



CHƯƠNG



HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC

BÀI 5. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT GÓC TỪ 0° ĐẾN 180° .



HỆ THỐNG BÀI TẬP CÂU HỎI 4 MỆNH ĐỀ TRẢ LỜI ĐÚNG/SAI.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho góc $\alpha = xOM$ với điểm $M(x_0; y_0)$ trên nửa đường tròn đơn vị.

a) $\sin \alpha = x_0; \cos \alpha = y_0$.

b) Nếu $x_0 < 0$ thì $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.

c) Nếu $x_0 = \frac{1}{3}; y_0 = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ thì giá trị $\cot \alpha = \frac{1}{2\sqrt{2}}$.

d) Nếu $x_0 = -\frac{1}{3}; y_0 = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ thì giá trị $\frac{\tan \alpha - \cot \alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha} = \frac{7}{9}$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

a) Khẳng định **SAI** vì điểm $M(x_0; y_0)$ trên nửa đường tròn đơn vị thì $\sin \alpha = y_0; \cos \alpha = x_0$

b) Khẳng định **SAI** vì $x_0 < 0$ thì $90^\circ < \alpha < 180^\circ$.

c) Khẳng định **ĐÚNG** vì điểm $M\left(\frac{1}{3}; \frac{2\sqrt{2}}{3}\right)$ trên nửa đường tròn đơn vị thì

$$\sin \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}, \cos \alpha = \frac{1}{3} \Rightarrow \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{1}{2\sqrt{2}}.$$

d) Khẳng định **ĐÚNG** vì $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}, \cos \alpha = -\frac{1}{3} \Rightarrow \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = -\frac{1}{2\sqrt{2}}, \tan \alpha = -2\sqrt{2}$ nên

$$\frac{\tan \alpha - \cot \alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha} = \frac{-2\sqrt{2} + \frac{1}{2\sqrt{2}}}{-2\sqrt{2} - \frac{1}{2\sqrt{2}}} = \frac{7}{9}.$$



Câu 2: Cho $\cot \alpha = -\sqrt{2}, (0^\circ < \alpha < 180^\circ)$.

a) $\sin \alpha > 0$

b) $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$

c) $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{6}}{3}$

d) $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

$$\sin^2 \alpha = \frac{1}{1 + \cot^2 \alpha} = \frac{1}{1 + 2} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \sin \alpha = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Do $0^\circ < \alpha < 180^\circ$ nên $\sin \alpha > 0 \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}.$

Mà $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \Rightarrow \cos \alpha = \cot \alpha \cdot \sin \alpha = -\sqrt{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{6}}{3}.$

Câu 3: Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5} (90^\circ < \alpha < 180^\circ)$.

a) $\cos \alpha > 0$

b) $\cos^2 \alpha = \frac{16}{25}$

c) $\cos \alpha = \frac{4}{5}$

d) $\tan \alpha = \frac{3}{4}$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
--------	---------	--------	--------

Vì $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}.$

Mà $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ nên $\cos \alpha < 0.$

Do đó $\cos \alpha = -\sqrt{\frac{16}{25}} = -\frac{4}{5}; \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\frac{3}{4}.$

Câu 4: Cho $\cos \alpha = -\frac{3}{4} (0^\circ < \alpha < 90^\circ)$.

a) $\sin^2 \alpha = \frac{7}{16}$

b) $\sin \alpha < 0$



c) $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{7}}{4}$

d) $\cot \alpha = -\frac{3\sqrt{7}}{7}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

Vì $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \left(-\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{7}{16}$

Mà $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ nên $\sin \alpha > 0$. Do đó $\sin \alpha = \sqrt{\frac{7}{16}} = \frac{\sqrt{7}}{4}$.

$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{\sqrt{7}}{4}}{-\frac{3}{4}} = -\frac{\sqrt{7}}{3}; \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = -\frac{3\sqrt{7}}{7}$.

Câu 5: Cho $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ với $90^\circ < \alpha < 180^\circ$.

a) $\cos \alpha < 0$

b) $\cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

c) $\tan \alpha = -\frac{1}{2\sqrt{2}}$

d) $\cot \alpha = 2\sqrt{2}$

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Vì $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ nên $\cos \alpha < 0$.

b) Ta có: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{8}{9} \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

c) Do đó: $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{1}{3}}{-\frac{2\sqrt{2}}{3}} = -\frac{1}{2\sqrt{2}}$.

Câu 6: Cho $\tan \alpha = -\frac{5}{12}$.

a) $\alpha \in (90^\circ; 180^\circ)$

b) $\cos \alpha = \frac{12}{13}$

c) $\cot \alpha = \frac{12}{5}$



d) $\sin \alpha = \frac{5}{13}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Vì $\tan \alpha = -\frac{5}{12} < 0 \Rightarrow \alpha \in (90^\circ; 180^\circ) \Rightarrow \cos \alpha < 0$.

b) Mặt khác: $\frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha = 1 + \frac{25}{144} = \frac{169}{144} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{144}{169} \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{12}{13}$.

c) Vì $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow \sin \alpha = \tan \alpha \cdot \cos \alpha = -\frac{5}{12} \cdot \left(-\frac{12}{13}\right) = \frac{5}{13}$; $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = -\frac{12}{5}$.

Câu 7: Cho $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$ và $\alpha \in (90^\circ; 180^\circ)$.

a) $\sin \alpha > 0$

b) $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3}$

c) $\cot \alpha = -\frac{2}{\sqrt{5}}$

d) $\tan \alpha = \frac{\sqrt{5}}{2}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

Vì $\alpha \in (90^\circ; 180^\circ)$ nên $\sin \alpha > 0$.

Ta có: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$ mà $\sin \alpha > 0$,

nên $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$; $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{-\frac{2}{3}}{\frac{\sqrt{5}}{3}} = -\frac{2}{\sqrt{5}}$, $\tan \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Câu 8: Cho biết $\tan \alpha = -\frac{3}{4}$, $90^\circ < \alpha < 180^\circ$.

a) $\cos \alpha > 0$

b) $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$

c) $\cot \alpha = -\frac{4}{3}$

d) $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$

Lời giải



a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

$$\text{Vì } \tan \alpha = -\frac{3}{4} \Rightarrow \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = -\frac{4}{3}.$$

Theo giả thiết: $90^\circ < \alpha < 180^\circ \Rightarrow \cos \alpha < 0$.

$$\text{Ta có: } \frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha = 1 + \left(-\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{25}{16} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{16}{25} \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{4}{5};$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow \sin \alpha = \tan \alpha \cdot \cos \alpha = -\frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) = \frac{3}{5}.$$

Câu 9: Cho góc α thỏa $\cos \alpha = \frac{1}{3}$ và $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.

a) $\tan \alpha > 0$.

b) $\sin(90^\circ + \alpha) = \frac{2}{3}$

c) Giá trị $\tan \alpha = 2\sqrt{2}$.

d) $\frac{1 + \sin^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha} = 1 + 2 \tan^2 \alpha$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) Vì $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ nên $\tan \alpha > 0$. Vậy mệnh đề **Đúng**.

b) Ta có: $\sin(90^\circ + \alpha) = \sin(180^\circ - 90^\circ - \alpha) = \sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha = \frac{1}{3}$. Vậy mệnh đề **Sai**

c) Ta có $\tan^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Leftrightarrow \tan^2 \alpha + 1 = 9 \Leftrightarrow \tan^2 \alpha = 8 \Leftrightarrow \tan \alpha = 2\sqrt{2}$ (vì $\tan \alpha > 0$)

Vậy mệnh đề **Đúng**.

d) Ta có: $\frac{1 + \sin^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{1 + \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} + \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \tan^2 \alpha + 1 + \tan^2 \alpha = 2 \tan^2 \alpha + 1$

Vậy mệnh đề **đúng**.

Câu 10: Cho góc α thỏa mãn $0^\circ < \alpha < 180^\circ$ và $\tan \alpha = 2$.

a) $\cot \alpha = \frac{1}{2}$.

b) α là góc tù.

c) $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$.

d) Giá trị của biểu thức $P = \frac{2 \sin \alpha - 3 \cos \alpha}{3 \sin \alpha + 2 \cos \alpha} = \frac{7}{8}$.

Lời giải



a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Đúng vì $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{1}{2}$.

b) sai vì α bằng $63,62^\circ$.

c) Đúng vì $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$.

d) Sai vì $P = \frac{2 \tan \alpha - 3}{3 \tan \alpha + 2} = \frac{1}{8}$.

Câu 11: Cho α là góc tù và $\sin \alpha = \frac{3}{5}$.

a) $\sin(180^\circ - \alpha) = -\frac{3}{5}$.

b) $\cos \alpha = \frac{4}{5}$

c) $\tan(180^\circ - \alpha) = \frac{3}{4}$

d) $\frac{2 \sin \alpha - 3 \cos \alpha}{3 \sin \alpha + 2 \cos \alpha} = 18$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

a) Sai. Ta có: $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha = \frac{3}{5}$.

b) Sai. Ta có: $\cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\frac{4}{5}$.

c) Đúng. Ta có: $\tan(180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha = -\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{3}{4}$.

d) Đúng. Ta có: $\frac{2 \sin \alpha - 3 \cos \alpha}{3 \sin \alpha + 2 \cos \alpha} = \frac{2 \tan \alpha - 3}{3 \tan \alpha + 2} = 18$.

Câu 12: Cho $\tan \alpha + \cot \alpha = 2$. Xét biểu thức $P = \sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha$.

a) $\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = 4$

b) $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2}$.

c) Biểu thức P được viết lại $P = 1 + 3 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$.

d) Giá trị của biểu thức P bằng $\frac{1}{4}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

a) Sai: Ta có $\tan \alpha + \cot \alpha = 2 \Leftrightarrow (\tan \alpha + \cot \alpha)^2 = 4$

b) Đúng: Ta có $\tan \alpha + \cot \alpha = 2 \Leftrightarrow \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = 2 \Leftrightarrow \frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha} = 2$.



c) Sai:

$$P = \sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^3 - 3 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = 1 - 3 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha.$$

d) Đúng: Từ $\tan \alpha + \cot \alpha = 2 \Leftrightarrow \frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha} = 2 \Leftrightarrow \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2}$

Ta lại có

$$P = \sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^3 - 3 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = 1 - 3 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$$

Vậy $P = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}.$

Câu 13: Cho góc x ; biết $\sin x = \frac{5}{13}$ và $90^\circ < x < 180^\circ$.

a) $\cos x > 0$.

b) Giá trị của biểu thức $P = 2 \sin^2 x - \cos^2 x = \frac{-94}{169}.$

c) Giá trị $\tan x = \frac{5}{12}.$

d) Giá trị của biểu thức $A = \frac{2 \tan x - \cot x}{\tan x + \cot x} = -\frac{94}{169}.$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

a) Do $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ nên $\cos x < 0$. Vậy mệnh đề **sai**.

b) Ta có: $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x = 1 - \frac{25}{169} = \frac{144}{169}.$

Do đó $P = 2 \sin^2 x - \cos^2 x = 2 \cdot \left(\frac{25}{169}\right) - \frac{144}{169} = \frac{-94}{169}.$

Vậy mệnh đề **đúng**.

c) Do $\cos x < 0$ và $\cos^2 x = \frac{144}{169}$ nên $\cos x = -\frac{12}{13}.$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = -\frac{5}{12}.$$

Vậy mệnh đề **sai**.

d) Ta có: $\tan x = -\frac{5}{12} \Rightarrow \cot x = -\frac{12}{5}.$

$$A = \frac{2 \tan x - \cot x}{\tan x + \cot x} = \frac{2 \cdot \left(-\frac{5}{12}\right) - \left(-\frac{12}{5}\right)}{-\frac{5}{12} + \left(-\frac{12}{5}\right)} = -\frac{94}{169}.$$

Vậy mệnh đề **đúng**.



Câu 14: Cho $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ với $90^\circ < \alpha < 180^\circ$.

a) Điểm M trên nửa đường tròn đơn vị phía trên trục Ox sao cho $xOM = \alpha$ có tung độ bằng $\frac{1}{3}$.

b) Giá trị $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

c) Giá trị $\cot \alpha = -2\sqrt{2}$.

d) Giá trị $\frac{\tan \alpha + 3 \cot \alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha} = \frac{25}{9}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a.) Khẳng định đúng vì điểm M trên nửa đường tròn đơn vị phía trên trục Ox sao cho $xOM = \alpha$ có $y_M = \sin \alpha \Leftrightarrow y_M = \frac{1}{3}$.

b.) Vì $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ nên $\cos \alpha < 0$ mặt khác $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ suy ra

$$\cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \frac{1}{9}} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

c.) Vì $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ nên $\cot \alpha < 0$.

$$\text{Ta có } \frac{1}{\sin^2 \alpha} = 1 + \cot^2 \alpha \Leftrightarrow \cot \alpha = -\sqrt{\frac{1}{\sin^2 \alpha} - 1} = -2\sqrt{2}.$$

d.) Vì $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ nên $\tan \alpha < 0$; $\cot \alpha < 0$.

$$\text{Ta có } \frac{1}{\sin^2 \alpha} = 1 + \cot^2 \alpha \Leftrightarrow \cot \alpha = -\sqrt{\frac{1}{\sin^2 \alpha} - 1} = -2\sqrt{2}.$$

$$\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1 \Leftrightarrow \tan \alpha = -\frac{1}{2\sqrt{2}}.$$

$$\text{Vậy } \frac{\tan \alpha + 3 \cot \alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha} = \frac{25}{9}.$$

Câu 15: Cho $\tan \alpha = \frac{1}{2}$ với $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.

a) $\sin(180^\circ - \alpha) > 0$.

b) Giá trị $\cos(180^\circ - \alpha) = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

c) Giá trị $\cot^2 \alpha = 2$.

d) Giá trị $\frac{\sin \alpha + 3 \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} = 7$.



Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

a) Mệnh đề **Đúng** vì $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ thì $\sin \alpha > 0$, ta có $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha > 0$.

b) Mệnh đề sai

Vì vì $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ thì $\cos \alpha > 0$

$$\text{Giá trị } \cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha}} = -\frac{2}{\sqrt{5}}.$$

c) Mệnh đề sai $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = 2$ nên $\cot^2 \alpha = 4$.

d) Mệnh đề sai

$$\text{Do } \cos \alpha \neq 0 \text{ nên } \frac{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + 3}{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - 1} = \frac{\tan \alpha + 3}{\tan \alpha - 1} = -7.$$

Câu 16: Cho $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ với $90^\circ < \alpha < 180^\circ$.

a) $\cos^2 \alpha = \frac{8}{9}$.

b) $\cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

c) Giá trị $\cot^2 \alpha = 8$.

d) Giá trị $\frac{5 \tan \alpha + \cot \alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha} = 4$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Mệnh đề **Đúng** vì $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{8}{9}$

b) Mệnh đề đúng vì $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\cos \alpha < 0$. Do đó: $\cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

c) Mệnh đề đúng vì $\cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} - 1 = \frac{1}{\left(\frac{1}{3}\right)^2} - 1 = 8$.

d) Mệnh đề sai



$$\frac{5 \tan \alpha + \cot \alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha} = \frac{\frac{5}{\cot \alpha} + \cot \alpha}{\frac{1}{\cot \alpha} + \cot \alpha} = \frac{5 + \cot^2 \alpha}{1 + \cot^2 \alpha} = \frac{4 + \frac{1}{\sin^2 \alpha}}{\frac{1}{\sin^2 \alpha}} = \frac{9 + 4}{9} = \frac{13}{9}.$$

Cách 2: Theo phần b ta có $\cot^2 \alpha = 8$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên

$$\cot \alpha = -\sqrt{8} = -2\sqrt{2} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{1}{\cot \alpha} = -\frac{1}{2\sqrt{2}}.$$

$$\text{Do đó: } \frac{5 \tan \alpha + \cot \alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha} = \frac{5 \cdot \left(-\frac{1}{2\sqrt{2}}\right) - 2\sqrt{2}}{-\frac{1}{2\sqrt{2}} - 2\sqrt{2}} = \frac{-5 - 8}{-1 - 8} = \frac{13}{9}.$$

Câu 17: Cho góc α thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{3}{5}$.

a) $\sin^2 \alpha = \frac{9}{25}$

b) $\cos^2 \alpha = \frac{16}{25}$

c) $\frac{\cot \alpha + \tan \alpha}{\cot \alpha - \tan \alpha} = \frac{25}{7}$

d) $\frac{1}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = \frac{7}{25}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

$$\text{Ta có: } H = \frac{\cot \alpha + \tan \alpha}{\cot \alpha - \tan \alpha} = \frac{\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}}{\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}} = \frac{\frac{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}}{\frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}} = \frac{1}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}.$$

Vì $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ nên $\sin^2 \alpha = \frac{9}{25}$ và $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = \frac{16}{25}$. Do đó:

$$H = \frac{1}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = \frac{1}{\frac{16}{25} - \frac{9}{25}} = \frac{25}{7}.$$

Câu 18: Cho $\sin \alpha = \frac{2}{3}$ ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$).

a) $\cos \alpha > 0$

b) $\cos^2 \alpha = \frac{5}{9}$

c) $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3}$

d) $\frac{\sin \alpha + \sqrt{5} \cos \alpha}{2 \sin \alpha + \cos \alpha} = \frac{7}{4 + \sqrt{5}}$



Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

$$\text{Vì } \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{5}{9}.$$

$$\text{Mà } 0^\circ < \alpha < 90^\circ \text{ nên } \cos \alpha > 0. \text{ Do đó } \cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3} \text{ nên } A = \frac{\sin \alpha + \sqrt{5} \cos \alpha}{2 \sin \alpha + \cos \alpha} = \frac{7}{4 + \sqrt{5}}.$$

Câu 19: Cho $\sin \alpha = \frac{1}{3}$.

a) $\cos^2 \alpha = \frac{8}{9}$

b) $A = \sin^2 \alpha + 3 \cos^2 \alpha = \frac{35}{9}.$

c) $B = 5 \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha = -\frac{1}{3}.$

d) $C = \sqrt{\sin^2 \alpha + 3 \cos^2 \alpha} + \sqrt{\cos^2 \alpha - 7 \sin^2 \alpha} = 2$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) Ta có: $\sin \alpha = \frac{1}{3} \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{1}{9}$. Vì $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ nên $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$

b) $A = \frac{1}{9} + 3 \cdot \frac{8}{9} = \frac{25}{9}.$

c) $B = 5 \cdot \frac{1}{9} - \frac{8}{9} = -\frac{1}{9}.$

d) $C = \sqrt{\frac{1}{9} + 3 \cdot \frac{8}{9}} + \sqrt{\frac{8}{9} - 7 \cdot \frac{1}{9}} = \frac{5}{3} + \frac{1}{3} = 2.$

Câu 20: Cho $\cos \alpha = \frac{3}{4}$.

a) $\sin^2 \alpha = \frac{7}{16}.$

b) $A = 3 \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \frac{5}{8}.$

c) $B = 5 \sin^2 \alpha - 3 \cos^2 \alpha = \frac{1}{2}.$

d) $C = \sqrt{\sin^2 \alpha + \cos^4 \alpha} + \sqrt{\sin^4 \alpha + \cos^2 \alpha} = \frac{\sqrt{193}}{9}.$

Lời giải



a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) $\cos \alpha = \frac{3}{4} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{9}{16}$. Vì $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = \frac{7}{16}$.

b) $A = 3 \cdot \frac{7}{16} + \frac{9}{16} = \frac{15}{8}$.

c) $B = 5 \cdot \frac{7}{16} - 3 \cdot \frac{9}{16} = \frac{1}{2}$.

d) $C = \sqrt{\frac{7}{16} + \left(\frac{9}{16}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{7}{16}\right)^2 + \frac{9}{16}} = \frac{\sqrt{193}}{8}$.

Câu 21: Cho tam giác ABC .

a) Tổng ba góc trong của tam giác ABC bằng 180° .

b) $\cos \frac{B+C}{2} = \sin \frac{A}{2}$.

c) $\tan \frac{A+B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2} = 1$.

d) $\frac{\sin^3 \frac{B}{2}}{\cos \left(\frac{A+C}{2} \right)} + \frac{\cos^3 \frac{B}{2}}{\sin \left(\frac{A+C}{2} \right)} - \frac{\cos(A+C)}{\sin B} \cdot \tan B = 1$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Đúng: Ta có: Tổng ba góc của tam giác bằng 180° .

b) Đúng: Vì $\cos \frac{B+C}{2} = \cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{A}{2} \right) = \sin \frac{A}{2}$.

c) Đúng: $\tan \frac{A+B}{2} = \tan \left(\frac{\pi}{2} - \frac{C}{2} \right) = \cot \frac{C}{2} \Leftrightarrow \tan \frac{A+B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2} = \cot \frac{C}{2} \cdot \tan \frac{C}{2} = 1$.

$$VT = \frac{\sin^3 \frac{B}{2}}{\cos \left(\frac{180^\circ - B}{2} \right)} + \frac{\cos^3 \frac{B}{2}}{\sin \left(\frac{180^\circ - B}{2} \right)} - \frac{\cos(180^\circ - B)}{\sin B} \cdot \tan B$$

d) Sai:

$$= \frac{\sin^3 \frac{B}{2}}{\sin \frac{B}{2}} + \frac{\cos^3 \frac{B}{2}}{\cos \frac{B}{2}} - \frac{-\cos B}{\sin B} \cdot \tan B = \sin^2 \frac{B}{2} + \cos^2 \frac{B}{2} + 1 = 2 \neq VP.$$

Câu 22: Cho biết $\sin \alpha = \frac{2}{5}$, $(90^\circ < \alpha < 180^\circ)$.



a) $\sin(180^\circ - \alpha) \neq \frac{2}{5}$.

b) $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{21}}{5}$.

c) $(\tan \alpha + \cot \alpha)^2 - (\tan \alpha - \cot \alpha)^2 = 1$.

d) $\frac{\cot \alpha - \tan \alpha}{\cot \alpha + \tan \alpha} = \frac{17}{25}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

a) Sai: Ta có: $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha = \frac{2}{5}$.

b) Đúng: Vì $90^\circ < \alpha < 180^\circ \Rightarrow \cos \alpha < 0$.

$$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1 \Leftrightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \frac{4}{25} = \frac{21}{25} \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{\sqrt{21}}{5}.$$

c) Sai: $VT = (\sin \alpha - \cos \alpha)^2 + (\sin \alpha + \cos \alpha)^2$
 $= \sin^2 \alpha - 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha + \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha + 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha + \cos^2 \alpha$
 $= 2\sin^2 \alpha + 2\cos^2 \alpha = 2(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = 2 \neq VP.$

d) Đúng: $VT = \frac{\cot \alpha - \tan \alpha}{\cot \alpha + \tan \alpha} = \frac{\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}}{\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}} = \frac{\frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}}{\frac{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}} = \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}$
 $= \frac{1 - \sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{1} = 1 - 2\sin^2 \alpha = 1 - 2 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^2 = 1 - \frac{8}{25} = \frac{17}{25} = VP$

Câu 23: Cho tam giác ABC .

a) $\sin A \leq 0$.

b) $\sin A = \sin(B + C)$.

c) $\tan A = -\tan(B + C)$.

d) $\cos 2A + \cos 2B + \cos 2C = 4\cos A \cdot \cos B \cdot \cos C$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

a) Sai: Ta có: $90^\circ < A < 180^\circ \Rightarrow \sin A > 0$

b) Đúng: Vì $\sin(B + C) = \sin(180^\circ - A) = \sin A$.

c) Đúng: $-\tan(B + C) = -\tan(180^\circ - A) = -(-\tan A) = \tan A$.



d) Sai: $VT = \cos 2A + \cos 2B + \cos 2C$
 $= 2 \cos(A+B) \cdot \cos(A-B) + 2 \cos^2 C - 1 = -2 \cos C [\cos(A-B) - \cos C] - 1$
 $= -2 \cos C [\cos(A-B) - \cos(A+B)] - 1 = -4 \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C - 1 \neq VP$

Câu 24: Cho $\tan x = 3$, ($0^\circ < x < 90^\circ$).

a) $\cot x = \frac{1}{3}$.

b) $\cos x = \frac{\sqrt{10}}{10}$.

c) $\frac{3 \sin x - 2 \cos x}{5 \cos x + 7 \sin x} < 0$.

d) $\frac{2 \sin^2 x + 3 \sin x \cdot \cos x + 4 \cos^2 x}{5 \tan^2 x + 6 \cot^2 x} = \frac{93}{137}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Đúng: Ta có: $\tan x \cdot \cot x = 1 \Rightarrow \cot x = \frac{1}{\tan x} = \frac{1}{3}$.

b) Đúng: $0^\circ < x < 90^\circ \Rightarrow \cos x > 0$.

Ta có $\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x = 10 \Rightarrow \cos^2 x = \frac{1}{10} \Rightarrow \cos x = \frac{\sqrt{10}}{10}$.

c) Sai: $\frac{3 \sin x - 2 \cos x}{5 \cos x + 7 \sin x} = \frac{3 \tan x - 2}{5 + 7 \tan x} = \frac{7}{26}$.

d) Đúng: $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \Rightarrow \sin x = \tan x \cdot \cos x$; $\cos^2 x = \frac{1}{\tan^2 x + 1}$ và $\cot x = \frac{1}{\tan x}$.

Suy ra $M = \frac{(2 \tan^2 x + 3 \tan x + 4) \cos^2 x}{5 \tan^2 x + \frac{6}{\tan^2 x}} = \frac{93}{1370}$.

Câu 25: Cho góc lượng giác x ; biết $\sin x = \frac{5}{13}$ và $90^\circ < x < 180^\circ$.

a) $\cos x > 0$.

b) Giá trị của biểu thức $P = 2 \sin^2 x - \cos^2 x = \frac{-94}{169}$.

c) Giá trị $\tan x = \frac{5}{12}$.

d) Giá trị của biểu thức $A = \frac{\cos^2 2x}{1 + \cos 4x} = \frac{169}{238}$



Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

a) Sai: Do $90^\circ < x < 180^\circ$ nên $\cos x < 0$.

b) Đúng: vì $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x = 1 - \frac{25}{169} = \frac{144}{169}$.

$$\text{Do đó } P = 2\sin^2 x - \cos^2 x = 2 \cdot \left(\frac{25}{169}\right) - \frac{144}{169} = \frac{-94}{169}.$$

c) Sai: do $\cos x < 0$ và $\cos^2 x = \frac{144}{169}$ nên $\cos x = -\frac{12}{13}$.

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = -\frac{5}{12}.$$

d) Đúng: ta có

$$A = \frac{\cos^2 2x}{1 + \cos 4x} = \frac{\cos^2 2x}{2\cos^2 2x} = \frac{1}{2\cos 2x} = \frac{1}{2(2\cos^2 x - 1)} = \frac{1}{2\left(2\left(-\frac{12}{13}\right)^2 - 1\right)} = \frac{169}{238}$$

Câu 26: Cho $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ với $90^\circ < x < 180^\circ$.

a) Điểm M trên nửa đường tròn đơn vị phía trên trục Ox sao cho $\angle xOM = \alpha$ có tung độ bằng $\frac{1}{3}$.

b) Giá trị $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

c) Giá trị $\cot \alpha = -2\sqrt{2}$.

d) Giá trị $\frac{\tan \alpha + 3\cot \alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha} = \frac{25}{9}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) Đúng: vì điểm M trên nửa đường tròn đơn vị phía trên trục Ox sao cho $\angle xOM = \alpha$ có $y_M = \sin \alpha \Leftrightarrow y_M = \frac{1}{3}$.

b) Sai: Vì $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ nên $\cos \alpha < 0$ mặt khác $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ suy ra $\cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \frac{1}{9}} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$

c) Đúng: Vì $90^\circ < x < 180^\circ$ nên $\cot \alpha < 0$.

$$\text{Ta có } \frac{1}{\sin^2 \alpha} = 1 + \cot^2 \alpha \Leftrightarrow \cot \alpha = -\sqrt{\frac{1}{\sin^2 \alpha} - 1} = -2\sqrt{2}.$$



d) Đúng: Vì $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ nên $\tan \alpha < 0$; $\cot \alpha < 0$.

Ta có $\frac{1}{\sin^2 \alpha} = 1 + \cot^2 \alpha \Leftrightarrow \cot \alpha = -\sqrt{\frac{1}{\sin^2 \alpha} - 1} = -2\sqrt{2}$.

$\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1 \Leftrightarrow \tan \alpha = -\frac{1}{2\sqrt{2}}$.

Vậy $\frac{\tan \alpha + 3 \cot \alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha} = \frac{25}{9}$

Câu 27: Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ và $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.

a) $\cos \alpha = \frac{4}{5}$.

b) $\tan \alpha = \frac{3}{4}$.

c) $\cot \alpha = \frac{3}{4}$.

d) Nếu $\cos \beta = \frac{1}{2}$ thì $\cos^2 \alpha + \sin^2 \beta = 1$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Đúng: Vì $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{4}{5}$. Vì $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ nên $\cos \alpha > 0$.

suy ra $\cos \alpha = \frac{4}{5}$.

b) Đúng: Vì $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{3}{4}$.

c) Sai: Vì $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{3}{5}} = \frac{4}{3}$.

d) Sai: Vì $\sin^2 \beta = 1 - \cos^2 \beta = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$. Do đó $\cos^2 \alpha + \sin^2 \beta = \frac{16}{25} + \frac{3}{4} = \frac{139}{100} \neq 1$.

Câu 28: Cho $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$ và $90^\circ < \alpha < 180^\circ$.

a) $\sin \alpha = \frac{4}{5}$.



b) $\tan \alpha = -\frac{3}{4}$.

c) $\cot \alpha = \frac{4}{3}$.

d) Nếu $\sin \beta = \frac{3}{5}$ và $90^\circ < \beta < 180^\circ$ thì $\sin \alpha = \cos(180^\circ - \beta)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Đúng: Vì $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \left(-\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25} \Rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{4}{5}$. Mà $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ nên $\sin \alpha > 0$. Suy ra $\sin \alpha = \frac{4}{5}$.

b) Sai: Vì $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{4}{5}}{-\frac{3}{5}} = -\frac{4}{3}$

c) Sai: Vì $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{-\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} = -\frac{3}{4}$.

d) Đúng Vì $\cos^2 \beta = 1 - \sin^2 \beta = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25} \Rightarrow \cos \beta = -\frac{4}{5}$ (do $90^\circ < \alpha < 180^\circ$).

Mà $\cos(180^\circ - \beta) = -\cos \beta = \frac{4}{5} = \sin \alpha$.

Câu 29: Cho $\tan \alpha = -2$ và $90^\circ < \alpha < 180^\circ$.

a) $\cot \alpha = -\frac{1}{2}$.

b) $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

c) $\sin \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

d) Nếu $\cot \beta = 2$ và $0^\circ < \beta < 90^\circ$ thì $\tan(90^\circ - \alpha) = \cot(180^\circ - \beta)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Đúng: Vì $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = -\frac{1}{2}$. Suy ra $\sin \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$.



b) Đúng: Vì $\frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha = 1 + (-2)^2 = 5 \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{5} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{\sqrt{5}}{5}$.

Mà $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ nên $\cos \alpha < 0$. Vậy $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{5}$.

c) Đúng: vì $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow \sin \alpha = \tan \alpha \cdot \cos \alpha = -2 \cdot \frac{-\sqrt{5}}{5} = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

d) Sai: Vì $\tan(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha = -\frac{1}{2}$. Và $\cot(180^\circ - \beta) = -\cot \beta = -2$.

Câu 30: Cho $\cot \alpha = 2$.

a) $\tan \alpha = \frac{1}{2}$.

b) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

c) $\cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

d) Nếu $\sin \beta = \frac{3}{5}$ và $(90^\circ < \beta < 180^\circ)$ thì $\sin \alpha = \tan \beta \cdot \cos \alpha$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Đúng: Vì $\tan \alpha = \frac{1}{\cot \alpha} = \frac{1}{2}$

b) Đúng: Vì $\frac{1}{\sin^2 \alpha} = 1 + \cot^2 \alpha = 1 + 2^2 = 5 \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{1}{5} \Rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{\sqrt{5}}{5}$. Mà $\cot \alpha = 2 > 0$

nên $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Vậy $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

c) Đúng: vì $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \Rightarrow \cos \alpha = \cot \alpha \cdot \sin \alpha = 2 \cdot \frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

d) Sai: Vì $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

Ta có $\cos^2 \beta = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25} \Rightarrow \cos \beta = -\frac{4}{5}$ (do $90^\circ < \beta < 180^\circ$).

Suy ra $\tan \beta = -\frac{3}{4}$.

Do đó $\tan \beta \cdot \cos \alpha = -\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} = -\frac{3}{2\sqrt{5}} \neq \sin \alpha$.



Câu 31: Cho góc α ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$) thỏa mãn $\tan \alpha = 3$.

a) $\tan \alpha + \cot \alpha = 6$.

b) $\frac{2 \cot \alpha + \tan \alpha}{2 \tan \alpha + \cot \alpha} = \frac{11}{19}$.

c) $\frac{2 \sin \alpha + \cos \alpha}{\cos \alpha - 3 \sin \alpha} = \frac{7}{8}$.

d) $\left(\frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1 \right)^n \left(\frac{1}{\sin^2 \alpha} - 1 \right)^{n-2} = \frac{1}{81}$ với $n \in \mathbb{N}$ tùy ý.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

a) Sai: $\tan \alpha + \cot \alpha = 3 + \frac{1}{3} = \frac{10}{3}$.

b) Đúng: $\frac{2 \cot \alpha + \tan \alpha}{2 \tan \alpha + \cot \alpha} = \frac{2 \cdot \frac{1}{3} + 3}{2 \cdot 3 + \frac{1}{3}} = \frac{11}{19}$.

c) Sai: $\frac{2 \sin \alpha + \cos \alpha}{\cos \alpha - 3 \sin \alpha} = \frac{2 \tan \alpha + 1}{1 - 3 \tan \alpha} = \frac{-7}{8}$.

d) Đúng: Với $n \in \mathbb{N}$ tùy ý, ta có

$$\left(\frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1 \right)^n \left(\frac{1}{\sin^2 \alpha} - 1 \right)^{n-2} = (\tan^2 \alpha)^n (\cot^2 \alpha)^{n-2} = (\cot \alpha)^{-4} = \frac{1}{81}.$$

Câu 32: Cho góc α ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$) thỏa mãn $\tan \alpha + \cot \alpha = 6$.

a) $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{6}$.

b) $\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = 34$.

c) $\tan^6 \alpha + \cot^6 \alpha = 39406$.

d) $\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha = \frac{7\sqrt{3}}{9}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Đúng: $\tan \alpha + \cot \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha} = 6 \Rightarrow \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{6}$.

b) Đúng: Ta có



$$36 = (\tan \alpha + \cot \alpha)^2 = \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha + 2 \tan \alpha \cot \alpha = \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha + 2.$$

Suy ra $\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = 34$.

c) Sai: Ta có

$$\begin{aligned} (\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha)^3 &= \tan^6 \alpha + \cot^6 \alpha + 3 \tan^4 \alpha \cot^2 \alpha + 3 \tan^2 \alpha \cot^4 \alpha \\ &= \tan^6 \alpha + \cot^6 \alpha + 3 \tan^2 \alpha + 3 \cot^2 \alpha. \end{aligned}$$

Theo câu b), ta có $\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = 34$ nên

$$34^3 = \tan^6 \alpha + \cot^6 \alpha + 3(34) \Leftrightarrow \tan^6 \alpha + \cot^6 \alpha = 34^3 - 3.34 = 39202.$$

d) Sai: Do $0^\circ < \alpha < 180^\circ$ nên $\sin \alpha > 0$.

Theo câu a), ta có $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{6}$, suy ra $\cos \alpha > 0$ nên $\sin \alpha + \cos \alpha > 0$.

$$\text{Ta có } (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha = 1 + 2 \left(\frac{1}{6} \right) = \frac{4}{3}.$$

$$\text{Do } \sin \alpha + \cos \alpha > 0 \text{ nên } \sin \alpha + \cos \alpha = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

Ta có

$$(\sin \alpha + \cos \alpha)^3 = \sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha + 3 \sin \alpha \cos \alpha (\sin \alpha + \cos \alpha).$$

$$\text{Khi đó } \left(\frac{2\sqrt{3}}{3} \right)^3 = \sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha + 3 \cdot \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{2\sqrt{3}}{3} \right) \text{ hay } \sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha = \frac{5\sqrt{3}}{9}.$$

$$\cot(90^\circ - \alpha) = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Câu 33: Cho biết

a) $\sin \alpha = \sqrt{2} \cos \alpha$.

b) $\frac{1}{\sin^2 \alpha} = 3$.

c) $\frac{2 \cos \alpha - \sin \alpha}{3 \cos^3 \alpha + \sin^3 \alpha} = \frac{75 - 24\sqrt{2}}{71}$.

d) $\frac{7 \sin^2 \alpha + 12 \sin \alpha \cos \alpha - 7 \cos^2 \alpha + 1}{-9 \sin^2 \alpha + 12 \sin \alpha \cos \alpha + 9 \cos^2 \alpha - 1} = \frac{19 - 6\sqrt{2}}{17}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

a) Sai: $\cot(90^\circ - \alpha) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ nên $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \cos \alpha = \sqrt{2} \sin \alpha$.

b) Đúng: $\frac{1}{\sin^2 \alpha} = \cot^2 \alpha + 1 = (\sqrt{2})^2 + 1 = 3$.



c) Đúng:

$$\frac{2\cos\alpha - \sin\alpha}{3\cos^3\alpha + \sin^3\alpha} = \frac{2\left(\frac{1}{\cos^2\alpha}\right) - \left(\frac{\sin\alpha}{\cos^3\alpha}\right)}{3 + \tan^3\alpha} = \frac{2(\tan^2\alpha + 1) - \tan\alpha(\tan^2\alpha + 1)}{3 + \tan^3\alpha} = \frac{75 - 24\sqrt{2}}{71}.$$

d) Đúng: Ta có

$$\frac{7\sin^2\alpha + 12\sin\alpha\cos\alpha - 7\cos^2\alpha + 1}{-9\sin^2\alpha + 12\sin\alpha\cos\alpha + 9\cos^2\alpha - 1} = \frac{7\tan^2\alpha + 12\tan\alpha - 7 + 1 + \tan^2\alpha}{-9\tan^2\alpha + 12\tan\alpha + 9 - (1 + \tan^2\alpha)} = \frac{19 - 6\sqrt{2}}{17}.$$

Câu 34: Cho $\cos\alpha = \frac{3}{4}$.

a) $\sin^2\alpha = \frac{7}{16}$

b) $A = 3\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = \frac{5}{8};$

c) $B = 5\sin^2\alpha - 3\cos^2\alpha = \frac{1}{2};$

d) $C = \sqrt{\sin^2\alpha + \cos^4\alpha} + \sqrt{\sin^4\alpha + \cos^2\alpha} = \frac{\sqrt{193}}{9}.$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Đúng: Vì $\cos\alpha = \frac{3}{4} \Rightarrow \cos^2\alpha = \frac{9}{16}$. Vì $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \Rightarrow \sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha = \frac{7}{16}$.

b) Sai: Vì $A = 3\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 3 \cdot \frac{7}{16} + \frac{9}{16} = \frac{15}{8}.$

c) Đúng: Vì $B = 5\sin^2\alpha - 3\cos^2\alpha = 5 \cdot \frac{7}{16} - 3 \cdot \frac{9}{16} = \frac{1}{2}.$

d) Sai: Vì $C = \sqrt{\sin^2\alpha + \cos^4\alpha} + \sqrt{\sin^4\alpha + \cos^2\alpha} = \sqrt{\frac{7}{16} + \left(\frac{9}{16}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{7}{16}\right)^2 + \frac{9}{16}} = \frac{\sqrt{193}}{8}.$

Câu 35: Cho $\sin\alpha = \frac{2}{3} (0^\circ < \alpha < 90^\circ)$.

a) $\cos\alpha < 0.$

b) $\cos^2\alpha = \frac{5}{9}.$

c) $\cos\alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3}.$

d) $\frac{\sin\alpha + \sqrt{5}\cos\alpha}{2\sin\alpha + \cos\alpha} = \frac{7}{4 + \sqrt{5}}.$



Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

a) Sai: Vì $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ nên $\cos \alpha > 0$.

b) Đúng: Vì $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{5}{9}$.

c) Sai: Vì $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ nên $\cos \alpha > 0$. Do đó $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$

d) Đúng: Vì $A = \frac{\sin \alpha + \sqrt{5} \cos \alpha}{2 \sin \alpha + \cos \alpha} = \frac{\frac{2}{3} + \sqrt{5} \cdot \frac{\sqrt{5}}{3}}{2 \cdot \frac{2}{3} + \frac{\sqrt{5}}{3}} = \frac{7}{4 + \sqrt{5}}$.

