



CHƯƠNG

IV

VECTƠ

BÀI: TỔNG VÀ HIỆU HAI VECTƠ

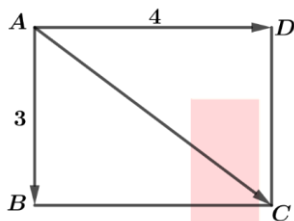


HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1: Cho hình chữ nhật $ABCD$, $AB = 3$, $AD = 4$. Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}|$?

Lời giải

Trả lời: 5



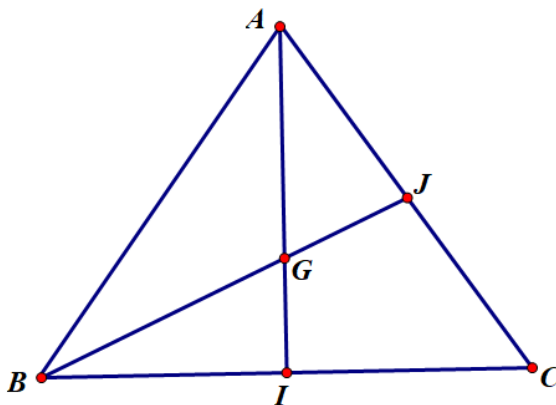
Ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$

$$\Rightarrow |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AC}| = AC = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5.$$

Câu 2: Cho tam giác ABC đều cạnh $2\sqrt{3}$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của BC, AC , G là trọng tâm tam giác ABC . Tính $|\overrightarrow{AJ} - \overrightarrow{CI} - \overrightarrow{BJ}|$?

Lời giải

Trả lời: 1



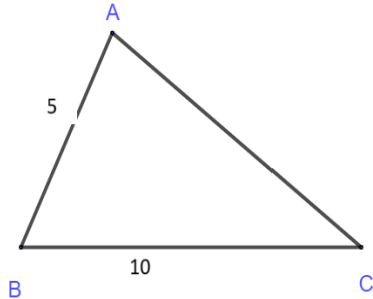
ta có:

$$\overrightarrow{AJ} - \overrightarrow{BJ} - \overrightarrow{CI} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{IB} = \overrightarrow{AI} \Rightarrow |\overrightarrow{AJ} - \overrightarrow{BJ} - \overrightarrow{CI}| = |\overrightarrow{AI}| = AI = 2\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 1$$

Câu 3: Cho $\triangle ABC$ có $AB = 6$, $BC = 10$, $\angle ABC = 60^\circ$. Tính $|\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA}|$

Lời giải

Trả lời: 8,72



Ta có: $|\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA}| = |\overrightarrow{AC}| = AC$

Áp dụng định lý Cosin cho tam giác $\triangle ABC$ ta có

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos \angle ABC$$

$$\Leftrightarrow AC^2 = 36 + 100 - 2 \cdot 6 \cdot 10 \cdot \cos 60^\circ$$

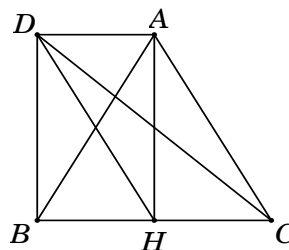
$$\Leftrightarrow AC^2 = 76$$

$$\Leftrightarrow AC = \sqrt{76} \approx 8,72$$

Câu 4: Cho tam giác ABC đều cạnh 2, H là trung điểm cạnh BC . Tính $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}|$. (Làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Trả lời: 2,65



Gọi D là điểm thỏa mãn tứ giác $ACHD$ là hình bình hành.

$\Rightarrow AHBD$ là hình chữ nhật.

Ta có $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = |\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CH}| = |\overrightarrow{CD}| = CD$.

Xét tam giác DBC vuông tại B , ta có:

$$CD = \sqrt{BD^2 + BC^2} = \sqrt{AH^2 + BC^2} = \sqrt{\frac{3 \cdot 2^2}{4} + 2^2} = \sqrt{7} \approx 2,65.$$

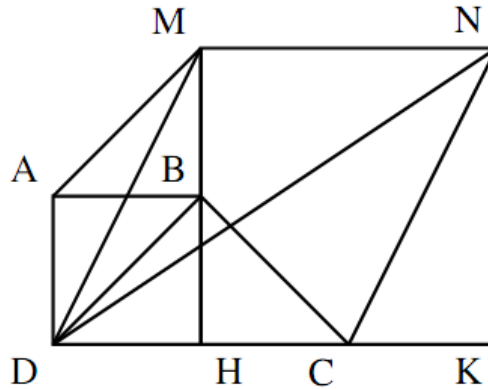


Vậy $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \sqrt{7} \approx 2,65$.

Câu 5: Cho hình thang vuông $ABCD$, vuông tại A và D . Biết $AB = AD = 2\text{cm}$, $CD = 4\text{cm}$. Tính độ dài véc-tơ $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC}$. (làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Trả lời: 7,21



Dựng hình bình hành $ADBM$. Ta có, $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DM}$. Do $BM \parallel DA$ nên $BM \perp DC$ tại H . Tứ giác $ADHB$ là hình vuông nên $BH = 2$. Ta tính được $MH = 4$.

Dựng hình bình hành $DMNC$, ta có $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DN}$. Gọi K là hình chiếu vuông góc của N lên DC . Ta chứng minh được $HMNK$ là hình vuông. Suy ra, $HK = NK = 4$, $DK = 6$.

Ta có $DN = \sqrt{DK^2 + KN^2} = 2\sqrt{13}$.

Câu 6: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 6$, $AD = 4$. Gọi M là trung điểm AB . Hãy tính $|\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{MA}|$.

Lời giải

Trả lời: 5

$$|\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{MA}| = |\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{MA}| = |\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BM}| = |\overrightarrow{MD}| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5.$$

Câu 7: Cho hình vuông $ABCD$, cạnh $5\sqrt{2}$. Tính $|\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC}|$.

Lời giải

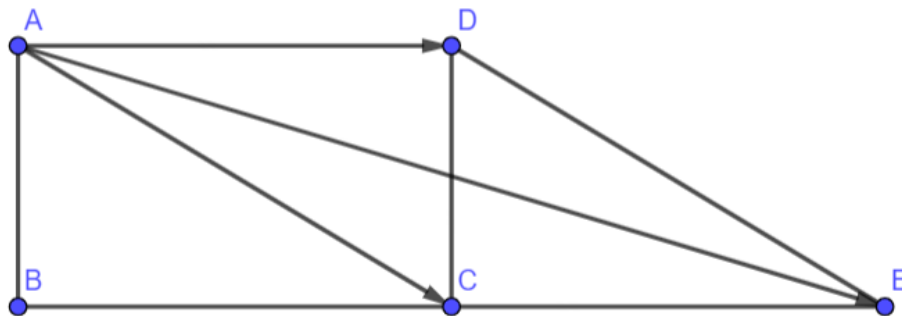
Trả lời: 10

$$|\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC}| = |\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC}| = |\overrightarrow{AC}| = AC = 5\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 10$$

Câu 8: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$, $BC = 2a$. Khi $a = 6$, tính $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{CB}|$

Lời giải

Trả lời: 24,7



Ta có: $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{CB}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}|$

Trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho C là trung điểm BE , khi đó tứ giác $ADEC$ là hình bình hành.

Khi đó: $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{CB}| = |\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AE}| = AE.$

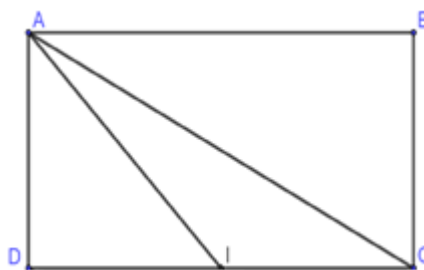
Tam giác ABE vuông tại B : $AE = \sqrt{AB^2 + BE^2} = \sqrt{a^2 + (4a)^2} = a\sqrt{17}.$

Vậy: $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{CB}| = a\sqrt{17} = 6\sqrt{17} \approx 24,7.$

Câu 9: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2$, $AD = 1$. Gọi I là trung điểm CD . Đặt $\vec{u} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{ID} - \overrightarrow{AB}$. Độ dài của véctơ $\vec{u}$ là

Lời giải

Trả lời: 1,4



Ta thực hiện biến đổi:

$|\vec{u}| = |\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{ID} - \overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{ID}| = |\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{ID}| = |\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{ID}| = |\overrightarrow{AI}| = AI.$

Xét tam giác ADI vuông tại D có $AD = 1$, $DI = \frac{1}{2}DC = \frac{1}{2}AB = 1$ nên $AI = \sqrt{2}.$

Vậy, $|\vec{u}| = AI = \sqrt{2}.$

Câu 10: Cho tam giác ABC đều cạnh $a = 2\sqrt{13}$, có AH là đường cao. Khi đó $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AH}|$ bằng

Lời giải



Trả lời: 13

Ta có: $\triangle ABC$ đều cạnh a có AH là trung tuyến

$$\Rightarrow HB = HC = \frac{a}{2} \text{ và đường cao } AH = \sqrt{AB^2 - HB^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Gọi D là điểm sao cho $ACDH$ là hình bình hành, ta có:

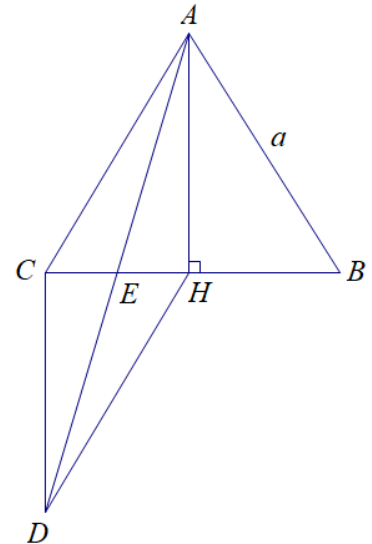
$$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AH} = \overrightarrow{AD}$$

$$\Rightarrow |\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AH}| = |\overrightarrow{AD}| = AD.$$

Gọi $E = AD \cap CH$ thì $AD = 2AE$.

Xét tam giác AHE vuông tại H có

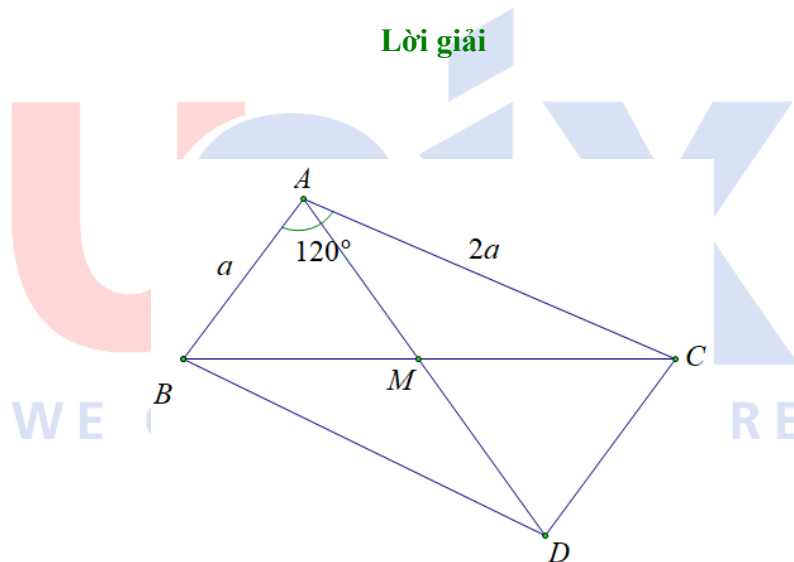
$$AE = \sqrt{AH^2 + EH^2} = \frac{a\sqrt{13}}{4}. \text{ Vậy } AD = 2AE = \frac{2\sqrt{13} \cdot \sqrt{13}}{2} = 13.$$



Câu 11: Cho tam giác ABC , biết $AB = a, AC = 2a$ và $BAC = 120^\circ$. Khi $a = \sqrt{3}$, tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$

Lời giải

Trả lời: 3



Xét tam giác ABC , ta có $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cos A = 7a^2$.

$$\text{Gọi } M \text{ là trung điểm cạnh } BC, \text{ ta có: } AM^2 = \frac{2(AB^2 + AC^2) - BC^2}{4} = \frac{3a^2}{4} \Rightarrow AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

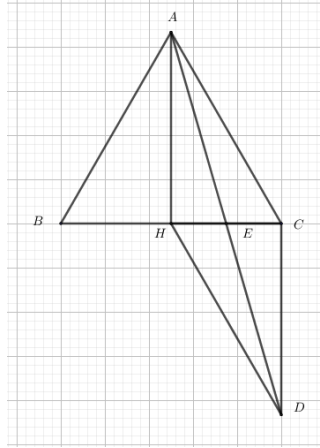
Mặt khác, gọi D là điểm sao cho tứ giác $ABDC$ là hình bình hành.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD} \Rightarrow |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AD}| = AD = 2AM = a\sqrt{3} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3.$$

Câu 12: Cho tam giác ABC đều cạnh $4a$, có AH là đường cao. Tính độ dài $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AH}$ khi $a = \sqrt{13}$

Lời giải

Trả lời: 26



Ta có: $\triangle ABC$ đều cạnh $4a$ có AH là trung tuyến $\Rightarrow HB = HC = 2a$ và đường cao $AH = \sqrt{AB^2 - HB^2} = 2a\sqrt{3}$.

Gọi D là điểm sao cho $ACDH$ là hình bình hành, ta có: $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AH} = \overrightarrow{AD}$

$$\Rightarrow |\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AH}| = |\overrightarrow{AD}| = AD.$$

Gọi $E = AD \cap CH$ thì $AD = 2AE$.

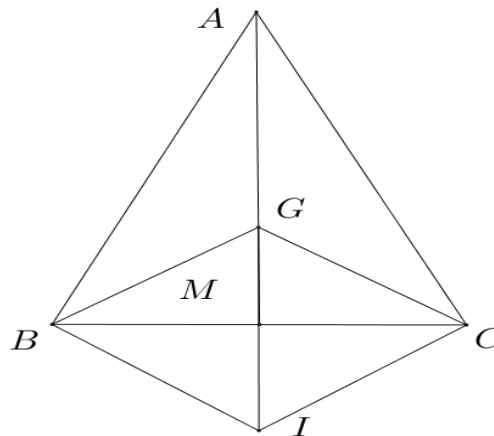
Xét tam giác AHE vuông tại H có

$$AE = \sqrt{AH^2 + EH^2} = a\sqrt{13}. \text{ Vậy } AD = 2AE = 2a\sqrt{13} = 2 \cdot \sqrt{13} \cdot \sqrt{13} = 26.$$

Câu 13: Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng $6a$, trọng tâm G . Khi $a = \sqrt{3}$, tính $|\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{AG}|$

Lời giải

Trả lời: 12



Ta có: $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GI}$.

Do đó $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{AG} = \overrightarrow{GI} + \overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AI}$.

Vậy $|\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{AG}| = |\overrightarrow{AI}| = AI = \frac{4}{3} AM$ (M là trung điểm BC).



Xét $\triangle ABC$ đều cạnh $6a \Rightarrow AM = \frac{6a\sqrt{3}}{2} = 3a\sqrt{3} \Rightarrow AI = 4a\sqrt{3}$.

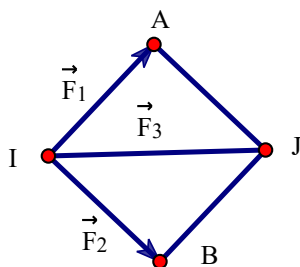
Vậy $|\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{AG}| = AI = 4a\sqrt{3} = 4 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 12$.

Câu 14: Cho hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ đều có cường độ bằng 50N và có cùng điểm đặt tại một điểm. Góc hợp bởi $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ bằng 90° . Khi đó cường độ lực tổng hợp của $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Lời giải

Trả lời: 70,7

Vẽ $\overrightarrow{IA} = \vec{F}_1, \overrightarrow{IB} = \vec{F}_2$, Vẽ hình vuông $IAJB$.



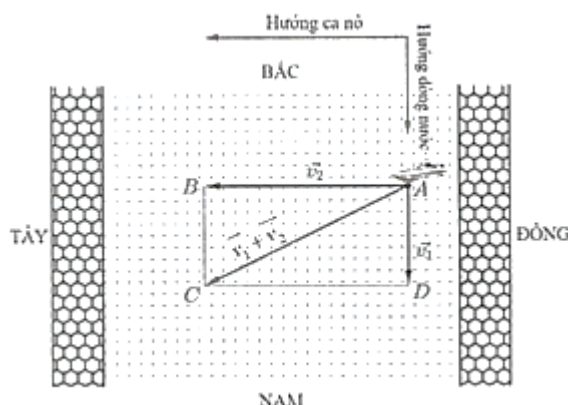
Theo qui tắc hình bình hành có: $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$, có $IJ = \sqrt{IA^2 + IB^2} = 50\sqrt{2} \text{ (N)}$.

Vậy cường độ lực tổng hợp của $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ bằng $50\sqrt{2} \approx 70.7 \text{ (N)}$.

Câu 15: Một dòng sông chảy từ phía Bắc xuống phía Nam với vận tốc 10 km/h , có một chiếc ca nô chuyển động từ phía Đông sang phía Tây với vận tốc 35 km/h so với dòng nước. Tìm vận tốc của ca nô so với bờ (kết quả làm tròn đến phần mười, lấy đơn vị là km/h)?

Lời giải

Trả lời: 36,4



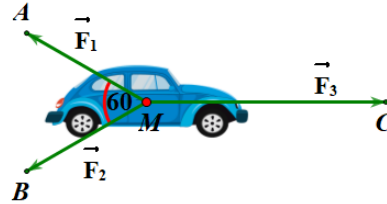
Gọi $\vec{v}_1, \vec{v}_2$ lần lượt là vector vận tốc của dòng nước đối với bờ và ca nô đối với dòng nước. Khi đó vận tốc của ca nô đối với bờ chính là tổng $\vec{v}_1 + \vec{v}_2$. Đặt $\vec{v}_1 = \overrightarrow{AD}, \vec{v}_2 = \overrightarrow{AB}$ với A là vị trí của ca nô.

Vẽ hình bình hành $ABCD$, ta có: $\vec{v}_1 + \vec{v}_2 = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

Theo định lí Py-ta-go: $AC = \sqrt{10^2 + 35^2} = 5\sqrt{53} \approx 36,4 \text{ km/h}$.

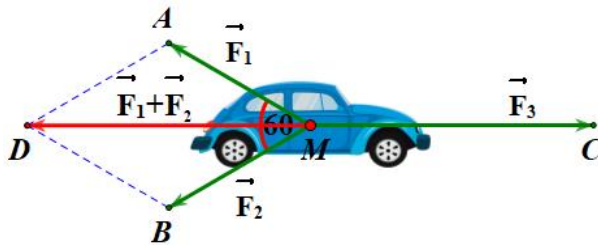
Vậy vận tốc của ca nô đối với bờ là xấp xỉ $36,4 \text{ km/h}$.

Câu 16: Cho ba lực $\vec{F}_1 = \vec{MA}$, $\vec{F}_2 = \vec{MB}$, $\vec{F}_3 = \vec{MC}$ cùng tác động vào một ô tô tại điểm M và ô tô đứng yên. Cho biết cường độ hai lực $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ đều bằng 25N và góc $AMB = 60^\circ$. Khi đó cường độ lực $\vec{F}_3$ là bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục)



Lời giải

Trả lời: 43,3



Ta có: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{MA} + \vec{MB} = \vec{MD}$ (Với D là điểm sao cho $AMBD$ là hình bình hành).

Lại có: $MA = |\vec{MA}| = |\vec{F}_1| = 25\text{N}$

$MB = |\vec{MB}| = |\vec{F}_2| = 25\text{N}$

- Do $AMB = 60^\circ$ nên $\triangle MAB$ là tam giác đều. Khi đó: $MD = 2 \cdot \frac{25\sqrt{3}}{2} = 25\sqrt{3}(\text{N})$

- Do ô tô đứng yên nên tổng các lực tác dụng lên ô tô bằng 0 hay $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$

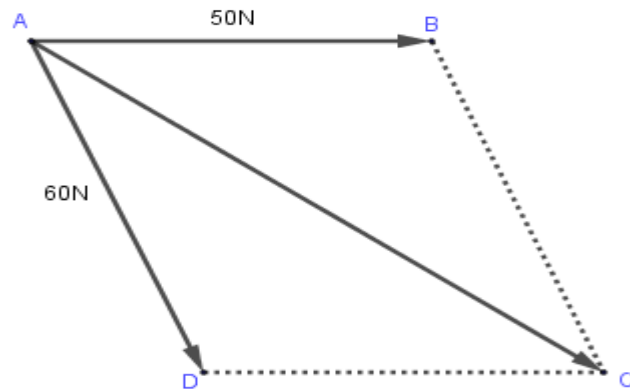
Suy ra: $\vec{F}_3 = -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2) \Rightarrow |\vec{F}_3| = |-(\vec{F}_1 + \vec{F}_2)| = |\vec{DM}| = MD = 25\sqrt{3}$

Vậy cường độ của $\vec{F}_3$ là $25\sqrt{3}\text{N} \approx 43,3\text{N}$.

Câu 17: Cho hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ có điểm đặt A tạo với nhau góc 60° , biết rằng cường độ của hai lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ lần lượt bằng $50\text{N}, 60\text{N}$. Tính cường độ tổng hợp của hai lực trên (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

Lời giải

Trả lời: 95,4



Đặt $\vec{F}_1 = \overrightarrow{AB}, \vec{F}_2 = \overrightarrow{AD}$.

Vẽ hình bình hành $ABCD$.

Ta có: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

Vì $BAD = 60^\circ \Rightarrow ABC = 120^\circ$; $BC = AD = 60$

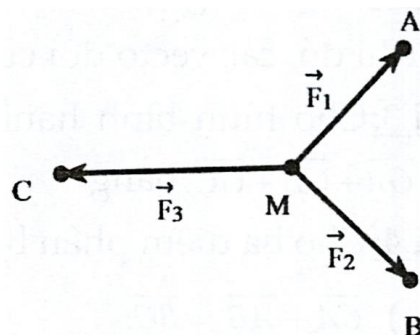
Theo định lí cosin ta có:

$$\begin{aligned} AC^2 &= AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos 120^\circ \\ &= 50^2 + 60^2 - 2 \cdot 50 \cdot 60 \cdot \frac{-1}{2} = 9100 \Rightarrow AC \approx 95,4. \end{aligned}$$

Vậy cường độ tổng hợp của hai lực trên xấp xỉ $95,4N$.

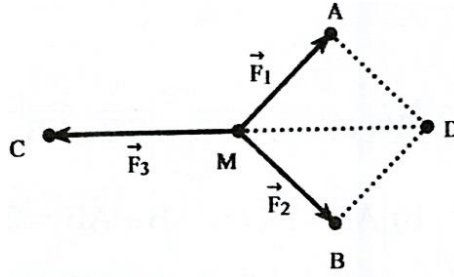
Câu 18: Cho ba lực $\vec{F}_1 = \overrightarrow{MA}, \vec{F}_2 = \overrightarrow{MB}, \vec{F}_3 = \overrightarrow{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên.

Cho biết cường độ của $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ đều bằng $200N$ và góc $AMB = 90^\circ$. Nếu muốn kéo vật từ vị trí M theo hướng ngược chiều với C thì cần tối thiểu bao nhiêu người, biết lực kéo của mỗi người bằng $100N$.



Lời giải

Trả lời: 3



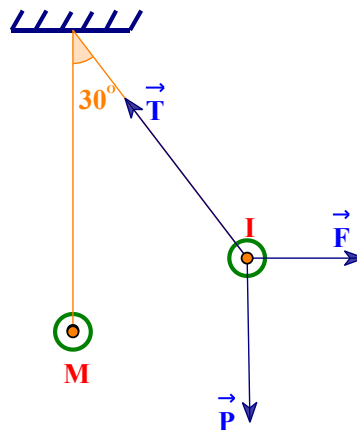
Vẽ hình vuông $ADBM$, cạnh $MA = 200$ thì $MD = 200\sqrt{2}$. Theo qui tắc hình bình hành có $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MD}$. Vật đứng yên khi $\overrightarrow{F_3} = -\overrightarrow{MD}$. Suy ra cường độ của lực $\overrightarrow{F_3}$ là: $|\overrightarrow{F_3}| = 200\sqrt{2}N$.

Để kéo được vật di chuyển theo hướng ngược chiều C thì cần lực $\overrightarrow{F}$ thỏa mãn $|\overrightarrow{F}| > |\overrightarrow{F_3}|$ hay $|\overrightarrow{F}| > 200\sqrt{2}N$.

Ta có: $200\sqrt{2} : 100 \approx 2,83$.

Vậy cần tối thiểu 3 người.

Câu 19: Một con lắc đơn đang đứng yên tại vị trí cân bằng M . Người ta tác dụng một lực $\overrightarrow{F}$ lên con lắc đưa nó đến vị trí I và giữ yên như hình vẽ.

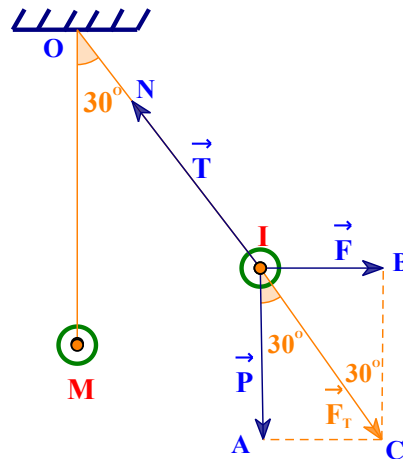


Biết rằng con lắc đang chịu tác động của lực căng dây $\overrightarrow{T}$ có cường độ $40N$, trọng lực $\overrightarrow{P}$ và lực tác dụng $\overrightarrow{F}$. Cường độ của lực $\overrightarrow{F}$ là $x(N)$. Tính giá trị của x .

Lời giải

Trả lời: 20

Giả sử $\overrightarrow{P} = \overrightarrow{IA}$, $\overrightarrow{F} = \overrightarrow{IB}$ có hợp lực $\overrightarrow{F_T} = \overrightarrow{IC}$, lực căng dây $\overrightarrow{T} = \overrightarrow{IN}$.



Do con lắc đứng yên nên $\vec{P} + \vec{F} = -\vec{T} \Leftrightarrow \vec{IA} + \vec{IB} = -\vec{IN} \Leftrightarrow \vec{IC} = -\vec{IN} \Rightarrow IC = IN$

Dễ thấy $IOM = ICB$ (so le trong) suy ra $ICB = 30^\circ$.

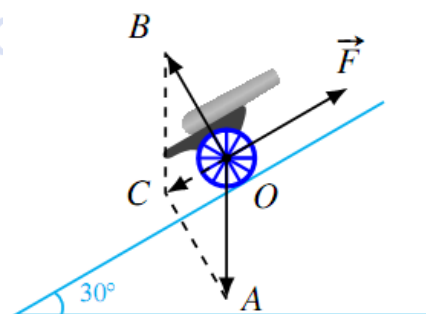
Mà $ICB = CIA$ nên $CIA = 30^\circ$.

Ta có $AC = IB = x \Rightarrow IC = \frac{AC}{\sin 30^\circ} = 2x$.

Nên $2x = 40 \Leftrightarrow x = 20$.

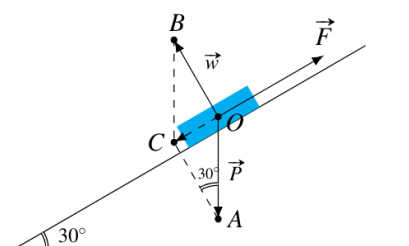
Vậy cường độ của lực tác dụng $\vec{F}$ bằng $20N$.

Câu 20: Gọi $\vec{F}$ là lực kéo cần thiết để kéo một khẩu pháo có trọng lượng $22\,148\,N$ (xấp xỉ $2\,260\,kg$) lên một con dốc nghiêng 30° so với phương nằm ngang (hình bên). Nếu lực kéo của mỗi người bằng $100\,N$ thì cần tối thiểu bao nhiêu người để kéo pháo (bỏ qua ma sát trượt giữa bánh xe và mặt phẳng nghiêng)?



Lời giải

Trả lời: 111



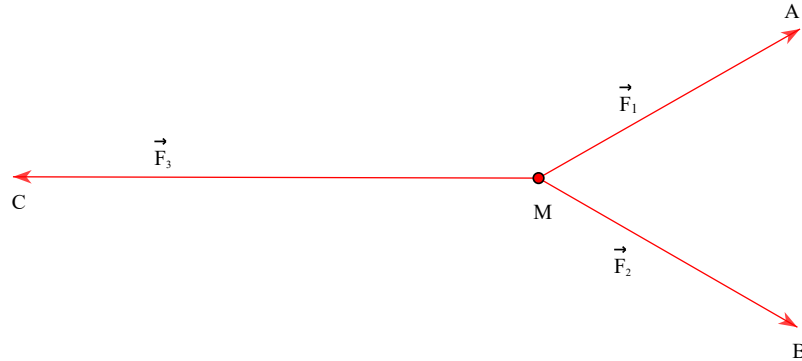
Lực tổng hợp của trọng lực $\vec{P}$ và phản lực $\vec{w}$ là lực $\vec{T} = \vec{OC}$. Theo hình vẽ thì

$$|\vec{T}| = OC = OA \sin 30^\circ = 11074 N.$$

Suy ra muốn kéo được pháo lên dốc thì lực $\vec{F}$ phải có độ lớn $|\vec{F}| > |\vec{T}| = 11074 N$.

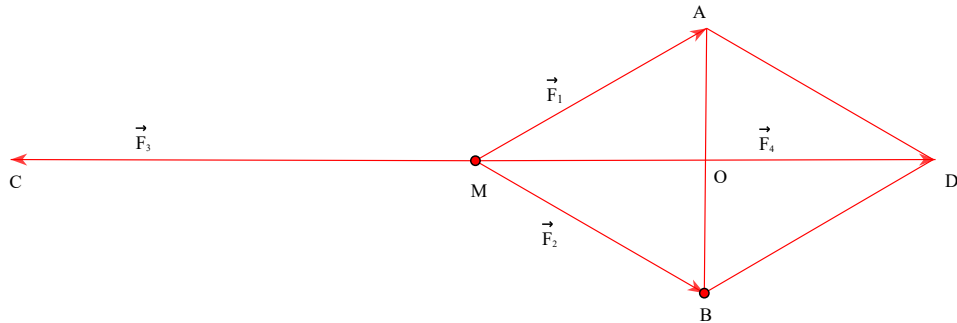
Do $\frac{11074}{100} = 110,74$ nên nếu lực kéo mỗi người là 100 N thì ta cần tối thiểu 111 người.

Câu 21: Cho ba lực $\vec{F}_1 = \vec{MA}$, $\vec{F}_2 = \vec{MB}$, $\vec{F}_3 = \vec{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Cho biết cường độ của $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ đều bằng $25 N$ và góc $AMB = 60^\circ$. Tính cường độ lực của $\vec{F}_3$.



Lời giải

Trả lời: 43,3



Vật đứng yên là do $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$.

Vẽ hình thoi $MADB$, ta có $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{MD}$ và lực $\vec{F}_4 = \vec{MD}$ có cường độ lực là $25\sqrt{3} N$.

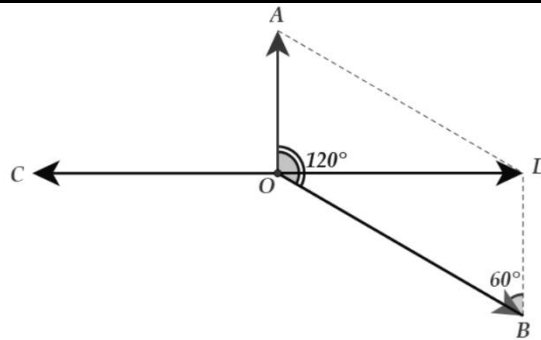
Ta có $\vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{0}$, do đó $\vec{F}_3$ là vec tơ đối của $\vec{F}_4$.

Như vậy $\vec{F}_3$ có cường độ là $25\sqrt{3} N \approx 43,3 N$ và ngược hướng với $\vec{F}_4$.

Câu 22: Cho ba lực $\vec{F}_1 = \vec{OA}$, $\vec{F}_2 = \vec{OB}$ và $\vec{F}_3 = \vec{OC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm O và vật đứng yên. Cho biết cường độ của $\vec{F}_3$ là $100\sqrt{3} N$ và $AOB = 120^\circ$. Giá trị của $|\vec{F}_1|$ là bao nhiêu để $|\vec{F}_2|$ đạt giá trị lớn nhất?

Lời giải

Trả lời: 100



Ta có $\vec{F}_1 = \vec{OA}$, $\vec{F}_2 = \vec{OB}$ và $\vec{F}_3 = \vec{OC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm O và vật đứng yên nên $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{0}$.

$$\Leftrightarrow \vec{OA} + \vec{OB} = -\vec{OC} = \vec{OD} \text{ (D đối xứng với C qua O)}$$

Trong hình bình hành $OADB$, có $AOB = 120^\circ$ suy ra $OBD = 60^\circ$.

Áp dụng định lý Sin trong tam giác OBD , ta có:

$$\frac{OD}{\sin DBO} = \frac{OB}{\sin ODB} \Rightarrow OB = \frac{OD \cdot \sin ODB}{\sin DBO} = \frac{100\sqrt{3} \cdot \sin ODB}{\sin 60^\circ}.$$

$|\vec{F}_2|$ đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow OB$ lớn nhất $\Leftrightarrow \sin ODB$ lớn nhất $\Leftrightarrow \sin ODB = 1 \Leftrightarrow ODB = 90^\circ$.

$$\text{Khi đó, } OB = \frac{100\sqrt{3} \cdot 1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 200 \text{ và } BD = OB \cdot \cos ODB = 200 \cdot \cos 60^\circ = 100.$$

Vậy $|\vec{F}_1| = 100N$ thì $|\vec{F}_2|$ đạt giá trị lớn nhất.

Câu 23: Hai người cùng kéo một con thuyền với hai lực $\vec{F}_1 = \vec{OA}$, $\vec{F}_2 = \vec{OB}$ có độ lớn lần lượt là 400 N, 600 N. Cho biết góc giữa hai vector là 60° . Tìm độ lớn của vector hợp lực $\vec{F}$ là tổng của hai lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$.

Lời giải

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \text{ hay } \vec{OC} = \vec{OA} + \vec{OB}$$

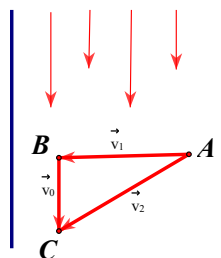
$$|\vec{F}| = OC = \sqrt{OB^2 + BC^2 - 2 \cdot OB \cdot BC \cdot \cos OBC} \approx 872.$$

Vậy độ lớn của $\vec{F}$ là 872 N.

Câu 24: Một dòng sông chảy từ phía bắc xuống phía nam với vận tốc 5 km/h. Một tàu thủy chuyển động từ phía đông sang phía tây với vận tốc 35 km/h so với mặt nước. Vận tốc tàu thủy so với bờ sông là

Lời giải

Trả lời: 35,4



Giả sử tàu thủy chuyển động từ vị trí A bên phải con sông sang vị trí B bên trái con sông.

Gọi $\vec{v}_0$ là vận tốc của dòng nước so với bờ sông, $|\vec{v}_0| = 5 \text{ km/h}$.

$\vec{v}_1$ là vận tốc của tàu thủy so với mặt nước, $|\vec{v}_1| = 35 \text{ km/h}$.

$\vec{v}_2$ là vận tốc của tàu thủy so với bờ sông.

Phương của $\vec{v}_0$ và $\vec{v}_1$ vuông góc nhau nên ta có:

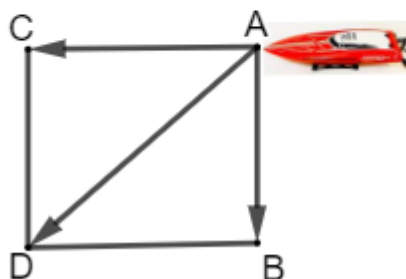
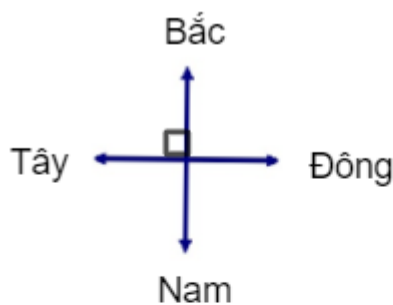
$$|\vec{v}_0|^2 + |\vec{v}_1|^2 = |\vec{v}_2|^2 \Rightarrow |\vec{v}_2| = \sqrt{|\vec{v}_0|^2 + |\vec{v}_1|^2} = \sqrt{5^2 + 35^2} = 25\sqrt{2} \text{ km/h}.$$

Vậy vận tốc tàu thủy so với bờ sông theo hướng từ A đến C có độ lớn $25\sqrt{2} \text{ km/h}$.

Câu 25: Một dòng sông chảy từ phía bắc xuống phía nam với vận tốc là 10 km/h . Một chiếc ca nô chuyển động từ phía đông sang phía tây với vận tốc 40 km/h so với mặt nước. Tìm vận tốc của ca nô so với bờ sông.

Lời giải

Trả lời: 41,2





Thầy Lê Việt – Tư duy Kiến tạo – Giúp em giỏi toán, Cùng em chọn nghề

Ca nô chuyển từ đông sang tây, giả sử ca nô đi theo hướng A sang C , khi đó vận tốc so với mặt nước của ca nô được biểu thị bởi $\vec{v}_1 = \overrightarrow{AC}$ và có độ lớn $|\vec{v}_1| = 40 \text{ km/h}$, vận tốc dòng chảy được biểu thị bởi $\vec{v}_2 = \overrightarrow{AB}$ và có độ lớn $|\vec{v}_2| = 10 \text{ km/h}$.

Khi đó vận tốc của ca nô so với bờ sông được biểu thị bởi $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$

Ta cần tính độ lớn của vector $\vec{v}$, hay chính là $|\vec{v}_1 + \vec{v}_2|$

Dựng hình bình hành ACDB như hình vẽ.

Do hướng nam bắc vuông góc với hướng đông tây nên AB và AC vuông góc với nhau.

Suy ra ACDB là hình chữ nhật.

Nên $AB = CD = 10, AC = BD = 40$.

Sử dụng định lý Pythagore trong tam giác vuông ACD, ta có:

$$AD^2 = AC^2 + CD^2 = 40^2 + 10^2 = 1700 \Rightarrow AD = \sqrt{1700} = 10\sqrt{17}$$

Lại có do ACDB là hình bình hành nên: $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$ Do đó:

$$\vec{v} = \overrightarrow{AD} \Rightarrow |\vec{v}| = |\overrightarrow{AD}| = AD = 10\sqrt{17}$$

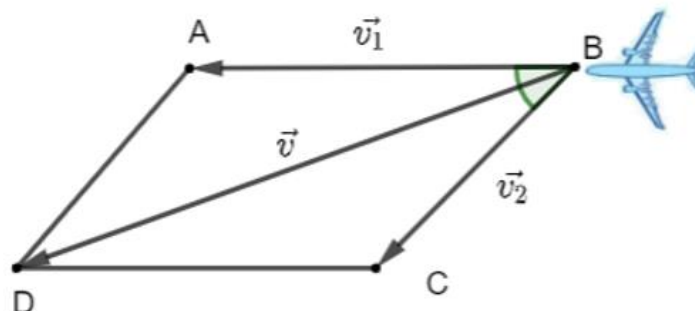
Vậy vận tốc của ca nô so với bờ sông là $10\sqrt{17} \text{ km/h}$.

Câu 26: Một máy bay đang bay từ hướng đông sang hướng tây với tốc độ 700 km/h thì gặp luồng gió thổi từ hướng đông bắc sang hướng tây nam với tốc độ 40 km/h . Máy bay bị thay đổi vận tốc sau khi gặp gió thổi. Tìm tốc độ mới của máy bay.



Lời giải

Trả lời: 729



Khi đó ta có: ABCD là hình bình hành có $ABC = 45^\circ$.

Suy ra: $DAB = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$; $AD = |\vec{v}_2| = 40, AB = |\vec{v}_1| = 700$.

Ta cần tính độ dài đoạn thẳng BD , đây chính là độ dài vector $\vec{v}$.

Áp dụng định lí sin trong tam giác ABD , ta có:

$$\begin{aligned} BD^2 &= AD^2 + AB^2 - 2 \cdot AD \cdot AB \cdot \cos A \\ &= 40^2 + 700^2 - 2 \cdot 40 \cdot 700 \cdot \cos 135^\circ \approx 531197,98 \end{aligned}$$

Suy ra $BD \approx 729(\text{km} / \text{h})$.

Vậy tốc độ mới của máy bay sau khi gặp gió thổi là 729km/h .

Câu 27: Một máy bay đang bay từ hướng đông sang hướng tây với tốc độ $650\text{km} / \text{h}$ thì gặp luồng gió thổi từ hướng đông bắc sang hướng tây nam với tốc độ $35\text{km} / \text{h}$. Máy bay bị thay đổi vận tốc sau khi gặp gió thổi. Tìm tốc độ mới của máy bay.

Lời giải

Trả lời: 675

Gọi $\vec{v}_0$ là vận tốc của máy bay khi không có gió, $|\vec{v}_0| = 650(\text{km} / \text{h})$;

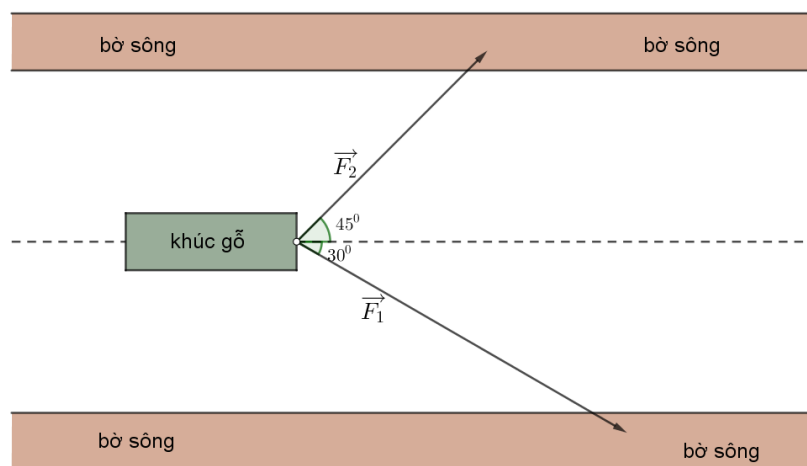
$\vec{v}_1$ là vận tốc của gió, $|\vec{v}_1| = 35(\text{km} / \text{h})$; $\vec{v}_2$ là vận tốc của máy bay khi có gió.

Ta có: $\vec{v}_2 = \vec{v}_0 + \vec{v}_1$. Vì $(\vec{v}_1, \vec{v}_0) = 45^\circ$ nên

$$\begin{aligned} v_2^2 &= (\vec{v}_0 + \vec{v}_1)^2 = v_0^2 + v_1^2 + 2\vec{v}_0 \cdot \vec{v}_1 = |\vec{v}_0|^2 + |\vec{v}_1|^2 + 2|\vec{v}_0| \cdot |\vec{v}_1| \cdot \cos 45^\circ \\ &= 650^2 + 35^2 + 2 \cdot 650 \cdot 35 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 455898,36 \end{aligned}$$

Suy ra $|\vec{v}_2| \approx 675(\text{km} / \text{h})$.

Câu 28: Hai người muốn dùng dây kéo một khối gỗ nổi trên mặt nước đi dọc theo bờ sông. Người thứ nhất dùng lực kéo 300N . Hỏi người thứ hai cần dùng lực bao nhiêu để kéo được khúc gỗ đi dọc theo bờ sông?

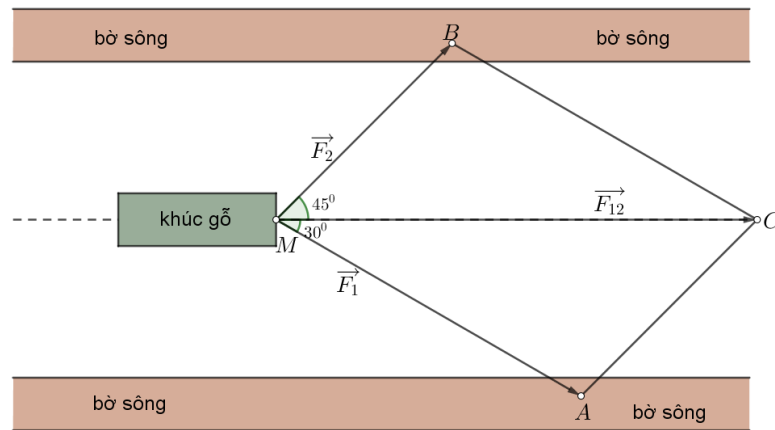


Lời giải

Trả lời: 212

Gọi M là điểm đầu, A, B là điểm cuối của các vector lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$. Dựng hình bình hành $MACB$. Gọi $\vec{F}_{12}$ là hợp lực của hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$.

Thầy Lê Việt – Tư duy Kiến tạo – Giúp em giỏi toán, Cùng em chọn nghề



$$MCA = MBC = 45^{\circ}, MCB = AMC = 30^{\circ}. MAC = 180^{\circ} - AMC - MCA = 105^{\circ},$$

$$MBC = MAC = 105^{\circ}.$$

Áp dụng định lý sin trong ΔMAC :

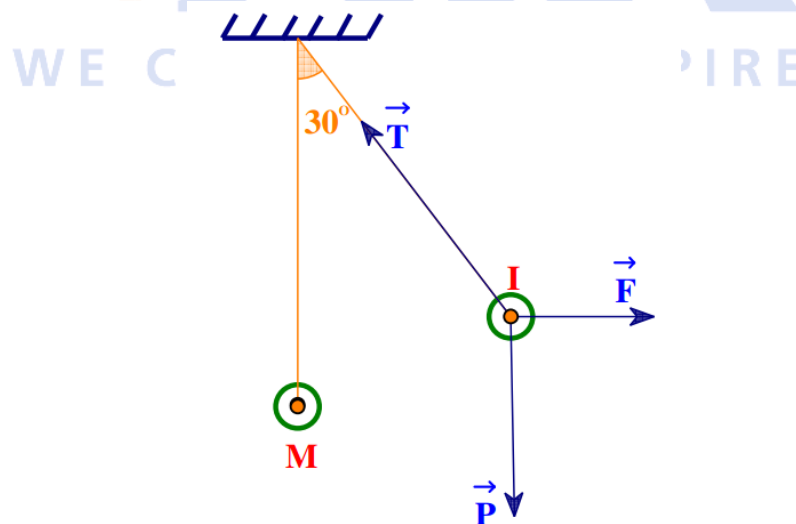
$$\frac{MC}{\sin MAC} = \frac{MA}{\sin MCA} \Leftrightarrow \frac{MC}{\sin 105^\circ} = \frac{300}{\sin 45^\circ} \Leftrightarrow MC = 150(1 + \sqrt{3})$$

Áp dụng định lý sin trong ΔMBC :

$$\frac{MC}{\sin MBC} = \frac{MB}{\sin MCB} \Leftrightarrow \frac{150(1+\sqrt{3})}{\sin 105^\circ} = \frac{MB}{\sin 30^\circ} \Leftrightarrow MB = 150\sqrt{2}.$$

Vậy người thứ hai cần dùng lực $150\sqrt{2} \approx 212(N)$.

Câu 29: Một con lắc đơn đang đứng yên tại vị trí cân bằng M . Thúc tập viên tác dụng một lực $\vec{F}$ lên con lắc đưa nó đến vị trí I và giữ yên như hình vẽ.



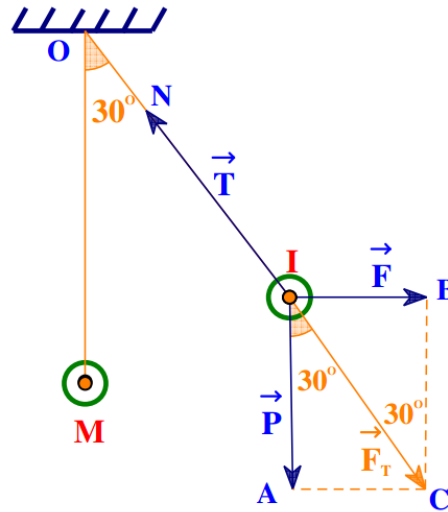
Biết rằng con lắc đang chịu tác động của lực căng dây $\vec{T}$ có cường độ $40N$, trọng lực $\vec{P}$ và lực tác dụng $\vec{F}$. Hãy xác định cường độ của lực $\vec{F}$.

Lời giải

Trả lời: 20

Giả sử $\vec{P} = \vec{IA}$, $\vec{F} = \vec{IB}$ có hợp lực $\vec{F}_T = \vec{F} + \vec{P} = \vec{IC}$, lực căng dây $\vec{T} = \vec{IN}$.

Đặt $x, x > 0$ là cường độ của lực $\vec{F}$, đơn vị N .



Dễ thấy $IOM = ICB$ suy ra $ICB = 30^\circ$.

Mà $ICB = CIA$ nên $CIA = 30^\circ$.

Ta có $AC = IB = x \Rightarrow IC = \frac{AC}{\sin 30^\circ} = 2x$.

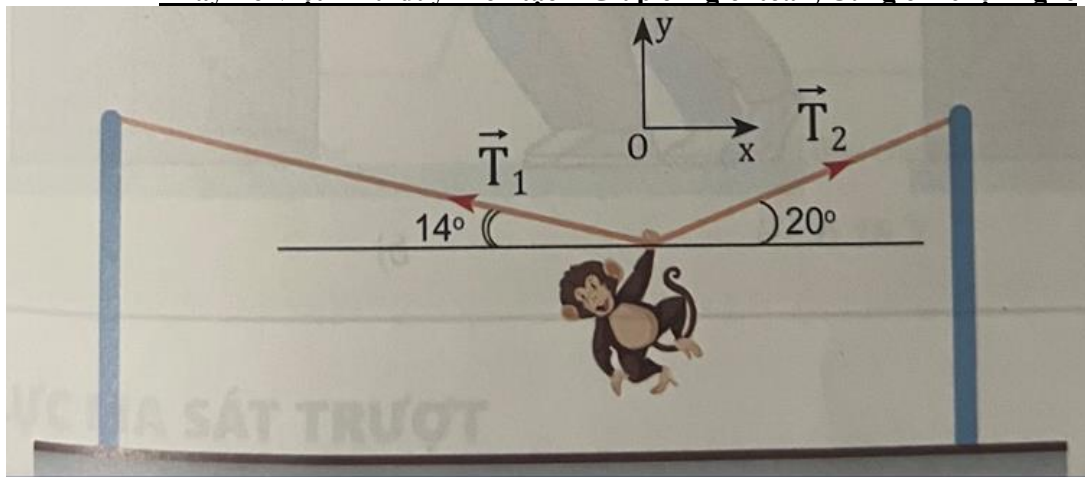
Do con lắc đứng yên tại I nên: $\vec{F} + \vec{P} + \vec{T} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{F}_T + \vec{T} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{F}_T = -\vec{T}$

Do đó lực căng dây $\vec{T}$ có cùng cường độ với hợp lực $\vec{F}_T$.

Nên $2x = 40 \Leftrightarrow x = 20$.

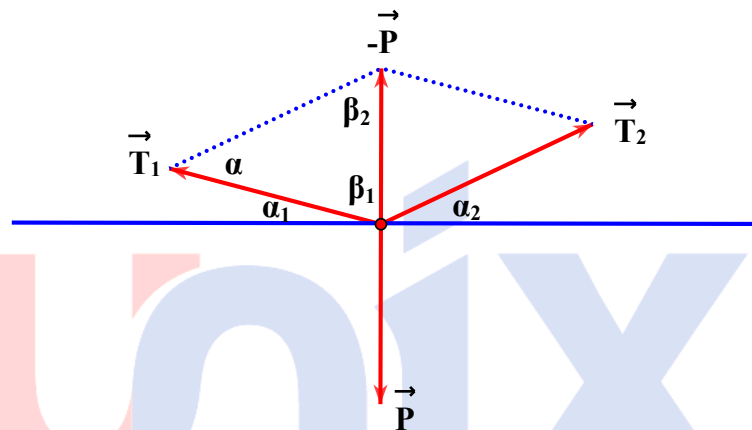
Vậy cường độ của lực tác dụng $\vec{F}$ bằng $20N$.

Câu 30: Một con Khi biểu diễn xiếc. Nó cầm tay nắm vào dây để đứng yên treo mình như hình vẽ bên dưới. Biết trọng lượng của con Khi là $28N$. Tính tổng các độ lớn của các lực căng $\vec{T}_1, \vec{T}_2$ trên dây?



Lời giải

Trả lời: 92,6



Con Khi ở trạng thái cân bằng chịu tác dụng của 3 lực: trọng lực $\vec{P}$, các lực căng $\vec{T}_1, \vec{T}_2$ của dây. Do đó ta có $\vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{P} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = -\vec{P}$.

Kí hiệu các góc như hình vẽ, khi đó ta có:

$$\beta_1 = 90^\circ - \alpha_1 = 90^\circ - 14^\circ = 76^\circ, \beta_2 = 90^\circ - \alpha_2 = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ \text{ và } \alpha = 180^\circ - \beta_1 - \beta_2 = 34^\circ.$$

Gọi độ lớn của lực căng $\vec{T}_1, \vec{T}_2$ lần lượt là T_1 và T_2 , độ lớn của trọng lực $\vec{P}$ là P .

$$\text{Áp dụng Định lí sin ta có } \frac{T_1}{\sin \beta_2} = \frac{P}{\sin \alpha} \Rightarrow T_1 = \frac{P \sin \beta_2}{\sin \alpha} = \frac{28 \sin 70^\circ}{\sin 34^\circ};$$

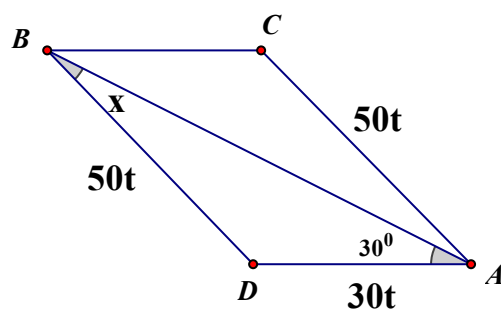
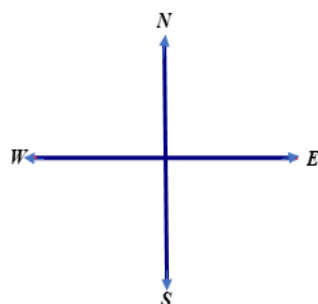
$$\frac{T_2}{\sin \beta_1} = \frac{P}{\sin \alpha} \Rightarrow T_2 = \frac{P \sin \beta_1}{\sin \alpha} = \frac{28 \sin 76^\circ}{\sin 34^\circ}.$$

$$\text{Vậy } T_1 + T_2 = \frac{28 \sin 70^\circ}{\sin 34^\circ} + \frac{28 \sin 76^\circ}{\sin 34^\circ} \approx 95,6 N.$$

Câu 31: Một tàu đang đánh cá tại vị trí A trên biển Đông. Lúc này bão số 6 đang dần đổ bộ vào biển khu vực đánh cá, gió bắt đầu thổi với vận tốc trung bình 30km/h và đi theo hướng chính Tây. Để an toàn tàu phải cập bến B cách vị trí A 600 km để neo đậu. Biết vận tốc tối đa của tàu là 50km/h. Xác định hướng tàu phải xuất phát từ A và thời gian nhanh nhất tàu cập bến **B**. Biết rằng hướng từ A đến bến B là $W30^\circ N$.

Lời giải

Trả lời: 8,1



Để cập bến B nhanh nhất thì tàu xuất phát với vận tốc lớn nhất là 50 km/h . Giả sử gió thổi theo hướng $\overrightarrow{AD}$, Hướng chuyển động của tàu là $\overrightarrow{AC}$, Hướng thực tế chuyển động của tàu là $\overrightarrow{AB}$

+ Áp dụng qui tắc hình bình hành ta có $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}$ và $DAB = 30^\circ$. Gọi t là thời gian tàu đi từ A đến

B. Đặt $DBA = x$. Ta có $\frac{50t}{\sin 30^\circ} = \frac{30t}{\sin x} \Leftrightarrow \sin x = \frac{3}{10} \Rightarrow x \approx 17,5^\circ$.

$\Rightarrow CAB = 17,5^\circ$

Vậy tàu phải xuất phát từ A theo hướng $W47,5^\circ N$.

+ Ta có $BDA = 180^\circ - 30^\circ - 17,5^\circ = 132,5^\circ$. $\Rightarrow \frac{600}{\sin 132,5^\circ} = \frac{50t}{\sin 30^\circ} \Leftrightarrow t = \frac{6}{\sin 132,5^\circ}$

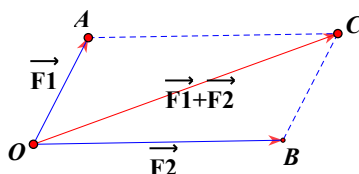
$\Rightarrow t \approx 8,1(h)$

Vậy sau khoảng thời gian $8,1(h)$ thì tàu cập bến B.

Câu 32: Cho hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ không cùng phương, cùng tác dụng vào một vật, biết $|\vec{F}_1| = 30 \text{ N}$ và $|\vec{F}_2| = 80 \text{ N}$. Cường độ lực tổng hợp của hai lực đã cho không thể nhận giá trị nào dưới đây?

Lời giải

Trả lời: 100



Dựng $\vec{F}_1 = \overrightarrow{OA}; \vec{F}_2 = \overrightarrow{OB}$.

Khi đó $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \overrightarrow{OC}$.

Ta có: $|\vec{F}_1|, |\vec{F}_2|, |\vec{F}_1 + \vec{F}_2|$ là ba cạnh của một tam giác nên $||\vec{F}_1| - |\vec{F}_2|| \leq |\vec{F}_1 + \vec{F}_2| \leq |\vec{F}_1| + |\vec{F}_2|$.

$\Rightarrow 50 \leq |\vec{F}_1 + \vec{F}_2| \leq 110$.

$|\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = 110$ khi $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ cùng hướng, $|\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = 50$ khi $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ ngược hướng.

$\Rightarrow 50 < |\vec{F}_1 + \vec{F}_2| < 110$

Vậy cường độ lực tổng hợp của hai lực không thể là 110 N .



Trung tâm BDVH Unix Thăng Long - Website: trungtamunix.edu.vn - zalo: 0835.221183

Thầy Lê Việt – Tư duy Kiến tạo – Giúp em giỏi toán, Cùng em chọn nghề

