



CHƯƠNG

III

HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC

BÀI 6. HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 1. ĐỊNH LÝ COSIN, ÁP DỤNG ĐỊNH LÝ COSIN ĐỂ GIẢI TOÁN

Câu 1: Cho tam giác ABC , mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cos A$.

B. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$.

C. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos C$.

D. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos B$.

Lời giải

Chọn B

Theo định lý cosin trong tam giác ABC , ta có $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$.

Câu 2: Cho tam giác ABC có $C = 60^\circ, BC = 9cm, AC = 7cm$. Tính A ?

A. 68° .

B. 86° .

C. 27° .

D. 72° .

Lời giải

Áp dụng định lý cosin trong tam giác ABC ta có: $AB = \sqrt{7^2 + 9^2 - 2 \cdot 7 \cdot 9 \cdot \cos 60^\circ} \approx 8,2$

Áp dụng định lý sin ta có: $\frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow \sin A = \frac{BC \cdot \sin C}{AB} = \frac{9 \cdot \sin 60^\circ}{8,2} \approx 0,9505$

Suy ra $A \approx 72^\circ$.

Câu 3: Tam giác ABC có $A = 120^\circ$ thì đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $a^2 = b^2 + c^2 - 3bc$.

B. $a^2 = b^2 + c^2 + bc$.

C. $a^2 = b^2 + c^2 + 3bc$.

D. $a^2 = b^2 + c^2 - bc$.

Lời giải

Áp dụng định lý hàm số cos tại đỉnh A ta có: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$.

$$\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos 120^\circ \Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 + bc.$$

Câu 4: Cho $\triangle ABC$ có $B = 60^\circ, BC = 8, AB = 5$. Độ dài cạnh AC bằng:

A. 49

B. 7

C. $\sqrt{129}$.

D. 129

Lời giải

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos B = 25 + 64 - 2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \cos 60^\circ = 49 \Rightarrow AC = 7$$

Câu 5: Cho tam giác ABC , biết $a = 24, b = 13, c = 15$. Tính góc A ?

A. $28^\circ 37'$.

B. $58^\circ 24'$.

C. $117^\circ 49'$.

D. $33^\circ 34'$.



Lời giải

Chọn C

Ta có: $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{13^2 + 15^2 - 24^2}{2.13.15} = -\frac{7}{15} \Rightarrow A = 117^\circ 49'$.

Câu 6: Cho tam giác ABC có $a=8, b=10$, góc C bằng 60° . Độ dài cạnh c là

- A.** $c=3\sqrt{21}$. **B.** $c=7\sqrt{2}$. **C.** $c=2\sqrt{11}$. **D.** $c=2\sqrt{21}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C = 8^2 + 10^2 - 2.8.10 \cos 60^\circ = 84$. Suy ra $c = \sqrt{84} = 2\sqrt{21}$.

Câu 7: Cho tam giác ABC , $BC=a, CA=b, AB=c$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $\cos C = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{bc}$ **B.** $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$
C. $\cos C = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2bc}$ **D.** $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{ab}$

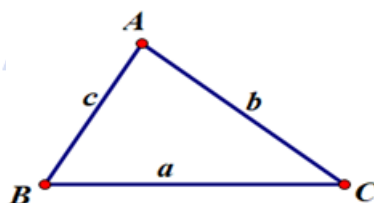
Lời giải

Chọn B

Hệ quả của định lí hàm số Cosin trong tam giác ABC , $BC=a, CA=b, AB=c$

Ta có $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$

Câu 8: Cho tam giác ABC có $a=6, b=10$, góc C bằng 60° .



Độ dài cạnh c bằng

- A.** $c=14$ **B.** $c=2\sqrt{19}$ **C.** $c=\sqrt{106}$ **D.** $c=4$

Lời giải

Chọn B

Ta có

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C = 36 + 100 - 2.6.10 \cos 60^\circ = 76$$

$$\Rightarrow c = \sqrt{76} = 2\sqrt{19}$$

Câu 9: Tam giác ABC có $C=150^\circ, BC=\sqrt{3}, AC=2$. Tính cạnh AB .

- A.** $\sqrt{3}$. **B.** 10. **C.** 1. **D.** $\sqrt{13}$.

Lời giải

Chọn D



Theo định lí cosin:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2.AC.BC.\cos C = 2^2 + \sqrt{3}^2 - 2.2.\sqrt{3}.\cos 150^\circ = 13 \Rightarrow AB = \sqrt{13}$$

Câu 10: Cho tam giác ABC , biết $a=24, b=13, c=15$. Tính A .

- A.** $28^037'$. **B.** $58^024'$. **C.** $33^034'$. **D.** $117^049'$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{13^2 + 15^2 - 24^2}{2.13.15} = -\frac{7}{15} \Rightarrow A \approx 117^049'$$

Câu 11: Cho tam giác ABC có $AB=c, AC=b, BC=a$ với $a=5, b=7, c=8$. Giá trị $\cos A$ là:

- A.** $\frac{3}{14}$. **B.** $\frac{5}{14}$. **C.** $\frac{9}{14}$. **D.** $\frac{11}{14}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Theo định lí cosin ta có } \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{49 + 64 - 25}{112} = \frac{11}{14}$$

Câu 12: Cho tam giác ABC có $a=8, b=10$, góc C bằng 60° . Độ dài cạnh c là?

- A.** $c=3\sqrt{21}$. **B.** $c=7\sqrt{2}$. **C.** $c=2\sqrt{11}$. **D.** $c=2\sqrt{21}$.

Lời giải

Chọn D

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

$$c^2 = 8^2 + 10^2 - 2.8.10 \cos 60^\circ \Rightarrow c = 2\sqrt{21}$$

Câu 13: Cho $\triangle ABC$ có $AB=13, AC=8$ và $BC=7$. Tính số đo của góc ACB .

- A.** 60° . **B.** 120° . **C.** 30° . **D.** 90° .

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \cos ACB = \frac{CA^2 + CB^2 - AB^2}{2.CA.CB} = \frac{8^2 + 7^2 - 13^2}{2.8.7} = -\frac{1}{2}$$

Suy ra $ACB = 120^\circ$.

Câu 14: Cho tam giác ABC có $a=7; b=6; C=60^\circ$. Độ dài cạnh c là

- A.** $\sqrt{37}$. **B.** $\sqrt{43}$. **C.** $\sqrt{127}$. **D.** $\sqrt{93}$.

Lời giải

Chọn B

Theo định lý cosin ta có:



$$c^2 = a^2 + b^2 - 2a.b.\cos C = 7^2 + 6^2 - 2.7.6.\cos 60^\circ = 49 + 36 - 42 = 43.$$

Vậy $c = \sqrt{43}$.

Câu 15: Cho $\triangle ABC$ có $c=4; a=5; \hat{B}=60^\circ$. Tính độ dài b .

A. $\sqrt{24}$.

B. 9.

C. $\sqrt{52}$.

D. $\sqrt{21}$.

Lời giải

Chọn D

Theo định lý côsin ta có $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos B = 5^2 + 4^2 - 2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot \cos 60^\circ = 21$, suy ra $b = \sqrt{21}$.

Câu 16: Cho tam giác ABC có $AC=b=6, AB=c=16$ và $\hat{A}=60^\circ$. Tính độ dài cạnh $BC=a$

A. $a=14$.

B. $a=12$.

C. $a=15$.

D. $a=18$.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng định lý côsin, ta có $a^2 = b^2 + c^2 - 2.b.c.\cos 60^\circ \Leftrightarrow a^2 = 196 \Rightarrow a = 14$

Câu 17: Tam giác ABC có $a=8, c=3, \hat{B}=60^\circ$. Độ dài cạnh b bằng.

A. $\sqrt{61}$.

B. $\sqrt{97}$.

C. 7.

D. 49.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng Định lý cosin trong tam giác ABC :

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B = 8^2 + 3^2 - 2.8.3.\cos 60^\circ = 57.$$

$$\Rightarrow b = \sqrt{49} = 7.$$

Câu 18: Cho tam giác ABC có $a=13, b=24, c=15$. Tính góc B .

A. $117^\circ 49'$

B. $58^\circ 24'$

C. $28^\circ 37'$

D. $33^\circ 34'$

Lời giải

Chọn A

Áp dụng hệ quả định lý côsin, ta có:

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = -\frac{7}{15} \Rightarrow B \approx 117^\circ 49'$$

Câu 19: Tam giác ABC có $a=8, c=3, B=60^\circ$. Độ dài cạnh b bằng.

A. 7.

B. $\sqrt{97}$.

C. $\sqrt{61}$.

D. 49.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng định lý cosin:

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac.\cos B$$

$$= 8^2 + 3^2 - 2.8.3.\cos 60^\circ = 49$$

$$\Rightarrow b = 7$$



Câu 20: Tam giác ABC có $a=1$, $b=2$ và $c=\sqrt{3}$. Số đo góc A bằng

- A. 45° . B. 90° . C. 60° . **D. 30° .**

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{2^2 + \sqrt{3}^2 - 1^2}{2 \cdot 2 \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow A = 30^\circ.$$

Câu 21: Tam giác $\triangle ABC$ có $A=60^\circ$, $b=5$ và $c=2$. Tính độ dài cạnh a .

- A. $\sqrt{39}$. B. 39. C. 19. **D. $\sqrt{19}$.**

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2bc \cos A} = \sqrt{5^2 + 2^2 - 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot \cos 60^\circ} = \sqrt{19}.$$

Câu 22: Cho tam giác ABC có cạnh $AB=a$, $AC=a\sqrt{3}$ và $BC=a\sqrt{7}$. Tính góc BAC .

- A. 120° . **B. 150° .** C. 30° . D. 60° .

Lời giải

Chọn B

$$\text{Áp dụng định lí cosin: } \cos BAC = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC} = \frac{a^2 + 3a^2 - 7a^2}{2 \cdot a \cdot a\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ do đó}$$

$$BAC = 150^\circ.$$

Câu 23: Cho tam giác ABC có $AB=4$, $AC=5$ và $\cos A = \frac{3}{5}$. Độ dài cạnh BC bằng

- A. 17. B. $3\sqrt{2}$. C. 18. **D. $\sqrt{17}$.**

Lời giải

Chọn D

Áp dụng định lí cosin:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A = 16 + 25 - 2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \frac{3}{5} = 17 \Rightarrow BC = \sqrt{17}.$$

Câu 24: Cho tam giác ABC có $a=8$, $b=10$, góc C bằng 60° . Độ dài cạnh c là?

- A. $c=3\sqrt{21}$. B. $c=7\sqrt{2}$. C. $c=2\sqrt{11}$. **D. $c=2\sqrt{21}$.**

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C = 8^2 + 10^2 - 2 \cdot 8 \cdot 10 \cdot \cos 60^\circ = 84 \Rightarrow c = 2\sqrt{21}.$$

Câu 25: Cho $\triangle ABC$ có $b=6$, $c=8$, $A=60^\circ$. Độ dài cạnh a là:

- A. $2\sqrt{13}$.** B. $3\sqrt{12}$. C. $2\sqrt{37}$. D. $\sqrt{20}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A = 36 + 64 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos 60^\circ = 52 \Rightarrow a = 2\sqrt{13}.$$

Câu 26: Cho $\triangle ABC$ có $B=60^\circ$, $a=8$, $c=5$. Độ dài cạnh b bằng:



- A.** 7. **B.** 129. **C.** 49. **D.** $\sqrt{129}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B = 8^2 + 5^2 - 2.8.5. \cos 60^\circ = 49 \Rightarrow b = 7$.

Câu 27: Cho $\triangle ABC$ có $AB = 9$; $BC = 8$; $B = 60^\circ$. Tính độ dài AC .

- A.** $\sqrt{73}$. **B.** $\sqrt{217}$. **C.** 8. **D.** $\sqrt{113}$.

Lời giải

Chọn A

Theo định lý cosin có:

$$AC^2 = BA^2 + BC^2 - 2BA.BC. \cos ABC = 73 \Rightarrow AC = \sqrt{73}.$$

Vậy $AC = \sqrt{73}$.

Câu 28: Cho tam giác ABC có $AB = 2$, $AC = 1$ và $A = 60^\circ$. Tính độ dài cạnh BC .

- A.** $BC = \sqrt{2}$. **B.** $BC = 1$. **C.** $BC = \sqrt{3}$. **D.** $BC = 2$.

Lời giải

Chọn C

Theo định lý cosin ta có: $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB.AC. \cos 60^\circ}$

$$= \sqrt{2^2 + 1^2 - 2.2.1. \frac{1}{2}} = \sqrt{3}.$$

Câu 29: Tam giác ABC có $a = 8$, $c = 3$, $B = 60^\circ$. Độ dài cạnh b bằng bao nhiêu?

- A.** 49. **B.** $\sqrt{97}$ **C.** 7. **D.** $\sqrt{61}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B = 8^2 + 3^2 - 2.8.3. \cos 60^\circ = 49 \Rightarrow b = 7$.

Câu 30: Tam giác ABC có $C = 150^\circ$, $BC = \sqrt{3}$, $AC = 2$. Tính cạnh AB ?

- A.** $\sqrt{13}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** 10. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Theo định lý cosin trong $\triangle ABC$ ta có:

$$AB^2 = CA^2 + CB^2 - 2CA.CB. \cos C = 13 \Rightarrow AB = \sqrt{13}. \text{ Chọn A}$$

Câu 31: Cho a, b, c là độ dài 3 cạnh của tam giác ABC . Biết $b = 7$; $c = 5$; $\cos A = \frac{4}{5}$. Tính độ dài của a .

- A.** $3\sqrt{2}$. **B.** $\frac{7\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{23}{8}$. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng định lý cosin cho tam giác ABC ta có:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc. \cos A = 7^2 + 5^2 - 2.7.5. \frac{4}{5} = 18.$$

Suy ra: $a = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$.



Câu 32: Cho $xOy = 30^\circ$. Gọi A, B là 2 điểm di động lần lượt trên Ox, Oy sao cho $AB = 2$. Độ dài lớn nhất của OB bằng bao nhiêu?

A. 4.

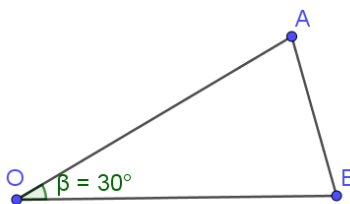
B. 3.

C. 6.

D. 2.

Lời giải

Chọn A



Áp dụng định lí cosin: $AB^2 = OA^2 + OB^2 - 2OA \cdot OB \cdot \cos 30^\circ \Leftrightarrow 4 = OA^2 + OB^2 - 2OA \cdot OB \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\Leftrightarrow OA^2 - \sqrt{3} \cdot OB \cdot OA + OB^2 - 4 = 0.$$

Coi phương trình là một phương trình bậc hai ẩn OA . Để tồn tại giá trị lớn nhất của OB thì $\Delta_{(*)} \geq 0 \Leftrightarrow (\sqrt{3}OB)^2 - 4(OB^2 - 4) \geq 0 \Leftrightarrow OB^2 \leq 16 \Leftrightarrow OB \leq 4$.

Vậy $\max OB = 4$.

Câu 33: Cho a, b, c là độ dài 3 cạnh của một tam giác. Mệnh đề nào sau đây không đúng?

A. $a^2 < ab + ac$.

B. $a^2 + c^2 < b^2 + 2ac$.

C. $b^2 + c^2 > a^2 + 2bc$.

D. $ab + bc > b^2$.

Lời giải

Chọn C

Do $b^2 + c^2 - a^2 = 2bc \cdot \cos A \leq 2bc \Rightarrow b^2 + c^2 \leq a^2 + 2bc$ nên mệnh đề C sai.

Áp dụng bất đẳng thức tam giác ta có $a < b + c \Rightarrow a^2 < ab + ac$; đáp án A đúng.

Tương tự $a + c > b \Rightarrow ab + bc > b^2$; mệnh đề D đúng.

Ta có: $a^2 + c^2 - b^2 = 2ac \cdot \cos B < 2ac \Rightarrow a^2 + c^2 < b^2 + 2ac$; mệnh đề B đúng.

Câu 34: Cho tam giác ABC có $AB = 4$ cm, $BC = 7$ cm, $AC = 9$ cm. Tính $\cos A$.

A. $\cos A = -\frac{2}{3}$.

B. $\cos A = \frac{1}{2}$.

C. $\cos A = \frac{1}{3}$.

D. $\cos A = \frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC} = \frac{4^2 + 9^2 - 7^2}{2 \cdot 4 \cdot 9} = \frac{2}{3}.$$

Câu 35: Cho tam giác ABC có $a^2 + b^2 - c^2 > 0$. Khi đó:

A. Góc $C > 90^\circ$

B. Góc $C < 90^\circ$

C. Góc $C = 90^\circ$

D. Không thể kết luận được gì về góc C .

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}.$$

Mà: $a^2 + b^2 - c^2 > 0$ suy ra: $\cos C > 0 \Rightarrow C < 90^\circ$.

Câu 36: Cho tam giác ABC thỏa mãn: $b^2 + c^2 - a^2 = \sqrt{3}bc$. Khi đó:



A. $A = 30^0$.

B. $A = 45^0$.

C. $A = 60^0$.

D. $A = 75^0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{\sqrt{3}bc}{2bc} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow A = 30^0$.

Câu 37: Cho tam giác ABC , biết $a = 24, b = 13, c = 15$. Tính góc A ?

A. $33^034'$.

B. $117^049'$.

C. $28^037'$.

D. $58^024'$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{13^2 + 15^2 - 24^2}{2.13.15} = -\frac{7}{15} \Rightarrow A \approx 117^049'$.

Câu 38: Tam giác ABC có $AB = 9$ cm, $BC = 15$ cm, $AC = 12$ cm. Khi đó đường trung tuyến AM của tam giác có độ dài là

A. 10 cm.

B. 9 cm.

C. 7,5 cm.

D. 8 cm.

Lời giải

Chọn C

Ta có $AM^2 = \frac{AB^2 + AC^2}{2} - \frac{BC^2}{4} = \frac{9^2 + 12^2}{2} - \frac{15^2}{4} = \frac{225}{4} \Rightarrow AM = \frac{15}{2}$.

Câu 39: Cho tam giác ABC có $AB = 3, BC = 5$ và độ dài đường trung tuyến $BM = \sqrt{13}$. Tính độ dài AC .

A. $\sqrt{11}$.

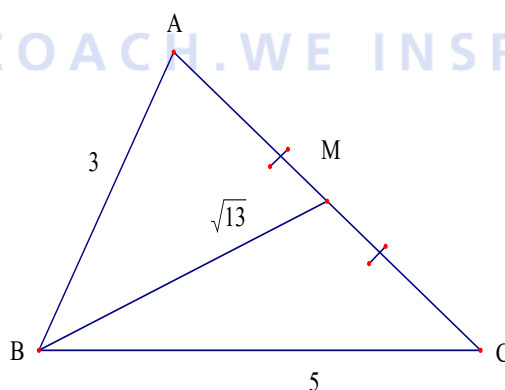
B. 4.

C. $\frac{9}{2}$.

D. $\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn B



Theo công thức tính độ dài đường trung tuyến; ta có:

$$BM^2 = \frac{BA^2 + BC^2}{2} - \frac{AC^2}{4} \Leftrightarrow (\sqrt{13})^2 = \frac{3^2 + 5^2}{2} - \frac{AC^2}{4} \Leftrightarrow AC = 4.$$

Câu 40: Cho $\triangle ABC$ vuông ở A , biết $C = 30^0$, $AB = 3$. Tính độ dài trung tuyến AM ?

A. 3

B. 4

C. $\frac{5}{2}$

D. $\frac{7}{2}$

Lời giải

Chọn A



AM là trung tuyến ứng với cạnh huyền nên $AM = \frac{1}{2}BC = BM = MC$.

Xét $\triangle BAC$ có $B = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$.

Xét tam giác ABM có $BM = AM$ và $B = 60^\circ$ suy ra $\triangle ABM$ là tam giác đều.

$\Rightarrow AM = AB = 3$.

Câu 41: Tam giác ABC có $a=6, b=4\sqrt{2}, c=2$. M là điểm trên cạnh BC sao cho $BM=3$. Độ dài đoạn AM bằng bao nhiêu?

A. $\sqrt{9}$.

B. 9.

C. 3.

D. $\frac{1}{2}\sqrt{108}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: Trong tam giác ABC có $a=6 \Rightarrow BC=6$ mà $BM=3$ suy ra M là trung điểm BC .

Suy ra: $AM^2 = m_a^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4} = 9 \Rightarrow AM = 3$.

Câu 42: Cho $\triangle ABC$ có $AB=2; AC=3; A=60^\circ$. Tính độ dài đường phân giác trong góc A của tam giác ABC .

A. $\frac{12}{5}$.

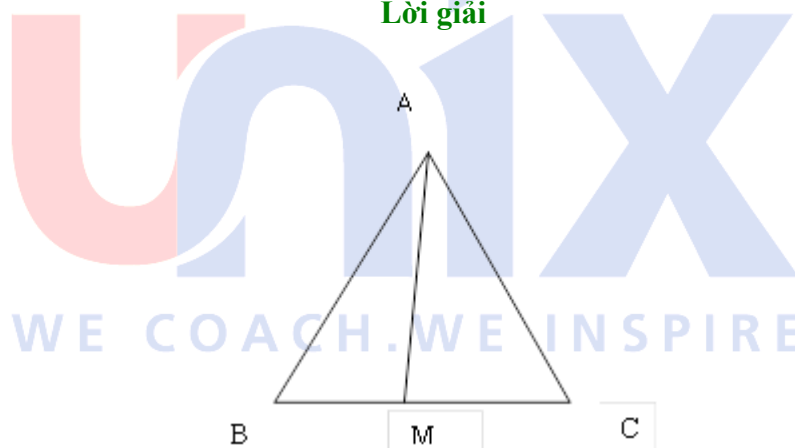
B. $\frac{6\sqrt{2}}{5}$.

C. $\frac{6\sqrt{3}}{5}$.

D. $\frac{6}{5}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi M là chân đường phân giác góc **A.**

Ta có $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos A = 7 \Rightarrow BC = \sqrt{7}$.

Lại có $\frac{BM}{CM} = \frac{AB}{AC} = \frac{2}{3}$.

Suy ra $BM = \frac{2\sqrt{7}}{5}$.

Áp dụng định lý cosin trong tam giác ABM ta được:

$$AM^2 = AB^2 + BM^2 - 2AB.BM.\cos ABC = AB^2 + BM^2 - 2AB.BM.\frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2.AB.BC} = \frac{108}{25}.$$

$\Rightarrow AM = \frac{6\sqrt{3}}{5}$.

CÁCH 2

Gọi M là chân đường phân giác trong của góc A .



Vì đoạn thẳng AM chia tam giác ABC thành hai phần nên ta có:

$$S_{ABC} = S_{ABM} + S_{ACM} \Leftrightarrow \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin BAC = \frac{1}{2} AB \cdot AM \cdot \sin BAM + \frac{1}{2} AC \cdot AM \cdot \sin MAC$$

$$\Leftrightarrow AM = \frac{AB \cdot AC \cdot \sin 60^\circ}{(AB + AC) \cdot \sin 30^\circ}.$$

$$\Leftrightarrow AM = \frac{6\sqrt{3}}{5}.$$

$$\text{Vậy } AM = \frac{6\sqrt{3}}{5}.$$

DẠNG 2. ĐỊNH LÝ SIN, ÁP DỤNG ĐỊNH LÝ SIN ĐỂ GIẢI TOÁN

Câu 43: Cho tam giác ABC . Tìm công thức sai:

A. $\frac{a}{\sin A} = 2R.$

B. $\sin A = \frac{a}{2R}.$

C. $b \sin B = 2R.$

D. $\sin C = \frac{c \sin A}{a}.$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R.$

Câu 44: Cho $\triangle ABC$ với các cạnh $AB = c, AC = b, BC = a$. Gọi R, r, S lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp và diện tích của tam giác ABC . Trong các phát biểu sau, phát biểu nào **sai**?

A. $S = \frac{abc}{4R}.$

B. $R = \frac{a}{\sin A}.$

C. $S = \frac{1}{2} ab \sin C.$

D. $a^2 + b^2 - c^2 = 2ab \cos C.$

Lời giải

Chọn B

Theo định lý Sin trong tam giác, ta có $\frac{a}{\sin A} = 2R.$

Câu 45: Cho $\triangle ABC$ có $BC = a, BAC = 120^\circ$. Bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ là

A. $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$

B. $R = \frac{a}{2}.$

C. $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$

D. $R = a.$

Lời giải

Theo định lý sin trong tam giác ta có $2R = \frac{BC}{\sin BAC} \Rightarrow R = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{\sin 120^\circ} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$

Câu 46: Cho tam giác ABC có $C = 75^\circ, B = 45^\circ, BC = 7cm$. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp R tam giác ABC ?

A. 6.

B. 8,5.

C. 9.

D. 4.

Lời giải

Ta tính được $A = 60^\circ$

Áp dụng định lý sin ta có: $\frac{BC}{\sin A} = 2R \Rightarrow R = \frac{BC}{2 \sin A} = \frac{7}{2 \sin 60^\circ} \approx 4.$



Câu 47: Cho tam giác ABC có $C = 75^\circ$, $B = 45^\circ$, $BC = 7\text{cm}$. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp R tam giác ABC ?

- A. 6. B. 8,5. C. 9. **D. 4.**

Lời giải

Ta tính được $A = 60^\circ$

$$\text{Áp dụng định lý sin ta có: } \frac{BC}{\sin A} = 2R \Rightarrow R = \frac{BC}{2 \sin A} = \frac{7}{2 \sin 60^\circ} \approx 4.$$

Câu 48: Cho tam giác nhọn ABC có $BC = 2a$ và bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $R = a\sqrt{2}$. Số đo của góc A là

- A. $A = 60^\circ$. B. $A = 30^\circ$. **C. $A = 45^\circ$.** D. $A = 90^\circ$.

Lời giải

$$\text{Áp dụng định lý sin cho tam giác } ABC \text{ ta có } 2R = \frac{BC}{\sin A} \Rightarrow \sin A = \frac{1}{2} \cdot \frac{BC}{R} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2a}{a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Vì tam giác ABC nhọn $\Rightarrow A = 45^\circ$.

Câu 49: Cho tam giác ABC có $B = 60^\circ$, $C = 75^\circ$ và $AC = 10$. Khi đó, độ dài cạnh BC bằng

- A. $\frac{10\sqrt{6}}{3}$. B. $5\sqrt{6}$. C. $\frac{5\sqrt{6}}{3}$. D. 10.

Lời giải

Ta có $A = 180^\circ - 60^\circ - 75^\circ = 45^\circ$.

Áp dụng định lý Sin cho tam giác ABC , ta có:

$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} \Leftrightarrow BC = \frac{AC \cdot \sin A}{\sin B} = \frac{10 \cdot \sin 45^\circ}{\sin 60^\circ} = \frac{10\sqrt{6}}{3}.$$

Câu 50: Trong $\triangle ABC$ bất kì có $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$. Bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ là:

- A. $R = \frac{a}{\sin A}$. B. $R = \frac{b}{\sin A}$. **C. $R = \frac{a}{2 \sin A}$.** D. $R = \frac{c}{2 \sin A}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Áp dụng định lý sin cho tam giác } ABC: \frac{a}{\sin A} = 2R \Rightarrow R = \frac{a}{2 \sin A}$$

Câu 51: Cho tam giác ABC với $a = BC$; $b = AC$; $c = AB$ và R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Trong các công thức sau công thức nào đúng?

- A. $\frac{a}{\sin B} = \frac{b}{\sin A}$. **B. $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$.**
C. $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = \frac{1}{4R}$. D. $\frac{b}{\sin C} = \frac{c}{\sin B}$.



Lời giải

Chọn B

♦ Vì theo định lí sin ta có $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$.

Câu 52: Tam giác ABC vuông tại A có $BC = 8\sqrt{3}$ cm. Tính bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

- A. $R = 16\sqrt{3}$ cm. B. $R = 2\sqrt{3}$ cm. **C. $R = 4\sqrt{3}$ cm.** D. $R = 8\sqrt{3}$ cm.

Lời giải

Chọn C

Tam giác ABC vuông tại A nên bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $R = \frac{1}{2}BC = 4\sqrt{3}$ cm.

Câu 53: Cho $\triangle ABC$ có $AB = c, BC = a, AC = b$, R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác. Công thức nào sau đây **sai**?

- A. $\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$. **B. $\frac{a}{\sin A} = R$.** C. $\frac{b}{\sin B} = 2R$. D. $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 54: Tam giác ABC có $B = 60^\circ, C = 45^\circ$ và $AB = 5$. Tính độ dài cạnh AC .

- A. $AC = 5\sqrt{2}$. B. $AC = 5\sqrt{3}$. C. $AC = 10$. **D. $AC = \frac{5\sqrt{6}}{2}$.**

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C} \Leftrightarrow \frac{AC}{\sin 60^\circ} = \frac{5}{\sin 45^\circ} \Rightarrow AC = \frac{5}{\sin 45^\circ} \cdot \sin 60^\circ = 5 \frac{\sqrt{6}}{2}$.

Câu 55: Cho tam giác ABC có $a = 8, c = 2\sqrt{21}$, góc C bằng 60° . Tính $\sin A$?

- A. $\frac{4\sqrt{7}}{7}$. **B. $\frac{2\sqrt{7}}{7}$.** C. $\frac{\sqrt{7}}{7}$. D. $\frac{3\sqrt{7}}{7}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C} \Leftrightarrow \frac{8}{\sin A} = \frac{2\sqrt{21}}{\sin 60^\circ} \Rightarrow \sin A = \frac{8 \cdot \sin 60^\circ}{2\sqrt{21}} = 2 \frac{\sqrt{7}}{7} \Rightarrow A = 49^\circ 6'$.

Câu 56: Cho tam giác ABC đều cạnh a . Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$ **C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$** D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Lời giải



Chọn C

Ta có: $\frac{a}{\sin A} = 2R \Leftrightarrow \frac{a}{\sin 60^\circ} = 2R \Rightarrow R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

Câu 57: Gọi R là bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$. Công thức nào sau đây **sai**?

A. $\sin C = \frac{c}{2R}$. **B.** $a = 2R \sin A$. **C.** $b \sin B = 2R$. **D.** $\sin B = \frac{b \sin A}{a}$.

Lời giải

Chọn C

Công thức: $\frac{b}{\sin B} = 2R$ nên đáp án C là sai.

Câu 58: Cho tam giác ABC có $A = 45^\circ$, $B = 60^\circ$, $BC = 8$. Độ dài của cạnh AC bằng

A. $\frac{8\sqrt{6}}{3}$ **B.** $2\sqrt{6}$ **C.** $\frac{4\sqrt{6}}{3}$ **D.** $4\sqrt{6}$

Lời giải

Chọn D

♦ Ta áp dụng định lý sin ta có $\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} \Rightarrow AC = \frac{BC \sin B}{\sin A} = \frac{8 \cdot \sin 60^\circ}{\sin 45^\circ} = \frac{8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 4\sqrt{6}$.

Câu 59: Cho tam giác ABC có $A = 45^\circ$, $BC = 8$. Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có độ dài bằng

A. $2\sqrt{2}$ **B.** $\sqrt{2}$ **C.** $4\sqrt{2}$ **D.** $8\sqrt{2}$

Lời giải

Chọn C

Áp dụng định lý sin ta có $\frac{a}{\sin A} = 2R \Rightarrow R = \frac{a}{2 \sin A} = \frac{8}{2 \sin 45^\circ} = 4\sqrt{2}$

Câu 60: Cho tam giác ABC có góc $BAC = 60^\circ$ và cạnh $BC = \sqrt{3}$. Tính bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

A. $R = 2$. **B.** $R = 3$. **C.** $R = 4$. **D.** $R = 1$.

Lời giải

Chọn D

Xét tam giác ABC có $\frac{BC}{\sin BAC} = 2R \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{\sin 60^\circ} = 2R \Leftrightarrow R = 1$.

Câu 61: Cho tam giác ABC , mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\frac{c}{\sin C} = R$. **B.** $\frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C}$. **C.** $\frac{a}{\sin B} = \frac{b}{\sin A}$. **D.** $\frac{a}{\sin C} = \frac{c}{\sin A}$.



Lời giải

Chọn B

Áp dụng định lý sin suy ra được: $\frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C}$.

Câu 62: Cho tam giác ABC có các cạnh $BC = a, AC = b, AB = c$; p là nửa chu vi và S là diện tích của tam giác ABC . Hỏi bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có thể được tính theo công thức nào dưới đây?

- A.** $R = \frac{a}{\sin A}$. **B.** $R = \frac{4S}{abc}$. **C.** $R = \frac{b}{2\sin B}$. **D.** $R = \frac{S}{p}$.

Lời giải

Chọn C

Định lý sin chọn $R = \frac{b}{2\sin B}$ đúng.

Câu 63: Cho tam giác ABC có $C = 30^\circ$ và $c = \sqrt{3}$. Bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng

- A.** $3\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** 2. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D

Áp dụng định lý sin, ta có $R = \frac{c}{2\sin C} = \frac{\sqrt{3}}{2\sin 30^\circ} = \sqrt{3}$.

Câu 64: Cho tam giác ABC có $AC = b = 3\sqrt{2}$, $\hat{A} = 60^\circ$, $B = 45^\circ$. Tính độ dài cạnh $a = BC$?

- A.** $3\sqrt{2}$. **B.** 5. **C.** 3. **D.** $3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng định lý sin, ta có $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \Rightarrow a = \frac{b \cdot \sin A}{\sin B} = 3\sqrt{2}$.

Câu 65: Cho tam giác ABC có $BC = a = 6\sqrt{2}$, $\hat{A} = 45^\circ$. Bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔABC là:

- A.** 5. **B.** 6. **C.** $3\sqrt{2}$. **D.** $3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng định lý sin, ta có $\frac{a}{\sin A} = 2R \Rightarrow R = \frac{a}{2\sin A} = 6$.

Câu 66: Cho tam giác ABC có $C = 30^\circ$ và bán kính của đường tròn ngoại tiếp $R = 2$. Độ dài cạnh AB bằng

- A.** $2\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải



Chọn C

Ta có $\frac{AB}{\sin C} = 2R \Rightarrow AB = 2R \cdot \sin C = 2 \cdot 2 \cdot \sin 30^\circ = 2$.

Câu 67: Tam giác ABC có $\sin B = \frac{1}{2}$, $b = 1$, $a = \sqrt{2}$. Tính góc A .

A. 90° .

B. 60° .

C. 45° .

D. 30° .

Lời giải

Chọn C

Áp dụng định lý sin: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \rightarrow \sin A = \frac{a \cdot \sin B}{b} = \frac{\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2}}{1} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\rightarrow A = 45^\circ$

Câu 68: Cho tam giác ABC có $BC = 10$, $A = 30^\circ$. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

A. 10.

B. $\frac{10}{\sqrt{3}}$.

C. $10\sqrt{3}$.

D. 5.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức $\frac{BC}{\sin A} = 2R \Rightarrow \frac{10}{\sin 30^\circ} = 2R \Leftrightarrow R = 10$

Câu 69: Cho tam giác ABC có $BC = 20\text{cm}$, $A = 80^\circ$, $B = 30^\circ$. Độ dài cạnh AB làm tròn đến hàng đơn vị) bằng bao nhiêu centimet?

A. 19cm.

B. 13cm.

C. 16cm.

D. 14cm.

Lời giải

Chọn A

$A = 80^\circ$, $B = 30^\circ \Rightarrow C = 70^\circ$ Áp dụng định lý sin ta có:

$$\frac{20}{\sin 80^\circ} = \frac{AB}{\sin 70^\circ} \Rightarrow AB = \frac{20}{\sin 80^\circ} \cdot \sin 70^\circ \approx 19.$$

Câu 70: Cho tam giác ABC nhọn có $BC = 3a$ và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $R = a\sqrt{3}$. Tính số đo góc A .

A. $A = 75^\circ$.

B. $A = 45^\circ$.

C. $A = 30^\circ$.

D. $A = 60^\circ$.

Lời giải

Chọn D

$$\frac{BC}{\sin A} = 2R \Leftrightarrow \sin A = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow A = 60^\circ.$$

Câu 71: Cho tam giác ABC có góc $BAC = 60^\circ$ và cạnh $BC = \sqrt{3}$. Bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là

A. $R = 1$.

B. $R = 4$.

C. $R = 3$.

D. $R = 2$.

Lời giải



Chọn A

♦ Ta có $\frac{BC}{\sin A} = 2R \Rightarrow R = \frac{BC}{2\sin A} = 1.$

Câu 72: Cho tam giác ABC có góc $BAC = 60^\circ$ và cạnh $BC = \sqrt{3}$. Tính bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

A. $R = 4.$

B. $R = 1.$

C. $R = 2.$

D. $R = 3.$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\frac{BC}{\sin A} = 2R \Leftrightarrow R = \frac{BC}{2\sin A} = \frac{\sqrt{3}}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = 1.$

Câu 73: Trong mặt phẳng, cho tam giác ABC có $AC = 4$ cm, góc $A = 60^\circ$, $B = 45^\circ$. Độ dài cạnh BC là

A. $2\sqrt{6}.$

B. $2 + 2\sqrt{3}.$

C. $2\sqrt{3} - 2.$

D. $\sqrt{6}.$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} \Leftrightarrow BC = \frac{4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 2\sqrt{6}.$

Câu 74: Cho $\triangle ABC$ có $AB = 5$; $A = 40^\circ$; $B = 60^\circ$. Độ dài BC gần nhất với kết quả nào?

A. 3,7.

B. 3,3.

C. 3,5.

D. 3,1.

Lời giải

Chọn B

$C = 180^\circ - A - B = 180^\circ - 40^\circ - 60^\circ = 80^\circ$

Áp dụng định lý sin: $\frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow BC = \frac{AB}{\sin C} \cdot \sin A = \frac{5}{\sin 80^\circ} \sin 40^\circ \approx 3,3.$

Câu 75: Cho tam giác ABC thỏa mãn hệ thức $b + c = 2a$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $\cos B + \cos C = 2\cos A.$

B. $\sin B + \sin C = 2\sin A.$

C. $\sin B + \sin C = \frac{1}{2}\sin A.$

D. $\sin B + \cos C = 2\sin A.$

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R \Rightarrow \frac{\frac{b+c}{2}}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \Leftrightarrow \frac{b+c}{2\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \Leftrightarrow \sin B + \sin C = 2\sin A.$

Câu 76: Tam giác ABC có $a = 16,8$; $B = 56^\circ 13'$; $C = 71^\circ$. Cạnh c bằng bao nhiêu?

A. 29,9.

B. 14,1.

C. 17,5.

D. 19,9.

Lời giải

Chọn D

Ta có: Trong tam giác ABC : $A + B + C = 180^\circ \Rightarrow A = 180^\circ - 71^\circ - 56^\circ 13' = 52^\circ 47'.$



Mặt khác $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow \frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow c = \frac{a \cdot \sin C}{\sin A} = \frac{16,8 \cdot \sin 71^\circ}{\sin 52^\circ 47'} \approx 19,9.$

Câu 77: Tam giác ABC có $A = 68^\circ 12'$, $B = 34^\circ 44'$, $AB = 117$. Tính AC?

A. 68.

B. 168.

C. 118.

D. 200.

Lời giải

Chọn A

Ta có: Trong tam giác ABC: $A + B + C = 180^\circ \Rightarrow C = 180^\circ - 68^\circ 12' - 34^\circ 44' = 77^\circ 4'$.

Mặt khác $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow \frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow AC = \frac{AB \cdot \sin B}{\sin C} = \frac{117 \cdot \sin 34^\circ 44'}{\sin 77^\circ 4'} \approx 68.$

DẠNG 3. DIỆN TÍCH TAM GIÁC, BÁN KÍNH ĐƯỜNG TRÒN

Câu 78: Chọn công thức đúng trong các đáp án sau:

A. $S = \frac{1}{2}bc \sin A.$

B. $S = \frac{1}{2}ac \sin A.$

C. $S = \frac{1}{2}bc \sin B.$

D. $S = \frac{1}{2}bc \sin B.$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $S = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ac \sin B = \frac{1}{2}ab \sin C.$

Câu 79: Cho tam giác ABC. Tìm công thức đúng trong các công thức sau:

A. $S = \frac{1}{2}bc \sin A.$

B. $S = \frac{1}{2}ac \sin A.$

C. $S = \frac{1}{2}bc \sin B.$

D. $S = \frac{1}{2}bc \sin B.$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $S = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ac \sin B = \frac{1}{2}ab \sin C.$

Câu 80: Cho $\triangle ABC$ có $a = 4$, $c = 5$, $B = 150^\circ$. Diện tích của tam giác là:

A. $10\sqrt{3}.$

B. $5\sqrt{3}.$

C. 5.

D. 10.

Lời giải

Chọn C

Diện tích của $\triangle ABC$ là: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}a.c.\sin B = \frac{1}{2}.4.5.\sin 150^\circ = 5.$

Câu 81: Cho $\triangle ABC$ có $a = 4$, $c = 5$, $B = 150^\circ$. Diện tích của tam giác là:

A. $10\sqrt{3}.$

B. $5\sqrt{3}.$

C. 5.

D. 10.

Lời giải

Chọn C

Diện tích của $\triangle ABC$ là: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}a.c.\sin B = \frac{1}{2}.4.5.\sin 150^\circ = 5.$

Câu 82: Cho tam giác ABC có r là bán kính đường tròn nội tiếp và p là nửa chu vi. Diện tích của tam giác ABC là

A. $S_{\triangle ABC} = 4pr.$

B. $S_{\triangle ABC} = pr.$

C. $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}pr.$

D. $S_{\triangle ABC} = 2pr.$



Lời giải

Chọn B

Diện tích của tam giác ABC là $S_{\triangle ABC} = pr$.

Câu 83: Tính diện tích S của tam giác ABC biết $AB = 5\text{ cm}$, $AC = 8\text{ cm}$ và $A = 60^\circ$.

- A.** $S = 10\sqrt{3}\text{ cm}^2$. **B.** $S = 10\text{ cm}^2$. **C.** $S = 20\sqrt{3}\text{ cm}^2$. **D.** $S = 20\text{ cm}^2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có

$$S = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin A = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 8 \cdot \sin 60^\circ = 10\sqrt{3} (\text{cm}^2).$$

Câu 84: Cho tam giác ABC có $AB = 3\text{ cm}$, $AC = 4\text{ cm}$. Đường cao ứng với đỉnh C và đỉnh B tương ứng là CH ; BK . Khi đó tỉ số $\frac{CH}{BK}$ bằng:

- A.** $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Lời giải

$$\text{Áp dụng công thức tính diện tích tam giác } S = \frac{1}{2} AB \cdot CH = \frac{1}{2} AC \cdot BK \Rightarrow \frac{CH}{BK} = \frac{AC}{AB} = \frac{4}{3}.$$

Câu 85: Cho tam giác ABC có $AB = 6\text{ cm}$; $AC = 9\text{ cm}$; $BAC = 60^\circ$. Diện tích tam giác ABC là

- A.** $S = \frac{27\sqrt{3}}{2}\text{ cm}^2$. **B.** $S = \frac{27}{2}\text{ cm}^2$. **C.** $S = \frac{27\sqrt{3}}{4}\text{ cm}^2$. **D.** $S = \frac{27}{4}\text{ cm}^2$.

Lời giải

$$S = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot AB \cdot \sin BAC = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 9 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{27\sqrt{3}}{2}\text{ cm}^2.$$

Câu 86: Một tam giác có ba cạnh là 13,14,15. Diện tích tam giác bằng bao nhiêu?

- A.** 84. **B.** $\sqrt{84}$. **C.** 42. **D.** $\sqrt{168}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{13+14+15}{2} = 21.$$

$$\text{Suy ra: } S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{21(21-13)(21-14)(21-15)} = 84.$$

Câu 87: Cho tam giác ABC có $a = 8$; $C = 120^\circ$; $b = 12$. Diện tích S của tam giác ABC là:

- A.** $S = 24\sqrt{3}$. **B.** $S = 48\sqrt{3}$. **C.** $S = 48$. **D.** $S = 24$.

Lời giải

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC \cdot \sin C = 48\sqrt{3}.$$

Câu 88: Cho tam giác ABC có $AB = 8\text{ cm}$, $AC = 18\text{ cm}$ và có diện tích bằng 64 cm^2 . Giá trị của $\sin A$ là

- A.** $\frac{8}{9}$. **B.** $\frac{3}{8}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{4}{5}$.



Lời giải

Áp dụng công thức $S = \frac{1}{2} AB.AC \sin A \Rightarrow \sin A = \frac{2S}{AB.AC} = \frac{2.64}{8.18} = \frac{8}{9}$

Câu 89: Cho $\triangle ABC$ có diện tích $S = 10\sqrt{3}$, nửa chu vi $p = 10$. Độ dài bán kính đường tròn nội tiếp r của $\triangle ABC$ là

- A.** $\sqrt{3}$. **B.** 3. **C.** 2. **D.** $\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $S = pr \Leftrightarrow r = \frac{S}{p} = \frac{10\sqrt{3}}{10} = \sqrt{3}$.

Câu 90: Cho tam giác ABC có $A = 30^\circ$, $AB = 8$, $AC = 10$. Diện tích tam giác ABC bằng

- A.** 40 **B.** 20 **C.** 16 **D.** 10

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức tính diện tích $S = \frac{1}{2} AB.AC.\sin A = \frac{1}{2} .8.10.\sin 30^\circ = 20$

Câu 91: Cho tam giác ABC có chu vi bằng 32 và bán kính đường tròn nội tiếp của $\triangle ABC$ bằng 5. Diện tích tam giác ABC là

- A.** $\frac{32}{5}$. **B.** 40. **C.** 160 **D.** 80.

Lời giải

Chọn D

Ta có $2p = 32 \Leftrightarrow p = 16; r = 5$

Suy ra $S_{\triangle ABC} = 16.5 = 80$.

Câu 92: Cho $\triangle ABC$ có $a = 4, c = 5, B = 150^\circ$. Diện tích của tam giác là:

- A.** $10\sqrt{3}$. **B.** 5. **C.** 10. **D.** $5\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $S = \frac{1}{2} ac.\sin B = \frac{1}{2} .4.5.\sin 150^\circ = 5$

Câu 93: Cho tam giác ABC có $b = 8; c = 3; A = 60^\circ$. Diện tích tam giác ABC bằng bao nhiêu?

- A.** 12. **B.** $12\sqrt{3}$. **C.** $6\sqrt{3}$. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C



Diện tích tam giác ABC là: $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin A = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 3 \cdot \sin 60^\circ = 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$.

Câu 94: Cho $\triangle ABC$ có $a = 4, c = 5, B = 150^\circ$. Diện tích của tam giác là

- A. $5\sqrt{3}$. B. 5. C. 10. D. $10\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $S_{ABC} = \frac{1}{2} ac \sin B = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5 \cdot \sin 150^\circ = 5$.

Câu 95: Một lớp học Montessori của trường Mầm non Đom Đóm muốn làm một tấm biển quảng cáo in logo của trường có hình tam giác với kích thước ba cạnh lần lượt là $13dm; 14dm; 15dm$. Biết giá thành để làm $1m^2$ là 250000 đồng. Hỏi lớp học cần trả chi phí bao nhiêu để làm tấm biển quảng cáo đó?

- A. 840000 đồng. B. 420000 đồng. C. 210000 đồng. D. 250000 đồng.

Lời giải

Chọn C

Nửa chu vi của tam giác là $\frac{13+14+15}{2} = 2,1$

Chi phí để làm tấm biển quảng cáo là $\sqrt{2,1(2,1-1,3)(2,1-1,4)(2,1-1,5)} \cdot 250000 = 210000$ đồng.

Câu 96: Cho hình thoi $ABCD$ có cạnh bằng a . Góc $BAD = 30^\circ$. Diện tích hình thoi $ABCD$ là

- A. $\frac{a^2}{4}$. B. $\frac{a^2}{2}$. C. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. D. a^2 .

Lời giải

Chọn B

Ta có $S_{ABCD} = AB \cdot AD \cdot \sin BAD = a \cdot a \cdot \sin 30^\circ = \frac{1}{2} a^2$.

Câu 97: Tính diện tích tam giác ABC biết $AB = 3, BC = 5, CA = 6$.

- A. $\sqrt{56}$. B. $\sqrt{48}$. C. 6. D. 8.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $p = \frac{AB + AC + BC}{2} = \frac{3 + 5 + 6}{2} = 7$.

Vậy diện tích tam giác ABC là:

$$S = \sqrt{p(p-AB)(p-AC)(p-BC)} = \sqrt{7(7-3)(7-6)(7-5)} = \sqrt{56}.$$

Câu 98: Cho $\triangle ABC$ có $a = 6, b = 8, c = 10$. Diện tích S của tam giác trên là:

- A. 48. B. 24. C. 12. D. 30.

Lời giải

Chọn B



Ta có: Nửa chu vi ΔABC : $p = \frac{a+b+c}{2}$.

Áp dụng công thức Hê-rông: $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{12(12-6)(12-8)(12-10)} = 24$.

Câu 99: Cho ΔABC có $a=4, c=5, B=150^\circ$. Diện tích của tam giác là:

- A. $5\sqrt{3}$. B. 5. C. 10. D. $10\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} a.c.\sin B = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5 \cdot \sin 150^\circ = 5$.

Câu 100: Cho tam giác ABC có $a=4, b=6, c=8$. Khi đó diện tích của tam giác là:

- A. $9\sqrt{15}$. B. $3\sqrt{15}$. C. 105. D. $\frac{2}{3}\sqrt{15}$.

Lời giải

Chọn B

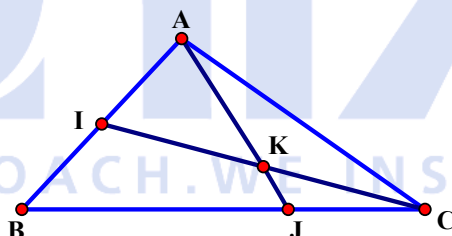
Ta có: $p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{4+6+8}{2} = 9$.

Suy ra: $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = 3\sqrt{15}$.

Câu 101: Cho tam giác ABC . Biết $AB=2$; $BC=3$ và $\angle ABC=60^\circ$. Tính chu vi và diện tích tam giác ABC .

- A. $5+\sqrt{7}$ và $\frac{3}{2}$. B. $5+\sqrt{7}$ và $\frac{3\sqrt{3}}{2}$. C. $5\sqrt{7}$ và $\frac{3\sqrt{3}}{2}$. D. $5+\sqrt{19}$ và $\frac{3}{2}$.

Lời giải



Chọn B

Ta có: $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos \angle ABC = 4 + 9 - 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \cos 60^\circ = 13 - 6 = 7$.

Suy ra $AC = \sqrt{7}$.

Chu vi tam giác ABC là $AB + AC + BC = 2 + 3 + \sqrt{7}$.

Diện tích tam giác ABC là $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin \angle ABC = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 \cdot \sin 60^\circ = \frac{3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 102: Cho tam giác ΔABC có $b=7; c=5; \cos A = \frac{3}{5}$. Độ dài đường cao h_a của tam giác ΔABC là.

- A. $\frac{7\sqrt{2}}{2}$. B. 8. C. $8\sqrt{3}$. D. $80\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn A

$a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2bc \cos A} = \sqrt{7^2 + 5^2 - 2 \cdot 7 \cdot 5 \cdot \frac{3}{5}} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$



$$\sin^2 A = 1 - \cos^2 A = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}. \text{ Suy ra } \begin{cases} \sin A = \frac{4}{5} \\ \sin A = -\frac{4}{5} \end{cases} \text{ vì } 0 \leq A \leq 180^\circ \text{ nên } \sin A = \frac{4}{5}$$

$$S = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 5 \cdot \frac{4}{5} = 14 \text{ mà } S = \frac{1}{2}a \cdot h_a \Leftrightarrow 14 = \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{2} \cdot h_a \Leftrightarrow h_a = \frac{7\sqrt{2}}{2}$$

Câu 103: Cho tam giác ABC có $AB = 2a$; $AC = 4a$ và $BAC = 120^\circ$. Tính diện tích tam giác ABC ?

- A. $S = 8a^2$. B. $S = 2a^2\sqrt{3}$. C. $S = a^2\sqrt{3}$. D. $S = 4a^2$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Diện tích của tam giác } ABC \text{ là } S_{ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot AC \cdot \sin BAC = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 4a \cdot \sin 120^\circ = 2a^2\sqrt{3}.$$

Câu 104: Cho tam giác ABC đều cạnh a . Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Gọi } G \text{ là trọng tâm } ABC. \text{ Bán kính đường tròn ngoại tiếp } R = AG = \frac{2}{3} \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 105: Cho tam giác ABC có chu vi bằng 12 và bán kính đường tròn nội tiếp bằng 1. Diện tích của tam giác ABC bằng

- A. 12. B. 3. C. 6. D. 24.

Lời giải

Chọn C

Theo đề bài tam giác ABC có chu vi bằng 12 nên nửa chu vi là $p = \frac{12}{2}$; bán kính đường tròn nội tiếp bằng 1, tức là ta có: $r = 1$.

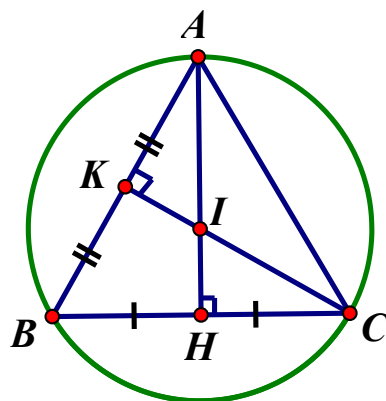
$$\text{Diện tích tam giác } ABC \text{ là: } S = p \cdot r = 6 \cdot 1 = 6.$$

Câu 106: Cho tam giác ABC đều cạnh $2a$. Tính bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

- A. $\frac{2a}{\sqrt{3}}$. B. $\frac{4a}{\sqrt{3}}$. C. $\frac{8a}{\sqrt{3}}$. D. $\frac{6a}{\sqrt{3}}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H, K lần lượt là trung điểm cạnh AB, BC ;

I là giao điểm của AH và CK .

Lúc đó, I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Ta có: $AH = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

Do đó: $R = AI = \frac{2}{3}AH = \frac{2}{3}a\sqrt{3} = \frac{2a}{\sqrt{3}}$.

Câu 107: Cho tam giác ABC có $BC = \sqrt{6}$, $AC = 2$ và $AB = \sqrt{3} + 1$. Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng:

A. $\sqrt{5}$.

B. $\sqrt{3}$.

C. $\sqrt{2}$.

D. 2.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng định lý cosin ta có $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{1}{2}$ suy ra $A = 60^\circ$.

Áp dụng định lý sin ta có $R = \frac{a}{2\sin A} = \sqrt{2}$.

Câu 108: Cho tam giác ABC có $AB = 3$, $AC = 4$, $BC = 5$. Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác bằng

A. 1.

B. $\frac{8}{9}$.

C. $\frac{4}{5}$.

D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Vì $AB^2 + AC^2 = BC^2$ nên tam giác ABC vuông tại A .

Do đó bán kính đường tròn nội tiếp $r = \frac{S}{p} = \frac{\frac{1}{2}AB \cdot AC}{\frac{1}{2}(AB + AC + BC)} = \frac{3 \cdot 4}{3 + 4 + 5} = 1$.

Câu 109: Cho $\triangle ABC$ có $S = 10\sqrt{3}$, nửa chu vi $p = 10$. Độ dài bán kính đường tròn nội tiếp r của tam giác trên là:

A. 3.

B. 2.

C. $\sqrt{2}$.

D. $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $S = pr \Rightarrow r = \frac{S}{p} = \frac{10\sqrt{3}}{10} = \sqrt{3}$.



Câu 110: Một tam giác có ba cạnh là 26,28,30. Bán kính đường tròn nội tiếp là:

- A. 16. B. 8. C. 4. D. $4\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{26+28+30}{2} = 42.$$

$$S = pr \Rightarrow r = \frac{S}{p} = \frac{\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}{p} = \frac{\sqrt{42(42-26)(42-28)(42-30)}}{42} = 8.$$

Câu 111: Một tam giác có ba cạnh là 52,56,60. Bán kính đường tròn ngoại tiếp là:

- A. $\frac{65}{8}$. B. 40. C. 32,5. D. $\frac{65}{4}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{52+56+60}{2} = 84.$$

$$\text{Suy ra: } S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{84(84-52)(84-56)(84-60)} = 1344.$$

$$\text{Mà } S = \frac{abc}{4R} \Rightarrow R = \frac{abc}{4S} = \frac{52.56.60}{4.1344} = \frac{65}{2}.$$

Câu 112: Tam giác với ba cạnh là 5;12;13 có bán kính đường tròn ngoại tiếp là?

- A. 6. B. 8. C. $\frac{13}{2}$. D. $\frac{11}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } 5^2 + 12^2 = 13^2 \Rightarrow R = \frac{13}{2}.$$

Câu 113: Tam giác với ba cạnh là 5;12;13 có bán kính đường tròn nội tiếp tam giác đó bằng bao nhiêu?

- A. 2. B. $2\sqrt{2}$. C. $2\sqrt{3}$. D. 3.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } p = \frac{5+12+13}{2} = 15. \text{ Mà } 5^2 + 12^2 = 13^2 \Rightarrow S = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 12 = 30.$$

$$\text{Mặt khác } S = p.r \Rightarrow r = \frac{S}{p} = 2.$$

Câu 114: Tam giác với ba cạnh là 6;8;10 có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng bao nhiêu?

- A. 5. B. $4\sqrt{2}$. C. $5\sqrt{2}$. D. 6.

Lời giải

Chọn A

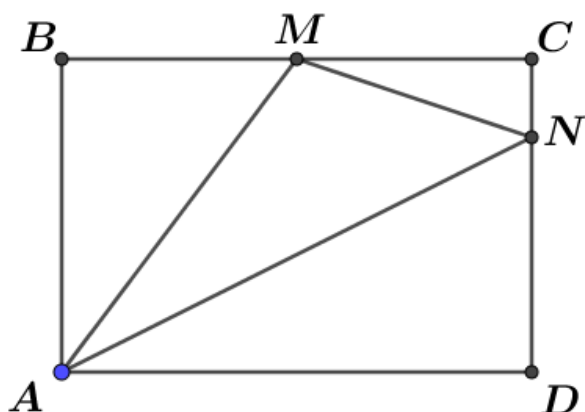
$$\text{Ta có: } 6^2 + 8^2 = 10^2 \Rightarrow R = \frac{10}{2} = 5.$$

Câu 115: Cho hình chữ nhật ABCD có cạnh AB=4, BC=6, M là trung điểm của BC, N là điểm trên cạnh CD sao cho ND=3NC. Khi đó bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác AMN bằng

- A. $3\sqrt{5}$. B. $\frac{3\sqrt{5}}{2}$. C. $5\sqrt{2}$. D. $\frac{5\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có

$$MC = 3, NC = 1 \Rightarrow MN = \sqrt{10}$$

$$BM = 3, AB = 4 \Rightarrow AM = 5$$

$$AD = 6, ND = 3 \Rightarrow AN = \sqrt{45}$$

$$p = \frac{AM + AN + MN}{2} = \frac{\sqrt{10} + 5 + \sqrt{45}}{2}$$

$$S_{AMN} = \sqrt{p(p-AM)(p-AN)(p-MN)} = \frac{15}{2}$$

$$\text{Bán kính của đường tròn ngoại tiếp của tam giác } AMN \text{ là: } R = \frac{AM \cdot AN \cdot MN}{4S_{AMN}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

DẠNG 4. ỨNG DỤNG THỰC TẾ

Câu 116: Khoảng cách từ A đến B không thể đo trực tiếp được vì phải qua một đầm lầy. Người ta xác định được một điểm C mà từ đó có thể nhìn được A và B dưới một góc $78^\circ 24'$. Biết $CA = 250m, CB = 120m$. Khoảng cách AB bằng bao nhiêu?

- A. 266m. B. 255m. C. 166m. D. 298m.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } AB^2 = CA^2 + CB^2 - 2CB \cdot CA \cdot \cos C = 250^2 + 120^2 - 2 \cdot 250 \cdot 120 \cdot \cos 78^\circ 24' = 64835 \Rightarrow AB \approx 255.$$

Câu 117: Hai chiếc tàu thủy cùng xuất phát từ vị trí A , đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau một góc 60° . Tàu thứ nhất chạy với tốc độ $30km/h$, tàu thứ hai chạy với tốc độ $40km/h$. Hỏi sau 2 giờ hai tàu cách nhau bao nhiêu km ?

- A. 13. B. $20\sqrt{13}$. C. $10\sqrt{13}$. D. 15.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: Sau } 2h \text{ quãng đường tàu thứ nhất chạy được là: } S_1 = 30 \cdot 2 = 60km.$$

$$\text{Sau } 2h \text{ quãng đường tàu thứ hai chạy được là: } S_2 = 40 \cdot 2 = 80km.$$

$$\text{Vậy: sau } 2h \text{ hai tàu cách nhau là: } S = \sqrt{S_1^2 + S_2^2 - 2S_1 \cdot S_2 \cdot \cos 60^\circ} = 20\sqrt{13}.$$

Câu 118: Từ một đỉnh tháp chiều cao $CD = 80m$, người ta nhìn hai điểm A và B trên mặt đất dưới các góc nhìn là $72^\circ 12'$ và $34^\circ 26'$. Ba điểm A, B, D thẳng hàng. Tính khoảng cách AB ?

- A. 71m. B. 91m. C. 79m. D. 40m.

Lời giải

Chọn B



Ta có: Trong tam giác vuông CDA : $\tan 72^{\circ}12' = \frac{CD}{AD} \Rightarrow AD = \frac{CD}{\tan 72^{\circ}12'} = \frac{80}{\tan 72^{\circ}12'} \approx 25,7$.

Trong tam giác vuông CDB : $\tan 34^{\circ}26' = \frac{CD}{BD} \Rightarrow BD = \frac{CD}{\tan 34^{\circ}26'} = \frac{80}{\tan 34^{\circ}26'} \approx 116,7$.

Suy ra: khoảng cách $AB = 116,7 - 25,7 = 91m$.

Câu 119: Khoảng cách từ A đến B không thể đo trực tiếp được vì phải qua một đầm lầy. Người ta xác định được một điểm C mà từ đó có thể nhìn được A và B dưới một góc $56^{\circ}16'$. Biết $CA = 200m$, $CB = 180m$. Khoảng cách AB bằng bao nhiêu?

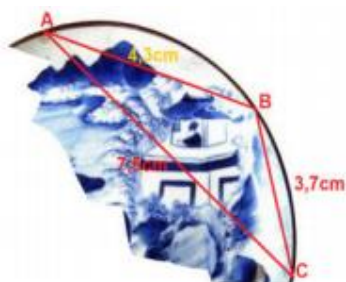
- A.** 180m. **B.** 224m. **C.** 112m. **D.** 168m.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $AB^2 = CA^2 + CB^2 - 2CB.CA.\cos C = 200^2 + 180^2 - 2.200.180.\cos 56^{\circ}16' \approx 32416 \Rightarrow AB \approx 180$.

Câu 120: Trong khi khai quật một ngôi mộ cổ, các nhà khảo cổ học đã tìm được một chiếc đĩa cổ hình tròn bị vỡ, các nhà khảo cổ muốn khôi phục lại hình dạng chiếc đĩa này. Để xác định bán kính của chiếc đĩa, các nhà khảo cổ lấy 3 điểm trên chiếc đĩa và tiến hành đo đạc thu được kết quả như hình vẽ ($AB = 4,3cm$; $BC = 3,7cm$; $CA = 7,5cm$). Bán kính của chiếc đĩa này bằng.



- A.** 5,73 cm. **B.** 6,01cm. **C.** 5,85cm. **D.** 4,57cm.

Lời giải

Chọn A

Bán kính R của chiếc đĩa bằng bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Nửa chu vi của tam giác ABC là: $p = \frac{AB + BC + CA}{2} = \frac{4,3 + 3,7 + 7,5}{2} = \frac{31}{2} cm$.

Diện tích tam giác ABC là: $S = \sqrt{p(p - AB)(p - BC)(p - CA)} \approx 5,2 cm^2$.

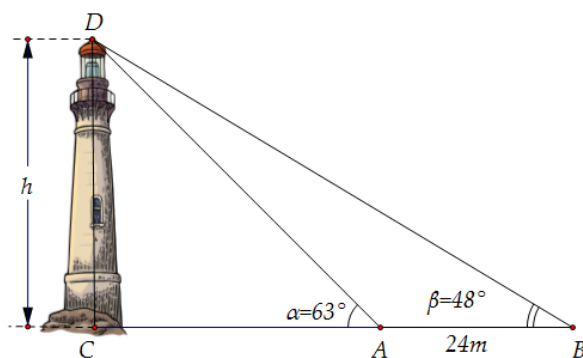
Mà $S = \frac{AB.BC.CA}{4R} \Rightarrow R = \frac{AB.BC.CA}{4S} \approx 5,73 cm$.

Câu 121: Giả sử $CD = h$ là chiều cao của tháp trong đó C là chân tháp. Chọn hai điểm A, B trên mặt đất sao cho ba điểm A, B, C thẳng hàng. Ta đo được $AB = 24m$, $CAD = 63^{\circ}$; $CBD = 48^{\circ}$. Chiều cao h của khối tháp gần với giá trị nào sau đây?

- A.** 61,4 m. **B.** 18,5 m. **C.** 60 m. **D.** 18 m.

Lời giải

Chọn A



Ta có $CAD = 63^\circ \Rightarrow BAD = 117^\circ \Rightarrow ADB = 180^\circ - (117^\circ + 48^\circ) = 15^\circ$

Áp dụng định lý sin trong tam giác ABD ta có: $\frac{AB}{\sin ADB} = \frac{BD}{\sin BAD} \Rightarrow BD = \frac{AB \cdot \sin BAD}{\sin ADB}$

Tam giác BCD vuông tại C nên có: $\sin CBD = \frac{CD}{BD} \Rightarrow CD = BD \cdot \sin CBD$

Vậy $CD = \frac{AB \cdot \sin BAD \cdot \sin CBD}{\sin ADB} = \frac{24 \cdot \sin 117^\circ \cdot \sin 48^\circ}{\sin 15^\circ} = 61,4m$

BÀI TẬP TỔNG HỢP

Câu 122: Cho tam giác ABC có $BC=8, CA=10$, và $ACB=60^\circ$. Độ dài cạnh AB bằng

- A. $3\sqrt{21}$. B. $7\sqrt{2}$. C. $2\sqrt{11}$. D. $2\sqrt{21}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $AB^2 = BC^2 + CA^2 - 2BC \cdot CA \cdot \cos C = 8^2 + 10^2 - 2 \cdot 8 \cdot 10 \cdot \cos 60^\circ = 84 \Rightarrow AB = 2\sqrt{21}$.

Câu 123: Cho tam giác ABC có $BC=a; CA=b; AB=c$ biết $a=8, b=10$, góc C bằng 60° . Độ dài cạnh c là?

- A. $c=3\sqrt{21}$. B. $c=7\sqrt{2}$. C. $c=2\sqrt{11}$. D. $c=2\sqrt{21}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $c^2 = a^2 + b^2 - 2a \cdot b \cdot \cos C = 8^2 + 10^2 - 2 \cdot 8 \cdot 10 \cdot \cos 60^\circ = 84 \Rightarrow c = 2\sqrt{21}$.

Câu 124: Cho tam giác ABC có $b=7; c=5$ và $\cos A = \frac{3}{5}$. Tính a.

- A. $4\sqrt{2}$. B. 2. C. $\sqrt{2}$. D. 3.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng định lí hàm số Cosin vào tam giác ABC có

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A = 25 + 49 - 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \frac{3}{5} = 32$$

$$\Rightarrow BC = 4\sqrt{2}$$



Câu 125: Trong ΔABC có $AB=c, AC=b, BC=a$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cos A$.

B. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$.

C. $a^2 = b^2 + c^2 + bc \cos A$.

D. $a^2 = b^2 + c^2 - bc \cos A$.

Lời giải

Chọn B

Theo định lí hàm số cos, trong ΔABC ta luôn có: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

Câu 126: Cho tam giác ABC có $AB=4, AC=6$ và $A=120^\circ$. Độ dài cạnh BC là

A. $\sqrt{19}$.

B. $2\sqrt{7}$.

C. $3\sqrt{19}$.

D. $2\sqrt{19}$.

Lời giải

Chọn D

Xét ΔABC có $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos A$

Hay $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos A} = \sqrt{4^2 + 6^2 - 2.4.6.\cos 120^\circ} = 2\sqrt{19}$.

Câu 127: Tam giác ABC có $A=120^\circ$ thì câu nào sau đây đúng?

A. $a^2 = b^2 + c^2 - 3bc$.

B. $a^2 = b^2 + c^2 + bc$.

C. $a^2 = b^2 + c^2 + 3bc$.

D. $a^2 = b^2 + c^2 - bc$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng định lí hàm số cos tại đỉnh A ta có: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$.

$\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos 120^\circ \Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 + bc$.

Câu 128: Cho ΔABC có $B=60^\circ, a=8, c=5$. Độ dài cạnh b bằng:

A. 7.

B. 129.

C. 49.

D. $\sqrt{129}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B = 8^2 + 5^2 - 2.8.5.\cos 60^\circ = 49 \Rightarrow b = 7$.

Câu 129: Cho tam giác ABC có $BC=a; AC=b; AB=c$, có $a^2 = b^2 + c^2 + bc\sqrt{2}$. Số đo của góc A là:

A. 150° .

B. 120° .

C. 45° .

D. 135° .

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{-bc\sqrt{2}}{2bc} = \frac{-\sqrt{2}}{2} \Rightarrow A = 135^\circ$.

Câu 130: Cho ΔABC có $A=60^\circ, AB=3cm, AC=4cm$. Tính cạnh BC .

A. $BC = \sqrt{10}$.

B. $BC = \sqrt{13}$.

C. $BC = \sqrt{12}$.

D. $BC = \sqrt{11}$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng định lí cosin ta có: $BC^2 = 3^2 + 4^2 - 3.4.\cos 60^\circ \Rightarrow BC = \sqrt{13}$.



Câu 131: Cho tam giác ABC có $AB = 6\text{cm}$, $AC = 8\text{cm}$, $\angle C = 60^\circ$. Tính độ dài cạnh BC .

- A. $3 + \sqrt{37}$. B. 10. C. $3 - \sqrt{37}$. D. 9.

Lời giải

Chọn A

Ta có

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos \angle C \Leftrightarrow 8^2 = 6^2 + BC^2 - 2 \cdot 6 \cdot BC \cdot \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow BC^2 - 6BC - 28 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} BC = 3 + \sqrt{37} \\ BC = 3 - \sqrt{37} (l) \end{cases}$$

Câu 132: Xét tam giác ABC có $AB = 3\text{ cm}$, $AC = 5\text{ cm}$, $\cos \angle A = \frac{1}{2}$. Độ dài cạnh BC bằng:

- A. $\sqrt{19}$. B. 7. C. 4. D. $\sqrt{34}$.

Lời giải

Chọn A

Theo định lí Cosin trong tam giác, ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos \angle A = 3^2 + 5^2 - 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \frac{1}{2} = 9 + 25 - 15 = 19.$$

Vậy $BC = \sqrt{19}$.

Câu 133: Tam giác ABC có $AB = 5\text{ cm}$, $BC = 5\text{ cm}$, $AC = 3\text{ cm}$. Giá trị $\cos A$ là

- A. $-\frac{2}{3}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{3}{10}$. D. $-\frac{3}{10}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Áp dụng định lí hàm số cosin ta có: } \cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} = \frac{5^2 + 3^2 - 5^2}{2 \cdot 5 \cdot 3} = \frac{3}{10}.$$

Câu 134: Tam giác ABC có $AB = 3$, $BC = 8$. Gọi M là trung điểm của BC . Biết $\cos \angle AMB = \frac{5\sqrt{13}}{26}$ và

$AM > 3$. Tính độ dài cạnh AC .

- A. $AC = \sqrt{13}$. B. $AC = \sqrt{7}$. C. $AC = 13$. D. $AC = 7$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } M \text{ là trung điểm của } BC \Rightarrow BM = \frac{BC}{2} = 4.$$

$$\text{Trong tam giác } ABM \text{ ta có: } \cos \angle AMB = \frac{AM^2 + BM^2 - AB^2}{2AM \cdot BM}$$

$$\Leftrightarrow AM^2 - 2AM \cdot BM \cdot \cos \angle AMB + BM^2 - AB^2 = 0.$$



$$\Leftrightarrow AM^2 - \frac{20\sqrt{13}}{13}AM + 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} AM = \sqrt{13} > 3 \text{ (thỏa mãn)} \\ AM = \frac{7\sqrt{13}}{13} < 3 \text{ (loại)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow AM = \sqrt{13}.$$

Ta có: $\angle AMB$ và $\angle AMC$ là hai góc kề bù.

$$\Rightarrow \cos \angle AMC = -\cos \angle AMB = -\frac{5\sqrt{13}}{26}$$

Trong tam giác $\triangle AMC$ ta có:

$$\begin{aligned} AC^2 &= AM^2 + CM^2 - 2AM \cdot CM \cdot \cos \angle AMC \\ &= 13 + 16 - 2 \cdot \sqrt{13} \cdot 4 \cdot \left(-\frac{5\sqrt{13}}{26}\right) = 49 \Rightarrow AC = 7. \end{aligned}$$

Câu 135: Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 6, E là trung điểm của CD . Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ACE .

A. $\frac{3\sqrt{10}}{2}$.

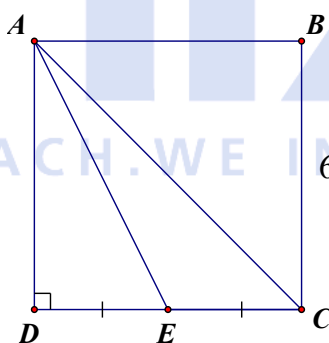
B. $\frac{3\sqrt{5}}{2}$.

C. $3\sqrt{10}$.

D. $3\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn A



$$\text{Ta có } AE = \sqrt{AD^2 + DE^2} = \sqrt{36 + 9} = 3\sqrt{5}$$

Áp dụng định lý sin cho tam giác ACE ta được:

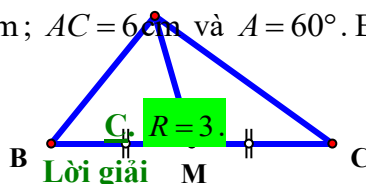
$$\frac{AE}{\sin \angle ACE} = 2R \Leftrightarrow R = \frac{3\sqrt{5}}{2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} \Leftrightarrow R = \frac{3\sqrt{10}}{2}$$

Câu 136: Tam giác ABC có độ dài cạnh $AB = 3\text{ cm}$; $AC = 6\text{ cm}$ và $\angle A = 60^\circ$. Bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng

A. $R = \sqrt{3}$.

B. $R = 3\sqrt{3}$.

D. $R = 6$.



Lời giải

Chọn C



Xét tam giác ABC ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos A$$

$$\Rightarrow BC^2 = 3^2 + 6^2 - 2.3.6.\cos 60^\circ = 27 \Rightarrow BC^2 + AB^2 = AC^2$$

Do đó tam giác ABC vuông tại B .

Vậy bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC : $R = \frac{AC}{2} = \frac{6}{2} = 3(\text{cm})$.

Câu 137: Cho $\triangle ABC$ có $A = 45^\circ$, $B = 75^\circ$. Tính tỉ số $\frac{AB}{BC}$.

A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

B. $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{6}+3\sqrt{2}}{6}$.

D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng định lí hàm số sin trong tam giác ABC , ta có

$$\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} \Leftrightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{\sin C}{\sin A} = \frac{\sin(180^\circ - 45^\circ - 75^\circ)}{\sin 45^\circ} = \frac{\sin 60^\circ}{\sin 45^\circ} = \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

Câu 138: Cho tam giác ABC có $B = 60^\circ$, $C = 75^\circ$ và $AC = 10$. Khi đó, độ dài cạnh BC bằng

A. $\frac{10\sqrt{6}}{3}$.

B. $5\sqrt{6}$.

C. $\frac{5\sqrt{6}}{3}$.

D. 10.

Lời giải

Chọn A

Ta có $A = 180^\circ - 60^\circ - 75^\circ = 45^\circ$.

Áp dụng định lí Sin cho tam giác ABC , ta có:

$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} \Leftrightarrow BC = \frac{AC.\sin A}{\sin B} = \frac{10.\sin 45^\circ}{\sin 60^\circ} = \frac{10\sqrt{6}}{3}.$$

Câu 139: Cho tam giác ABC có $a = 5$, $b = 12$, $c = 13$. Bán kính đường tròn ngoại tiếp R của tam giác bằng

A. 13.

B. 6,5.

C. 26.

D. 7,5.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Có } p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{5+12+13}{2} = 15.$$

$$\text{Do đó } S_{\triangle ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{15.(15-5)(15-12)(15-13)} = 30.$$

$$\text{Mà } S_{\triangle ABC} = \frac{abc}{4R} \Rightarrow R = \frac{abc}{4S} = \frac{5.12.13}{4.30} = 6,5.$$



Câu 140: Cho $ABCD$ là hình thoi, $BAD = 120^\circ$, $AB = 2$. Diện tích tam giác ABC bằng

- A.** $\sqrt{3}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Giả thiết suy ra tam giác ABC đều $\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot \sin 60^\circ = \sqrt{3}$

Câu 141: Cho tam giác ABC có các cạnh $AB = 6$, $AC = 8$, $BC = 10$. Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC là

- A.** $r = 12$ **B.** $r = 3$. **C.** $r = 5$. **D.** $r = 2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow \triangle ABC$ vuông tại A .

Khi đó $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 = 24$.

Gọi r là bán kính đường tròn nội tiếp, p là nửa chu vi tam giác ABC , ta có

$$S = p \cdot r \Rightarrow r = \frac{S}{p} = \frac{24}{12} = 2.$$

Câu 142: Cho tam giác ABC có $AB = 6\text{cm}$; $AC = 9\text{cm}$; $BAC = 60^\circ$. Diện tích tam giác ABC là

- A.** $S = \frac{27\sqrt{3}}{2} \text{cm}^2$. **B.** $S = \frac{27}{2} \text{cm}^2$. **C.** $S = \frac{27\sqrt{3}}{4} \text{cm}^2$. **D.** $S = \frac{27}{4} \text{cm}^2$.

Lời giải

Chọn C

$$S = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot AB \cdot \sin BAC = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 9 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{27\sqrt{3}}{2} \text{cm}^2.$$

Câu 143: Tính diện tích hình bình hành $ABCD$ biết $AB = a$; $BC = a\sqrt{3}$; $ABC = 60^\circ$.

- A.** a^2 . **B.** $\frac{3a^2}{2}$. **C.** $\frac{a^2}{2}$. **D.** $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } S_{ABCD} = AB \cdot BC \cdot \sin B = a \cdot a\sqrt{3} \sin 60^\circ = \frac{3a^2}{2}.$$

Câu 144: Tam giác ABC có $AC = 4$, $BAC = 30^\circ$, $ACB = 75^\circ$. Tính diện tích tam giác ABC .

- A.** $S_{\triangle ABC} = 8$ **B.** $S_{\triangle ABC} = 4\sqrt{3}$ **C.** $S_{\triangle ABC} = 4$ **D.** $S_{\triangle ABC} = 8\sqrt{3}$



Lời giải

Chọn C

Ta có $\angle ABC = 180^\circ - (\angle BAC + \angle ACB) = 75^\circ = \angle ACB$.

Suy ra tam giác ABC cân tại A nên $AB = AC = 4$.

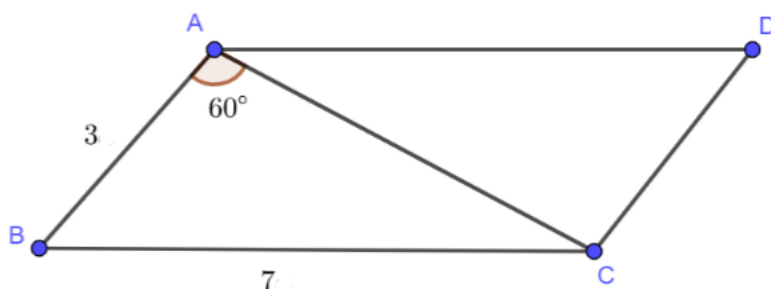
Diện tích tam giác ABC là $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \sin \angle BAC = 4$.

Câu 145: Cho hình bình hành $ABCD$ có $AB = 3, BC = 7, \angle BAC = 60^\circ$. Diện tích hình bình hành $ABCD$ là

- A. $21\sqrt{3}$. B. $\frac{21\sqrt{3}}{2}$. C. $12\sqrt{3}$. D. $6\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C



$$\text{Ta có } \cos \angle BAC = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{9 + AC^2 - 49}{2 \cdot 3 \cdot AC}$$

$$\Leftrightarrow AC^2 - 3AC - 40 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} AC = 8 \\ AC = -5 \text{ (L)} \end{cases}$$

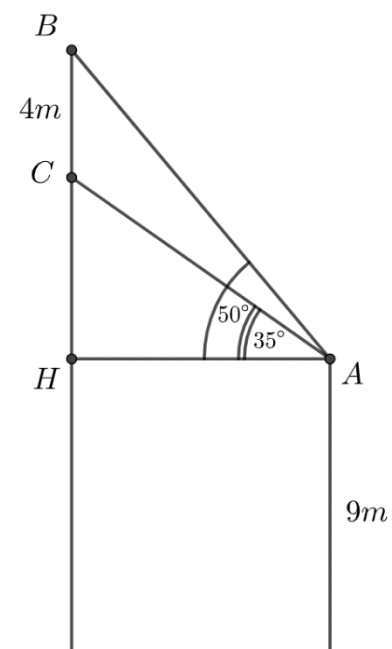
$$\text{Vậy } AC = 8. \text{ Suy ra } S_{ABCD} = 2S_{\triangle ABC} = 2 \cdot \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A = 3 \cdot 8 \cdot \sin 60^\circ = 12\sqrt{3}.$$

Câu 146: Trên nóc một tòa nhà có một cột ăng-ten cao $4m$. Từ vị trí qua sát A cao $9m$ so với mặt đất, có thể nhìn thấy đỉnh B và chân C của cột ăng-ten dưới góc 50° và 35° so với phương ngang. Chiều cao của tòa nhà gần nhất với số nào dưới đây?

- A. $14m$. B. $21,1m$. C. $17,8m$. D. $18,7m$.

Lời giải

Chọn D



Hạ $AH \perp BC$, $H \in BC$. Từ giả thiết ta có: $BAH = 50^\circ$; $CAH = 35^\circ$ nên $BAC = 15^\circ$.

Tam giác AHB vuông tại H có $B = 90^\circ - BAH = 40^\circ$.

Áp dụng định lí sin trong tam giác ABC có: $\frac{AC}{\sin 40^\circ} = \frac{BC}{\sin 15^\circ} \Leftrightarrow AC = \frac{4 \sin 40^\circ}{\sin 15^\circ}$.

Xét tam giác AHC vuông tại H có $CH = AC \sin CAH = \frac{4 \sin 40^\circ \sin 35^\circ}{\sin 15^\circ} \approx 5,7 \text{ m}$.

Vậy chiều cao của tòa nhà xấp xỉ: $4 + 5,7 + 9 = 18,7 \text{ (m)}$.

Câu 147: Giả sử $CD = h$ là chiều cao của tháp trong đó C là chân tháp. Chọn hai điểm A, B trên mặt đất sao cho ba điểm A, B, C thẳng hàng. Ta đo được $AB = 30 \text{ m}$, $CAD = 63^\circ$; $CBD = 48^\circ$. Chiều cao h của khối tháp gần với giá trị nào sau đây?

A. $64,6 \text{ m}$.

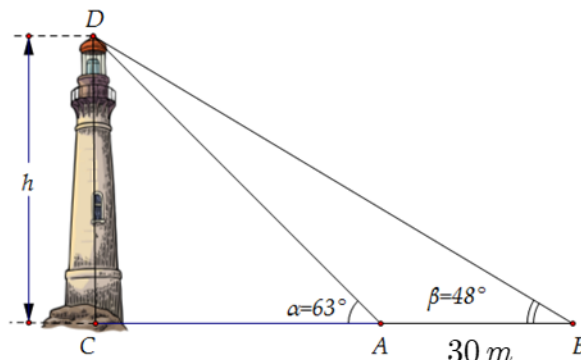
B. 30 m .

C. $61,4 \text{ m}$.

D. $76,8 \text{ m}$.

Lời giải

Chọn D





Ta có $CAD = 63^\circ \Rightarrow BAD = 117^\circ \Rightarrow ADB = 180^\circ - (117^\circ + 48^\circ) = 15^\circ$

Áp dụng định lý sin trong tam giác ABD ta có: $\frac{AB}{\sin ADB} = \frac{BD}{\sin BAD} \Rightarrow BD = \frac{AB \cdot \sin BAD}{\sin ADB}$

Tam giác BCD vuông tại C nên có: $\sin CBD = \frac{CD}{BD} \Rightarrow CD = BD \cdot \sin CBD$

Vậy $CD = \frac{AB \cdot \sin BAD \cdot \sin CBD}{\sin ADB} = \frac{30 \cdot \sin 117^\circ \cdot \sin 48^\circ}{\sin 15^\circ} = 76,8m.$

