



CHƯƠNG

IV

VECTƠ

BÀI 7. CÁC KHÁI NIỆM MỞ ĐẦU



LÝ THUYẾT.

1. KHÁI NIỆM VECTƠ

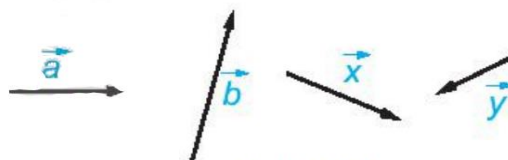
- **Vector** là một đoạn thẳng có hướng, nghĩa là, trong hai điểm mút của đoạn thẳng, đã chỉ rõ điểm đầu, điểm cuối.
- **Độ dài của vector** là khoảng cách giữa điểm đầu và điểm cuối của vector đó.

Kí hiệu



Vector có điểm đầu A và điểm cuối B được kí hiệu là $\overrightarrow{AB}$, đọc là “vector AB ”.

Vector còn được kí hiệu là $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{x}$, $\vec{y}$, ... khi không cần chỉ rõ điểm đầu và điểm cuối của nó.



Độ dài của vector $\overrightarrow{AB}$ được kí hiệu là $|\overrightarrow{AB}|$, như vậy $|\overrightarrow{AB}| = AB$. Độ dài của vector $\vec{a}$ được kí hiệu là $|\vec{a}|$.

Vector có độ dài bằng 1 gọi là *vector đơn vị*.

Luyện tập 1.

Cho tam giác đều ABC với cạnh có độ dài bằng a . Hãy chỉ ra các vector có độ dài bằng a và có điểm đầu, điểm cuối là các đỉnh của tam giác ABC .

Giải

Các vector có độ dài bằng a và có điểm đầu, điểm cuối là các đỉnh của tam giác ABC là $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}$.

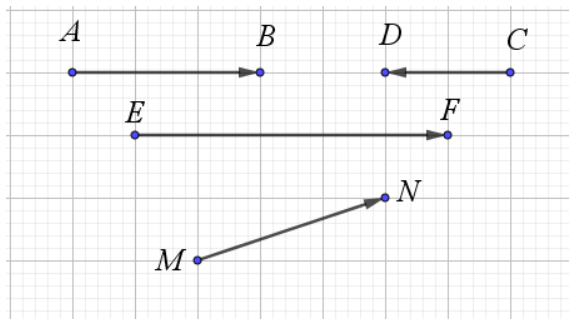
2. HAI VECTƠ CÙNG PHƯƠNG, VECTƠ CÙNG HƯỚNG, BẰNG NHAU



2.1. Giá của vector: Đường thẳng đi qua điểm đầu và điểm cuối của một vector được gọi là *giá* của vector đó.

2.2. Vector cùng phương, vector cùng hướng: Hai vector được gọi là cùng phương nếu giá của chúng song song hoặc trùng nhau.

Hai vector cùng phương thì chúng chỉ có thể **cùng hướng** hoặc **ngược hướng**.



2.3. Nhận xét

Ba điểm phân biệt A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ cùng phương.

2. 4. Hai vector bằng nhau: Hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ được gọi là *bằng nhau* nếu chúng cùng hướng và có cùng độ dài.

Kí hiệu $\vec{a} = \vec{b}$.

3.3. Chú ý

Khi cho trước vector $\vec{a}$ và điểm O , thì ta luôn tìm được một điểm A duy nhất sao cho $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$.

3. VECTOR – KHÔNG

Vector – không là vector có điểm đầu và điểm cuối trùng nhau, ta kí hiệu là $\vec{0}$.

Ta quy ước vector – không cùng phương, cùng hướng với mọi vector và có độ dài bằng 0.

Như vậy $\vec{0} = \overrightarrow{AA} = \overrightarrow{BB} = \dots$ và $\overrightarrow{MN} = \vec{0} \Leftrightarrow M \equiv N$.



BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA.

4.1. Cho ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đều khác vector $\vec{0}$. Những khẳng định nào sau đây là đúng?

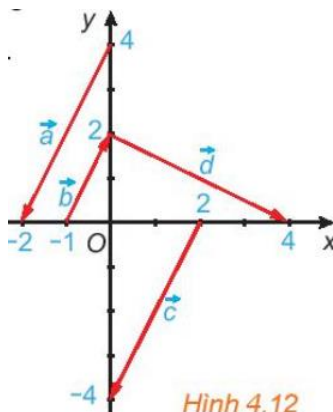
- $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đều cùng phương với vector $\vec{0}$.
- Nếu $\vec{b}$ không cùng hướng với $\vec{a}$ thì $\vec{b}$ ngược hướng với $\vec{a}$.
- Nếu $\vec{a}$ và $\vec{b}$ đều cùng phương với $\vec{c}$ thì $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương.
- Nếu $\vec{a}$ và $\vec{b}$ đều cùng hướng với $\vec{c}$ thì $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng hướng.

Lời giải

Chọn đáp án câu a, c và d



4.2. Trong Hình 4.12, hãy chỉ ra các vector cùng phương, các cặp vector ngược hướng và các cặp vector bằng nhau.



Hình 4.12

Lời giải

- + Các vector cùng phương: $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$
- + Cặp vector ngược hướng: $\vec{a}$ và $\vec{b}$; $\vec{b}$ và $\vec{c}$;
- + Cặp vector bằng nhau: $\vec{a}, \vec{c}$.

4.3. Chứng minh rằng, tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi và chỉ khi $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$.

Lời giải

- + Giả sử tứ giác $ABCD$ là hình bình hành. Ta có $\begin{cases} AD // BC \\ AD = BC \end{cases}$

$AD // BC$ nên $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}$ cùng phương và $AD = BC$. Dựa vào hình vẽ ta thấy hai vector $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}$ cùng chiều. Vậy $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.

- + Giả sử $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Rightarrow \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}$ cùng hướng và $|\overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{BC}| \Rightarrow \begin{cases} AD = BC \\ AD // BC \end{cases} \Rightarrow$ Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

4.4. Cho hình vuông $ABCD$ có hai đường chéo cắt nhau tại O . Hãy chỉ ra tập hợp S chứa tất cả các vector khác vector $\vec{0}$, có điểm đầu và điểm cuối thuộc tập hợp $\{A, B, C, D, O\}$. Hãy chia tập S thành các nhóm sao cho hai vector thuộc cùng một nhóm khi và chỉ khi chúng bằng nhau.

Lời giải

$$S = \{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AO}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BO}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CO}, \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DB}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DO}, \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OD}\}$$

Các cặp vector bằng nhau trong tập S

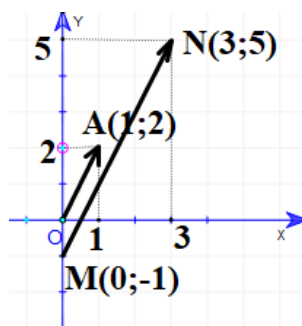
$$\{(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}), (\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}), (\overrightarrow{AO}, \overrightarrow{OC}), (\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{CD}), (\overrightarrow{BO}, \overrightarrow{OD}), (\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{DA}), (\overrightarrow{CO}, \overrightarrow{OA}), (\overrightarrow{DO}, \overrightarrow{OB})\}$$

4.5. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , hãy vẽ các vector $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{MN}$ với $A(1;2), M(0;-1), N(3;5)$.

- a) Chỉ ra mối liên hệ giữa hai vector trên.
- b) Một vật thể khởi hành từ M và chuyển động thẳng đều với vận tốc (tính theo giờ) được biểu diễn bởi vector $\vec{v} = \overrightarrow{OA}$. Hỏi vật thể đó có đi qua N hay không? Nếu có thì sau bao lâu vật sẽ tới N ?



Lời giải



- a) Dựa vào hình vẽ, nhận thấy giá của vectơ $\overrightarrow{OA}$ song song với giá của vectơ $\overrightarrow{MN}$ và độ dài đoạn $|\overrightarrow{MN}| = 3|\overrightarrow{OA}|$, chiều đi từ O đến A cùng chiều đi từ M đến N.
- b) Một vật thể khởi hành từ M và chuyển động thẳng đều với vận tốc (tính theo giờ) được biểu diễn bởi vectơ $\vec{v} = \overrightarrow{OA}$.
Vật thể gặp N và thời gian gấp 3 lần thời gian đi từ O đến A.

II HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

DẠNG 1: XÁC ĐỊNH MỘT VECTO; PHƯƠNG, HƯỚNG CỦA VECTO; ĐỘ DÀI CỦA VECTO

1 PHƯƠNG PHÁP.

- + Xác định một vectơ và xác định sự cùng phương, cùng hướng của hai vectơ theo định nghĩa.
- + Dựa vào các tính chất hình học của các hình đã cho biết để tính độ dài của một vectơ.

2 BÀI TẬP.

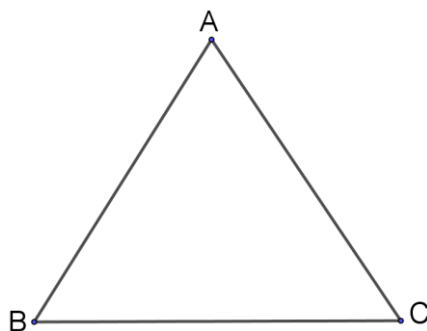
Câu 1: Với hai điểm phân biệt A, B có thể xác định được bao nhiêu vectơ khác vectơ-không có điểm đầu và điểm cuối được lấy từ hai điểm trên?

Lời giải

Hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BA}$.

Câu 2: Cho tam giác ABC, có thể xác định được bao nhiêu vectơ khác vectơ-không có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh A, B, C?

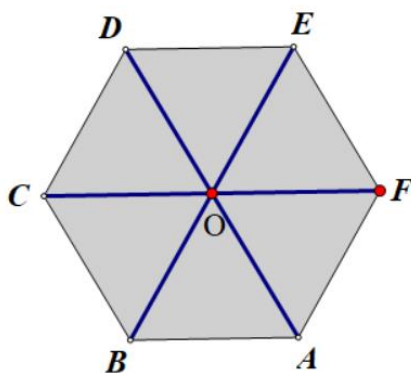
Lời giải



Ta có 6 vector: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AC}$.

Câu 3: Cho hình lục giác đều $ABCDEF$ tâm O . Tìm số các vector khác vector - không, cùng phương với vector $\overrightarrow{OB}$ có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của lục giác?

Lời giải



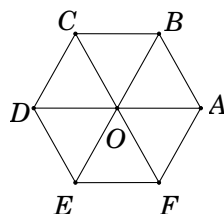
Các vector cùng phương với vector $\overrightarrow{OB}$ là:

$\overrightarrow{BE}, \overrightarrow{EB}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{FA}, \overrightarrow{AF}$.

Câu 4: Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O . Tìm số các vector bằng $\overrightarrow{OC}$ có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của lục giác?

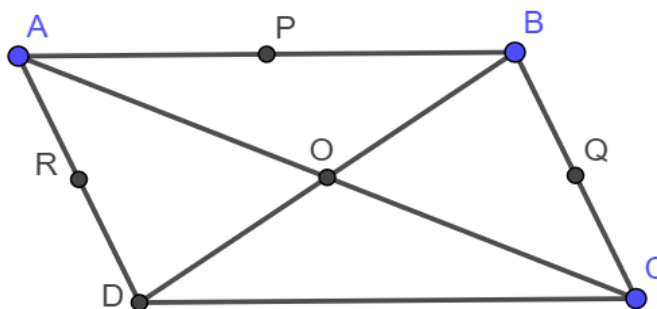
Lời giải

Đó là các vector: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{ED}$.



Câu 5: Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Gọi P, Q, R lần lượt là trung điểm của AB, BC, AD . Lấy 8 điểm trên là gốc hoặc ngọn của các vector. Tìm số vector bằng với vector $\overrightarrow{AR}$

Lời giải



Có 3 vector là $\overrightarrow{RD}$; $\overrightarrow{BQ}$; $\overrightarrow{QC}$, $\overrightarrow{PO}$.

Câu 6: Cho tứ giác $ABCD$. Có bao nhiêu vector khác vector không có điểm đầu và cuối là các đỉnh của tứ giác?

Lời giải

Một vector khác vector không được xác định bởi 2 điểm phân biệt. Khi có 4 điểm A, B, C, D ta có 4 cách chọn điểm đầu và 3 cách chọn điểm cuối. Nên ta sẽ có $3 \cdot 4 = 12$ cách xác định số vector khác $\vec{0}$ thuộc 4 điểm trên.

Câu 7: Số vector (khác vector $\vec{0}$) có điểm đầu và điểm cuối lấy từ 7 điểm phân biệt cho trước?

Lời giải

Một vector khác vector không được xác định bởi 2 điểm phân biệt. Khi có 7 điểm ta có 7 cách chọn điểm đầu và 6 cách chọn điểm cuối. Nên ta sẽ có $7 \cdot 6 = 42$ cách xác định số vector khác $\vec{0}$ thuộc 7 điểm trên.

Câu 8: Trên mặt phẳng cho 6 điểm phân biệt A, B, C, D, E, F . Hỏi có bao nhiêu vector khác vector không, mà có điểm đầu và điểm cuối là các điểm đã cho?

Lời giải

Xét tập $X = \{A, B, C, D, E, F\}$. Với mỗi cách chọn hai phần tử của tập X và sắp xếp theo một thứ tự ta được một vector thỏa mãn yêu cầu.

Mỗi vector thỏa mãn yêu cầu tương ứng cho ta 30 phần tử thuộc tập X .

Vậy số các vector thỏa mãn yêu cầu bằng 30.

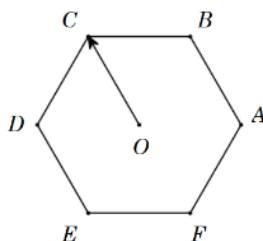
Câu 9: Cho n điểm phân biệt. Hãy xác định số vector khác vector $\vec{0}$ có điểm đầu và điểm cuối thuộc n điểm trên?

Lời giải

Khi có n điểm, ta có n cách chọn điểm đầu và $n-1$ cách chọn điểm cuối. Nên ta sẽ có $n(n-1)$ cách xác định số vector khác $\vec{0}$ thuộc n điểm trên.

Câu 10: Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O . Số các vector bằng $\overrightarrow{OC}$ có điểm cuối là các đỉnh của lục giác là bao nhiêu?

Lời giải



Đó là các vector: $\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{ED}$.

Câu 11: Cho ba điểm M, N, P thẳng hàng, trong đó điểm N nằm giữa hai điểm M và P . Tìm các cặp vector cùng hướng?

Lời giải

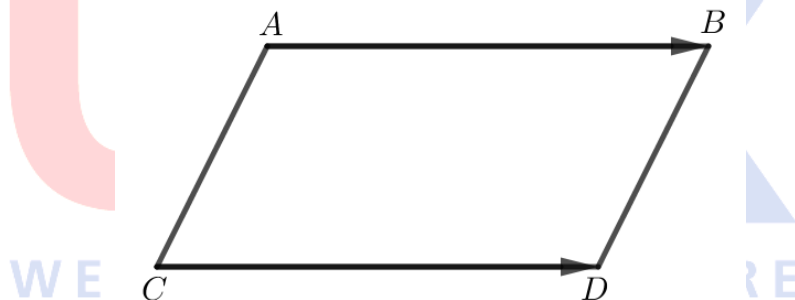


Các vector cùng hướng là: $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{MP}$, $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{NP}$, $\overrightarrow{PM}$ và $\overrightarrow{PN}$, $\overrightarrow{PN}$ và $\overrightarrow{NM}$.

Câu 12: Cho hình bình hành $ABCD$. Tìm vector khác $\vec{0}$, cùng phương với vector $\overrightarrow{AB}$ và có điểm đầu, điểm cuối là đỉnh của hình bình hành $ABCD$.

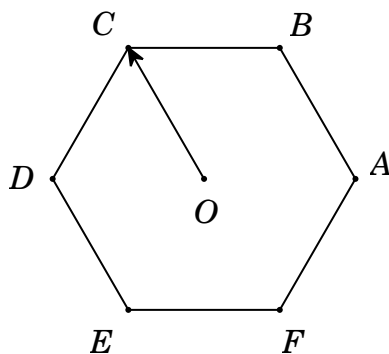
Lời giải

Các vector cùng phương với $\overrightarrow{AB}$ mà thỏa mãn điều kiện đầu Câu là: $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{DC}$.



Câu 13: Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O . Tìm số các vector khác vector không, cùng phương với $\overrightarrow{OC}$ có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của lục giác là:

Lời giải



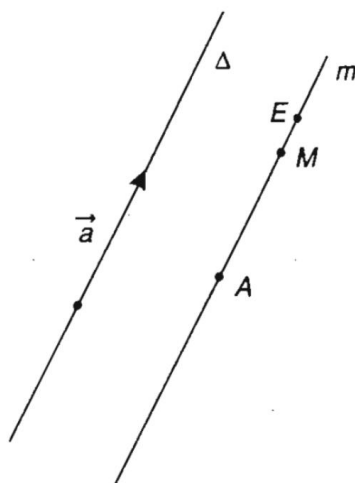
Đó là các vector: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{DE}, \overrightarrow{ED}, \overrightarrow{FC}, \overrightarrow{CF}, \overrightarrow{OF}, \overrightarrow{FO}$.

Câu 14: Cho điểm A và vector $\vec{a}$ khác $\vec{0}$. Tìm điểm M sao cho:



- a) $\overrightarrow{AM}$ cùng phương với $\vec{a}$.
b) $\overrightarrow{AM}$ cùng hướng với $\vec{a}$.

Lời giải

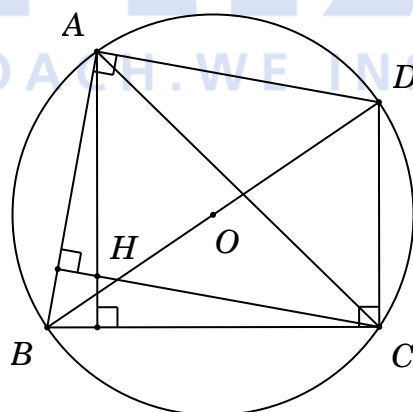


Gọi Δ là giá của $\vec{a}$.

- a) Nếu $\overrightarrow{AM}$ cùng phương với $\vec{a}$ thì đường thẳng AM song song với Δ . Do đó M thuộc đường thẳng m đi qua A và song song với Δ . Ngược lại, mọi điểm M thuộc đường thẳng m thì $\overrightarrow{AM}$ cùng phương với $\vec{a}$. Chú ý rằng nếu A thuộc đường thẳng Δ thì m trùng với Δ .
b) Lập luận tương tự như trên, ta thấy các điểm M thuộc một nửa đường thẳng gốc A của đường thẳng m . Cụ thể, đó là nửa đường thẳng chứa điểm E sao cho $\overrightarrow{AE}$ và $\vec{a}$ cùng hướng.

Câu 15: Cho tam giác ABC có trực tâm H . Gọi D là điểm đối xứng với B qua tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Chứng minh rằng $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$.

Lời giải



Ta có $AH \perp BC$ và $DC \perp BC$ (do góc DCB chắn nửa đường tròn). Suy ra $AH \parallel DC$.
Tương tự ta cũng có $CH \parallel AD$.
Suy ra tứ giác $ADCH$ là hình bình hành. Do đó $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$.

Câu 16: Cho tam giác ABC vuông cân tại A , có $AB = AC = 4$. Tính $|\overrightarrow{BC}|$

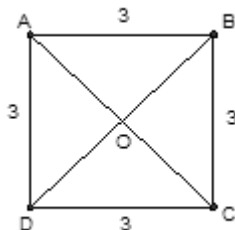
Lời giải

$$\text{vì } |\overrightarrow{BC}| = BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{16 + 16} = 4\sqrt{2}$$



Câu 17: Cho hình vuông ABCD có độ dài cạnh 3. Giá trị của $|\overrightarrow{AC}|$ là bao nhiêu?

Lời giải



$$\text{vì } |\overrightarrow{AC}| = AC = 3\sqrt{2}$$

Câu 18: Cho tam giác đều ABC cạnh a. Tính $|\overrightarrow{CB}|$

Lời giải

$$\text{vì } |\overrightarrow{CB}| = CB = a$$

Câu 19: Gọi G là trọng tâm tam giác vuông ABC với cạnh huyền BC = 12. Tính $|\overrightarrow{GM}|$ (với M là trung điểm của BC)

Lời giải

$$\text{vì } |\overrightarrow{GM}| = GM = \frac{1}{3} \cdot AM = \frac{1}{3} \cdot 6 = 2$$

Câu 20: Cho hình chữ nhật ABCD, có AB = 4 và AC = 5. Tìm độ dài vector $\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

$$\text{vì } |\overrightarrow{AC}| = AC = 5$$

DẠNG 2: CHỨNG MINH HAI VECTƠ BẰNG NHAU

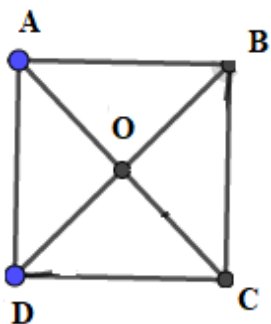
1 PHƯƠNG PHÁP.

+ Để chứng minh hai vectơ bằng nhau ta chứng minh chúng có cùng độ dài và cùng hướng hoặc dựa vào nhận xét nếu tứ giác ABCD là hình bình hành thì $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ hoặc $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.

2 BÀI TẬP.

Câu 21: Cho hình vuông ABCD tâm O. Hãy liệt kê tất cả các vectơ bằng nhau nhận đỉnh và tâm của hình vuông làm điểm đầu và điểm cuối.

Lời giải



Các vectơ bằng nhau nhận đỉnh và tâm của hình vuông làm điểm đầu và điểm cuối là:

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CB}, \overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CO}, \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{OD}, \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{DO}.$$

Câu 22: Cho vectơ $\overrightarrow{AB}$ và một điểm C . Có bao nhiêu điểm D thỏa mãn $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

Lời giải

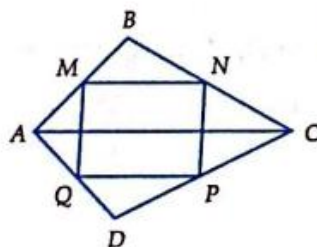
Nếu C nằm trên đường thẳng AB thì D cũng nằm trên đường thẳng AB .

Nếu C không nằm trên đường thẳng AB thì tứ giác $ABDC$ là hình bình hành. Khi đó D nằm trên đường thẳng đi qua C và song song với đường thẳng AB .

Do vậy, có vô số điểm D thỏa mãn $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

Câu 23: Cho tứ giác đều $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA . Chứng minh $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$.

Lời giải



$$\text{Ta có } \begin{cases} MN \parallel AC \\ MN = \frac{1}{2} AC \end{cases}; \begin{cases} PQ \parallel AC \\ PQ = \frac{1}{2} AC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} MN \parallel PQ \\ MN = PQ \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}.$$

Vậy $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$.

Câu 24: Cho tứ giác $ABCD$. Điều kiện nào là điều kiện cần và đủ để $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$?

Lời giải

Ta có:

$$\bullet \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Rightarrow \begin{cases} AB \parallel CD \\ AB = CD \end{cases} \Rightarrow ABDC \text{ là hình bình hành.}$$



- Mặt khác, $ABDC$ là hình bình hành $\Rightarrow \begin{cases} AB \parallel CD \\ AB = CD \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

Do đó, điều kiện cần và đủ để $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ là $ABCD$ là hình bình hành.

Câu 25: Cho hai điểm phân biệt A, B . Xác định điều kiện để điểm I là trung điểm AB .

Lời giải

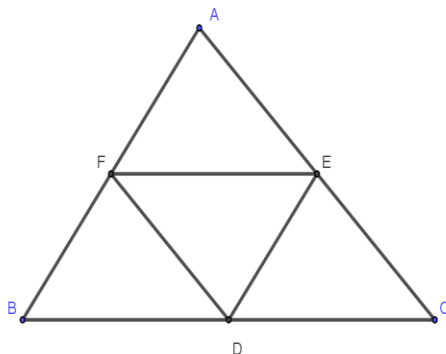
Vì I là trung điểm AB nên ta có $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{IA} = -\overrightarrow{IB} \Leftrightarrow \overrightarrow{IA} = \overrightarrow{BI}$.

Vậy điều kiện để điểm I là trung điểm AB là: $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{BI}$.

Câu 26: Cho tam giác ABC . Gọi D, E, F lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CA, AB .

Chứng minh $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{CD}$.

Lời giải



Cách 1: Vì EF là đường trung bình của tam giác ABC nên $EF \parallel CD$ nên $EF = \frac{1}{2}CB \Rightarrow EF = CD \Rightarrow |EF| = |CD|$ (1).

Mặt khác: $\overrightarrow{EF}$ cùng hướng $\overrightarrow{CD}$ (2).

Từ (1) và (2) ta có: $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{CD}$.

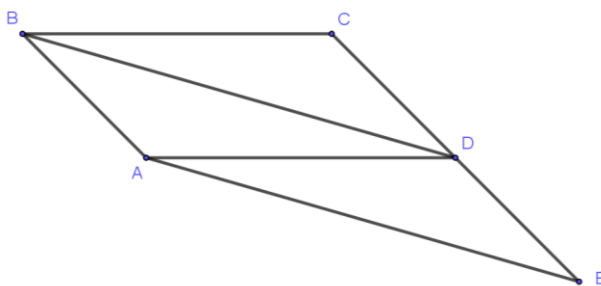
Cách 2: Chứng minh $EFCD$ là hình bình hành

Để chứng minh được $EF = \frac{1}{2}BC = CD$ và $EF \parallel CD \Rightarrow EFCD$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{CD}$.

Câu 27: Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi E là điểm đối xứng C của qua D .

Chứng minh rằng $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BD}$.

Lời giải



Vì $ABCD$ là hình bình hành nên ta có: $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$ (1).

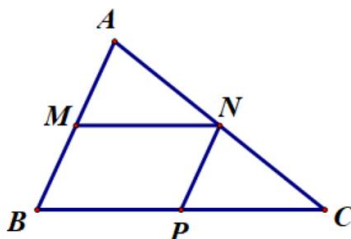


Ta có: E là điểm đối xứng C của qua D nên D là trung điểm của $CE \Leftrightarrow \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DE}$ (2).

Từ (1) và (2) ta có: $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{DE} \Leftrightarrow ABDE$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BD}$.

Câu 28: Cho $\triangle ABC$ có M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CA . Tìm điểm I sao cho $\overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MI}$.

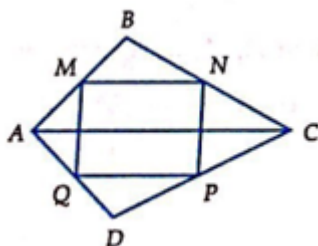
Lời giải



Vì $\overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MI}$ mà $\overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MB}$ nên $I \equiv B$.

Câu 29: Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm AB, BC, CD, DA . Chứng minh $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}; \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MQ}$.

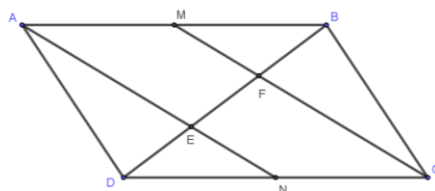
Lời giải



Ta có MN là đường trung bình tam giác $ABC \Rightarrow MN \parallel \frac{1}{2}AC$ và PQ là đường trung bình tam giác $DAC \Rightarrow PQ \parallel \frac{1}{2}AC$. Do đó $MN \parallel PQ \Rightarrow MNPQ$ là hình bình hành nên suy ra $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}; \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MQ}$.

Câu 30: Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, DC . AN và CM lần lượt cắt BD tại E, F . Chứng minh rằng $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{FB}$

Lời giải



Ta có: $\begin{cases} AM = CN \\ AM \parallel CN \end{cases} \Leftrightarrow AMCN$ là hình bình hành.

Theo gt ta có: N là trung điểm DC và $NE \parallel CF \Rightarrow NE$ là đường trung bình của $\triangle DFC \Rightarrow E$ là trung điểm của $DF \Rightarrow \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{EF}$ (1).



Tương tự ta cũng có : F là trung điểm của BE nên $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{FB}$ (2).

Từ (1) và (2) ta có: $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{FB}$.

DẠNG 3: XÁC ĐỊNH ĐIỂM THOẢ ĐẲNG THỨC VECTO

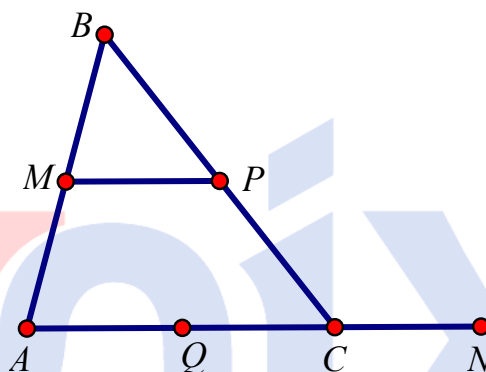
1 PHƯƠNG PHÁP.

Sử dụng: Hai véc tơ bằng nhau khi và chỉ khi chúng cùng độ dài và cùng hướng.

2 BÀI TẬP.

Câu 31: Cho tam giác ABC . Gọi M, P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CA và N là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{CN}$. Hãy xác định vị trí điểm N .

Lời giải

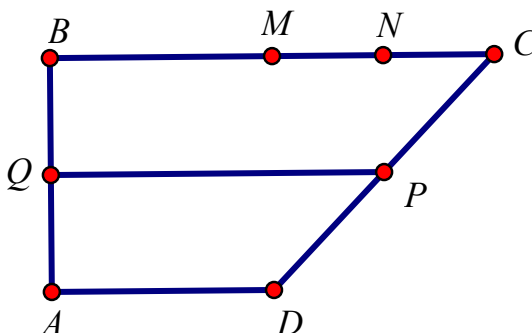


Do $\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{CN}$ nên $MP = CN$ và $\overrightarrow{MP}, \overrightarrow{CN}$ cùng hướng.

Vậy N đối xứng với Q qua C .

Câu 32: Cho hình thang $ABCD$ với đáy $BC = 2AD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của BC, MC, CD, AB và E là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{QE}$. Xác định vị trí điểm E .

Lời giải



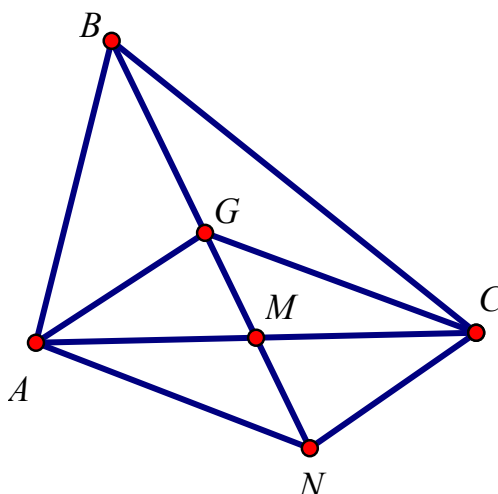
Ta có $\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{QE}$ nên $BN = QE$ và $\overrightarrow{BN}, \overrightarrow{QE}$ cùng hướng.

Mà $QP = \frac{AD + BC}{2} = \frac{3}{2}AD = BN$, suy ra $\overrightarrow{QP} = \overrightarrow{BN}$ nên $E \equiv P$.



Câu 33: Cho tam giác ABC có trọng tâm G và N là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{GC}$. Hãy xác định vị trí điểm N .

Lời giải

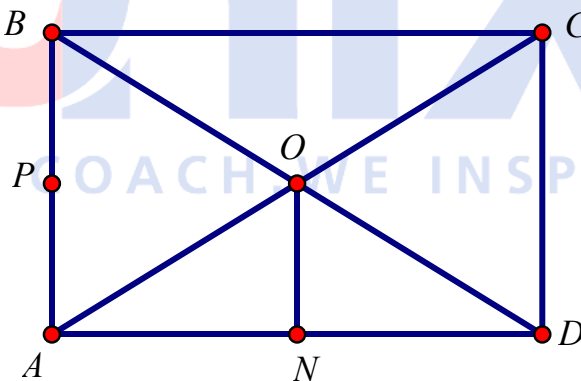


Do $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{GC}$ và A, C, G không thẳng hàng nên $AGCN$ là hình bình hành.

Vậy N đối xứng với G qua trung điểm M của AC .

Câu 34: Cho hình chữ nhật $ABCD$, N, P lần lượt là trung điểm cạnh AD, AB và điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{NM}$. Xác định vị trí điểm M .

Lời giải

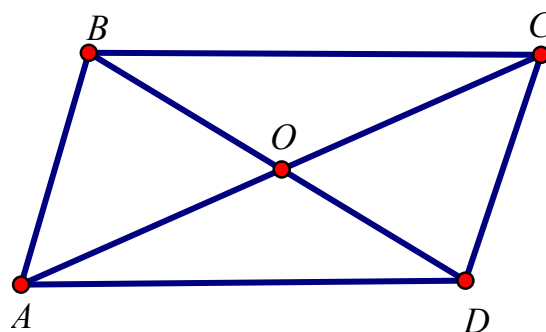


Gọi O là tâm hình chữ nhật $ABCD \Rightarrow \overrightarrow{AP} = \overrightarrow{NO}$.

Mà $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{NM}$ suy ra $\overrightarrow{NM} = \overrightarrow{NO} \Rightarrow M \equiv O$. Vậy M là tâm của hình chữ nhật $ABCD$.

Câu 35: Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O và điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OM}$. Xác định vị trí điểm M .

Lời giải



Ta có $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OM}$ suy ra $AO = OM$ và $\overrightarrow{AO}, \overrightarrow{OM}$ cùng hướng nên $M \equiv C$.

Câu 36: Cho $\overrightarrow{AB}$ khác $\vec{0}$ và cho điểm C . Xác định điểm D thỏa $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC}|$?

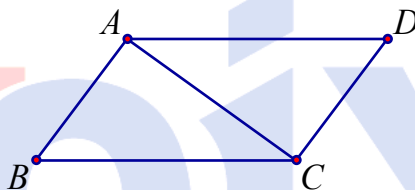
Lời giải

Ta có $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC}| \Leftrightarrow |\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}| \Leftrightarrow AB = CD$.

Suy ra tập hợp các điểm D là đường tròn tâm C bán kính AB .

Câu 37: Cho tam giác ABC . Xác định vị trí của điểm M sao cho $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$

Lời giải



$$\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{BA}.$$

Vậy M thỏa mãn $CBAM$ là hình bình hành.

WE COACH.WE INSPIRE