt{2}}$$

Câu 8: Biết $\sin x + \cos x = m$

a) Tìm $|\sin^4 x - \cos^4 x|$.

b) Chứng minh rằng $|m| \leq \sqrt{2}$.

Lời giải:

a) Ta có $(\sin x + \cos x)^2 = \sin^2 x + 2 \sin x \cos x + \cos^2 x = 1 + 2 \sin x \cos x$ (*)

Mặt khác $\sin x + \cos x = m$ nên $m^2 = 1 + 2 \sin x \cos x$ hay $\sin x \cos x = \frac{m^2 - 1}{2}$

Đặt $A = |\sin^4 x - \cos^4 x|$. Ta có

$$A = |(\sin^2 x + \cos^2 x)(\sin^2 x - \cos^2 x)| = |(\sin x + \cos x)(\sin x - \cos x)|$$

$$\Rightarrow A^2 = (\sin x + \cos x)^2 (\sin x - \cos x)^2 = (1 + 2 \sin x \cos x)(1 - 2 \sin x \cos x)$$

$$\Rightarrow A^2 = \left(1 + \frac{m^2 - 1}{2}\right) \left(1 - \frac{m^2 - 1}{2}\right) = \frac{3 + 2m^2 - m^4}{4}. \text{ Vậy } A = \frac{\sqrt{3 + 2m^2 - m^4}}{2}$$

b) Ta có $2 \sin x \cos x \leq \sin^2 x + \cos^2 x = 1$

Kết hợp với (*) suy ra $(\sin x + \cos x)^2 \leq 2 \Rightarrow |\sin x + \cos x| \leq \sqrt{2}$



DẠNG 3: CHỨNG MINH CÁC ĐẲNG THỨC, RÚT GỌN CÁC BIỂU THỨC LƯỢNG GIÁC



1 PHƯƠNG PHÁP.

- Sử dụng các hệ thức lượng giác cơ bản
- Sử dụng tính chất của giá trị lượng giác
- Sử dụng các hằng đẳng thức đáng nhớ.



2 BÀI TẬP.

Câu 9: Chứng minh các đẳng thức sau (giả sử các biểu thức sau đều có nghĩa)

a) $\sin^4 x + \cos^4 x = 1 - 2 \sin^2 x \cos^2 x$

b) $\frac{1 + \cot x}{1 - \cot x} = \frac{\tan x + 1}{\tan x - 1}$

c) $\frac{\cos x + \sin x}{\cos^3 x} = \tan^3 x + \tan^2 x + \tan x + 1$

Lời giải

a) $\begin{aligned} \sin^4 x + \cos^4 x &= \sin^4 x + \cos^4 x + 2 \sin^2 x \cos^2 x - 2 \sin^2 x \cos^2 x \\ &= (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2 \sin^2 x \cos^2 x \\ &= 1 - 2 \sin^2 x \cos^2 x \end{aligned}$

b) $\frac{1 + \cot x}{1 - \cot x} = \frac{1 + \frac{1}{\tan x}}{1 - \frac{1}{\tan x}} = \frac{\frac{\tan x + 1}{\tan x}}{\frac{\tan x - 1}{\tan x}} = \frac{\tan x + 1}{\tan x - 1}$

c) $\begin{aligned} \frac{\cos x + \sin x}{\cos^3 x} &= \frac{1}{\cos^2 x} + \frac{\sin x}{\cos^3 x} = \tan^2 x + 1 + \tan x (\tan^2 x + 1) \\ &= \tan^3 x + \tan^2 x + \tan x + 1 \end{aligned}$

Câu 10: Cho tam giác ABC . Chứng minh $\frac{\sin^3 \frac{B}{2}}{\cos\left(\frac{A+C}{2}\right)} + \frac{\cos^3 \frac{B}{2}}{\sin\left(\frac{A+C}{2}\right)} - \frac{\cos(A+C)}{\sin B} \cdot \tan B = 2$

Lời giải:

Vì $A + B + C = 180^\circ$ nên

$$VT = \frac{\sin^3 \frac{B}{2}}{\cos\left(\frac{180^\circ - B}{2}\right)} + \frac{\cos^3 \frac{B}{2}}{\sin\left(\frac{180^\circ - B}{2}\right)} - \frac{\cos(180^\circ - B)}{\sin B} \cdot \tan B$$



$$= \frac{\sin^3 \frac{B}{2}}{\sin \frac{B}{2}} + \frac{\cos^3 \frac{B}{2}}{\cos \frac{B}{2}} - \frac{-\cos B}{\sin B} \cdot \tan B = \sin^2 \frac{B}{2} + \cos^2 \frac{B}{2} + 1 = 2 = VP$$

Suy ra điều phải chứng minh.

Câu 11: Đơn giản các biểu thức sau (giả sử các biểu thức sau đều có nghĩa)

a) $A = \sin(90^\circ - x) + \cos(180^\circ - x) + \sin^2 x(1 + \tan^2 x) - \tan^2 x$

b) $B = \frac{1}{\sin x} \cdot \sqrt{\frac{1}{1 + \cos x} + \frac{1}{1 - \cos x}} - \sqrt{2}$

Lời giải:

a) $A = \cos x - \cos x + \sin^2 x \cdot \frac{1}{\cos^2 x} - \tan^2 x = 0$

b) $B = \frac{1}{\sin x} \cdot \sqrt{\frac{1 - \cos x + 1 + \cos x}{(1 - \cos x)(1 + \cos x)}} - \sqrt{2}$
 $= \frac{1}{\sin x} \cdot \sqrt{\frac{2}{1 - \cos^2 x}} - \sqrt{2} = \frac{1}{\sin x} \cdot \sqrt{\frac{2}{\sin^2 x}} - \sqrt{2}$
 $= \sqrt{2} \left(\frac{1}{\sin^2 x} - 1 \right) = \sqrt{2} \cot^2 x$

Câu 12: Chứng minh biểu thức sau không phụ thuộc vào x .

$$P = \sqrt{\sin^4 x + 6 \cos^2 x + 3 \cos^4 x} + \sqrt{\cos^4 x + 6 \sin^2 x + 3 \sin^4 x}$$

Lời giải

$$P = \sqrt{(1 - \cos^2 x)^2 + 6 \cos^2 x + 3 \cos^4 x} + \sqrt{(1 - \sin^2 x)^2 + 6 \sin^2 x + 3 \sin^4 x}$$

$$= \sqrt{4 \cos^4 x + 4 \cos^2 x + 1} + \sqrt{4 \sin^4 x + 4 \sin^2 x + 1} = \sqrt{(2 \cos^2 x + 1)^2} + \sqrt{(2 \sin^2 x + 1)^2}$$

$$= 2 \cos^2 x + 1 + 2 \sin^2 x + 1 = 3$$

Vậy P không phụ thuộc vào x .