



CHƯƠNG



HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC

BÀI 5. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT GÓC TỪ 0° ĐẾN 180° .



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1: Cho góc α , $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{3}{5}$. Tính giá trị biểu thức $P = 2\cos \alpha - 1$

Lời giải

Trả lời: 2,6

$$\text{Ta có: } \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = -\frac{4}{5}$$

$$\text{Vậy } P = 2 \cdot \cos \alpha - 1 = 2 \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) - 1 = -\frac{13}{5}$$

Câu 2: Cho góc α , $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ thỏa mãn $\cos \alpha = \frac{5}{13}$. Tìm $\sin \alpha$ (làm tròn đến hàng phần mười)

Lời giải

Trả lời: 0,9

$$\text{Ta có: } \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \left(\frac{5}{13}\right)^2 = \frac{144}{169}$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \frac{12}{13}$$

Câu 3: Cho góc x , $0^\circ < x < 90^\circ$ thỏa mãn $\tan x = \frac{1}{2}$. Tìm $\cos x$ (làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,89

$$\text{Ta có: } 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\Leftrightarrow \cos^2 x = \frac{1}{1 + \tan^2 x} = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow \cos x = \frac{2\sqrt{5}}{5} \approx 0,89$$

Câu 4: Cho góc x , $90^\circ < x < 180^\circ$ thỏa mãn $\cot x = -\frac{3}{5}$. Tìm $\sin x$ (làm tròn đến hàng phần trăm)



Lời giải

Trả lời: 0,86

Ta có: $1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$

$$\Leftrightarrow \sin^2 x = \frac{1}{1 + \cot^2 x} = \frac{1}{1 + \left(-\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{25}{34}$$

$$\Rightarrow \sin x = \frac{5\sqrt{34}}{34} \approx 0,86$$

Câu 5: Cho góc α thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{3}{4}$. Tính giá trị của biểu thức: $P = 2 \cos^2 \alpha - 3 \tan^2 \alpha$ (làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: - 2,98

Ta có:

$$\begin{aligned} P &= 2 \cos^2 \alpha - 3 \tan^2 \alpha = 2(1 - \sin^2 \alpha) - \frac{3 \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} \\ &= 2 - 2 \sin^2 \alpha - \frac{3 \sin^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha} = 2 - 2 \left(\frac{3}{4}\right)^2 - \frac{3 \left(\frac{3}{4}\right)^2}{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2} = -\frac{167}{56} \end{aligned}$$

Câu 6: Cho góc x thỏa mãn $\tan x = -\frac{2}{3}$. Tính giá trị của biểu thức: $A = \frac{3 \sin x - 4 \cos x}{2 \cos x - 5 \sin x}$ (làm tròn đến hàng phần mười)

Lời giải

Trả lời: -1,1

$$\text{Ta có: } A = \frac{3 \sin x - 4 \cos x}{2 \cos x - 5 \sin x} = \frac{3 \tan x - 4}{2 - 5 \tan x} = \frac{3 \left(-\frac{2}{3}\right) - 4}{2 - 5 \left(-\frac{2}{3}\right)} = -\frac{9}{8}$$

Câu 7: Cho góc x thỏa mãn $\cot x = \frac{4}{3}$. Tính giá trị của biểu thức: $B = \frac{3}{\sin^2 x} - \frac{\sin x - 2 \cos x}{\cos x + 4 \sin x}$ (làm tròn đến hàng phần mười)

Lời giải

Trả lời: 8,6

Ta có:

$$\begin{aligned} B &= \frac{3}{\sin^2 x} - \frac{\sin x - 2 \cos x}{\cos x + 4 \sin x} = 3(1 + \cot^2 x) - \frac{1 - 2 \cot x}{\cot x + 4} \\ &= 3 \left(1 + \left(\frac{4}{3}\right)^2\right) - \frac{1 - 2 \left(\frac{4}{3}\right)}{\frac{4}{3} + 4} = \frac{415}{48} \end{aligned}$$

Câu 8: Biết $\cos \alpha = \frac{-1}{2}$. Tính giá trị đúng của biểu thức $P = 4 \sin^2 \alpha + 8 \tan^2 \alpha$



Lời giải

Trả lời: 27

$$\text{Ta có } P = 4\sin^2 \alpha + 8\tan^2 \alpha = 4(1 - \cos^2 \alpha) + 8\left(\frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1\right)$$

$$P = 4\left(1 - \frac{1}{4}\right) + 8(4 - 1) = 3 + 24 = 27$$

Câu 9: Cho biết $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ ($90^\circ < \alpha < 180^\circ$). Giá trị của biểu thức $A = \tan \alpha - \cos \alpha$ bằng (làm tròn đến hàng phần mười)

Lời giải

Trả lời: 0,4

$$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\text{Vì } 90^\circ < \alpha < 180^\circ \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ và } \tan \alpha = \frac{-1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{Vậy } A = \tan \alpha - \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

Câu 10: Cho hai góc α và β với $\alpha + \beta = 180^\circ$, tìm giá trị của biểu thức: $P = 1 - \sin \alpha \sin \beta + \cos \alpha \cos \beta$

Lời giải

Trả lời: 0

$$\text{Vì 2 góc } \alpha \text{ và } \beta \text{ bù nhau nên ta có: } \begin{cases} \sin \beta = \sin \alpha \\ \cos \beta = -\cos \alpha \end{cases}$$

$$\text{Do đó: } P = 1 - \sin \alpha \sin \alpha - \cos \alpha \cos \alpha$$

$$P = 1 - (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)$$

$$P = 1 - 1 = 0$$

Câu 11: Cho $\sin \alpha = -\frac{1}{4}$. Tính giá trị biểu thức $P = 2\cos^2 \alpha - 4\sin^2 \alpha$. (làm tròn đến hàng phần mười)

Lời giải

Trả lời: 1,6

$$\text{Do } \sin \alpha = -\frac{1}{4} \Rightarrow \begin{cases} \sin^2 \alpha = \frac{1}{16} \\ \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } P = 2 \cdot \frac{15}{16} - 4 \cdot \frac{1}{16} = \frac{13}{8}.$$

Câu 12: Cho α là góc tù và $\sin \alpha = \frac{4}{5}$. Giá trị của biểu thức $A = \sin \alpha - 2\cos \alpha$ là

Lời giải

Trả lời: 2

$$\text{Vì } \sin \alpha = \frac{4}{5} \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = -\frac{3}{5}.$$



Vậy $A = \frac{4}{5} - 2 \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) = 2$.

Câu 13: Tính giá trị của biểu thức $T = 5\sin^2 2^\circ + \sin^2 22^\circ + \sin^2 68^\circ + 5\sin^2 88^\circ$ được:

Lời giải

Trả lời: 6

Ta có:
$$\begin{cases} \sin 2^\circ = \cos 88^\circ \\ \sin 22^\circ = \cos 68^\circ \end{cases}$$

Do đó $T = 5\cos^2 88^\circ + \cos^2 68^\circ + \sin^2 68^\circ + 5\sin^2 88^\circ$

$$T = 5(\cos^2 88^\circ + \sin^2 88^\circ) + (\cos^2 68^\circ + \sin^2 68^\circ)$$

$$T = 5 \cdot 1 + 1 = 6$$

Câu 14: Tính giá trị của biểu thức $F = \cos 0^\circ + \cos 10^\circ + \cos 20^\circ + \cos 30^\circ + \dots + \cos 170^\circ + \cos 180^\circ$.

Lời giải

Trả lời: 0

Với 2 góc bù nhau ta luôn có: $\cos \alpha = -\cos(180^\circ - \alpha) \Rightarrow \cos \alpha + \cos(180^\circ - \alpha) = 0$.

Do đó: $F = (\cos 0^\circ + \cos 180^\circ) + (\cos 10^\circ + \cos 170^\circ) + (\cos 20^\circ + \cos 160^\circ) + \dots + \cos 90^\circ$

$$\Rightarrow F = 0$$

Câu 15: Cho góc α với $\sin \alpha = \frac{1}{3}$. Tính giá trị biểu thức $Q = 3\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$ (làm tròn đến hàng phần mười)

Lời giải

Trả lời: 1,2

$$Q = 3\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 2\sin^2 \alpha + 1 = 2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 + 1 = \frac{11}{9}.$$

Câu 16: Biểu thức $A = 3(\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha) - 2(\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha)$ có giá trị bằng

Lời giải

Trả lời: 1

Ta có

$$\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 - 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha.$$

$$\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha = (\sin^2 \alpha)^3 + (\cos^2 \alpha)^3 = \sin^4 \alpha - \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + \cos^4 \alpha = 1 - 3\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha.$$

$$A = 3(1 - 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha) - 2(1 - 3\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha) = 1.$$

Câu 17: Biết $\sin \alpha = \frac{2}{5}$. Tính giá trị biểu thức $B = \frac{\cot \alpha - \tan \alpha}{\cot \alpha + \tan \alpha}$

Lời giải

Trả lời: 0,68

Ta có:



$$B = \frac{\cot \alpha - \tan \alpha}{\cot \alpha + \tan \alpha} = \frac{\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}}{\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}} = \frac{\frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha}}{\frac{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha}} = \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}$$

$$= \frac{1 - \sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{1} = 1 - 2\sin^2 \alpha = 1 - 2 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^2 = 1 - \frac{8}{25} = \frac{17}{25}.$$

Câu 18: Cho góc x với $\cos x = -\frac{1}{2}$. Tính giá trị biểu thức $S = 3\tan^2 x + 5\sin^2 x$ (làm tròn đến hàng phần mười)

Lời giải

Trả lời: 12,8

$$S = 3\tan^2 x + 5\sin^2 x = (1 - \cos^2 x) \left(\frac{3}{\cos^2 x} + 5 \right) = \left(1 - \frac{1}{4} \right) (12 + 5) = \frac{51}{4}.$$

Câu 19: Giá trị biểu thức $A = \sin 101^\circ + \sin 79^\circ - \cos 11^\circ + \cos 169^\circ$ bằng:

Lời giải

Trả lời: 0

$$\begin{aligned} A &= \sin 101^\circ + \sin 79^\circ - \cos 11^\circ + \cos 169^\circ \\ &= \sin 101^\circ + \sin 79^\circ - \cos 11^\circ - \cos 11^\circ \\ &= \sin 79^\circ + \sin 79^\circ - \sin 79^\circ - \sin 79^\circ \\ &= 2\sin 79^\circ - 2\sin 79^\circ = 0. \end{aligned}$$

Câu 20: Cho góc α thỏa mãn $\cos \alpha = \frac{1}{3}$. Giá trị của biểu thức $P = \sin \alpha + \frac{1}{\cos \alpha}$ bằng (làm tròn đến hàng phần mười)

Lời giải

Trả lời: 3,9

$$\text{Ta có: } \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Leftrightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$$

$$\text{Với } \cos \alpha = \frac{1}{3} \Rightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{8}{9} \Leftrightarrow \sin \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\text{Vậy: } P = \sin \alpha + \frac{1}{\cos \alpha} = \frac{2\sqrt{2}}{3} + \frac{1}{\frac{1}{3}} = \frac{2\sqrt{2}}{3} + 3 = \frac{9 + 2\sqrt{2}}{3} \approx 3,9$$

Câu 21: Cho biết $\sin \frac{\alpha}{3} = \frac{3}{5}$. Tính giá trị của $P = 3\sin^2 \frac{\alpha}{3} + 5\cos^2 \frac{\alpha}{3}$ (làm tròn đến hàng phần mười)

Lời giải

Trả lời: 4,3

$$\text{Ta có biểu thức } \sin^2 \frac{\alpha}{3} + \cos^2 \frac{\alpha}{3} = 1 \Leftrightarrow \cos^2 \frac{\alpha}{3} = 1 - \sin^2 \frac{\alpha}{3} = \frac{16}{25}.$$

$$\text{Do đó ta có } P = 3\sin^2 \frac{\alpha}{3} + 5\cos^2 \frac{\alpha}{3} = 3 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^2 + 5 \cdot \frac{16}{25} = \frac{107}{25} \approx 4,3$$

Câu 22: Cho $\tan \alpha = 2$. Giá trị của $A = \frac{3\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha}$ là:

Lời giải

Trả lời: 7



Ta có: $A = \frac{3 \sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} = \frac{3 \tan \alpha + 1}{\tan \alpha - 1} = 7.$

Câu 23: Cho biết $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$. Tính giá trị của $P = \frac{\cot \alpha + 3 \tan \alpha}{2 \cot \alpha + \tan \alpha}$ (làm tròn đến hàng phần mười)

Lời giải

Trả lời: 1,5

Ta có biểu thức $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Leftrightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = \frac{5}{9}.$

Ta có: $P = \frac{\cot \alpha + 3 \tan \alpha}{2 \cot \alpha + \tan \alpha} = \frac{\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} + 3 \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}}{2 \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}} = \frac{\cos^2 \alpha + 3 \sin^2 \alpha}{2 \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha} = \frac{\left(-\frac{2}{3}\right)^2 + 3 \cdot \frac{5}{9}}{2 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^2 + \frac{5}{9}} = \frac{19}{13}.$

Câu 24: Cho biết $\cos \alpha + \sin \alpha = \frac{1}{3}$. Tính giá trị của $P = \sqrt{\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha}$

Lời giải

Trả lời: 1,75

Ta có $\cos \alpha + \sin \alpha = \frac{1}{3} \rightarrow (\cos \alpha + \sin \alpha)^2 = \frac{1}{9}$

$\Leftrightarrow 1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{9} \Leftrightarrow \sin \alpha \cos \alpha = -\frac{4}{9}.$

Ta có:

$$P = \sqrt{\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha} = \sqrt{(\tan \alpha + \cot \alpha)^2 - 2 \tan \alpha \cot \alpha} = \sqrt{\left(\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}\right)^2 - 2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha}\right)^2 - 2} = \sqrt{\left(\frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha}\right)^2 - 2} = \sqrt{\left(-\frac{9}{4}\right)^2 - 2} = \frac{7}{4}.$$

Câu 25: Cho góc x thỏa mãn $0^\circ < x < 180^\circ$ và $\tan x = -2$, giá trị của biểu thức $A = \frac{2 \sin^2 x + \cos^2 x}{\sin^2 x + 2 \cos^2 x}$ là

Lời giải

Trả lời: 1,5

$A = \frac{2 \sin^2 x + \cos^2 x}{\sin^2 x + 2 \cos^2 x} = \frac{2 \tan^2 x + 1}{\tan^2 x + 2} = \frac{2 \cdot 4 + 1}{4 + 2} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}.$

Câu 26: Cho góc x thỏa mãn $0^\circ < x < 180^\circ$ và $\tan x = 3$, giá trị của biểu thức $A = \frac{\sin^2 x + 2 \cos^2 x + 1}{3 \sin^2 x + \cos^2 x - 1}$ là (làm tròn đến hàng phần mười)

Lời giải

Trả lời: 1,2

Ta có $A = \frac{\sin^2 x + 2 \cos^2 x + 1}{3 \sin^2 x + \cos^2 x - 1} = \frac{\tan^2 x + 2 + (1 + \tan^2 x)}{3 \tan^2 x + 1 - (1 + \tan^2 x)} = \frac{9 + 2 + (1 + 9)}{3 \cdot 9 + 1 - (1 + 9)} = \frac{7}{6}.$

Câu 27: Cho góc x thỏa mãn $0^\circ < x < 180^\circ$ và $\cot x = 2$, giá trị của biểu thức $A = \frac{\sin x - 3 \cos x}{\sin x + \cos x}$ là (làm tròn đến hàng phần mười)

Lời giải

Trả lời: -1,7



Ta có $A = \frac{\sin x - 3 \cos x}{\sin x + \cos x} = \frac{1 - 3 \cot x}{1 + \cot x} = \frac{1 - 3.2}{1 + 2} = \frac{-5}{3}$.

Câu 28: Cho góc x thỏa mãn $0^\circ < x < 180^\circ$ và $\cot x = 4$, giá trị của biểu thức $A = \frac{\sin^2 x + \cos^2 x + 2}{\sin^2 x + 2 \cos^2 x - 2}$ là

Lời giải

Trả lời: -51

Ta có $A = \frac{\sin^2 x + \cos^2 x + 2}{\sin^2 x + 2 \cos^2 x - 2} = \frac{1 + \cot^2 x + 2(1 + \cot^2 x)}{1 + 2 \cot^2 x - 2(1 + \cot^2 x)} = \frac{1 + 16 + 2(1 + 16)}{1 + 2.16 - 2(1 + 16)} = -51$

Câu 29: Tính giá trị biểu thức $C = \frac{\sin a + 5 \cos a}{\sin^3 a - 2 \cos^3 a}$ khi $\tan a = 2$. (làm tròn đến hàng phần mười)

Lời giải

Trả lời: 5,8

$C = \frac{\sin a + 5 \cos a}{\sin^3 a - 2 \cos^3 a} = \frac{\tan a (1 + \tan^2 a) + 5(1 + \tan^2 a)}{\tan^3 a - 2} = \frac{35}{6}$.

Câu 30: Biểu thức $A = \cos 20^\circ + \cos 40^\circ + \cos 60^\circ + \dots + \cos 160^\circ + \cos 180^\circ$ có giá trị bằng

Lời giải

Trả lời: -1

Ta có $\cos \alpha = -\cos(180^\circ - \alpha)$ ($0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$).

Suy ra $\cos \alpha + \cos(180^\circ - \alpha) = 0$.

Vậy $A = (\cos 20^\circ + \cos 160^\circ) + (\cos 40^\circ + \cos 140^\circ) + (\cos 60^\circ + \cos 120^\circ) + (\cos 80^\circ + \cos 100^\circ) + \cos 180^\circ = \cos 180^\circ = -1$.

Câu 31: Cho $\cot \alpha = -3\sqrt{2}$ với $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Khi đó giá trị $\sin \alpha + \frac{\cos \alpha}{\sqrt{2}}$ bằng (làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: -0,46

Ta có $\frac{1}{\sin^2 \alpha} = 1 + \cot^2 \alpha = 1 + 18 = 19 \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{1}{19} \Rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{1}{\sqrt{19}}$

Vì $90^\circ < \alpha < 180^\circ \Rightarrow \sin \alpha > 0 \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{19}} \Rightarrow \cos \alpha = \sin \alpha \cdot \cot \alpha = -\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{19}}$

Suy ra $\sin \alpha + \frac{\cos \alpha}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{19}} - \frac{3}{\sqrt{19}} = -\frac{2\sqrt{19}}{19}$.

Câu 32: Cho $\cos x = \frac{1}{2}$. Tính biểu thức $P = 3 \sin^2 x + 4 \cos^2 x$

Lời giải

Trả lời: 3,25

Ta có $P = 3 \sin^2 x + 4 \cos^2 x = 3(\sin^2 x + \cos^2 x) + \cos^2 x = 3 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{13}{4}$.

Câu 33: Biết α là một góc từ 0° đến 180° thỏa mãn $\tan \alpha + \cot \alpha = \frac{5}{2}$ và $\sin \alpha > \cos \alpha$. Tính $\sin \alpha$. (làm tròn đến hàng phần trăm)



Lời giải

Trả lời: 0,89

$$\text{Ta có } \tan \alpha + \cot \alpha = \frac{5}{2} \Leftrightarrow \tan \alpha + \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{5}{2} \Leftrightarrow 2 \tan^2 \alpha - 5 \tan \alpha + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \tan \alpha = 2 \\ \tan \alpha = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Rõ ràng trong cả 2 trường hợp ta đều có $\tan \alpha > 0$ nên $\cos \alpha > 0$, vậy giả thiết

$$\sin \alpha > \cos \alpha \Leftrightarrow \tan \alpha > 1. \text{ Từ đó ta có } \tan \alpha = 2 \Rightarrow \cot \alpha = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Ta lại có } \frac{1}{\sin^2 \alpha} = 1 + \cot^2 \alpha = 1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4} \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{4}{5} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}.$$

Câu 34: Biết α là một góc từ 0° đến 180° thỏa mãn $\sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{2}{5}$ và $\tan \alpha < 1$. Tính $\tan \alpha$.

Lời giải

Trả lời: 0,5

$$\text{Từ giả thiết } \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{2}{5} \text{ suy ra } \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha = \frac{4}{25} \Leftrightarrow \sin^2 \alpha \cdot (1 - \sin^2 \alpha) = \frac{4}{25}$$

$$\Leftrightarrow \sin^4 \alpha - \sin^2 \alpha + \frac{4}{25} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin^2 \alpha = \frac{1}{5} \\ \sin^2 \alpha = \frac{4}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}} \\ \sin \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}} \end{cases}$$

$$\text{Với } \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}, \text{ suy ra } \cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}, \text{ ta có } \tan \alpha = \frac{1}{2} \text{ (tm).}$$

$$\text{Với } \sin \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}, \text{ suy ra } \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}, \text{ ta có } \tan \alpha = 2.$$

Câu 35: Cho α là góc nhọn và thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{1}{3}$. Giá trị của biểu thức $M = \frac{\tan \alpha - 3 \cot \alpha + 2}{\tan \alpha + \cot \alpha}$ là (làm tròn đến hàng phần mười)

Lời giải

Trả lời: -1,9

$$\text{Ta có } \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}, \text{ suy ra } \cos \alpha = \pm \frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

$$\text{theo giả thiết: } \alpha \text{ là góc nhọn nên } \cos \alpha > 0, \text{ suy ra } \cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\text{Khi đó } \tan \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}; \cot \alpha = 2\sqrt{2}. \text{ Vậy } M = \frac{\frac{\sqrt{2}}{4} - 3 \cdot 2\sqrt{2} + 2}{\frac{\sqrt{2}}{4} + 2\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2} - 23}{9}.$$

Câu 36: Cho α là góc tù và $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{4}{5}$. Giá trị của $M = \sin \alpha - 2 \cos \alpha$ là (làm tròn đến hàng phần mười)

Lời giải

Trả lời: 1,8

$$\text{Theo giả thiết ta có: } \sin \alpha = \frac{4}{5} + \cos \alpha, \text{ và } \cos \alpha < 0$$



$$\text{mà } \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Leftrightarrow \left(\frac{4}{5} + \cos \alpha \right)^2 + \cos^2 \alpha = 1 \Leftrightarrow \cos \alpha = \frac{-4 \pm \sqrt{34}}{10}$$

$$\text{suy ra } \cos \alpha = \frac{-4 - \sqrt{34}}{10}; \sin \alpha = \frac{4 - \sqrt{34}}{10}. \text{ Vậy } M = \frac{12 + \sqrt{34}}{10}.$$

Câu 37: Cho 2 góc α và β với $\alpha + \beta = 180^\circ$. Tính giá trị biểu thức $P = \sin \alpha \cdot \sin \beta - \cos \alpha \cdot \cos \beta$

Lời giải

Trả lời: 1

Vì $\alpha + \beta = 180^\circ$ nên α và β là 2 góc bù nhau.

Do đó: $\sin \alpha = \sin \beta, \cos \alpha = -\cos \beta$

Vậy: $P = \sin \alpha \cdot \sin \beta - \cos \alpha \cdot \cos \beta = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$.

Câu 38: Cho tam giác ABC . Tính giá trị biểu thức $P = \sin A \cdot \cos(B+C) + \cos A \cdot \sin(B+C)$

Lời giải

Trả lời: 0

Ta có $A+B+C=180^\circ \Rightarrow B+C=180^\circ-A$

Do đó: $\cos(B+C) = \cos(180^\circ-A) = -\cos A$ và $\sin(B+C) = \sin(180^\circ-A) = \sin A$

Vậy: $P = \sin A \cdot \cos(B+C) + \cos A \cdot \sin(B+C) = -\sin A \cdot \cos A + \cos A \cdot \sin A = 0$.

Câu 39: Tính giá trị biểu thức sau: $E = -4 \tan 32^\circ \cdot \tan 58^\circ + \sin 32^\circ \cdot \cos 58^\circ + \sin 58^\circ \cdot \cos 32^\circ$

Lời giải

Trả lời: -3

Ta có:

$$\begin{aligned} E &= -4 \tan 32^\circ \cdot \tan 58^\circ + \sin 32^\circ \cdot \cos 58^\circ + \sin 58^\circ \cdot \cos 32^\circ \\ &= -4 \tan 32^\circ \cdot \cot 32^\circ + \sin 32^\circ \cdot \sin 32^\circ + \cos 32^\circ \cdot \cos 32^\circ \\ &= -4 \tan 32^\circ \cdot \cot 32^\circ + (\sin^2 32^\circ + \cos^2 32^\circ) \\ &= -4 \cdot 1 + 1 = -3 \end{aligned}$$

Câu 40: Cho $\tan a = -3$ ($0^\circ \leq a \leq 180^\circ$). Khi đó $B = \frac{\sin^2 a + 2 \sin a \cdot \cos a - 2 \cos^2 a}{2 \sin^2 a - 3 \sin a \cdot \cos a + 4 \cos^2 a}$ bằng (làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,03

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } B &= \frac{\sin^2 a + 2 \sin a \cdot \cos a - 2 \cos^2 a}{2 \sin^2 a - 3 \sin a \cdot \cos a + 4 \cos^2 a} \\ &= \frac{\frac{\sin^2 a}{\cos^2 a} + 2 \frac{\sin a \cdot \cos a}{\cos^2 a} - 2 \frac{\cos^2 a}{\cos^2 a}}{2 \frac{\sin^2 a}{\cos^2 a} - 3 \frac{\sin a \cdot \cos a}{\cos^2 a} + 4 \frac{\cos^2 a}{\cos^2 a}} = \frac{\tan^2 a + 2 \tan a - 2}{2 \tan^2 a - 3 \tan a + 4} = \frac{9 + 2 \cdot (-3) - 2}{2 \cdot 9 - 3 \cdot (-3) + 4} = \frac{1}{31} \end{aligned}$$

Câu 41: Cho $D = \cos^2 10^\circ + \cos^2 20^\circ + \cos^2 30^\circ + \dots + \cos^2 180^\circ$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

Lời giải

Trả lời: 8

Công thức áp dụng: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha \Rightarrow \cos 80^\circ = \sin 10^\circ, \cos 70^\circ = \sin 20^\circ, \cos 60^\circ = \sin 30^\circ, \cos 50^\circ = \sin 40^\circ$



$$\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha \Rightarrow \cos 170^\circ = -\cos 10^\circ, \cos 160^\circ = -\cos 20^\circ, \dots, \cos 100^\circ = -\cos 80^\circ$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } D &= \cos^2 10^\circ + \cos^2 20^\circ + \cos^2 30^\circ + \dots + \cos^2 180^\circ \\ &= \cos^2 10^\circ + \cos^2 20^\circ + \dots + \cos^2 80^\circ + \cos^2 90^\circ + \cos^2 100^\circ + \dots + \cos^2 160^\circ + \cos^2 170^\circ + \cos^2 180^\circ \\ &= \cos^2 10^\circ + \cos^2 20^\circ + \dots + \cos^2 80^\circ + \cos^2 90^\circ + \cos^2 80^\circ + \dots + \cos^2 20^\circ + \cos^2 10^\circ + 1 \\ &= 2(\cos^2 10^\circ + \cos^2 20^\circ + \dots + \cos^2 80^\circ) + \cos^2 90^\circ + 1 \\ &= 2(\cos^2 10^\circ + \cos^2 20^\circ + \cos^2 30^\circ + \cos^2 40^\circ + \cos^2 50^\circ + \cos^2 60^\circ + \cos^2 70^\circ + \cos^2 80^\circ) + 0 + 1 \\ &= 2(\cos^2 10^\circ + \cos^2 20^\circ + \cos^2 30^\circ + \cos^2 40^\circ + \sin^2 40^\circ + \sin^2 30^\circ + \sin^2 20^\circ + \sin^2 10^\circ) + 1 \\ &= 2(\sin^2 10^\circ + \cos^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \cos^2 20^\circ + \sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ + \sin^2 40^\circ + \cos^2 40^\circ) + 1 \\ &= 2(1+1+1+1) + 1 = 9 \end{aligned}$$

Câu 42: Cho biểu thức

$$P(x) = \left[\tan(-x) \cdot \tan\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \frac{1}{\cos^2\left(x - \frac{\pi}{2}\right)} - \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) \cdot \frac{1}{\sin(\pi - x)} \right] \sin^2(2\pi - x) + 2\cos^2 x$$

Rút gọn biểu thức $P(x)$ ta được $P(x) = m \cdot \sin^2 x + n \cdot \cos^2 x$. Tính $S = m^2 + n^2$?

Lời giải

Trả lời: 9

$$\begin{aligned} P(x) &= \left[\tan(-x) \cdot \tan\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \frac{1}{\cos^2\left(x - \frac{\pi}{2}\right)} - \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) \cdot \frac{1}{\sin(\pi - x)} \right] \sin^2(2\pi - x) + 2\cos^2 x \\ &= \left[\tan x \cdot \cot x \frac{1}{\sin^2 x} + \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \cdot \frac{1}{\sin x} \right] \sin^2 x + 2\cos^2 x \\ &= \cot^2 x \sin^2 x + 2\cos^2 x \\ &= 3\cos^2 x. \end{aligned}$$

Vậy $m = 0; n = 3 \Rightarrow S = 9$.

Câu 43: Cho $\cot \alpha = 5$. Khi đó $A = \frac{\sin \alpha - 2\cos \alpha}{7\sin^3 \alpha + 4\cos^3 \alpha}$ bằng (làm tròn đến hàng phần mười)

Lời giải

Trả lời: -0,46

Do $\cot \alpha = 5$ suy ra $\sin \alpha \neq 0$.

Từ đó ta có:

$$A = \frac{\sin \alpha - 2\cos \alpha}{7\sin^3 \alpha + 4\cos^3 \alpha} = \frac{\frac{\sin \alpha}{\sin^3 \alpha} - \frac{2\cos \alpha}{\sin^3 \alpha}}{7 + 4\cot^3 \alpha} = \frac{(1 - 2\cot \alpha)(1 + \cot^2 \alpha)}{7 + 4\cot^3 \alpha} = \frac{(1 - 2.5)(1 + 5^2)}{7 + 4.5^3} = -\frac{6}{13}.$$

Câu 44: Cho $\sin \alpha = -\frac{1}{3}$. Tính giá trị của biểu thức $D = \frac{\cot \alpha - 2\tan \alpha}{2\cot \alpha - \tan \alpha}$ được:

Lời giải

Trả lời: 0,4



$$\text{Ta có: } D = \frac{\cot \alpha - 2 \tan \alpha}{2 \cot \alpha - \tan \alpha} = \frac{\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} - 2 \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}}{2 \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}} = \frac{\cos^2 \alpha - 2 \sin^2 \alpha}{2 \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}.$$

$$\text{Vì } \sin \alpha = -\frac{1}{3} \text{ nên } \sin^2 \alpha = \frac{1}{9} \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}.$$

$$\text{Vậy } D = \frac{\frac{8}{9} - 2 \cdot \frac{1}{9}}{2 \cdot \frac{8}{9} - \frac{1}{9}} = \frac{2}{5}.$$

Câu 45: Cho $\tan \alpha = 2$. Tính giá trị của biểu thức $E = 2 \sin^2 \alpha - 3 \sin \alpha \cos \alpha + 1$?

Lời giải

Trả lời: 1,4

$$\text{Ta có: } \frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha = 5 \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{5} \Rightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = \frac{4}{5}.$$

$$\text{Mà } E = 2 \sin^2 \alpha - 3 \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \cos^2 \alpha + 1 = 2 \sin^2 \alpha - 3 \tan \alpha \cdot \cos^2 \alpha + 1$$

$$\text{Nên } E = 2 \cdot \frac{4}{5} - 3 \cdot 2 \cdot \frac{1}{5} + 1 = \frac{7}{5}.$$

Câu 46: Biết $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ với $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Giá trị biểu thức $M = \frac{3 \sin \alpha + 2 \cos \alpha}{6 + 16 \cot^2 \alpha}$ bằng

Lời giải

Trả lời: 0,08

Với $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ ta có $\cos \alpha < 0$

$$\Rightarrow \cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \frac{16}{25}} = -\frac{3}{5}; \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = -\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{4} = -\frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow M = \frac{3 \sin \alpha + 2 \cos \alpha}{6 + 16 \cot^2 \alpha} = \frac{3 \cdot \frac{4}{5} + 2 \left(-\frac{3}{5}\right)}{6 + 16 \cdot \frac{9}{16}} = \frac{2}{25}.$$

Câu 47: Biết $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$. Giá trị của biểu thức $P = \sqrt{\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha}$ là (làm tròn đến hàng phần mười)

Lời giải

Trả lời: 0,8

$$\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow (\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = \frac{1}{5} \Rightarrow 1 - 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{1}{5} \Rightarrow \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{2}{5}$$

$$P = \sqrt{\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha} = \sqrt{(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 - 2 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - 2 \left(\frac{2}{5}\right)^2} = \frac{\sqrt{17}}{5}.$$

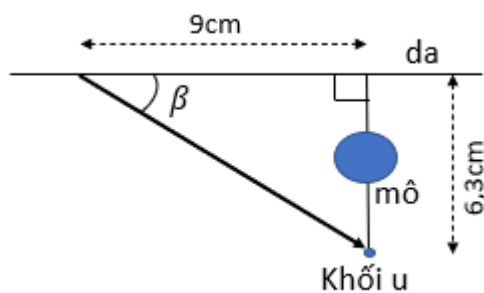
Câu 48: Xạ phẫu gamma knife là phương pháp điều trị u não bằng cách sử dụng bức xạ gamma tập trung, hội tụ chính xác vào tổn thương, không làm hại mô lành. Nếu khối u của bệnh nhân cách mặt da 6,3 cm, bác sĩ đặt nguồn tia cách khối u 9 cm để tránh làm tổn thương mô thì góc tạo bởi chùm tia với mặt da là bao nhiêu?



Lời giải

Trả lời: 35

Từ đề bài ta có hình vẽ sau:



Gọi β là góc tạo bởi chùm tia với mặt da. Ta có: $\tan \beta = \frac{6,3}{9} = \frac{7}{10}$.

$\Rightarrow \beta \approx 35^\circ$.

