



CHƯƠNG

IV

# VECTƠ

## BÀI 8: TỔNG VÀ HIỆU HAI VECTƠ



### HỆ THỐNG BÀI TẬP CÂU HỎI 4 MỆNH ĐỀ TRẢ LỜI ĐÚNG/SAI.

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1:** Cho bốn điểm  $A, B, C, D$  phân biệt.

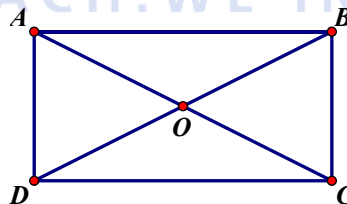
- a)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ .
- b)  $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{DC}$ .
- c)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ .
- d)  $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC}$ .

Lời giải

|         |         |        |         |
|---------|---------|--------|---------|
| a) Đúng | b) Đúng | c) Sai | d) Đúng |
|---------|---------|--------|---------|

- + Ta có:  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ .
- + Ta có:  $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{DC}$ .
- + Ta có:  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$  không bằng  $\overrightarrow{AC}$ .
- + Ta có:  $(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD}) + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{BC}$ .

**Câu 2:** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có tâm  $O$ , biết  $AB = 2AD = 2a$ .



- a)  $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$ .
- b)  $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CO}$ .
- c)  $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DB}$ .
- d)  $|\overrightarrow{AC}| = a\sqrt{5}$ .

Lời giải

|         |         |         |         |
|---------|---------|---------|---------|
| a) Đúng | b) Đúng | c) Đúng | d) Đúng |
|---------|---------|---------|---------|

- + Ta có:  $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$  (tính chất trung điểm).
- + Ta có  $\overrightarrow{OA}$  và  $\overrightarrow{CO}$  cùng hướng và cùng độ dài nên  $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CO}$ .
- + Ta có:  $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DB}$ .
- + Ta có:  $|\overrightarrow{AC}| = AC = \sqrt{AD^2 + DC^2} = \sqrt{a^2 + 4a^2} = a\sqrt{5}$ .

**Câu 3:** Cho tam giác  $\triangle ABC$  vuông cân tại  $A$ , độ dài cạnh  $AB = a$ . Gọi  $I$  trung điểm  $AC$  và  $D$  là điểm đối xứng của  $B$  qua  $I$ .

a) Vector đối của  $\overrightarrow{AI}$  là vector  $\overrightarrow{CI}$ .

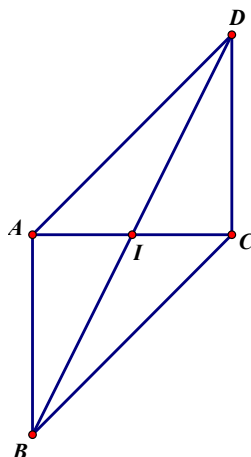
b)  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \vec{0}$ .

c)  $|\overrightarrow{AB}| + |\overrightarrow{AC}| = 2|\overrightarrow{BC}|$ .

d)  $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}| = a\sqrt{5}$ .

Lời giải

|         |        |        |         |
|---------|--------|--------|---------|
| a) Đúng | b) Sai | c) Sai | d) Đúng |
|---------|--------|--------|---------|



+ Ta có vector  $\overrightarrow{AI}$  và vector  $\overrightarrow{CI}$  ngược hướng và cùng độ dài nên  $\overrightarrow{CI}$  là vector đối của vector  $\overrightarrow{AI}$ .

+ Ta có:  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB} \neq \vec{0}$ .

+ Ta có:  $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}| = a \Rightarrow |\overrightarrow{AB}| + |\overrightarrow{AC}| = 2a$ ;  $|\overrightarrow{BC}| = a\sqrt{2} \Rightarrow 2|\overrightarrow{BC}| = 2a\sqrt{2}$ .

Suy ra  $|\overrightarrow{AB}| + |\overrightarrow{AC}| \neq 2|\overrightarrow{BC}|$ .

+ Ta có tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành nên  $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{BD}| = BD = 2BI$ .

Xét tam giác  $\triangle ABI$  vuông tại  $A$  ta có  $BI = \sqrt{AB^2 + AI^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$ .

Vậy  $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}| = 2BI = 2 \cdot \frac{a\sqrt{5}}{2} = a\sqrt{5}$ .

**Câu 4:** Cho hình bình hành  $ABCD$  có tâm  $O$ .

a)  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DA}$ .

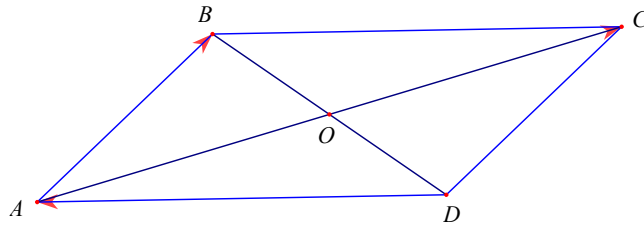
b)  $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BO}$ .

c)  $\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{CD}$ .

d)  $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BD}$ .

Lời giải

|         |        |        |        |
|---------|--------|--------|--------|
| a) Đúng | b) Sai | c) Sai | d) Sai |
|---------|--------|--------|--------|



Ta có  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$ . Do  $ABCD$  là hình bình hành nên  $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}$  nên  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DA}$ .

$$\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AO} + 2\overrightarrow{AO} = 3\overrightarrow{AO}.$$

$$\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}.$$

$$\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{AB}.$$

**Câu 5:** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có  $AB = 1$ ;  $AD = 2$ .

a)  $|-2 \cdot \overrightarrow{AB}| = -2.$

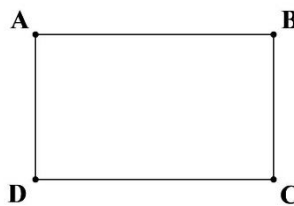
b)  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}| = 2.$

c)  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = 3.$

d)  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}| = 2\sqrt{5}.$

Lời giải

|         |        |         |        |
|---------|--------|---------|--------|
| a) Đúng | b) Sai | c) Đúng | d) Sai |
|---------|--------|---------|--------|



a)  $|-2 \cdot \overrightarrow{AB}| = 2 \cdot |\overrightarrow{AB}| = 2AB = 2$  nên d) sai

b)  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}| = |\overrightarrow{AD}| = AD = 2$  nên c) đúng

c)  $AC = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$

$|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AC}| = AC = \sqrt{5}$  nên b) sai

d)  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}| = |2\overrightarrow{AC}| = 2 \cdot AC = 2 \cdot \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$  nên a) đúng

**Câu 6:** Cho  $ABCD$  là hình vuông tâm  $O$  có cạnh  $a$ .  $M$  là một điểm bất kì trong mặt phẳng.

a)  $\overrightarrow{CO} = \overrightarrow{AO}$

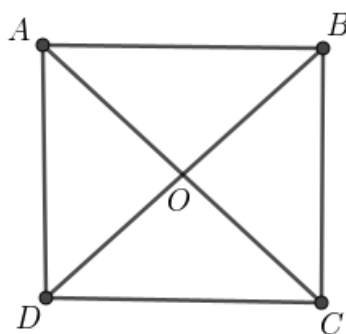
b)  $|\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{OA}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

c)  $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}| = 0$

d)  $\overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC} + \overrightarrow{ND} = \overrightarrow{AB}$  khi điểm  $N$  trùng với trọng tâm tam giác  $ABC$ .

Lời giải

|        |         |         |        |
|--------|---------|---------|--------|
| a) Sai | b) Đúng | c) Đúng | d) Sai |
|--------|---------|---------|--------|



$\overrightarrow{AO}$  và  $\overrightarrow{CO}$  là hai vector ngược hướng.

$$|\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{OA}| = |\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CO}| = |\overrightarrow{BO}| = OB = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OC}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}| = |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AB}| = 0$$

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC} + \overrightarrow{ND} = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow (\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{AB}) + \overrightarrow{NC} + \overrightarrow{ND} = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NC} + \overrightarrow{ND} = \vec{0}.$$

Do đó, điểm  $N$  trùng với trọng tâm tam giác  $ACD$ .

**Câu 7:** Cho tam giác  $ABC$  đều cạnh  $a$ , có trọng tâm  $G$ .

a)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

b)  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA}$

c)  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a\sqrt{3}$

d) Tập hợp các điểm  $M$  thỏa mãn đẳng thức  $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = 2|\overrightarrow{MC}|$  là đường trung trực của đoạn  $IC$

**Lời giải**

|         |        |         |         |
|---------|--------|---------|---------|
| a) Đúng | b) Sai | c) Đúng | d) Đúng |
|---------|--------|---------|---------|

a) Đúng

Theo quy tắc 3 điểm ta luôn có  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ . Vậy a đúng

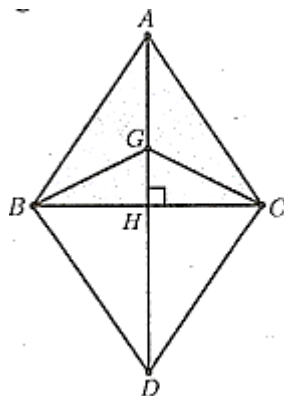
b) Sai

$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ . Vậy b sai

c) Đúng

Vẽ hình bình hành  $ABDC$ , gọi  $H$  là giao điểm  $AD$  và  $BC$

Suy ra  $H$  là trung điểm của cả  $AD$  và  $BC$ .





**Thầy Lê Việt – Tư duy Kiến tạo – Giúp em giỏi toán, Cùng em chọn nghề**

Theo quy tắc hình bình hành:  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$ . Ta có  $AH$  là đường cao của tam giác  $ABC$  nên

$$AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Suy ra:  $AD = 2AH = a\sqrt{3}$ .

Vậy  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AD}| = AD = a\sqrt{3}$ . Vậy c đúng

**d) Đúng**

Gọi  $I$  là trung điểm  $AB$ , ta có:

$$|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = 2|\overrightarrow{MC}| \Leftrightarrow 2|\overrightarrow{MI}| = 2|\overrightarrow{MC}| \Leftrightarrow MI = MC.$$

Điều đó chứng tỏ điểm  $M$  cách đều hai điểm  $I, C$ , nên tập hợp các điểm  $M$  là đường trung trực của đoạn  $IC$ . Vậy d đúng

**Câu 8:** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có  $AB = a; AD = 2a$ . Gọi  $M$  và  $N$  lần lượt là trung điểm của  $BC$  và  $AD$ .

a)  $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BM}$ .

b)  $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ .

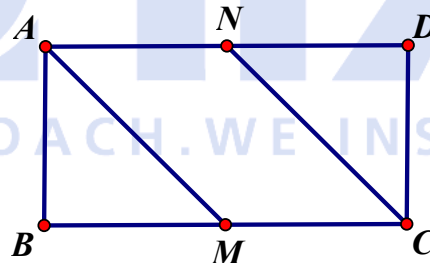
c)  $|\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{MC}| = 2a$ .

d) Tìm tập hợp các điểm  $E$  trong mặt phẳng thỏa mãn  $|\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AN}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}|$  là một đường thẳng.

**Lời giải**

|         |         |        |        |
|---------|---------|--------|--------|
| a) Đúng | b) Đúng | c) Sai | d) Sai |
|---------|---------|--------|--------|

a) Đúng



$$\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BM}$$

b) Đúng

Dễ thấy  $AMCN$  là hình bình hành nên  $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AC}$

Mà  $ABCD$  là hình chữ nhật nên  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ .

Do đó:

$$\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$$

c) Sai

$$|\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{AC}| = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{a^2 + (2a)^2} = a\sqrt{5}$$

d) Sai

$$|\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AN}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| \Leftrightarrow |\overrightarrow{NE}| = |\overrightarrow{AC}| \Leftrightarrow NE = AC = a\sqrt{5}.$$

Tập hợp điểm  $E$  là đường tròn tâm  $N$  bán kính bằng  $a\sqrt{5}$

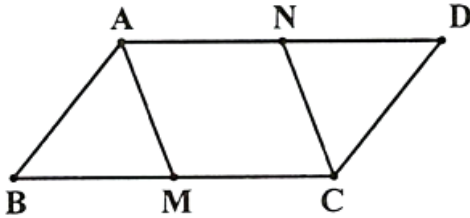
**Câu 9:** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Hai điểm  $M$  và  $N$  lần lượt là trung điểm của  $BC$  và  $AD$ .

- a)  $\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AN}$ .  
 b)  $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BM}$ .  
 c) Có duy nhất một điểm  $I$  thỏa mãn  $\overrightarrow{AI}$  cùng phương với  $\overrightarrow{BC}$ .  
 d) Nếu  $|\overrightarrow{AP}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}|$  thì tập hợp điểm  $P$  là đường tròn có bán kính bằng độ dài của đoạn  $AB$ .

Lời giải

|        |         |        |         |
|--------|---------|--------|---------|
| a) Sai | b) Đúng | c) Sai | d) Đúng |
|--------|---------|--------|---------|

a) Sai



Vì  $\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AN}$  nên ta có:  $\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{NC} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AN} + \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{AC}$  do đó mệnh đề sai.

b) Đúng

Vì  $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA}$  nên ta có:  $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BM}$  do đó mệnh đề đúng.

c) Sai

Vì  $\overrightarrow{AI}$  cùng phương với  $\overrightarrow{BC}$  nên  $AI \parallel BC$ .

$\Rightarrow$  Tập hợp điểm  $I$  là đường thẳng đi qua  $A$  và song song với  $BC$  nên có vô số điểm  $I$ .

d) Đúng

Ta có:  $|\overrightarrow{AP}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}| \Leftrightarrow |\overrightarrow{AP}| = |\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}| \Leftrightarrow |\overrightarrow{AP}| = |\overrightarrow{AB}| \Leftrightarrow AP = AB$ .

Do đó, tập hợp điểm  $P$  là đường tròn tâm  $A$  có bán kính bằng độ dài của đoạn  $AB$ .

**Câu 10:** Cho  $ABCD$  là hình vuông tâm  $O$ .

a)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$

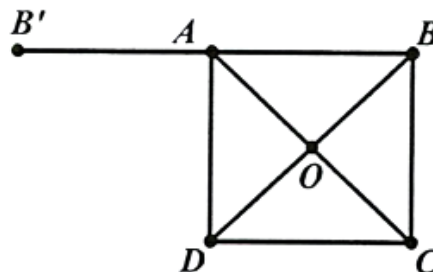
b)  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OD}| = AO$

c)  $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}| = 0$

d) Tập hợp điểm  $M$  thỏa mãn đẳng thức:  $|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}| = MO$  là một điểm.

Lời giải

|         |         |         |        |
|---------|---------|---------|--------|
| a) Đúng | b) Đúng | c) Đúng | d) Sai |
|---------|---------|---------|--------|



a) Ta có  $ABCD$  là hình vuông tâm  $O$  suy ra  $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AO}$ . Đúng

b) Ta có  $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{BO} \Rightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{AO}$ , khi đó  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OD}| = AO$ . Đúng

c) Ta có  $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AO}$

Suy ra:  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} = \vec{0} \Rightarrow |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}| = 0$

Đúng.



Thầy Lê Việt – Tư duy Kiến tạo – Giúp em giỏi toán, Cùng em chọn nghề

d)  $\vec{MA} - \vec{MB} - \vec{MC} + \vec{MD} = \vec{MO}$

$\Leftrightarrow (\vec{MA} - \vec{MB}) - (\vec{MC} - \vec{MD}) = \vec{MO}$

$\Leftrightarrow \vec{BA} - \vec{DC} = \vec{MO}$

$\Leftrightarrow \vec{BA} + \vec{BA} = \vec{MO}$

$\Leftrightarrow \vec{BB'} = \vec{MO}$  (với  $B'$  là đối xứng của  $B$  qua  $A$ ).

Khi đó,  $|\vec{MA} - \vec{MB} - \vec{MC} + \vec{MD}| = MO \Leftrightarrow BB' = MO$ .

Vậy tập hợp điểm  $M$  là đường tròn tâm  $O$  bán kính  $R = BB'$ . Sai.

**Câu 11:** Cho hình thoi  $ABCD$  cạnh  $a$ , có  $BAD = 60^\circ$ . Gọi  $O$  là giao điểm hai đường chéo.

a)  $\vec{AB} + \vec{OD} = \vec{AO}$

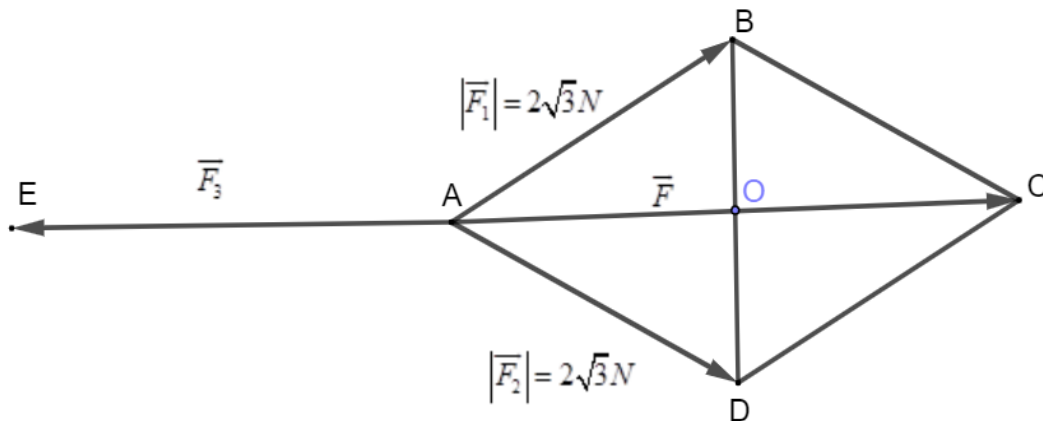
b)  $|\vec{AB} + \vec{AD}| = a\sqrt{2}$

c)  $|\vec{BA} - \vec{BC}| = a\sqrt{3}$

d) Ba lực  $\vec{F}_1 = \vec{AB}, \vec{F}_2 = \vec{AD}, \vec{F}_3$  cùng tác động vào một vật đặt tại điểm A và ở trạng thái cân bằng biết  $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = 2\sqrt{3}N$ . Khi đó độ lớn của lực  $\vec{F}_3$  bằng  $6(N)$

**Lời giải**

|         |        |         |         |
|---------|--------|---------|---------|
| a) Đúng | b) Sai | c) Đúng | d) Đúng |
|---------|--------|---------|---------|



a) Ta có  $\begin{cases} AB = AD \\ \angle BAD = 60^\circ \end{cases} \Rightarrow \Delta ABD$  đều cạnh  $a \Rightarrow AO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$  suy ra mệnh đề **đúng**.

b)  $|\vec{AB} + \vec{AD}| = |\vec{AC}| = AC = 2AO = 2\sqrt{AB^2 - BO^2} = a\sqrt{3}$  suy ra mệnh đề **sai**.

c) Ta có  $|\vec{BA} - \vec{BC}| = |\vec{CA}| = CA = a\sqrt{3}$  suy ra mệnh đề **đúng**.

d) Ta có tam giác  $\Delta ABD$  đều  $AC = 2AO = 2 \cdot \frac{AB\sqrt{3}}{2} = 6$

Do A ở vị trí cân bằng nên hai lực  $\vec{F}$  và  $\vec{F}_3$  có cùng cường độ và ngược hướng, tức là các vectơ  $\vec{AC}$  và  $\vec{AD}$  đối nhau. Vậy cường độ lực  $\vec{F}_3$  bằng  $|\vec{F}_3| = |\vec{F}| = AE = 6N$  suy ra mệnh đề **đúng**.

**Câu 12:** Cho hình vuông  $ABCD$  tâm  $O$  có cạnh 1.

a)  $\vec{BA} - \vec{BC} = \vec{AC}$ .

b)  $\vec{BO} - \vec{BC} = \vec{OA}$ .

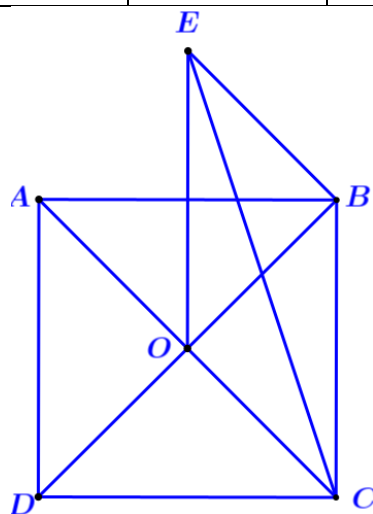
c) Điểm  $M$  di động thỏa mãn  $|\vec{MA} - \vec{CA}| = |\vec{MB} - \vec{MC} + \vec{CD}|$ .

Khi đó điểm  $M$  thuộc một đường tròn cố định có bán kính bằng  $\sqrt{2}$ .

d)  $|\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{OC}| = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

Lời giải

|        |         |         |        |
|--------|---------|---------|--------|
| a) Sai | b) Đúng | c) Đúng | d) Sai |
|--------|---------|---------|--------|



a) Sai

Vì:  $\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$ .

b) Đúng

Vì:  $\overrightarrow{BO} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CO} = \overrightarrow{OA}$

c) Đúng

$$|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{CA}| = |\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{CD}| \Leftrightarrow |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD}| \Leftrightarrow |\overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{CA}| \Leftrightarrow CM = CA$$

Khi đó điểm  $M$  thuộc đường tròn tâm  $C$ , bán kính  $R = CA = \sqrt{2}$

d) Sai

$$\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CO}$$

Dựng hình bình hành  $OCBE$ . Khi đó:  $\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CO} = \overrightarrow{CE}$ .

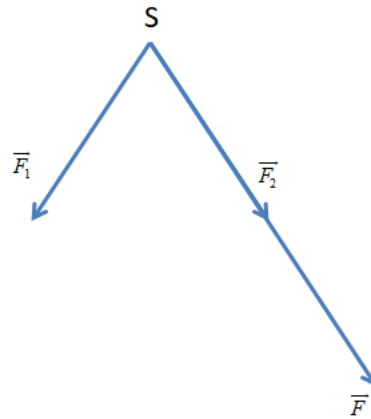
Do đó:  $|\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{OC}| = |\overrightarrow{CE}| = CE$ .

Áp dụng định lí cô sin cho tam giác  $EBC$  ta có:  $CE^2 = CB^2 + BE^2 - 2CB \cdot BE \cdot \cos CBE$

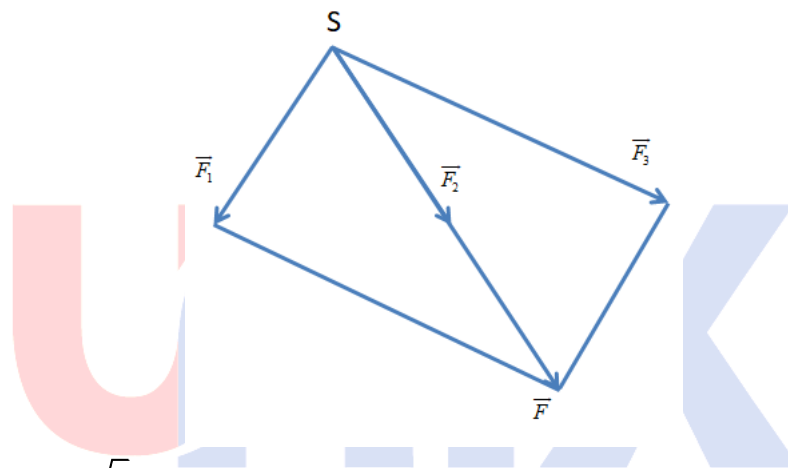
Trong đó:  $CB = 1; BE = CO = \frac{1}{2} AC = \frac{\sqrt{2}}{2}; CBE = 135^\circ$ .

Do đó:  $CE = \sqrt{1^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - 2 \cdot 1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos 135^\circ} = \sqrt{2}$ .

**Câu 13:** Trong Vật Lý, khi vật chịu tác dụng của hai lực thì tổng hợp lực của hai lực đó sẽ được vẽ bằng quy tắc hình bình hành trong véc tơ. Xét ba lực  $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}$  cùng tác dụng vào một vật tại điểm  $S$ . Trên hình vẽ mô tả hai lực  $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}$  và lực tổng hợp  $\overrightarrow{F}$  của ba lực  $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}$ . Độ lớn của các lực  $F_1 = F_2 = 30N, F = 60N$  và góc  $(\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}) = 60^\circ$ .



- a) Véc tơ lực thứ 3 được tính theo công thức:  $\vec{F}_3 = \vec{F} - \vec{F}_1 - \vec{F}_2$ .
- b) Độ lớn lực tổng hợp  $|\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = 45N$ .
- c) Hình vẽ mô tả cách xác định lực  $\vec{F}_3 = \vec{F} - \vec{F}_1 - \vec{F}_2$  như hình vẽ dưới đây.



- d) Độ lớn lực  $F_3 = 30\sqrt{3}N$ .

**Lời giải**

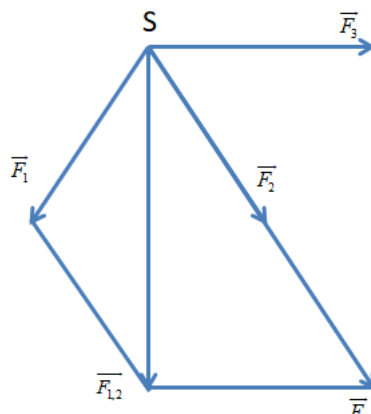
|                |               |               |               |
|----------------|---------------|---------------|---------------|
| <b>a) Đúng</b> | <b>b) Sai</b> | <b>c) Sai</b> | <b>d) Sai</b> |
|----------------|---------------|---------------|---------------|

a) Đúng.  $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 \Rightarrow \vec{F}_3 = \vec{F} - \vec{F}_1 - \vec{F}_2$

b) Sai. Ta có  $|\vec{F}_1 + \vec{F}_2|^2 = F_1^2 + F_2^2 + F_1 \cdot F_2 = 2700 \Rightarrow |\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = 30\sqrt{3}N$

c) Sai. Tổng hợp lần lượt theo quy tắc hình bình hành ta được.

$$\vec{F}_{1,2} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \Rightarrow \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{F}_{1,2} + \vec{F}_3$$



d) Sai

Ta có

$$\vec{F} = \vec{F}_{1,2} + \vec{F}_3 \quad \text{và} \quad \text{theo cách xác định thì khi đó ta có}$$

$$F_3^2 = F^2 - F_{1,2}^2 = (60)^2 - (30\sqrt{3})^2 = 900 \Rightarrow F_3 = 30N$$

**Câu 14:** Cho ba lực  $\vec{F}_1 = \vec{MA}$ ,  $\vec{F}_2 = \vec{MB}$ ,  $\vec{F}_3 = \vec{MC}$  cùng tác động vào một vật tại điểm  $M$  và vật đứng yên. Cho biết cường độ của  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$  đều bằng  $25N$  và góc  $AMB = a$ .

a)  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$

b) với  $a = 60^\circ$  thì  $|\vec{F}_3| = 25\sqrt{3}$

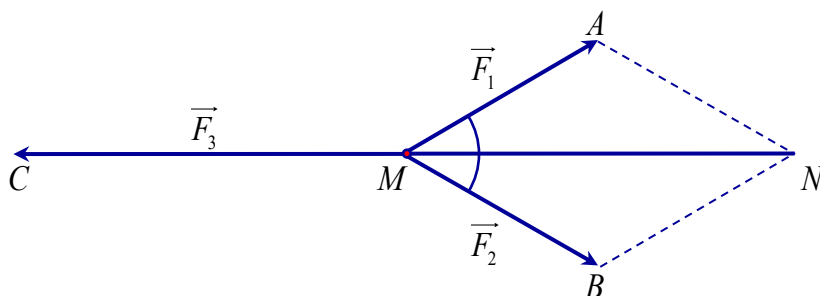
c) với  $a = 120^\circ$  thì  $|\vec{F}_3| = 25$ .

d)  $|\vec{F}_3|$  lớn nhất khi  $a = 90^\circ$

**Lời giải**

|         |         |         |        |
|---------|---------|---------|--------|
| a) Đúng | b) Đúng | c) Đúng | d) Sai |
|---------|---------|---------|--------|

a) **Đúng.** Vật đứng yên nên ba lực đã cho cân bằng. Ta được  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$ .



b) **Đúng.** Dựng hình bình hành  $AMBN$ . Ta có  $-\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = -\vec{MA} - \vec{MB} = -\vec{MN}$ .

Suy ra  $|\vec{F}_3| = |-\vec{MN}| = MN = \frac{2\sqrt{3}MA}{2} = 25\sqrt{3}$ .

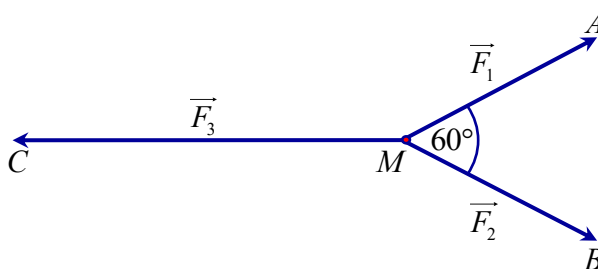
c) **Đúng.** Dựng hình bình hành  $AMBN$ . Ta có  $-\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = -\vec{MA} - \vec{MB} = -\vec{MN}$ .

Suy ra  $|\vec{F}_3| = |-\vec{MN}| = MN = MA = 25$ .

d) **Sai.** Vì  $|\vec{F}_3| = MN = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cdot \cos a$

Vậy  $|\vec{F}_3|$  lớn nhất khi  $a = 0^\circ$

**Câu 15:** Cho ba lực  $\vec{F}_1 = \vec{MA}$ ,  $\vec{F}_2 = \vec{MB}$ ,  $\vec{F}_3 = \vec{MC}$  cùng tác động vào một vật tại điểm  $M$  và vật đứng yên.



Cho biết cường độ của  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$  đều bằng  $25N$  và góc  $AMB = 60^\circ$ .

a)  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$ .

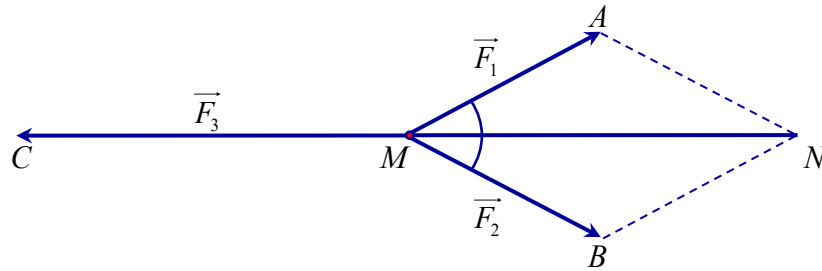


- b)  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{AB}$   
 c) Nếu dựng hình bình hành  $AMBN$  thì  $\vec{F}_3 = -\vec{MN}$ .  
 d) Cường độ lực của  $\vec{F}_3$  là  $25N$ .

**Lời giải**

|         |        |         |        |
|---------|--------|---------|--------|
| a) Đúng | b) Sai | c) Đúng | d) Sai |
|---------|--------|---------|--------|

Vật đứng yên nên ba lực đã cho cân bằng  $\Leftrightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{F}_3 = -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2)$ .



Dựng hình bình hành  $AMBN$ . Ta có  $-\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = -\vec{MA} - \vec{MB} = -\vec{MN}$ .

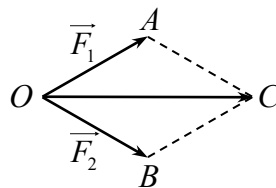
$$\text{Suy ra } |\vec{F}_3| = |-\vec{MN}| = MN = \frac{2\sqrt{3}MA}{2} = 25\sqrt{3}.$$

**Câu 16:** Có hai lực  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  cùng tác động vào một vật đứng tại điểm  $O$ , biết hai lực  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  đều có cường độ là  $50 (N)$  và chúng hợp với nhau một góc  $60^\circ$ .

- a)  $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = 50N$ .  
 b)  $\vec{F}_1 = \vec{F}_2$   
 c) Vật đó phải chịu một lực tổng hợp có cường độ bằng  $50\sqrt{3} N$ .  
 d) Lực tổng hợp tạo với lực  $\vec{F}_1$  một góc  $60^\circ$

**Lời giải**

|         |        |         |        |
|---------|--------|---------|--------|
| a) Đúng | b) Sai | c) Đúng | d) Sai |
|---------|--------|---------|--------|



Giả sử  $\vec{F}_1 = \vec{OA}, \vec{F}_2 = \vec{OB}$ .

Theo quy tắc hình bình hành, suy ra  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{OC}$ , như hình vẽ.

Ta có  $AOB = 60^\circ, OA = OB = 50$ , nên tam giác  $OAB$  đều, suy ra  $OC = 2.50 \frac{\sqrt{3}}{2} = 50\sqrt{3}$ .

Vậy  $|\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = |\vec{OC}| = 50\sqrt{3} (N)$ .

- a) Đúng. biết hai lực  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  đều có cường độ là  $50 (N)$   
 b) Sai. Do hai lực  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  không cùng hướng.  
 c) Đúng.

d) Sai. Theo tính chất hình bình hành lực tổng hợp tạo với lực  $\vec{F}_1$  một góc  $30^\circ$

**Câu 17:** Cho tam giác  $ABC$ . Gọi  $M$  là trung điểm của đoạn  $AB$ .

- a)  $\vec{AA} = \vec{BB} = \vec{CC}$   
 b)  $\vec{AM} + \vec{MB} = \vec{0}$ .  
 c)  $\vec{MA} + \vec{MB} = \vec{0}$ .  
 d)  $\vec{AM} + \vec{MB} + \vec{BC} = \vec{0}$ .

**Lời giải**

|         |        |         |        |
|---------|--------|---------|--------|
| a) Đúng | b) Sai | c) Đúng | d) Sai |
|---------|--------|---------|--------|

Ta có:

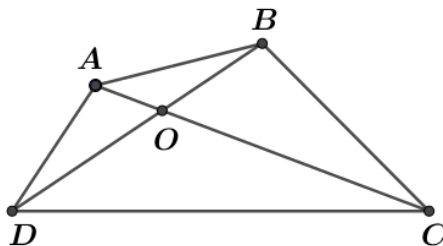
$\vec{AA} = \vec{BB} = \vec{CC} = \vec{0}$  là khẳng định đúng.

$\vec{AM} + \vec{MB} = \vec{AB}$  nên  $\vec{AM} + \vec{MB} = \vec{0}$  là khẳng định sai.

Do  $\vec{MA}, \vec{MB}$  là hai vectơ đối nhau nên  $\vec{MA} + \vec{MB} = \vec{0}$  là khẳng định đúng.

Do  $\vec{AM} + \vec{MB} + \vec{BC} = (\vec{AM} + \vec{MB}) + \vec{BC} = \vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC} \neq \vec{0}$ . Vậy  $\vec{AM} + \vec{MB} + \vec{BC} = \vec{0}$  là khẳng định sai.

**Câu 18:** Cho tứ giác  $ABCD$ . Gọi  $O$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$ .



- a)  $\vec{OA} + \vec{OC} = \vec{AC}$ .  
 b)  $\vec{AD} + \vec{DC} = \vec{AC}$ .  
 c)  $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{CD} + \vec{CB}$ .  
 d)  $\vec{AB} + \vec{CD} = \vec{AD} + \vec{CB}$ .

**Lời giải**

|        |         |        |         |
|--------|---------|--------|---------|
| a) Sai | b) Đúng | c) Sai | d) Đúng |
|--------|---------|--------|---------|

Ta có:

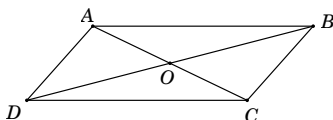
$\vec{OA} + \vec{OC} = \vec{AC}$  là khẳng định sai.

$\vec{AD} + \vec{DC} = \vec{AC}$  là khẳng định đúng.

$\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{CD} + \vec{CB} \Leftrightarrow \vec{AB} + \vec{BC} = \vec{CD} + \vec{DA} \Leftrightarrow \vec{AC} = \vec{CA}$ . Nên  $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{CD} + \vec{CB}$  là khẳng định sai.

$\vec{AB} + \vec{CD} = \vec{AD} + \vec{CB} \Leftrightarrow \vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AD} + \vec{DC} \Leftrightarrow \vec{AC} = \vec{AC}$ . Nên  $\vec{AB} + \vec{CD} = \vec{AD} + \vec{CB}$  là khẳng định đúng.

**Câu 19:** Cho hình bình hành  $ABCD$ , giao điểm của hai đường chéo là  $O$ .



- a)  $\vec{DA} - \vec{DB} = \vec{OD} - \vec{OC}$ .



Thầy Lê Việt – Tư duy Kiến tạo – Giúp em giỏi toán, Cùng em chọn nghề

- b)  $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$ .  
 c)  $\overrightarrow{CO} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BA}$ .  
 d)  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DB}$ .

**Lời giải**

|         |        |         |         |
|---------|--------|---------|---------|
| a) Đúng | b) Sai | c) Đúng | d) Đúng |
|---------|--------|---------|---------|

- a) Đúng vì  $\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{BA}$  và  $\overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{CD}$  mà  $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$ .  
 b) Sai vì  $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{DB} \neq \vec{0}$   
 c) Đúng vì  $\overrightarrow{CO} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BA}$ .  
 d) Đúng vì  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DB}$ .

**Câu 20:** Cho tam giác  $ABC$  đều cạnh  $a$ , trọng tâm là  $G$ .

- a)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ .  
 b)  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}| = a$ .  
 c)  $|\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}| = 0$ .  
 d)  $|\overrightarrow{GA}| + |\overrightarrow{GB}| + |\overrightarrow{GC}| = 0$ .

**Lời giải**

|        |         |         |        |
|--------|---------|---------|--------|
| a) Sai | b) Đúng | c) Đúng | d) Sai |
|--------|---------|---------|--------|

- a) Sai vì vế trái là tổng hai vecto là một vecto, còn vế phải là độ dài vecto.  
 b) Đúng vì  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}| = AC = a$ .  
 c) Đúng vì với  $G$  là trọng tâm tam giác suy ra  $|\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}| = |\vec{0}| = 0$ .  
 d) Sai

Ta có: tam giác  $ABC$  đều gọi  $M$  là trung điểm  $BC$

$$\Rightarrow GA = GB = GC = \frac{2}{3} AM = \frac{2}{3} \sqrt{AB^2 - BM^2} = \frac{2}{3} a \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{suy ra } |\overrightarrow{GA}| + |\overrightarrow{GB}| + |\overrightarrow{GC}| = 3 \frac{a\sqrt{3}}{3} = a\sqrt{3}.$$

**Câu 21:** Cho hình vuông  $ABCD$  cạnh  $a$ . Gọi  $M$  là trung điểm  $AB$ ,  $N$  là điểm đối xứng với  $C$  qua  $D$ . Khi đó:

- a)  $MD^2 = AD^2 + AM^2$   
 b)  $|\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AM}| = |\overrightarrow{PM}| = PM = a + \frac{a}{2} = \frac{3a}{2}$   
 c)  $|\overrightarrow{MD}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$   
 d)  $|\overrightarrow{MN}| = \frac{a\sqrt{3}}{12}$

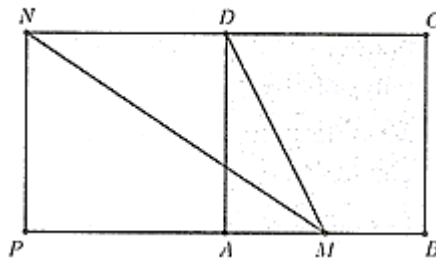
**Lời giải**

|         |         |        |        |
|---------|---------|--------|--------|
| a) Đúng | b) Đúng | c) Sai | d) Sai |
|---------|---------|--------|--------|

Xét  $\triangle MAD$  vuông tại  $A$ , ta có:

$$\begin{aligned} MD^2 &= AD^2 + AM^2 \\ &= a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{5a^2}{4} \Rightarrow MD = \frac{a\sqrt{5}}{2}. \end{aligned}$$

Qua  $N$  kẻ đường thẳng song song với  $AD$  cắt  $AB$  tại  $P$ .



Khi đó tứ giác  $ADNP$  là hình vuông và  $PM = PA + AM = a + \frac{a}{2} = \frac{3a}{2}$ .

Xét tam giác  $NPM$  vuông tại  $P$ , ta có:

$$MN^2 = PM^2 + PN^2 = \left(\frac{3a}{2}\right)^2 + a^2 = \frac{13a^2}{4} \Rightarrow MN = \frac{a\sqrt{13}}{2}.$$

Vậy các độ dài vectơ cần tìm là:  $|\overrightarrow{MD}| = MD = \frac{a\sqrt{5}}{2}, |\overrightarrow{MN}| = MN = \frac{a\sqrt{13}}{2}$ .

**Câu 22:** Cho tam giác  $ABC$ . Xét tập hợp các điểm  $M$  thỏa mãn  $|\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{BM} - \overrightarrow{BA}|$

- $\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{BC}$ .
- $|\overrightarrow{AM}| = AM$
- Tập hợp các điểm  $M$  là đường thẳng đi qua  $A$  và song song với  $BC$ .
- Tập hợp các điểm  $M$  là đường tròn tâm  $A$ , bán kính  $BC$ .

**Lời giải**

|        |         |        |         |
|--------|---------|--------|---------|
| a) Sai | b) Đúng | c) Sai | d) Đúng |
|--------|---------|--------|---------|

Ta có  $|\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{BM} - \overrightarrow{BA}| \Leftrightarrow |\overrightarrow{CB}| = |\overrightarrow{AM}| \Leftrightarrow AM = BC$ .

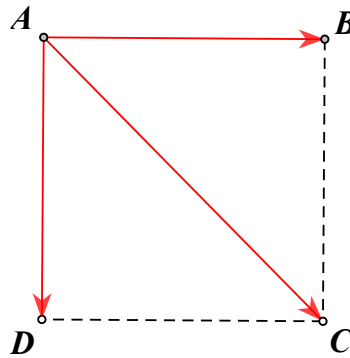
Mà  $A; B; C$  cố định, suy ra: Tập hợp điểm  $M$  là đường tròn tâm  $A$ , bán kính  $BC$ .

**Câu 23:** Cho hình vuông  $ABCD$  cạnh  $2a$ .

- $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = 2a\sqrt{2}$ .
- $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}| = 2a$ .
- $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD}| = 2a$ .
- $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}| = 4a$ .

**Lời giải**

|         |        |         |         |
|---------|--------|---------|---------|
| a) Đúng | b) Sai | c) Đúng | d) Đúng |
|---------|--------|---------|---------|



Ta có a)  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AC}| = AC = 2a\sqrt{2}$  nên a) ĐÚNG

b)  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}| = |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AB}| = 0$  nên b) SAI

c)  $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD}| = |\overrightarrow{AD}| = 2a$  nên c) ĐÚNG

d)  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB}| = 2|\overrightarrow{AB}| = 4a$  nên d) ĐÚNG

**Câu 24:** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Khi đó:

- a)  $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CA}$
- b)  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CD}$
- c)  $\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$
- d)  $\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD}$

**Lời giải**

|         |        |        |         |
|---------|--------|--------|---------|
| a) Đúng | b) Sai | c) Sai | d) Đúng |
|---------|--------|--------|---------|

Ta có:  $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CA}$  (quy tắc hình bình hành).

Ta có:  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{DC}$  (quy tắc ba điểm)

$\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AD}$   
 $= (\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA}) + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD}$  (quy tắc ba điểm).

**Câu 25:** Cho bốn điểm  $A, B, C, D$ . Khi đó:

- a)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$
- b)  $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}$
- c)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$
- d)  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB}$

**Lời giải**

|        |         |         |         |
|--------|---------|---------|---------|
| a) Sai | b) Đúng | c) Đúng | d) Đúng |
|--------|---------|---------|---------|

Ta có:  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CB} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BC} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) + (\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA}) = \vec{0}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$  (luôn đúng).

Ta có:  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{DB} = \vec{0}$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BD} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}) + (\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CA}) = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DA} = \vec{0} \text{ (luôn đúng)}$$

**Câu 26:** Cho hình bình hành  $ABCD$  tâm  $O$ . Khi đó:

- a)  $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$
- b)  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OC}$
- c)  $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CB}$
- d)  $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{DC}$

**Lời giải**

|         |         |        |         |
|---------|---------|--------|---------|
| a) Đúng | b) Đúng | c) Sai | d) Đúng |
|---------|---------|--------|---------|

Ta có:  $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$  (do  $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{AB}$  là hai vectơ đối nhau);  $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{DO} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{DC}$

**Câu 27:** Cho tam giác  $ABC$ . Bên ngoài của tam giác vẽ các hình bình hành  $ABIJ, BCPQ, CARS$ . Khi đó:

- a)  $\overrightarrow{RJ} = \overrightarrow{RA} + \overrightarrow{AJ}$
- b)  $\overrightarrow{IQ} = \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{QB}$
- c)  $\overrightarrow{PS} = \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{SC}$
- d)  $\overrightarrow{RJ} + \overrightarrow{IQ} + \overrightarrow{PS} = \vec{0}$

**Lời giải**

|         |        |        |         |
|---------|--------|--------|---------|
| a) Đúng | b) Sai | c) Sai | d) Đúng |
|---------|--------|--------|---------|

Ta có:  $\overrightarrow{RJ} = \overrightarrow{RA} + \overrightarrow{AJ}, \overrightarrow{IQ} = \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{BQ}, \overrightarrow{PS} = \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{CS}$ .

$$\begin{aligned} \text{Khi đó: } \overrightarrow{RJ} + \overrightarrow{IQ} + \overrightarrow{PS} &= (\overrightarrow{RA} + \overrightarrow{AJ}) + (\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{BQ}) + (\overrightarrow{PC} + \overrightarrow{CS}) \\ &= (\overrightarrow{RA} + \overrightarrow{CS}) + (\overrightarrow{AJ} + \overrightarrow{IB}) + (\overrightarrow{BQ} + \overrightarrow{PC}) \\ &= (\overrightarrow{SC} + \overrightarrow{CS}) + (\overrightarrow{BI} + \overrightarrow{IB}) + (\overrightarrow{CP} + \overrightarrow{PC}) \\ &= \overrightarrow{SS} + \overrightarrow{BB} + \overrightarrow{CC} = \vec{0} \end{aligned}$$

Vậy  $\overrightarrow{RJ} + \overrightarrow{IQ} + \overrightarrow{PS} = \vec{0}$ .

**Câu 28:** Cho hình vuông  $ABCD$  có cạnh bằng  $a$ . Khi đó:

- a)  $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$
- b) Gọi  $E$  là điểm đối xứng với  $B$  qua  $C$ . Khi đó  $ADEC$  là hình thang.
- c)  $|\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}| = a\sqrt{2}$
- d)  $|\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}| = a\sqrt{3}$ .

**Lời giải**

|         |        |         |        |
|---------|--------|---------|--------|
| a) Đúng | b) Sai | c) Đúng | d) Sai |
|---------|--------|---------|--------|

Theo quy tắc hình bình hành ta có  $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$ .

Theo định lí Pytago:  $AC^2 = AB^2 + BC^2$

$$= a^2 + a^2 = 2a^2 \Rightarrow AC = a\sqrt{2}$$

Vậy  $|\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}| = AC = a\sqrt{2}$ .

Gọi  $E$  là điểm đối xứng với  $B$  qua  $C$ .

Do  $CE = AD = a, CE \parallel AD$  nên  $ADEC$  là hình bình hành.



**Thầy Lê Việt – Tư duy Kiến tạo – Giúp em giỏi toán, Cùng em chọn nghề**

Ta có:  $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AE}$ . Áp dụng định lý Pytago cho tam giác  $ABE$ :

$$AE^2 = AB^2 + BE^2 = a^2 + (2a)^2 = 5a^2 \Rightarrow AE = a\sqrt{5}$$

Vậy  $|\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}| = AE = a\sqrt{5}$

**Câu 29:** Cho tam giác  $ABC$  đều cạnh  $a$ , có trọng tâm  $G$ . Khi đó:

a)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

b)  $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB}| = 2a$ ;

c)  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a\sqrt{3}$ ;

d)  $|\overrightarrow{BG} - \overrightarrow{BC}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

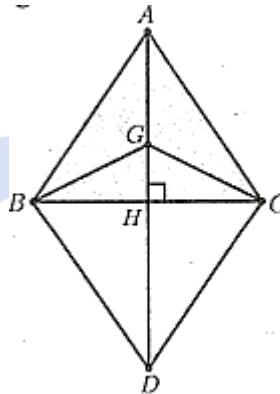
**Lời giải:**

|         |        |         |        |
|---------|--------|---------|--------|
| a) Đúng | b) Sai | c) Đúng | d) Sai |
|---------|--------|---------|--------|

Ta có:  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} \Rightarrow |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB}| = |\overrightarrow{AC}| = AC = a$ .

Vẽ hình bình hành  $ABDC$ , gọi  $H$  là giao điểm  $AD$  và  $BC$

Suy ra  $H$  là trung điểm của cả  $AD$  và  $BC$ .



Theo quy tắc hình bình hành:  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$ . Ta có  $AH$  là đường cao của tam giác  $ABC$  nên

$$AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Suy ra:  $AD = 2AH = a\sqrt{3}$ .

Vậy  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AD}| = AD = a\sqrt{3}$ .

Ta có:  $\overrightarrow{BG} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BG} = \overrightarrow{CG}$ .

$$\text{Để thấy } CG = AG = \frac{2}{3}AH = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Vậy  $|\overrightarrow{BG} - \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{CG}| = CG = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 30:** Cho  $\triangle ABC$ . Khi đó:

a)  $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$  khi điểm  $M$  là một đỉnh của hình bình hành  $ABCM$ .

b)  $\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{NB}$  khi điểm  $N$  trùng với điểm  $A$ .

c)  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BM} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$  khi  $M$  là trung điểm của đoạn  $AC$ .

d)  $\overrightarrow{NA} - \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{ND} = \overrightarrow{CD}$  khi  $N$  là điểm đối xứng với  $B$  qua  $A$ .

**Lời giải**

|         |        |         |        |
|---------|--------|---------|--------|
| a) Đúng | b) Sai | c) Đúng | d) Sai |
|---------|--------|---------|--------|

a) Ta có:  $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow (\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MA}) + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CM}$$

Vậy điểm  $M$  là một đỉnh của hình bình hành  $ABCM$ .

b) Ta có:  $\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{NB} \Leftrightarrow (\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{AB}) + \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{NB} \Leftrightarrow \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{NB} \Leftrightarrow \overrightarrow{NC} = \vec{0}$ . Vậy điểm  $N$  trùng với điểm  $C$ .

c) Ta có:  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BM} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{MB}) = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$ . Vậy  $M$  là trung điểm của đoạn  $AC$ .

d) Ta có:  $\overrightarrow{NA} - \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{ND} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow (\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{BN}) + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DN}$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CN} \Leftrightarrow \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CN}.$$

Vậy  $N$  là điểm đối xứng với  $B$  qua  $C$ .

**Câu 31:** Cho sáu điểm  $A, B, C, D, E, F$ . Khi đó:

a)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} - \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{ED} = \overrightarrow{FA}$ .

b)  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{DE}$ .

c)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$ .

d)  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{ED}$ .

**Lời giải**

|        |        |         |         |
|--------|--------|---------|---------|
| a) Sai | b) Sai | c) Đúng | d) Đúng |
|--------|--------|---------|---------|

a) Ta có:  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} - \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{ED} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DE}$   
 $= (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) + (\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE}) + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AF}$ .

b) Ta có:  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{FB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{FD} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{ED}$ .

c) Ta có:  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DB}$ .

d) Ta có:  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{ED}$

$$\Leftrightarrow (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AF}) + (\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC}) + (\overrightarrow{EF} - \overrightarrow{ED}) = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{FC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DF} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{FD} + \overrightarrow{DF} = \vec{0}.$$

**Câu 32:** Cho hình bình hành  $ABCD$  có  $O$  là giao điểm của hai đường chéo. Khi đó:

a)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$

b)  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AD}$

c)  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = AC$

d) Nếu  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD}|$  thì  $ABCD$  là hình thoi.

**Lời giải**

|        |         |         |        |
|--------|---------|---------|--------|
| a) Sai | b) Đúng | c) Đúng | d) Sai |
|--------|---------|---------|--------|

a) Ta có:  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$  (vì  $ABCD$  là hình bình hành).

Ta có:  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AC}| = AC$  (vì  $ABCD$  là hình bình hành).

b) Ta có:  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD}| \Leftrightarrow |\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{DB}| \Leftrightarrow AC = BD$ .

Vì  $ABCD$  là hình bình hành có hai đường chéo bằng nhau nên  $ABCD$  là hình chữ nhật.

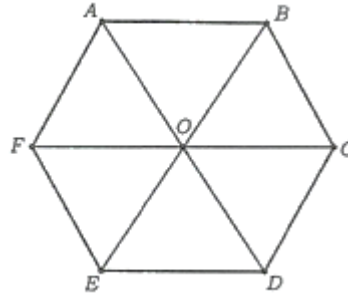


**Câu 33:** Cho lục giác đều  $ABCDEF$  tâm  $O$ . Khi đó:

- a)  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$
- b)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{AC}$
- c)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{FC}$
- d)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{FD} = \overrightarrow{AF}$

**Lời giải**

|        |         |         |         |
|--------|---------|---------|---------|
| a) Sai | b) Đúng | c) Đúng | d) Đúng |
|--------|---------|---------|---------|



Ta có:  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$  (do  $BCDO$  là hình bình hành).

Ta có:  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{FD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DF} = \overrightarrow{AF}$  (do  $ABDE$  là hình bình hành).

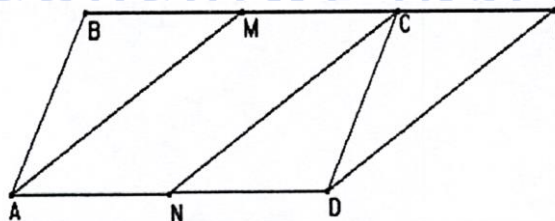
**Câu 34:** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Hai điểm  $M$  và  $N$  lần lượt là trung điểm của  $BC$  và  $AD$ . Khi đó:

- a)  $\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AN}$
- b)  $\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AN}$
- c)  $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BM}$
- d)  $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$

**Lời giải**

|         |        |         |         |
|---------|--------|---------|---------|
| a) Đúng | b) Sai | c) Đúng | d) Đúng |
|---------|--------|---------|---------|

Dễ thấy tứ giác  $ABCD$ ,  $AMCN$  là hình bình hành



+ Vì  $\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AN}$  nên ta có:  $\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{NC} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AN} + \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{AC}$

+ Vì  $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA}$  nên ta có:  $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BM}$

+ Vì  $\overrightarrow{NC} = \overrightarrow{AM}$  nên ta có:  $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AE}$ ,  $E$  là đỉnh của hình bình hành  $AMED$ .

Vậy  $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$

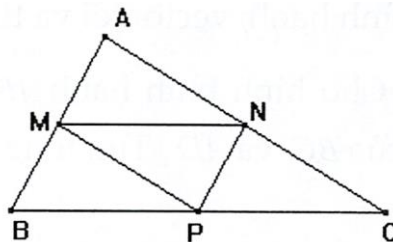
**Câu 35:** Cho tam giác  $ABC$ . Các điểm  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của  $AB, AC, BC$ . Khi đó:

- a)  $\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{NM}$
- b)  $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{MP}$
- c)  $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{PN} = \overrightarrow{MP}$
- d)  $\overrightarrow{BP} - \overrightarrow{CP} = \overrightarrow{PC}$

**Lời giải**

|         |        |         |        |
|---------|--------|---------|--------|
| a) Đúng | b) Sai | c) Đúng | d) Sai |
|---------|--------|---------|--------|

Dễ thấy tứ giác  $AMPN, MNCP$  là hình bình hành



$$\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{NM}$$

$$\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{MN} - \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{PN} (\overrightarrow{NC} = \overrightarrow{MP})$$

$$\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{PN} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MP}$$

$$\overrightarrow{BP} - \overrightarrow{CP} = \overrightarrow{BP} + \overrightarrow{PC} = \overrightarrow{BC}$$

**Câu 36:** Cho tam giác  $ABC$  đều cạnh  $a$ . Khi đó:

a)  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AH}|$

b)  $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BC}|$

c)  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a\sqrt{3}$

d)  $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}| = a$

**Lời giải**

|        |        |         |         |
|--------|--------|---------|---------|
| a) Sai | b) Sai | c) Đúng | d) Đúng |
|--------|--------|---------|---------|

$$|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |2\overrightarrow{AH}| = 2 \cdot AH = 2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}.$$

$$|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{CB}| = CB = a.$$

**Câu 37:** Cho hình vuông  $ABCD$  cạnh  $a$ , có  $O$  là giao điểm hai đường chéo. Khi đó:

a)  $O$  là trung điểm của  $AC, BD$

b)  $|\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CB}| = a\sqrt{2}$

c)  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}| = a$

d)  $|\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{DA}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

**Lời giải.**

|         |        |        |        |
|---------|--------|--------|--------|
| a) Đúng | b) Sai | c) Sai | d) Sai |
|---------|--------|--------|--------|

a)  $O$  là giao điểm hai đường chéo nên  $O$  là trung điểm của  $AC, BD$

b)  $|\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CB}| = |\overrightarrow{CO} - \overrightarrow{CB}| = |\overrightarrow{BO}| = BO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

c)  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB}| = 2|\overrightarrow{AB}| = 2a$

d)  $|\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{DA}| = |\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CB}| = |\overrightarrow{BD}| = BD = a\sqrt{2}$

**Câu 38:** Cho hình thoi  $ABCD$  cạnh  $a$ , có  $BAD = 60^\circ$ . Gọi  $O$  là giao điểm hai đường chéo. Khi đó:

a)  $\triangle BAD, \triangle BCD$  đều cạnh  $a$ .

b)  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = a\sqrt{2}$

c)  $|\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC}| = a\sqrt{3}$



d)  $|\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{DC}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Lời giải

|         |        |         |         |
|---------|--------|---------|---------|
| a) Đúng | b) Sai | c) Đúng | d) Đúng |
|---------|--------|---------|---------|

a) Giả thiết cho ta  $\triangle BAD, \triangle BCD$  đều cạnh  $a$ .

b)  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AC}| = AC = 2AO = 2\sqrt{AB^2 - BO^2} = a\sqrt{3}$

c)  $|\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{CA}| = CA = a\sqrt{3}$

d)  $|\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{DC}| = |\overrightarrow{DO} - \overrightarrow{DC}| = |\overrightarrow{CO}| = CO = AO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

**Câu 39:** Cho ba điểm phân biệt  $A, B, C$ . Khi đó:

a)  $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$ .

b)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$ .

c)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB}$ .

d)  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$ .

Lời giải

|        |        |         |        |
|--------|--------|---------|--------|
| a) Sai | b) Sai | c) Đúng | d) Sai |
|--------|--------|---------|--------|

Xét các khẳng định:

a) Ta có  $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} = -\overrightarrow{BC}$ . Vậy a) sai.

b) Ta có  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD} \neq \overrightarrow{BC}$  (với  $D$  là điểm thỏa mãn  $ABDC$  là hình bình hành). Vậy b) sai.

c) Ta có  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB}$ . Vậy c) đúng.

d)  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BA}$ . Vậy d) sai.

**Câu 40:** Gọi  $O$  là tâm hình bình hành  $ABCD$ . Khi đó:

a)  $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{CD}$ .

b)  $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA}$

c)  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$ .

d)  $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DA}$

Lời giải

|         |        |         |         |
|---------|--------|---------|---------|
| a) Đúng | b) Sai | c) Đúng | d) Đúng |
|---------|--------|---------|---------|

Xét các khẳng định:

a) Ta có  $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$ . Vậy a) đúng.

b) Ta có  $\begin{cases} \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{CB} = -\overrightarrow{AD} \\ \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{AD} \end{cases}$ . Vậy b) sai.

c) Ta có  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$ . Vậy c) đúng.

d) Ta có  $\begin{cases} \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AC} \\ \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AC} \end{cases}$ . Vậy d) đúng.

**Câu 41:** Cho tam giác  $ABC$ . Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của  $BC, CA, AB$ . Khi đó:

a) Tứ giác  $BMNP$  và  $APMN$  là hình bình hành

b)  $\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AP} = \vec{0}$ .

c)  $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BM}$ .

d)  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}$  với  $O$  là điểm bất kì.

**Lời giải**

|         |         |        |         |
|---------|---------|--------|---------|
| a) Đúng | b) Đúng | c) Sai | d) Đúng |
|---------|---------|--------|---------|

$BMNP$  là hình bình hành  $\Rightarrow \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{PN}$ .

Vì  $N$  là trung điểm của  $AC \Rightarrow \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{NA}$ .

Do đó theo quy tắc ba điểm ta có

$$\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AP} = (\overrightarrow{PN} + \overrightarrow{NA}) + \overrightarrow{AP} = \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AP} = \vec{0}$$

Vì tứ giác  $APMN$  là hình bình hành nên  $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AM}$ , kết hợp với quy tắc trừ

$$\Rightarrow \overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{CM} + \overrightarrow{BM}.$$

Mà  $\overrightarrow{CM} + \overrightarrow{BM} = \vec{0}$  do  $M$  là trung điểm của  $BC$ .

Vậy  $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BM} = \vec{0}$

Theo quy tắc ba điểm ta có

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} &= (\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PA}) + (\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{MB}) + (\overrightarrow{ON} + \overrightarrow{NC}) \\ &= (\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}) + \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{NC} = (\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}) - (\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AP}) \end{aligned}$$

Theo câu b) ta có  $\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AP} = \vec{0}$  suy ra  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}$ .

**Câu 42:** Cho 5 điểm  $A, B, C, D, E$ . Khi đó:

- a)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$
- b)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{AE}$
- c)  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD}$
- d)  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD}$

**Lời giải**

|        |        |        |         |
|--------|--------|--------|---------|
| a) Sai | b) Sai | c) Sai | d) Đúng |
|--------|--------|--------|---------|

a)  $\vec{u} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) + (\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE}) = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{AE}$

b)  $VT: \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$   
 $= \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} + (\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CD}) = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} : VP$

c)  $VT: \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} - (\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BD})$   
 $= \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD}$

**Câu 43:** Cho 6 điểm  $A, B, C, D, E, F$  phân biệt. Khi đó:

- a)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC}$
- b)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{FA} = \vec{0}$
- c)  $\overrightarrow{BE} - \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{CF} - \overrightarrow{BF} = \vec{0}$
- d)  $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD}$

**Lời giải**

|        |         |         |         |
|--------|---------|---------|---------|
| a) Sai | b) Đúng | c) Đúng | d) Đúng |
|--------|---------|---------|---------|

a)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD}$

b)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{FA} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{FA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$

c)  $\overrightarrow{BE} - \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{CF} - \overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CF} + \overrightarrow{FB} = \overrightarrow{BB} = \vec{0}$



**Thầy Lê Việt – Tư duy Kiến tạo – Giúp em giỏi toán, Cùng em chọn nghề**

$$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD}$$

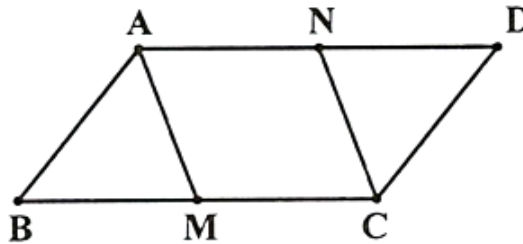
$$\begin{aligned} d) & \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{BF} \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{BF} \\ & \Leftrightarrow \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AF} \end{aligned}$$

**Câu 44:** Cho hình bình hành  $ABCD$  với  $M$  và  $N$  lần lượt là trung điểm của  $BC$  và  $AD$ . Khi đó:

- a)  $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DB}$
- b)  $\overrightarrow{CM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$
- c)  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$
- d)  $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BM}$

**Lời giải**

|         |        |        |         |
|---------|--------|--------|---------|
| a) Đúng | b) Sai | c) Sai | d) Đúng |
|---------|--------|--------|---------|



Theo qui tắc hình bình hành ta có:  $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DB}$

Do  $AMCN$  là hình bình hành, ta có:  $\overrightarrow{CM} + \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{CA}$

Suy ra  $\overrightarrow{CM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB}$

Do  $AMCN$  là hình bình hành, ta có:

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MN} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{ND} + \overrightarrow{DM} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NM} = \vec{0}$$

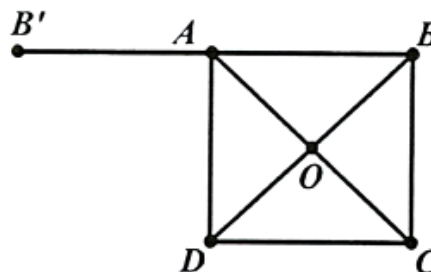
Do  $ABCD$  là hình bình hành, ta có  $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA}$ , suy ra  $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BM}$

**Câu 45:** Cho  $ABCD$  là hình vuông tâm  $O$  có cạnh  $a$ .  $M$  là một điểm bất kì trong mặt phẳng. Khi đó:

- a)  $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AO}$
- b)  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OD}| = AO$
- c)  $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}| = 0$
- d) Độ dài vectơ  $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}$  bằng  $DC$

**Lời giải**

|         |         |         |        |
|---------|---------|---------|--------|
| a) Đúng | b) Đúng | c) Đúng | d) Sai |
|---------|---------|---------|--------|



$$a) \text{ Ta có } \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{BO} \Rightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{AO}$$

$$|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OD}| = AO$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AO} \text{ suy ra } \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} = \vec{0} \Rightarrow |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}| = 0$$

b) Áp dụng quy tắc trừ ta có

$$\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{DC}$$

Lấy  $B'$  là điểm đối xứng của  $B$  qua  $A$

$$\text{Khi đó } -\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB'} \Rightarrow \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{BB'}$$

$$\text{Suy ra } |\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}| = |\overrightarrow{BB'}| = BB'$$

**Câu 46:** Cho tam giác  $ABC$  đều có cạnh bằng  $3a$ . Khi đó:

a)  $AO = 3a \frac{\sqrt{3}}{2}$

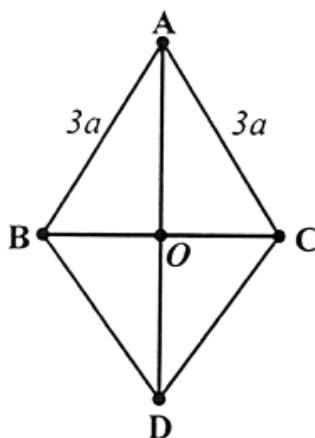
b)  $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}| = 2a$

c)  $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AC}| = 0$

d)  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a\sqrt{3}$

**Lời giải**

|         |        |         |        |
|---------|--------|---------|--------|
| a) Đúng | b) Sai | c) Đúng | d) Sai |
|---------|--------|---------|--------|



$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB} \Rightarrow |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{CB}| = CB = 3a$$

$$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CB} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AC}| = 0$$

Dựng hình bình hành  $ABDC$ , Theo qui tắc hình bình hành ta có  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$  Gọi  $O$  là giao

$$\text{điểm của } AD \text{ và } BC, \text{ Ta có } AO = 3a \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AD}| = AD = 2AO = 3a\sqrt{3}$$

**Câu 47:** Cho tam giác  $ABC$  với trực tâm  $H$ .  $D$  là điểm đối xứng với  $B$  qua tâm  $O$  của đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ . Khi đó:

a)  $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{DO}$

b)  $CH \parallel DA$

c)  $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{AC}$

d)  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$

**Lời giải**

|         |         |        |         |
|---------|---------|--------|---------|
| a) Đúng | b) Đúng | c) Sai | d) Đúng |
|---------|---------|--------|---------|

$$\text{Ta có } BD \text{ là đường kính} \Rightarrow \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{DO}.$$

$$AH \perp BC, DC \perp BC \Rightarrow AH \parallel DC \quad (1)$$



Ta lại có  $CH \perp AB, DA \perp AB \Rightarrow CH \parallel DA$  (2)

Từ (1) và (2)  $\Rightarrow$  Tứ giác  $HADC$  là hình bình hành  $\Rightarrow \overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$ .

