



CHƯƠNG

III

HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC

BÀI 6. HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC



IV HỆ THỐNG BÀI TẬP CÂU HỎI 4 MỆNH ĐỀ TRẢ LỜI ĐÚNG/SAI.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho tam giác ABC có $AB = 3, AC = 2, A = 60^\circ$. Trên cạnh BC lấy điểm M nằm giữa hai điểm B và C .

a) $BC^2 = AB^2 + AC^2 + 2AB.AC.\cos A$.

b) $BC = \sqrt{7}$.

c) $\cos B = \frac{\sqrt{7}}{7}$.

d) Độ dài AM nhỏ nhất bằng $\frac{189}{49}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
--------	---------	--------	--------

a) Ta có $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos A$, suy ra mệnh đề **Sai**.

b) $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos A = 9 + 4 - 2.3.2.\cos 60^\circ = 7 \Rightarrow BC = \sqrt{7}$.

Suy ra mệnh đề **đúng**.

c) $\cos B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2AB.BC} = \frac{9 + 7 - 4}{2.3.\sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{7}}{7}$, suy ra mệnh đề **sai**.

d) Với M tùy ý nằm giữa B và C , ta có

$$\begin{aligned} AM^2 &= AB^2 + BM^2 - 2AB.BM.\cos B = 9 + BM^2 - 2.3.BM.\frac{2\sqrt{7}}{7} \\ &= BM^2 - \frac{12\sqrt{7}}{7}BM + 9 = \left(BM - \frac{6\sqrt{7}}{7}\right)^2 + \frac{189}{49} \geq \frac{189}{49} \Rightarrow AM^2 \geq \frac{189}{49} \Rightarrow AM \geq \frac{\sqrt{189}}{7}. \end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra khi $BM - \frac{6\sqrt{7}}{7} = 0 \Leftrightarrow BM = \frac{6\sqrt{7}}{7}$ hay $BM = \frac{6}{7}BC$.

Suy ra mệnh đề **sai**.

Câu 2: Cho $\triangle ABC$, có diện tích bằng $12\sqrt{3}$, cạnh $AB = 6, BAC = 120^\circ$.

a) Có $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos B$.

b) Độ dài cạnh $BC = 2\sqrt{37}$.



c) Bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔABC là $\frac{3\sqrt{111}}{2}$.

d) Độ dài chân đường phân giác trong góc A của ΔABC có độ dài là $\frac{25}{7}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
--------	---------	--------	--------

a) Ta có: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A$ suy ra mệnh đề **sai**

b) Ta có: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A$

$$S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot AC = 12\sqrt{3} \Rightarrow AC = 8.$$

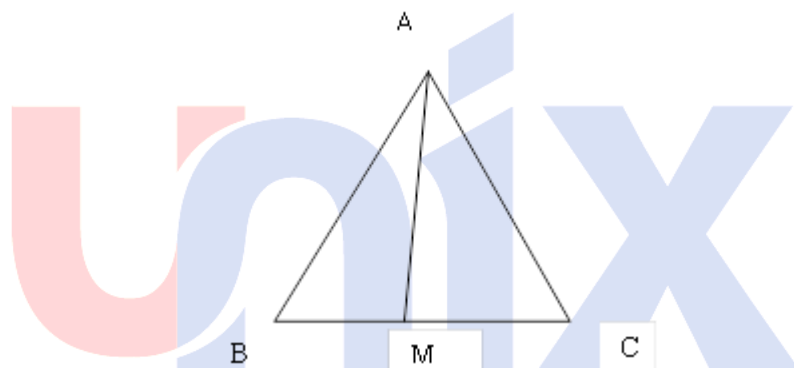
$$\Rightarrow BC^2 = 6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos 120^\circ = 148$$

$$\Rightarrow BC = 2\sqrt{37} \text{ suy ra mệnh đề đúng}$$

c) Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC:

$$S_{ABC} = \frac{AB \cdot AC \cdot BC}{4 \cdot R} \Rightarrow R = \frac{AB \cdot AC \cdot BC}{4S_{ABC}} = \frac{6 \cdot 8 \cdot 2 \cdot \sqrt{37}}{4 \cdot 12\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{111}}{3} \text{ suy ra mệnh đề sai}$$

d)



Gọi M là chân đường phân giác góc A .

$$\text{Ta có } \frac{BM}{CM} = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{4}.$$

$$\text{Suy ra } BM = \frac{3}{7} BC = \frac{6\sqrt{37}}{7}.$$

Áp dụng định lý cosin trong tam giác ABM ta được:

$$AM^2 = AB^2 + BM^2 - 2AB \cdot BM \cdot \cos ABC = AB^2 + BM^2 - 2AB \cdot BM \cdot \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2 \cdot AB \cdot BC} = \frac{576}{49}.$$

$$\Rightarrow AM = \frac{24}{7}. \text{ suy ra mệnh đề sai.}$$

Câu 3: Cho tam giác ABC có $AB = 5$ và M là trung điểm của đoạn BC . Biết $MC = 7$ và $AM = 8$

a) $\cos CBA = \frac{1}{7}$

b) $AC = \sqrt{201}$.

c) $\cos CBA = \frac{1}{7} 11$.

d) $\cos CBA = 12\sqrt{2}$.

Lời giải



a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

Ta có $MB = MC = 7 \Rightarrow BC = 14$. Áp dụng định lý cosin cho tam giác AMB , ta được:

$$\cos MBA = \frac{BM^2 + BA^2 - MA^2}{2 \cdot BM \cdot BA} = \frac{7^2 + 5^2 - 8^2}{2 \cdot 7 \cdot 5} = \frac{1}{7}. \text{ Suy ra } \cos CBA = \frac{1}{7}.$$

Áp dụng định lý cosin cho tam giác ABC , ta được:

$$AC^2 = BA^2 + BC^2 - 2BA \cdot BC \cdot \cos CBA = 5^2 + 14^2 - 2 \cdot 5 \cdot 14 \cdot \frac{1}{7} = 201 \Rightarrow AC = \sqrt{201}.$$

Cách 2:

Xét tam giác ABC có $AB = 5$, $BC = 14$ và đường trung tuyến $AM = 8$.

$$\begin{aligned} \text{Áp dụng công thức đường trung tuyến cho tam giác } ABC \text{ ta có } AM^2 &= \frac{AB^2 + AC^2}{2} - \frac{BC^2}{4} \\ \Rightarrow 4AM^2 + BC^2 &= 2(AB^2 + AC^2) \Leftrightarrow 2AC^2 = 4AM^2 + BC^2 - 2AB^2 = 4 \cdot 8^2 + 14^2 - 2 \cdot 5^2 = 402. \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } AC^2 = 201 \Leftrightarrow AC = \sqrt{201}.$$

a) Đúng: $\cos CBA = \frac{1}{7}$

b) Đúng: $AC = \sqrt{201}$.

c) Sai: $\cos CBA = \frac{1}{7} \cdot 11$.

d) Sai: $\cos CBA = 12\sqrt{2}$.

Câu 4: Cho tam giác ABC có $b = 7 \text{ cm}$, $c = 5 \text{ cm}$, $A = 120^\circ$. (tất cả các kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

a) $a = \sqrt{127} \text{ cm}$

b) $\cos C \approx 0,91$

c) $\cos B \approx 0,21$

d) $R \approx 6,03(\text{cm})$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

Áp dụng định lý cosin trong tam giác, ta có:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A \Rightarrow a^2 = 7^2 + 5^2 - 2 \cdot 7 \cdot 5 \cdot \cos 120^\circ = 109.$$

$$\text{Do đó, } a = \sqrt{109} \text{ cm}.$$

$$\text{Ta có } b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B \Rightarrow \cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{109 + 5^2 - 7^2}{2 \cdot \sqrt{109} \cdot 5} \approx 0,81.$$

$$\text{Tương tự, } \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{109 + 7^2 - 5^2}{2 \cdot \sqrt{109} \cdot 7} \approx 0,91.$$



Áp dụng định lý sin trong tam giác, ta có:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R \text{ nên } R = \frac{a}{2 \cdot \sin A} = \frac{\sqrt{109}}{2 \cdot \sin 120^\circ} \approx 6,03(cm).$$

Câu 5: Cho tam giác ABC có các cạnh $a = 6m, b = 8m, c = 10m$.

a) $p = 16(cm)$

b) $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

c) $S = 24(cm^2)$

d) $r = 4(cm)$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

Ta có $p = (6+8+10):2 = 12(cm)$.

Áp dụng công thức Heron trong tam giác, ta có:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \text{ hay } S = \sqrt{12 \cdot (12-6) \cdot (12-8) \cdot (12-10)} = 24(cm^2).$$

Mà $S = p \cdot r$ nên $r = S:p = 24:12 = 2(cm)$.

Câu 6: Cho tam giác ABC biết $a = 3cm, b = 4cm, C = 30^\circ$.

a) $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

b) $c \approx 3,05(cm)$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

c) $\cos A \approx 0,68$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

d) $A \approx 77,2^\circ$ (đơn vị độ, kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

Áp dụng định lý cosin trong tam giác, ta có: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$ hay

$$c^2 = 3^2 + 4^2 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \cos 30^\circ = 25 - 12\sqrt{3}. \text{ Do đó, } c \approx 2,05(cm).$$

$$\text{Ta có } a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A \Rightarrow \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{4^2 + (25 - 12\sqrt{3})^2 - 3^2}{2 \cdot 4 \cdot \sqrt{25 - 12\sqrt{3}}} \approx 0,68.$$

$$\text{Suy ra } \hat{A} \approx 47,2^\circ. \text{ Do đó, } \hat{B} = 180^\circ - \hat{A} - \hat{C} = 180^\circ - 47,2^\circ - 30^\circ = 102,8^\circ.$$

Câu 7: Cho tam giác ABC biết $a = 8dm, B = 45^\circ, C = 60^\circ$.

a) $A = 75^\circ$

b) $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

c) $b \approx 5,26(cm)$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

d) $c \approx 3,17(cm)$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải



a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

Trong $\triangle ABC$ ta có: $\hat{A} = 180^\circ - \hat{B} - \hat{C} = 180^\circ - 45^\circ - 60^\circ = 75^\circ$.

Áp dụng định lí sin trong tam giác, ta có:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow \frac{8}{\sin 75^\circ} = \frac{b}{\sin 45^\circ} = \frac{c}{\sin 60^\circ}$$

$$\text{Do đó, } b = \frac{8 \cdot \sin 45^\circ}{\sin 75^\circ} \approx 5,86(\text{cm}); c = \frac{8 \cdot \sin 60^\circ}{\sin 75^\circ} \approx 7,17(\text{cm}).$$

Câu 8: Cho tam giác ABC có các cạnh $a = 3\text{cm}, b = 4\text{cm}, c = 5\text{cm}$.

a) $p = 12(\text{cm})$

b) $S_{ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

c) $S_{ABC} = 6(\text{cm}^2)$.

d) $R = 3,5(\text{cm})$ (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

Ta có $p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{3+4+5}{2} = 6(\text{cm})$. Áp dụng công thức Heron ta có:

$$S_{ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{6 \cdot (6-3) \cdot (6-4) \cdot (6-5)} = 6(\text{cm}^2).$$

$$\text{Áp dụng công thức tính diện tích } S = \frac{abc}{4R}, \text{ suy ra } R = \frac{abc}{4S} = \frac{3 \cdot 4 \cdot 5}{4 \cdot 6} = 2,5(\text{cm}).$$

Câu 9: Cho tam giác ABC biết cạnh $a = 137,5\text{cm}, B = 83^\circ, C = 57^\circ$.

a) $A = 40^\circ$

b) $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = R$

c) $R \approx 106,96\text{cm}$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

d) $b \approx 179,4\text{cm}$ (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

$$\text{Ta có: } \hat{A} = 180^\circ - (\hat{B} + \hat{C}) = 180^\circ - (83^\circ + 57^\circ) = 40^\circ$$

$$\text{Theo định lí sin: } \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

$$\text{Suy ra: } R = \frac{a}{2 \sin A} = \frac{137,5}{2 \sin 40^\circ} \approx 106,96\text{cm};$$



$$b = \frac{a \sin B}{\sin A} = \frac{137,5 \cdot \sin 83^\circ}{\sin 40^\circ} \approx 212,32 \text{ cm}; c = \frac{a \sin C}{\sin A} = \frac{137,5 \cdot \sin 57^\circ}{\sin 40^\circ} \approx 179,4 \text{ cm}.$$

Câu 10: Cho tam giác ABC có số đo các cạnh lần lượt là 7,9 và 12.

- a) $p = 14$
- b) $S = 13\sqrt{5}$
- c) $R = \frac{7\sqrt{5}}{10}$
- d) $r = \sqrt{3}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

Giả sử: $a = 7, b = 9, c = 12$.

$$\text{Đặt } p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{7+9+12}{2} = 14 \text{ (nửa chu vi tam giác).}$$

Theo công thức Hê-rông, ta có:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{14(14-7)(14-9)(14-12)} = 14\sqrt{5};$$

$$\text{Ta có: } S = \frac{abc}{4R} \Rightarrow R = \frac{abc}{4S} = \frac{7 \cdot 9 \cdot 12}{4 \cdot 14\sqrt{5}} = \frac{27\sqrt{5}}{10}; S = pr \Rightarrow r = \frac{S}{p} = \frac{14\sqrt{5}}{14} = \sqrt{5}.$$

Câu 11: Cho tam giác ABC , biết $b = 7, c = 5, \cos A = \frac{3}{5}$.

- a) $\sin A = \frac{4}{5}$
- b) $S = 14$
- c) $a = 3\sqrt{2}$
- d) $r = 4 - \sqrt{2}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

$$\text{Ta có: } \sin^2 A = 1 - \cos^2 A = \frac{16}{25} \Rightarrow \sin A = \frac{4}{5} \text{ (vì } \sin A > 0 \text{)}.$$

$$S = \frac{1}{2}bc \sin A = 14$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A = 7^2 + 5^2 - 2 \cdot 7 \cdot 5 \cdot \frac{3}{5} = 32 \Rightarrow a = 4\sqrt{2}.$$

$$\frac{a}{\sin A} = 2R \Rightarrow R = \frac{a}{2 \cdot \sin A} = \frac{5\sqrt{2}}{2}; p = \frac{a+b+c}{2} = 6 + 2\sqrt{2}$$



$$S = pr \Rightarrow r = \frac{S}{p} = \frac{14}{6+2\sqrt{2}} = 3 - \sqrt{2}.$$

Câu 12: Cho ΔABC có $AB=3, AC=4$, diện tích $S=3\sqrt{3}$.

a) $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A$

b) $\sin A = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

c) $\cos A = \frac{1}{2}$

d) $\cos A = -\frac{1}{2}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

Ta có: $S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A \Rightarrow \sin A = \frac{2S}{AB \cdot AC} = \frac{2 \cdot 3\sqrt{3}}{3 \cdot 4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

$$\cos^2 A = 1 - \sin^2 A = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4} \Rightarrow \begin{cases} \cos A = \frac{1}{2} \\ \cos A = -\frac{1}{2} \end{cases}; BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A.$$

Với $\cos A = \frac{1}{2}$: $BC^2 = 3^2 + 4^2 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} = 13 \Rightarrow BC = \sqrt{13}$.

Với $\cos A = -\frac{1}{2}$: $BC^2 = 3^2 + 4^2 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 37 \Rightarrow BC = \sqrt{37}$.

Câu 13: Cho ΔABC có $BC=\sqrt{6}, CA=2, AB=1+\sqrt{3}$.

a) $A = 30^\circ$

b) $B = 35^\circ$

c) $S = \frac{3+\sqrt{3}}{2}$

d) $R = \sqrt{2}$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{1}{2} \Rightarrow A = 60^\circ; \cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \hat{B} = 45^\circ.$$

$$S = \frac{1}{2} bc \sin A = \frac{3+\sqrt{3}}{2}; S = \frac{1}{2} BC \cdot AH \Rightarrow AH = \frac{2S}{BC}; S = \frac{abc}{4R} \Rightarrow R = \frac{abc}{4S} = \sqrt{2}.$$

Câu 14: Cho tam giác ABC có $AB=15, AC=20$ và $BAC=60^\circ$. (các kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

a) $BC=18$

b) $ABC=75^\circ$



c) $S=129$

d) $2R-5r < 0$ (Với R, r lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp tam giác ABC)

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) **Đúng**

Áp dụng định lí Côsin trong tam giác ABC , ta có

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos A = 15^2 + 20^2 - 2 \cdot 15 \cdot 20 \cdot \cos 60^\circ = 325$$

Do đó $BC = \sqrt{325} \approx 18$

b) **Sai**

Áp dụng định lí Côsin trong tam giác ABC , ta có

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos B$$

$$\Leftrightarrow \cos B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2 \cdot AB \cdot BC} = \frac{15^2 + 18^2 - 20^2}{2 \cdot 15 \cdot 18} = \frac{149}{540}$$

Do đó $ABC \approx 74^\circ$

c) **Sai**

Diện tích tam giác ABC là

$$S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin BAC = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 20 \cdot \sin 60^\circ = 75\sqrt{3} \approx 130$$

d) **Đúng**

Áp dụng định lí Sin trong tam giác ABC , ta có

$$2R = \frac{BC}{\sin BAC}$$

$$\Leftrightarrow R = \frac{BC}{2 \cdot \sin BAC} = \frac{\sqrt{325}}{2 \cdot \sin 60^\circ} = \sqrt{\frac{325}{3}}$$

$$S = \frac{r \cdot a + b + c}{2} \Leftrightarrow r = \frac{2 \cdot S}{a + b + c} = \frac{2 \cdot 75\sqrt{3}}{15 + \sqrt{325} + 20} \approx 4,9$$

Nên $2R - 5r < 0$.

Câu 15: Cho tam giác ABC có $a=13, b=8, c=7$

Mệnh đề	Đúng	Sai
Góc A bằng 60°		
Diện tích tam giác ABC là $14\sqrt{3}$		



Chiều cao từ A đến BC là $\frac{28\sqrt{3}}{13}$		
Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC $\sqrt{3}$		

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A \Rightarrow \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = -\frac{1}{2} \Rightarrow A = 120^\circ$$

$$S = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}56 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 14\sqrt{3}$$

$$S = \frac{1}{2}a.h_a \Rightarrow h_a = \frac{2S}{a} = \frac{28\sqrt{3}}{13}$$

$$S = p.r \Rightarrow r = \frac{2S}{a+b+c} = \frac{2 \cdot 14\sqrt{3}}{7+8+13} = \sqrt{3}$$

Câu 16: Cho tam giác ABC có $BC = a = 7$; $AC = b = 8$; $AB = c = 5$

Mệnh đề	Đúng	Sai
Góc $BAC = 60^\circ$		
Diện tích tam giác ABC là $10\sqrt{3}$		
Chiều cao từ A đến BC là $\frac{20\sqrt{3}}{7}$		
Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC $\frac{7\sqrt{3}}{3}$		

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------

$$+ \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{8^2 + 5^2 - 7^2}{2 \cdot 8 \cdot 5} = \frac{1}{2} \Rightarrow A = 60^\circ.$$

$$+ S = \frac{1}{2}b.c.\sin A = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 5 \cdot \sin 60^\circ = 10\sqrt{3}.$$

$$+ \text{Ta có: } S = \frac{1}{2}a.h_a \Rightarrow h_a = \frac{2S}{a} = \frac{2 \cdot 10\sqrt{3}}{7} = \frac{20\sqrt{3}}{7}.$$

$$+ \text{Ta có: } S = \frac{a.b.c}{4R} \Rightarrow R = \frac{a.b.c}{4S} = \frac{7 \cdot 8 \cdot 5}{4 \cdot 10\sqrt{3}} = \frac{7\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 17: Cho tam giác ΔABC có $AC = b = 7$; $AB = c = 5$; $\cos A = \frac{3}{5}$.

a) góc A là góc tù.

b) $a = 4\sqrt{2}$.

c) $\sin A = \frac{4}{5}$



d) Độ dài đường cao hạ từ đỉnh A bằng $\frac{7\sqrt{2}}{2}$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

a) Khẳng định **SAI** vì $\cos A = \frac{3}{5} > 0 \Rightarrow A$ nhọn.

b) Khẳng định **Đúng** vì $a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2bc \cos A} = \sqrt{7^2 + 5^2 - 2 \cdot 7 \cdot 5 \cdot \frac{3}{5}} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$.

c) Khẳng định **SAI** vì $\sin^2 A = 1 - \cos^2 A = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$.

Suy ra $\begin{cases} \sin A = \frac{4}{5} \\ \sin A = -\frac{4}{5} \end{cases}$ vì $0 \leq A \leq 180^\circ$ nên $\sin A = \frac{4}{5}$

d) Khẳng định **ĐÚNG** vì $S = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 5 \cdot \frac{4}{5} = 14$ mà

$$S = \frac{1}{2}a \cdot h_a \Leftrightarrow 14 = \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{2} \cdot h_a \Leftrightarrow h_a = \frac{7\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 18: Cho tam giác ABC có $AB = 2; AC = 3; BC = 4$.

a) Diện tích của tam giác ABC là $S_{ABC} = \frac{3\sqrt{15}}{4}$.

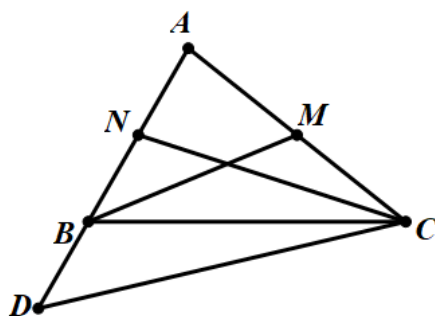
b) Bán kính đường tròn nội tiếp của tam giác ABC là $r = \frac{\sqrt{15}}{5}$.

c) Gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh AC và AB . Khi đó, $S_{ANC} < S_{AMB}$.

d) Gọi D là điểm đối xứng của N qua B . Khi đó, $\cos NCD = \frac{2\sqrt{115}}{23}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------



a) Diện tích của tam giác ABC là $S_{ABC} = \frac{3\sqrt{15}}{4}$.

$$\text{Ta có: } S_{ABC} = \sqrt{p(p-AB)(p-AC)(p-BC)} = \frac{3\sqrt{15}}{4}.$$



Vậy khẳng định A **đúng**.

b) Bán kính đường tròn nội tiếp của tam giác ABC là $r = \frac{\sqrt{15}}{5}$.

$$\text{Ta có: } S_{ABC} = p.r \Rightarrow r = \frac{S_{ABC}}{p} = \frac{\sqrt{15}}{6} \neq \frac{\sqrt{15}}{5}.$$

Vậy khẳng định B **sai**.

c) $S_{ANC} < S_{AMB}$.

$$\text{Ta có: } \frac{S_{ANC}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{1}{2} AN.AC.\sin BAC}{\frac{1}{2} AC.AB.\sin BAC} = \frac{AN}{AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow S_{ANC} = \frac{1}{2} S_{ABC}.$$

$$\text{Tương tự: } \frac{S_{AMB}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{1}{2} AM.AB.\sin BAC}{\frac{1}{2} AC.AB.\sin BAC} = \frac{AM}{AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow S_{AMB} = \frac{1}{2} S_{ABC}.$$

Khi đó: $S_{ANC} = S_{AMB}$.

Vậy khẳng định C **sai**.

$$\text{d) } \cos NCD = \frac{2\sqrt{115}}{23}.$$

$$\text{Ta có: } ND = 2NB = 2 \Rightarrow AD = 3.$$

$$\text{Ta có: } BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos BAC \Rightarrow \cos BAC = -\frac{1}{4}.$$

$$\text{Ta có: } CD^2 = AD^2 + AC^2 - 2.AD.AC.\cos BAC \Rightarrow CD = \frac{3\sqrt{10}}{2}.$$

$$\text{Ta có: } CN^2 = \frac{2(CA^2 + CB^2) - AB^2}{4} \Rightarrow CN = \frac{\sqrt{46}}{2}.$$

$$\text{Ta có: } DN^2 = CN^2 + CD^2 - 2CN.CD.\cos NCD \Rightarrow \cos NCD = \frac{2\sqrt{115}}{23}.$$

Vậy khẳng định D **đúng**.

Câu 19: Cho tam giác ABC với $AB=2$, $BC=3$, $CA=4$.

a) Tam giác ABC có diện tích $\sqrt{2}$.

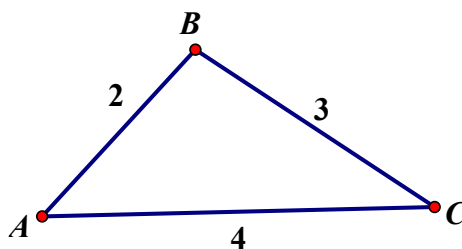
b) Tam giác ABC có chiều cao $AH=1$.

c) Tam giác ABC có góc B là góc tù.

d) Tam giác ABC có tổng độ dài bán kính đường tròn nội tiếp và ngoại tiếp bằng $\frac{7\sqrt{15}}{10}$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------



+ Trong tam giác ABC có $p = \frac{2+3+4}{2} = \frac{9}{2}$ nên theo công thức Hê-rông ta có:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \frac{3\sqrt{15}}{4} \text{ nên A sai.}$$

$$+ S = \frac{1}{2} AH \cdot BC \Leftrightarrow AH = \frac{2S}{BC} = \frac{\sqrt{15}}{2} \text{ nên B sai.}$$

$$+ \text{Theo định lí côsin, } \cos B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2 \cdot AB \cdot BC} = \frac{2^2 + 3^2 - 4^2}{2 \cdot 2 \cdot 3} = -\frac{1}{4} < 0 \Rightarrow B > 90^\circ \text{ nên C đúng.}$$

$$+ S = \frac{abc}{4R} \Leftrightarrow R = \frac{abc}{4S} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 4}{4 \cdot \frac{3\sqrt{15}}{4}} = \frac{8\sqrt{15}}{15}.$$

$$S = pr \Leftrightarrow r = \frac{S}{p} = \frac{\sqrt{15}}{6}.$$

$$\text{Vậy } R + r = \frac{8\sqrt{15}}{15} + \frac{\sqrt{15}}{6} = \frac{7\sqrt{15}}{10} \text{ nên D đúng.}$$

Câu 20: Cho tam giác ABC có $AB=3, AC=6$ và $A = 60^\circ$.

a) Giá trị lượng giác $\cos A = \frac{\sqrt{3}}{2}$

b) Độ dài cạnh $BC = 3\sqrt{3}$

c) Diện tích tam giác ABC bằng $9\sqrt{3}$

d) Độ dài đường cao AH của tam giác ABC bằng 3

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

a) Sai

b) Đúng

$$BC = \sqrt{36 + 9 - 2 \cdot 6 \cdot 3 \cdot \cos 60^\circ} = 3\sqrt{3}$$

c) Đúng

$$S = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 6 \cdot \sin 60^\circ = 9\sqrt{3}$$

d) Sai

$$AH = \frac{2S}{BC} = \sqrt{3}.$$



Câu 21: Cho tam giác ABC có $AB = 9$; $AC = 5$; $\cos A = \frac{3}{5}$.

a) $\sin A = -\frac{4}{5}$.

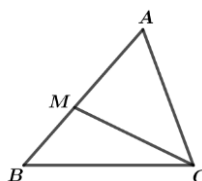
b) Độ dài cạnh $BC = 2\sqrt{13}$.

c) Góc ACB là góc tù.

d) Tồn tại duy nhất một điểm M nằm trên cạnh AB để $\sin AMC = \frac{4\sqrt{17}}{17}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------



a) Sai. Ta có $\sin^2 A = 1 - \cos^2 A = \frac{16}{25}$ mà $0^\circ < A < 180^\circ \Rightarrow \sin A > 0 \Rightarrow \sin A = \frac{4}{5}$.

b) Đúng.

Xét $\triangle ABC$: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos A = 9^2 + 5^2 - 2 \cdot 9 \cdot 5 \cdot \frac{3}{5} = 52$

$\Rightarrow BC = 2\sqrt{13}$ (định lý cosin).

c) Sai.

Theo định lý sin: $\frac{AB}{\sin ACB} = \frac{BC}{\sin A} \Leftrightarrow \frac{9}{\sin ACB} = \frac{2\sqrt{13}}{\frac{4}{5}} \Rightarrow \sin ACB = \frac{18\sqrt{13}}{65} \Rightarrow ACB \approx 86^\circ$.

d) Đúng. Với $\sin AMC = \frac{4\sqrt{17}}{17}$, theo định lý sin: $\frac{AC}{\sin AMC} = \frac{MC}{\sin A} \Rightarrow MC = \frac{5 \cdot \frac{4}{5}}{\frac{4\sqrt{17}}{17}} = \sqrt{17}$.

Giả sử tồn tại M nằm trên cạnh $AB \Rightarrow AM \leq 9$.

Xét tam giác AMC :

Theo bất đẳng thức tam giác: $AM < AC + MC$ mà $AC + MC = 5 + \sqrt{17} \approx 9.12 > 9$

Vậy tồn tại duy nhất điểm M nằm trên cạnh AB để $\sin AMC = \frac{4\sqrt{17}}{17}$.

Câu 22: Tam giác ABC có ba cạnh lần lượt là $BC = 2$, $AC = 3$, $AB = 4$.

a) Diện tích tam giác ABC là $S = \frac{3\sqrt{15}}{2}$.



- b) Góc bé nhất của tam giác ABC có sin bằng $\frac{\sqrt{15}}{8}$.
- c) Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $R = \frac{8\sqrt{15}}{15}$.
- d) Giá trị của biểu thức $P = \frac{2\sin^2 A + 3\cos^2 A}{\sin^2 A - \cos^2 A}$ bằng $-\frac{177}{34}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

a) Áp dụng công thức Hê-rông ta có: $p = \frac{2+3+4}{2} = \frac{9}{2}$;

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \frac{\sqrt{135}}{4}.$$

b) Ta có $BC = 2 < AC = 3 < AB = 4 \Rightarrow$ góc bé nhất của tam giác ABC là góc A .

$$S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A \Rightarrow \sin A = \frac{2S}{AB \cdot AC} = \frac{2 \cdot \frac{\sqrt{135}}{4}}{4 \cdot 3} = \frac{\sqrt{15}}{8}.$$

c) Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $R = \frac{abc}{4S} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 4}{4 \cdot \frac{\sqrt{135}}{4}} = \frac{8\sqrt{15}}{15}$.

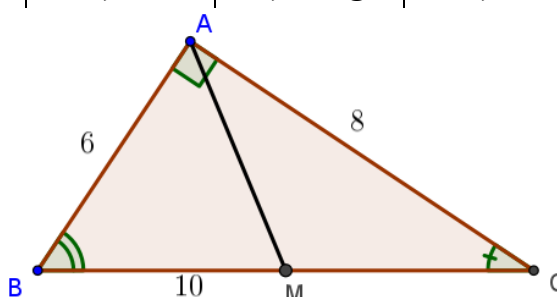
d) Ta có $\sin A = \frac{\sqrt{15}}{8} \Rightarrow \cos A = \frac{7}{8}$. Khi đó $P = \frac{2\sin^2 A + 3\cos^2 A}{\sin^2 A - \cos^2 A} = -\frac{177}{34}$.

Câu 23: Cho tam giác ABC có độ dài các cạnh là $a = 10\text{cm}, b = 8\text{cm}, c = 6\text{cm}$. Lấy M là trung điểm của BC . Gọi S, R lần lượt là diện tích và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

- a) $S = \frac{abc}{4R}$.
- b) $S = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)}$.
- c) $S = 24(\text{cm}^2)$.
- d) Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABM bằng $3,25(\text{cm})$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------



- a) Đúng



b) $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ nên b) sai

c) $p = \frac{6+8+10}{2} = 12$ nên $S = \sqrt{12(12-6)(12-8)(12-10)} = 24$ nên c) đúng

d) $S_{ABM} = \frac{1}{2}S_{ABC}$ suy ra $S_{ABM} = 12$

$AM = \frac{1}{2}BC = 5$; $BM = 5$ suy ra bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABM là:

$$\frac{AM \cdot BM \cdot AB}{4 \cdot S_{ABM}} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 5}{4 \cdot 12} = \frac{25}{8} \text{ nên d) sai.}$$

Câu 24: Cho tam giác ABC có $AC = 7$, $AB = 5$, $\cos A = \frac{3}{5}$.

a) Góc A là góc tù.

b) $\sin A = \frac{4}{5}$.

c) $BC = 4\sqrt{2}$.

d) Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có bán kính $R = 5\sqrt{2}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

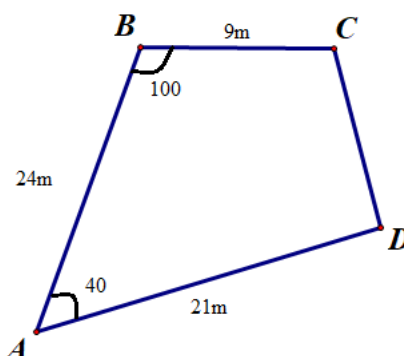
a) Ta có $\cos A = \frac{3}{5} > 0$ nên góc A là góc nhọn.

b) Ta có $\cos A = \frac{3}{5} \Rightarrow \sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A} = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{4}{5}$.

c) Ta có $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos A = 5^2 + 7^2 - 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \frac{3}{5} = 32 \Rightarrow BC = 4\sqrt{2}$

d) Ta có $\frac{a}{\sin A} = 2R \Rightarrow R = \frac{a}{2 \sin A} = \frac{4\sqrt{2}}{2 \cdot \frac{4}{5}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

Câu 25: Mảnh vườn nhà bác Quang hình tứ giác $ABCD$ (như hình vẽ) có $AB = 24m$, $AD = 21m$, $BC = 9m$, $\angle BAD = 40^\circ$, $\angle ABC = 100^\circ$. (Các kết quả được làm tròn đến hai chữ số thập phân sau dấu phẩy)



- a) $BD = 15,65m$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)
b) $S_{ABD} = 161,98m$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)
c) Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABD bằng $12,17m$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)
d) Diện tích tứ giác $ABCD$ lớn hơn $205m^2$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) Áp dụng định lí cosin trong tam giác ABD

Ta có $BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2AB \cdot AD \cdot \cos BAD \Rightarrow BD \approx 15,65m$. Vậy a **ĐÚNG**

b) $S_{ABD} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AD \cdot \sin BAD = \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot 21 \cdot \sin 40 \approx 161,98m^2$. Vậy b **SAI**

c) $S_{ABD} = \frac{abc}{4R} \Rightarrow R = \frac{abc}{4S} = \frac{24 \cdot 21 \cdot 15,65}{4 \cdot 161,98} \approx 12,17m$. Vậy c **ĐÚNG**

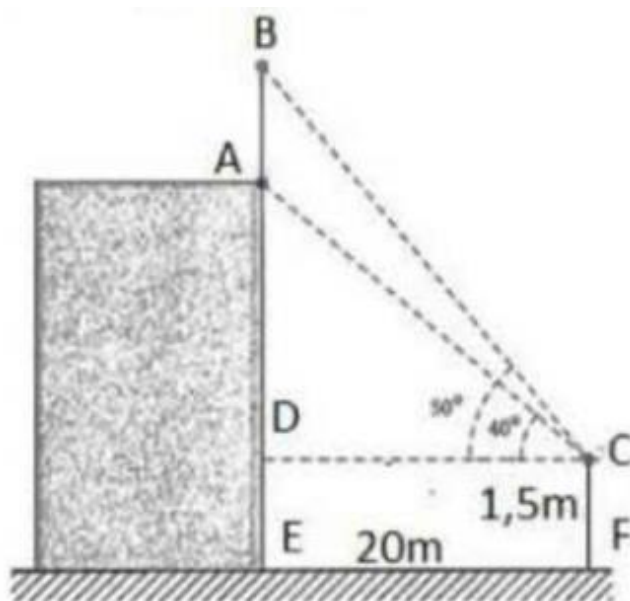
d) Áp dụng định lí sin trong tam giác ABD ta có

$$\frac{BD}{\sin A} = \frac{AD}{\sin ABD} \Rightarrow ABD \approx 59,6^\circ \Rightarrow CBD = ABC - ABD \approx 40,4^\circ$$

$$\text{Suy ra } S_{BCD} = \frac{1}{2} BC \cdot BD \cdot \sin CBD = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 15,65 \cdot \sin 40,4^\circ \approx 45,64m^2$$

Do đó $S_{ABCD} = S_{ABD} + S_{BCD} \approx 207,62m^2$. Vậy d **ĐÚNG**

Câu 26: Để đo chiều cao AB của một cột cờ trên đỉnh tòa nhà (hình vẽ minh họa dưới đây) bạn An đã làm như sau: An đứng trên mặt đất có tầm quan sát ở vị trí C cao $1,5m$ so với mặt đất, khi quan sát An đo được góc tạo bởi AC và BC so với phương nằm ngang CD lần lượt là 40° và 50° . Biết khoảng cách từ chân tòa nhà E đến chân vị trí quan sát F là $20m$. Các mệnh đề sau đúng hay sai? (các kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



- a) Chiều cao tòa nhà được xác định bởi: $AE = AD + DE = AD + CF$
b) Khoảng cách từ chân cột đến vị trí quan sát là: $AC \approx 26,2m$
c) Chiều cao của tòa nhà là $AE \approx 18,3m$
d) Chiều cao của cột cờ là $AB \approx 7,1m$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) Đúng vì $DE = CF$

b) Sai vì:

Trong tam giác DAC , ta có:

$$\cos ACD = \frac{DC}{AC}, \text{ suy ra } AC = \frac{DC}{\cos ACD} = \frac{20}{\cos 40^\circ} \approx 26,1(m).$$

c) Đúng vì

Trong tam giác DAC , ta có:

$$\tan ACD = \tan 40^\circ = \frac{AD}{DC}, \text{ suy ra } AD = DC \cdot \tan 40^\circ = 20 \cdot \tan 40^\circ \approx 16,8(m).$$

Vậy chiều cao của tòa nhà là: $AE = AD + DE = AD + CF \approx 16,8 + 1,5 \approx 18,3(m).$

d) Đúng vì

Trong tam giác BDC , ta có:

$$\tan BCD = \tan 50^\circ = \frac{BD}{DC}, \text{ suy ra } BD = DC \cdot \tan 50^\circ = 20 \cdot \tan 50^\circ \approx 23,8(m).$$

Mà $AB = BD - AD = 20 \cdot \tan 50^\circ - 20 \cdot \tan 40^\circ \approx 7,1(m).$

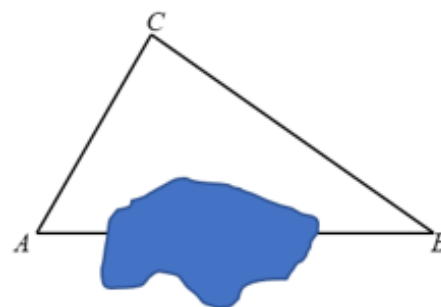


Câu 27: Khoảng cách từ A đến B không thể đo trực tiếp được vì phải qua một đầm lầy.

Người ta xác định được một điểm C sao cho $BAC = 30^\circ$.

Biết $CA = 200\text{m}$, $CB = 300\text{m}$.

(tất cả các kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



a) Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $R = 300(\text{m})$.

b) Số đo CBA bằng 45° .

c) Khoảng cách AB bé hơn 460 m .

d) Diện tích tam giác ABC bằng 3500m^2 .

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

$$\bullet \frac{BC}{\sin A} = 2R \Rightarrow R = \frac{BC}{2 \sin A} = \frac{300}{2 \sin 30^\circ} = 300(\text{m}). \text{ Suy ra a) đúng.}$$

$$\bullet \frac{AC}{\sin B} = \frac{BC}{\sin A} \Rightarrow \sin B = \frac{AC}{BC} \sin A = \frac{200}{300} \cdot \sin 30^\circ = \frac{1}{3} \Rightarrow B \approx 19^\circ 28'.$$

Do đó b) sai.

$$\bullet C = 180^\circ - (A + B) = 130^\circ 32'.$$

$$\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} \Rightarrow AB = \frac{\sin C}{\sin A} BC = \frac{\sin 130^\circ 32'}{\sin 30^\circ} \cdot 300 \approx 456(\text{m}). \text{ Suy ra c) sai.}$$

$$\bullet S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC \cdot \sin C = \frac{1}{2} \cdot 200 \cdot 300 \cdot \sin 130^\circ 32' \approx 22800(\text{m}^2). \text{ Suy ra d) sai.}$$

Câu 28: Một đoạn đường đi từ điểm A đến điểm B nhưng bị vướng một ngọn núi. Nhà đầu tư thực hiện phương án xây dựng đường tránh từ A đến M , từ M đến N và sau đó mới đến B . Biết rằng $AM = 3,2\text{km}$; $MN = 5,5\text{km}$; $NB = 3,6\text{km}$, $\alpha = 140^\circ$ và $\beta = 145^\circ$.



a) Độ dài cạnh $AN \approx 3,68\text{km}$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

b) Số đo của góc ANM bé hơn 15° .



c) Độ dài cạnh $MB \approx 8,7km$ (làm tròn đến hàng phần mười).

d) Giả sử nhà đầu tư dự định phương án đường hầm xuyên qua núi đi thẳng từ A đến B (chi phí cao và sẽ có thu phí). Một người đi xe với vận tốc trung bình $80km/h$ trong đường hầm và vận tốc trung bình $40km/h$ trên đường tránh. Thời gian đi từ A đến B bằng đường hầm sẽ tiết kiệm một khoảng thời gian 10 phút (làm tròn đến hàng đơn vị phút).

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

a) Xét tam giác AMN có $AM = 3,2km$; $MN = 5,5km$; $AMN = \alpha = 140^\circ$, áp dụng định lý cos cho tam giác ta có: $AN^2 = AM^2 + MN^2 - 2.AM.MN.\cos \alpha$.

$$\Rightarrow AN = \sqrt{(3,2)^2 + (5,5)^2 - 2.(3,2).(5,5).\cos 140^\circ} \approx 8,21 (km).$$

b) Xét tam giác AMN có $AM = 3,2km$; $MN = 5,5km$; $AN \approx 8,21km$ ta có:

$$\cos MNA = \frac{MN^2 + NA^2 - AM^2}{2.NM.NA} \approx 0,968 \Rightarrow MNA \approx 14,55^\circ.$$

c) Xét tam giác MNB có $NB = 3,6km$; $MN = 5,5km$; $MNB = \beta = 145^\circ$, áp dụng định lý cos cho tam giác ta có: $MB^2 = NM^2 + BN^2 - 2.NM.BN.\cos \beta$.

$$\Rightarrow MB = \sqrt{(3,6)^2 + (5,5)^2 - 2.(3,6).(5,5).\cos 145^\circ} \approx 8,7 (km).$$

d) Ta có: $ANB = MNB - MNA \approx 130,45^\circ$.

Xét tam giác ANB có $NB = 3,6km$; $AN = 8,21km$; $ANB \approx 130,45^\circ$, áp dụng định lý cos ta có:

$$AB^2 = AN^2 + NB^2 - 2.AN.NB.\cos ANB$$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{(8,21)^2 + (3,6)^2 - 2.(8,21).(3,6).\cos 130,45^\circ} \approx 11,37 (km).$$

Khi đó, thời gian người đó đi hết quãng đường AB bằng đường hầm là

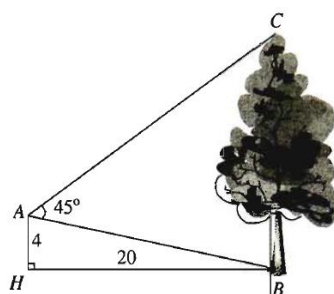
$$t = \frac{S}{v} = \frac{11,37}{80} \approx 0,1422(h) \approx 9 (\text{phút}).$$

Nếu đi từ A đến B bằng đường tránh thì quãng đường người đó phải đi là: $3,2 + 5,5 + 3,6 = 12,3(km)$.

Do đó: thời gian đi hết quãng đường này là: $t = \frac{12,3}{40} = 0,3075 (h) \approx 18$ phút.

Vậy nếu đi bằng đường xuyên núi sẽ nhanh hơn đi đường tránh một khoảng thời gian là $18 - 9 \approx 9$ (phút).

Câu 29: Từ vị trí A người ta quan sát một cây cao (hình vẽ). Biết $AH = 4m$, $HB = 20m$, $BAC = 45^\circ$.



Mệnh đề	Đúng	Sai
Độ dài đoạn $AB = 24$		
$\tan ABH = \frac{1}{5}$		
Số đo góc $ACB = 56^{\circ}18'$		
Độ dài đoạn $BC = \frac{52}{3}$		

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

+) Độ dài $AB = \sqrt{4^2 + 20^2} = 4\sqrt{26}$

+) Xét tam giác vuông AHB : $\tan ABH = \frac{AH}{BH} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$.

+) Góc $CBA = 90^{\circ} - ABH = 78^{\circ}41' \Rightarrow ACB = 180^{\circ} - 45^{\circ} - CBA = 56^{\circ}18'$

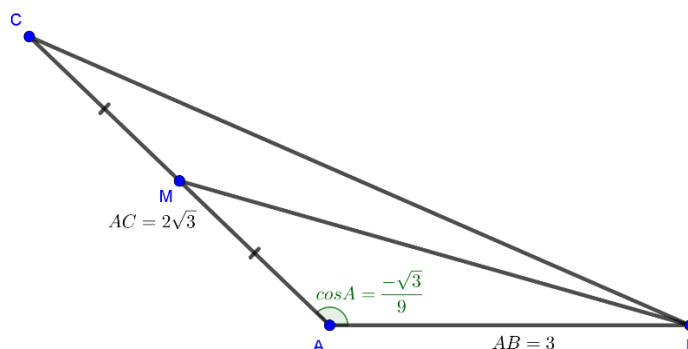
+) Áp dụng định lí Sin trong tam giác ABC ta có $\frac{BC}{\sin 45^{\circ}} = \frac{AB}{\sin ACB} \Rightarrow BC = \frac{AB \cdot \sin 45^{\circ}}{\sin ACB} = \frac{52}{3}$

Câu 30: Cho tam giác ABC có $AB = 2\sqrt{3}$, $AC = 3$ và $\cos A = \frac{-\sqrt{3}}{9}$.

- Góc nhỏ nhất trong tam giác là góc B .
- Độ dài cạnh BC là 5 .
- Gọi M là trung điểm của cạnh AC . Độ dài cạnh BM là $\sqrt{13}$.
- Diện tích của tam giác ABC là $\sqrt{26}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------





a) Ta có $\cos A = \frac{-\sqrt{3}}{9}$ nên góc A là góc lớn nhất

Mà $AB < AC \Rightarrow C < B$. Vậy góc C là góc nhỏ nhất trong tam giác ABC .

b) Theo định lý côsin trong tam giác ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A = 3^2 + (2\sqrt{3})^2 - 2 \cdot 3 \cdot 2\sqrt{3} \cdot \frac{-\sqrt{3}}{9} = 25 \Rightarrow BC = 5$$

c) Theo định lý côsin trong tam giác AMB ta có

$$BM^2 = AB^2 + AM^2 - 2AB \cdot AM \cdot \cos A = 3^2 + (\sqrt{3})^2 - 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{-\sqrt{3}}{9} = 14 \Rightarrow BM = \sqrt{14}$$

$$\sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A} = \sqrt{1 - \left(\frac{-\sqrt{3}}{9}\right)^2} = \frac{\sqrt{78}}{9}$$

d) Ta có

$$\text{Diện tích của tam giác } ABC \text{ là } S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{3} \cdot 3 \cdot \frac{\sqrt{78}}{9} = \sqrt{26}.$$

Câu 31: Cho tam giác ABC có $AB = 6$; $AC = 8$; $BAC = 90^\circ$. Gọi D, E là các điểm thuộc cạnh BC sao cho $CD = BE = \frac{1}{4} BC$.

a) Tam giác ABC vuông cân.

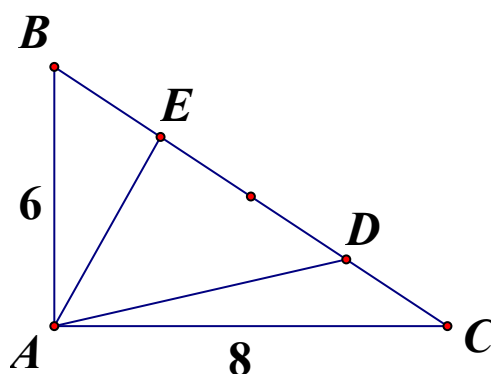
b) Độ dài cạnh $BC = 10$.

c) Số đo góc $ABC = 60^\circ$.

d) Số đo góc $EAD \approx 52^\circ$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------



a) Tam giác ABC vuông cân.

Ta có: $AB = 6$; $AC = 8 \Rightarrow \Delta ABC$ vuông cân (sai).

b) Độ dài cạnh $BC = 10$.

Ta có: $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 6^2 + 8^2 = 100 \Rightarrow BC = 10$.

Vậy $BC = 10$ (đúng).



c) Số đo góc $ABC = 60^\circ$.

$$\text{Xét } \triangle ABC : \tan ABC = \frac{AC}{AB} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} \Rightarrow ABC \approx 53^\circ.$$

Vậy $ABC = 60^\circ$ (sai).

d) Số đo góc $EAD \approx 52^\circ$.

$$\text{Ta có } BC^2 = AB^2 + AC^2 = 6^2 + 8^2 = 100 \Rightarrow BC = 10.$$

$$\text{Vì } CD = BE = \frac{1}{4}BC \Rightarrow CD = BE = \frac{5}{2} \Rightarrow DE = 5.$$

$$\text{Vì } \triangle ABC \text{ vuông tại } A \text{ suy ra } \cos ABC = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{5}; \cos ACB = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{5}.$$

Áp dụng định lí cô sin cho $\triangle ABE$ và $\triangle ACD$ có

$$AE^2 = AB^2 + BE^2 - 2AB \cdot BE \cdot \cos ABE = 6^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 - 2 \cdot 6 \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{3}{5} = \frac{97}{4} \Rightarrow AE = \frac{\sqrt{97}}{2}.$$

$$AD^2 = AC^2 + CD^2 - 2AC \cdot CD \cdot \cos ACD = 8^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 - 2 \cdot 8 \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{4}{5} = \frac{153}{4} \Rightarrow AD = \frac{\sqrt{153}}{2}.$$

$$\cos DAE = \frac{AD^2 + AE^2 - DE^2}{2 \cdot AD \cdot AE} = \frac{\frac{153}{4} + \frac{97}{4} - 5^2}{2 \cdot \frac{\sqrt{153}}{2} \cdot \frac{\sqrt{97}}{2}} \approx 0.6156 \Rightarrow DAE \approx 52^\circ.$$

Câu 32: Cho tam giác ABC có $BC = 12(\text{cm})$, $AC = 15(\text{cm})$, $C = 120^\circ$.

a) $AB^2 = AC^2 + CB^2 + 2BC \cdot AC \cdot \cos C$.

b) $A = 26^\circ$.

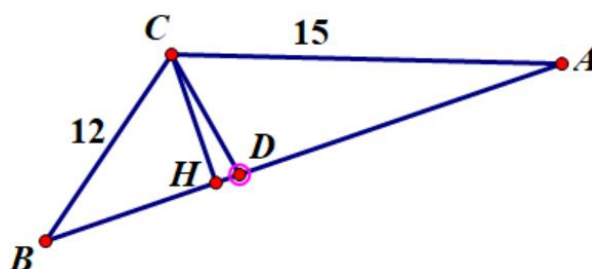
c) Độ dài đường cao hạ từ C của tam giác là $CH = 6,65(\text{cm})$.

d) Độ dài đường phân giác trong hạ từ C là CD lớn hơn $7(\text{cm})$.

(các độ dài đoạn thẳng làm tròn đến hàng phần trăm và số đo góc làm tròn đến đơn vị độ)

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------





a) Sai vì $AB^2 = AC^2 + CB^2 - 2BC.AC.\cos C$.

b) Đúng. Ta có

$$AB^2 = AC^2 + CB^2 - 2BC.AC.\cos C \Leftrightarrow AB^2 = 12^2 + 15^2 - 2.12.15.\cos 120^\circ$$

$$AB^2 = 549 \Leftrightarrow AB = \sqrt{549} = 3\sqrt{61}.$$

Áp dụng định lý sin, ta có $\frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow \sin A = \frac{12.\sin 120^\circ}{3\sqrt{61}} = \frac{2\sqrt{83}}{61} \Rightarrow A \approx 26^\circ$. (vì góc C tù nên góc A nhọn).

c) Đúng. Xét tam giác vuông AHC có $\sin A = \frac{CH}{CA} \Rightarrow CH = AC.\sin A \approx 6.65$.

d) Sai.

Gọi D là chân đường phân giác trong, ta có

$$\frac{AD}{BD} = \frac{AC}{CB} = \frac{5}{4} \Rightarrow AD = \frac{5}{4}BD \Rightarrow AD = \frac{5}{9}.3\sqrt{61} = \frac{5\sqrt{61}}{3}.$$

Áp dụng định lý sin trong tam giác ACD ta có $\frac{CD}{\sin A} = \frac{AD}{\sin 60^\circ} \Rightarrow CD = \frac{AD.\sin A}{\sin 60^\circ} \approx 6,67 < 7$.

Câu 33: Cho tam giác ABC có độ dài ba cạnh là $AB=2$, $BC=5$, $CA=6$. Gọi M là trung điểm của BC .

a) Trong tam giác ABC , số đo của góc B là lớn nhất.

b) Giá trị của $\cos B$ là $\frac{7}{20}$.

c) Diện tích của tam giác ABC là $\frac{3\sqrt{39}}{4}$.

d) $\frac{\sqrt{55}}{2}$ là độ dài đường trung tuyến MA của tam giác ABC .

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) Đúng

Vì cạnh $CA=6$ là lớn nhất trong 3 cạnh của tam giác ABC .

b) Sai.

Áp dụng hệ quả định lý cô-sin ta có: $\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2.a.c} = \frac{5^2 + 2^2 - 6^2}{2.5.2} = -\frac{7}{20}$.

c) Đúng

Ta có: $p = \frac{2+5+6}{2} = \frac{13}{2}$.



Áp dụng công thức hê – rông ta có: $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \frac{3\sqrt{39}}{4}$.

d) Đúng

Áp dụng công thức tính độ dài trung tuyến ta có:

$$MA = \sqrt{\frac{c^2 + b^2}{2} - \frac{a^2}{4}} = \sqrt{\frac{2^2 + 6^2}{2} - \frac{5^2}{4}} = \frac{\sqrt{55}}{2}.$$

Câu 34: Cho tam giác ABC có các cạnh a, b, c thỏa mãn hệ thức $a + b = 2c$ và các đường cao h_a, h_b, h_c tương ứng với các cạnh a, b, c . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

a) $S_{ABC} = \frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}bh_b = \frac{1}{2}ch_c$.

b) $b = \frac{S_{ABC}}{h_b}$.

c) $\frac{2S_{ABC}}{h_a} + \frac{2S_{ABC}}{h_b} = \frac{4S_{ABC}}{h_c}$.

d) $\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} = \frac{2}{h_c}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
----------------	---------------	----------------	----------------

a) Đúng: $S_{ABC} = \frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}bh_b = \frac{1}{2}ch_c$.

b) Sai: $b = \frac{S_{ABC}}{h_b}$. Ta có: $b = \frac{2S_{ABC}}{h_b}$.

c) Đúng: $\frac{2S_{ABC}}{h_a} + \frac{2S_{ABC}}{h_b} = \frac{4S_{ABC}}{h_c}$.

Áp dụng công thức tính diện tích tam giác: $S_{ABC} = \frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}bh_b = \frac{1}{2}ch_c$.

Suy ra: $a = \frac{2S_{ABC}}{h_a}$; $b = \frac{2S_{ABC}}{h_b}$; $c = \frac{2S_{ABC}}{h_c}$.

Theo giả thiết: $a + b = 2c \Rightarrow \frac{2S_{ABC}}{h_a} + \frac{2S_{ABC}}{h_b} = 2 \cdot \frac{2S_{ABC}}{h_c} \Rightarrow \frac{2S_{ABC}}{h_a} + \frac{2S_{ABC}}{h_b} = \frac{4S_{ABC}}{h_c}$.

d) Đúng: $\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} = \frac{2}{h_c}$.

Áp dụng công thức tính diện tích tam giác: $S_{ABC} = \frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}bh_b = \frac{1}{2}ch_c$.

Suy ra: $a = \frac{2S_{ABC}}{h_a}$; $b = \frac{2S_{ABC}}{h_b}$; $c = \frac{2S_{ABC}}{h_c}$.



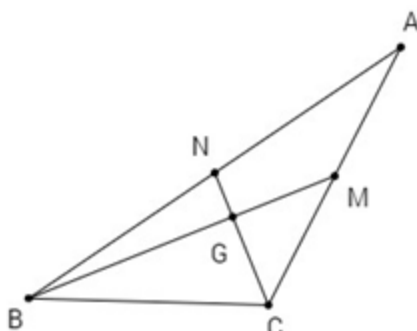
Theo giả thiết: $a + b = 2c \Rightarrow \frac{2S_{ABC}}{h_a} + \frac{2S_{ABC}}{h_b} = 2 \cdot \frac{2S_{ABC}}{h_c} \Rightarrow \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} = \frac{2}{h_c}$.

Câu 35: Cho tam giác ABC có hai trung tuyến kẻ từ B và C vuông góc với nhau.

- a) $b^2 + c^2 = 3a^2$.
 b) $GB^2 + GC^2 = BC^2$.
 c) $b^2 + c^2 = 5a^2$.
 d) $2GB^2 + GC^2 = BC^2$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------



a) Sai: $b^2 + c^2 = 3a^2$.

Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Do hai trung tuyến kẻ từ B và C vuông góc với nhau

nên tam giác GBC vuông tại $G \Leftrightarrow GB^2 + GC^2 = BC^2 \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}m_b\right)^2 + \left(\frac{2}{3}m_c\right)^2 = a^2$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{9} \left[\frac{2(a^2 + c^2) - b^2}{4} \right] + \frac{4}{9} \left[\frac{2(a^2 + b^2) - c^2}{4} \right] = a^2 \Leftrightarrow 4a^2 + b^2 + c^2 = 9a^2 \Leftrightarrow b^2 + c^2 = 5a^2.$$

b) Đúng: $GB^2 + GC^2 = BC^2$.

Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Do hai trung tuyến kẻ từ B và C vuông góc với nhau

nên tam giác GBC vuông tại $G \Leftrightarrow GB^2 + GC^2 = BC^2 \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}m_b\right)^2 + \left(\frac{2}{3}m_c\right)^2 = a^2$

c) Đúng: $b^2 + c^2 = 5a^2$.

Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Do hai trung tuyến kẻ từ B và C vuông góc với nhau

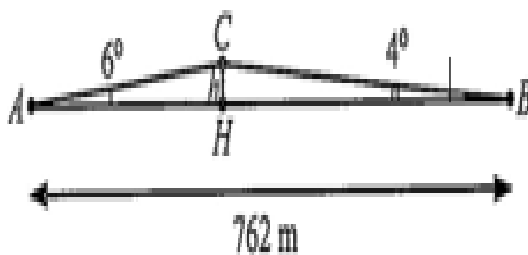
nên tam giác GBC vuông tại $G \Leftrightarrow GB^2 + GC^2 = BC^2 \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}m_b\right)^2 + \left(\frac{2}{3}m_c\right)^2 = a^2$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{9} \left[\frac{2(a^2 + c^2) - b^2}{4} \right] + \frac{4}{9} \left[\frac{2(a^2 + b^2) - c^2}{4} \right] = a^2 \Leftrightarrow 4a^2 + b^2 + c^2 = 9a^2 \Leftrightarrow b^2 + c^2 = 5a^2.$$

d) Sai: $2GB^2 + GC^2 = BC^2$.



Câu 36: Lúc 6 giờ 30 phút sáng, bạn An đi xe đạp từ nhà (điểm A) đến trường (điểm B) phải leo lên và xuống một con dốc (Hình vẽ). Cho biết đoạn thẳng AB dài $762m$, $A = 6^\circ$, $B = 4^\circ$.



- a) Góc $ACB = 170^\circ$.
 b) Quãng đường bạn An đạp lên dốc là $305m$.
 c) Chiều cao h của con dốc theo đơn vị mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị) là $32m$.
 d) Biết rằng tốc độ trung bình lên dốc là $4km/h$ và tốc độ trung bình khi xuống dốc là $19km/h$. Bạn An đến trường lúc 6 giờ 36 phút.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) Đúng

Xét tam giác ABC ta có: $ACB = 180^\circ - 6^\circ - 4^\circ = 170^\circ$.

b) Sai

Áp dụng định lí sin ta có: $\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B} \Rightarrow AC = \frac{AB \sin B}{\sin C} = \frac{762 \sin 4^\circ}{\sin 170^\circ} \approx 306(m)$.

c) Đúng

Xét tam giác vuông AHC ta có $h = CH = AC \sin A \approx 306 \sin 6^\circ \approx 32(m)$.

Vậy chiều cao con dốc là khoảng $32m$.

d) Đúng

Áp dụng định lí sin ta có: $\frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow BC = \frac{762 \sin 6^\circ}{\sin 170^\circ} \approx 459(m)$.

Ta có: $AC \approx 306m = 0,306km$; $CB \approx 459m = 0,459km$.

Như vậy, thời gian bạn An đi từ nhà đến trường là:

$$t = \frac{AC}{4} + \frac{CB}{19} \approx \frac{0,306}{4} + \frac{0,459}{19} \approx 0,1 \text{ (giờ)} = 6 \text{ (phút)}.$$

Vậy bạn An đến trường lúc khoảng 6 giờ 36 phút.

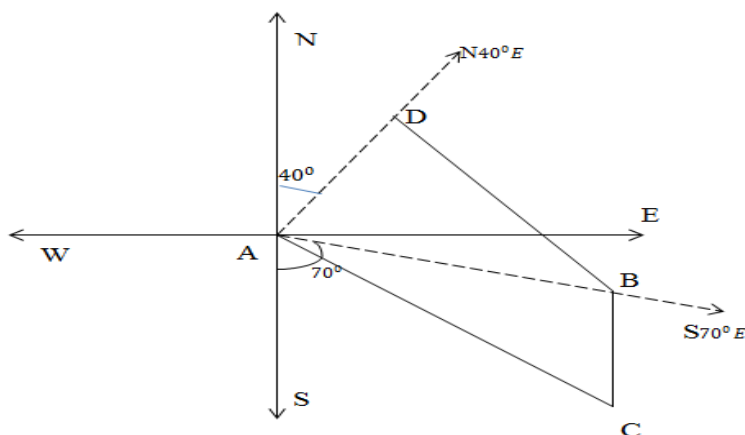
Câu 37: Hai tàu đánh cá xuất phát từ cảng A lúc 8h, tàu thứ nhất đi theo hướng $S70^\circ E$ với vận tốc $50km/h$. Tàu thứ 2 đi theo hướng $N40^\circ E$ với vận tốc $55km/h$. Đi được 75 phút thì động cơ của tàu thứ nhất bị hỏng nên tàu trôi tự do theo hướng nam với vận tốc $7km/h$. Sau 1h30 phút kể từ khi động cơ bị hỏng, tàu đó neo đậu được vào một hòn đảo.
 (các kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



- a) Quãng đường mà tàu thứ nhất đi được sau 75 phút kể từ khi xuất phát là 62,5 (km).
 b) Khoảng cách giữa hai tàu tại thời điểm tàu thứ nhất bị hỏng là 107,6 (km)
 c) Lúc 10 giờ 45 phút tàu thứ nhất cách vị trí xuất phát khoảng 59,7 (km)
 d) Hướng từ cảng A tới đảo nơi tàu thứ nhất neo đậu là $S61,5^\circ E$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------



a) Ta gọi B là nơi tàu thứ nhất bị hỏng, C là cảng neo đậu, D là vị trí của tàu thứ 2 tại thời điểm tàu thứ nhất bị hỏng.

Đổi 75 phút = 1,25 giờ

Quãng đường mà tàu thứ nhất đi được sau 75 phút kể từ khi xuất phát là

$$S_1 = AB = 1,25 \cdot 50 = 62,5 \text{ (km)}$$

b) Khoảng cách giữa hai tàu tại thời điểm tàu thứ nhất bị hỏng là

Quãng đường mà tàu thứ hai đi được sau 75 phút kể từ khi xuất phát là

$$S_2 = AD = 1,25 \cdot 55 = 68,75 \text{ (km)}$$

Ban đầu tàu thứ nhất di chuyển theo hướng $S70^\circ E$ nên $BAS = 70^\circ$, tàu thứ 2

di chuyển theo hướng $N40^\circ E$ nên $NAD = 70^\circ$

$$\Rightarrow \angle BAD = 180^\circ - (\angle SAB + \angle DAN) = 180^\circ - (70^\circ + 40^\circ) = 70^\circ$$

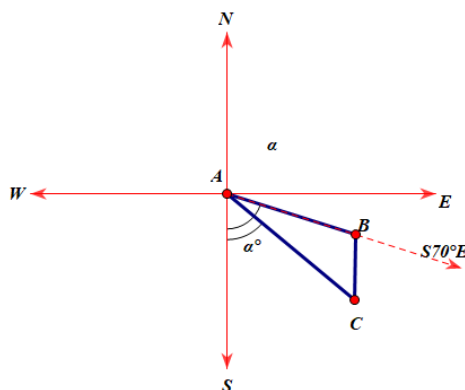
Khoảng cách giữa hai tàu bằng độ dài đoạn thẳng BD.

Áp dụng định lí côsin cho tam giác BAD ta được

$$\begin{aligned} BD^2 &= AB^2 + AD^2 - 2 \cdot AB \cdot AD \cdot \cos \angle BAD \\ &= 62,5^2 + 68,75^2 - 2 \cdot 62,5 \cdot 68,75 \cdot \cos 70^\circ \approx 5693,6 \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } BD \approx \sqrt{5693,6} \approx 75,5 \text{ (km)}.$$

c) Lúc 10 giờ 45 phút tàu thứ nhất đã đi được 2 giờ 45 phút. Tức khi đó tàu thứ nhất đã neo đậu được vào đảo C. Khi đó tàu thứ nhất cách vị trí xuất phát bằng AC



Trong tam giác ABC ta có $\angle ABC = 180^\circ - \angle BAS = 110^\circ$.

Áp dụng định lí cosin cho tam giác ABC được: $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos B$
 $AC^2 = 62,5^2 + 10,5^2 - 2 \cdot 62,5 \cdot 10,5 \cdot \cos 110^\circ \approx 4465,4 \Rightarrow AC \approx 66,8$.

Lúc 10 giờ 45 tàu thứ nhất cách vị trí xuất phát khoảng 66,8 km.

d) Xác định hướng từ cảng A tới đảo nơi tàu neo đậu.

Theo sơ đồ, hướng từ cảng A tới đảo nơi tàu neo đậu là $S\alpha^\circ E$ với $\alpha^\circ = \angle CAS$.

Áp dụng định lí sin cho tam giác ABC ta có:

$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow \sin A = \frac{BC \cdot \sin B}{AC}$$

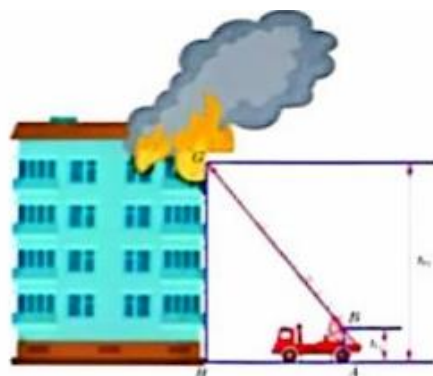
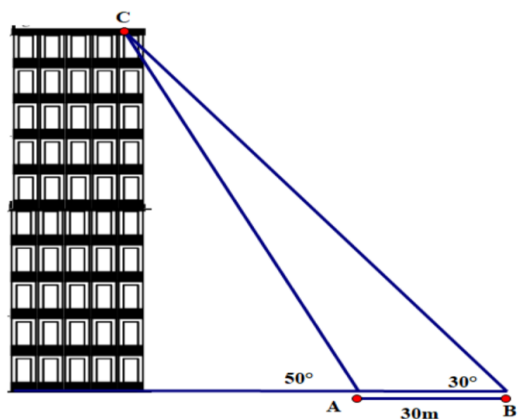
Mà $\hat{B} = 110^\circ$; $AC \approx 66,8$; $BC = 10,5$.

$$\Rightarrow \sin A = \frac{10,5 \cdot \sin 110^\circ}{66,8} \approx \Rightarrow \hat{A} \approx 8,5^\circ \text{ (do } \hat{A} < 90^\circ \text{)}$$

$$\Rightarrow \alpha^\circ \approx 70^\circ - 8,5^\circ = 61,5^\circ.$$

Vậy hướng từ cảng A tới đảo nơi tàu neo đậu là $S61,5^\circ E$.

Câu 38: Hai người dân đứng cách nhau 30m cùng nhìn lên đỉnh của một tòa nhà theo góc nhìn lần lượt là 30° và 50° (tham khảo hình vẽ).



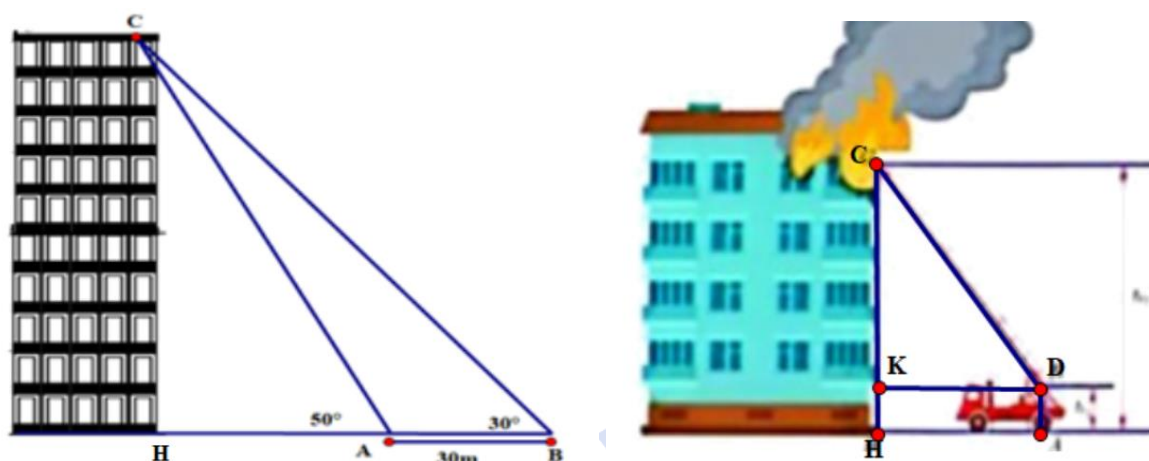
(các kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



- a) Góc nhìn từ đỉnh tòa nhà về hai phía A và B nơi hai người dân đang đứng là góc ACB có số đo 30° .
- b) Khoảng cách từ vị trí người A tới nóc của tòa nhà là $43,9m$.
- c) Chiều cao của tòa nhà là khoảng $30m$.
- d) Vì gặp sự cố nên tầng trên cùng của tòa nhà đang bị cháy. Để cứu hộ đám cháy, một xe cứu hỏa đã tiếp cận dưới chân tòa nhà và chân thang đứng cách mặt đất $1,8m$, chiều dài tối đa của thang xếp là $40m$. Để tiếp cận được đám cháy thì xe cứu hỏa phải đứng cách chân tòa một khoảng xa nhất là $21,7m$.

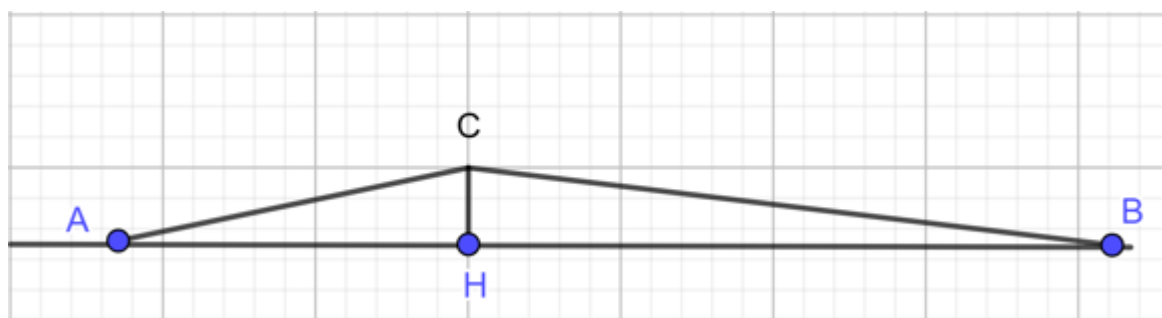
Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------



- a) Xét tam giác $\triangle ABC$ có $BAC = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$, $ABC = 30^\circ$ nên $ACB = 180^\circ - 130^\circ - 30^\circ = 20^\circ$.
- b) Khi đó: áp dụng định lý Sin cho tam giác $\triangle ABC$ ta được:
- $$\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B} \Rightarrow \frac{30}{\sin 20^\circ} = \frac{AC}{\sin 30^\circ} \Rightarrow AC = \frac{30 \cdot \sin 30^\circ}{\sin 20^\circ} \approx 43,9m$$
- c) Xét tam giác vuông CHA vuông tại H nên $CH = AC \sin 50^\circ \approx 33,6m$.
- d) Chân thang cách mặt đất $1,8m$ ta có: $CK = CH - HK = 33,6 - 1,8 = 31,8m$.
- Khi đó, khoảng cách tới chân tòa nhà xa nhất có thể là:
- $$KD = \sqrt{CD^2 - CK^2} = \sqrt{40^2 - 31,8^2} \approx 24,3m$$

Câu 39: Lúc 7 giờ kém 5 sáng, bạn Mai đi xe đạp từ nhà (điểm A) đến trường (điểm B) phải đi lên dốc và xuống một con dốc (hình vẽ). Cho biết đoạn lên dốc dài $300m$, $A = 6^\circ$ $B = 4^\circ$. Gọi C là đỉnh dốc.



- a) Độ dốc lúc lên cao hơn lúc xuống
- b) Độ cao con dốc là (làm tròn đến hàng phần mười) là $31,3m$.



- c) Quãng đường chim bay đi từ nhà đến trường (làm tròn đến hàng đơn vị) là $749m$.
 d) Để kịp đến trường lúc 7h đúng, Mai đã lên dốc với vận tốc (làm tròn đến hàng đơn vị) là $6km/h$, biết Mai khi xuống dốc bạn đi tự do ko đạp xe với vận tốc không đổi là $15km/h$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

*) Do $A > B$ nên độ dốc lúc lên cao hơn lúc xuống. **Mệnh đề a) đúng**

*) Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ACH :

Độ cao con dốc là $CH = AC \cdot \sin A = 300 \cdot \sin 6^\circ \approx 31,4(m)$. **Mệnh đề b) sai**

*) Xét tam giác ABC có $ACB = 180^\circ - 4^\circ - 6^\circ = 170^\circ$

Áp dụng định lý sin ta có $\frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow AB = \frac{AC \cdot \sin C}{\sin B} \approx 747(m)$. **Mệnh đề c) sai.**

*) Sử dụng định lý sin ta có $\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} \Rightarrow BC = \frac{AC \cdot \sin A}{\sin B} \approx 449,5(m)$

Thời gian bạn Mai đi từ nhà tới trường:

$$\frac{5}{60} = \frac{1}{12} = \frac{AC}{v_{AC}} + \frac{BC}{15} \Rightarrow v_{AC} = AC : \left(\frac{1}{12} - \frac{BC}{15} \right) = 0,3 : \left(\frac{1}{12} - \frac{0,3 \cdot \sin 6^\circ}{15 \cdot \sin 4^\circ} \right) \approx 6(km/h).$$

Vậy mệnh đề d) đúng

Câu 40: Ông Ba có một mảnh vườn hình tam giác ABC có $B > 90^\circ$. Cho biết độ dài các cạnh AB, AC lần lượt là 20 mét và 30 mét; $BAC = 45^\circ$.

a) Diện tích của mảnh vườn của ông Ba là $150\sqrt{2}$ mét vuông.

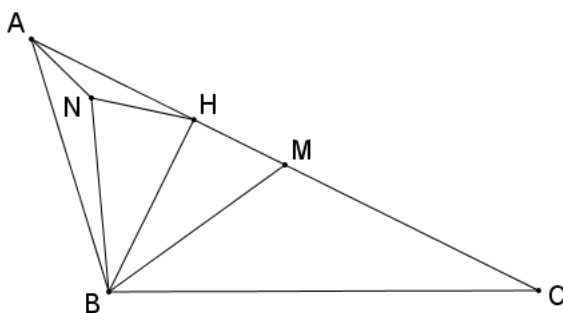
b) Ông Ba muốn dựng hàng rào bao quanh mảnh vườn theo các cạnh của tam giác ABC . Tổng độ dài của hàng rào là 21,25 mét (làm tròn đến chữ số thứ hai sau dấu phẩy).

c) Ông Ba lấy điểm M trên cạnh AC và dựng đoạn hàng rào BM sao cho mảnh vườn được chia thành hai tam giác có diện tích bằng nhau. Khi đó đoạn hàng rào BM có độ dài là 14,17 mét (làm tròn đến chữ số thứ hai sau dấu phẩy).

d) Ông Ba tiếp tục dựng hàng rào BH vuông góc với cạnh AC (H thuộc AC) và muốn xác định vị trí điểm N thuộc mảnh vườn tam giác AHB sao cho $NA : NH : NB = 1 : 2 : 3$. Khi đó, tổng $NA + NB + NH$ bằng 25,27 mét (làm tròn đến chữ số thứ hai sau dấu phẩy).

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------



a) Diện tích mảnh vườn là: $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin BAC = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 30 \cdot \sin 45^\circ = 150\sqrt{2}$ mét vuông.

Chọn Đúng.



b) Áp dụng định lí cosin cho tam giác ABC :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos BAC = 20^2 + 30^2 - 2.20.30.\cos 45^\circ = 1300 - 600\sqrt{2}$$

$$\text{Suy ra } BC = \sqrt{1300 - 600\sqrt{2}}.$$

$$\text{Tổng độ dài hàng rào là: } AB + BC + CA = 20 + \sqrt{1300 - 600\sqrt{2}} + 30 \approx 71,25 \text{ mét.}$$

Chọn Sai.

c) Do hai tam giác ABM và BCM có chung đường cao từ đỉnh B nên $\frac{S_{ABM}}{S_{BCM}} = \frac{MA}{MC}$. Do đó hai

$$\text{tam giác có diện tích bằng nhau nên suy ra } MA = MC = \frac{AC}{2} = \frac{30}{2} = 15 \text{ mét.}$$

Áp dụng định lí cosin cho tam giác ABM :

$$BM^2 = AB^2 + AM^2 - 2AB.AM.\cos BAM = 20^2 + 15^2 - 2.20.15.\cos 45^\circ = 625 - 300\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow BM = \sqrt{625 - 300\sqrt{2}} \approx 14,17$$

Chọn Đúng.

d) Tam giác AHB vuông tại H có $A = 45^\circ$ nên vuông cân tại H . Đặt $HA = HB = a$ thì $a = AB \sin HAB = 20 \sin 45^\circ = 10\sqrt{2}$.

Đặt $NA = x$ thì $NH = 2x, NB = 3x$.

$$\text{Áp dụng định lí cosin cho } \triangle HMA: \cos NHA = \frac{HA^2 + HN^2 - AN^2}{2HA.HN} = \frac{a^2 + 4x^2 - x^2}{4ax} = \frac{3x^2 + a^2}{4ax}.$$

$$\text{Áp dụng định lí cosin cho } \triangle HMB: \cos NHB = \frac{HB^2 + HN^2 - BN^2}{2HB.HN} = \frac{a^2 + 4x^2 - 9x^2}{4ax} = \frac{a^2 - 5x^2}{4ax}.$$

Do $NHA + NHB = 90^\circ$ nên $\sin NHA = \cos NHB$. Do đó ta có:

$$\begin{aligned} \left(\frac{3x^2 + a^2}{4ax} \right)^2 + \left(\frac{a^2 - 5x^2}{4ax} \right)^2 &= 1 \\ \Leftrightarrow 9x^4 + 6a^2x^2 + a^4 + a^4 - 10a^2x^2 + 25x^2 &= 16a^2x^2 \\ \Leftrightarrow 34x^4 - 20a^2x^2 + 2a^4 &= 0 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = \frac{5+2\sqrt{2}}{17}a^2 \\ x^2 = \frac{5-2\sqrt{2}}{17}a^2 \end{cases}$$

$$\text{Do } NHB \text{ nhọn nên } \cos NHB = \frac{a^2 - 5x^2}{4ax} > 0, \text{ suy ra } x^2 < \frac{a^2}{5}. \text{ Vậy } x^2 = \frac{5-2\sqrt{2}}{17}a^2$$

$$\text{tức } x = \sqrt{\frac{5-2\sqrt{2}}{17}}a.$$



Do đó:

$$NA + NB + NH = x + 3x + 2x = 5x = 5\sqrt{\frac{5-2\sqrt{2}}{17}}a = 5\sqrt{\frac{5-2\sqrt{2}}{17}} \cdot 10\sqrt{2} = 50\sqrt{\frac{10-4\sqrt{2}}{17}} \approx 25,27$$

(m).

Chọn Đúng.

