



CHƯƠNG

IV

VECTƠ

BÀI 9: TÍCH CỦA VECTƠ VỚI MỘT SỐ



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Cho tam giác ABC với trung tuyến AM và có trọng tâm G . Khi đó $\overrightarrow{GA}$ bằng vectơ nào sau đây?

A. $2\overrightarrow{GM}$.

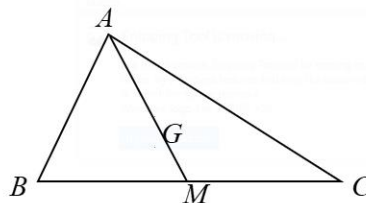
B. $-\frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$.

C. $\frac{2}{3}\overrightarrow{GM}$.

D. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AM}$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{GA} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$



Câu 2: Cho $\triangle ABC$ với trung tuyến AM và trọng tâm G . Khi đó đẳng thức nào đúng?

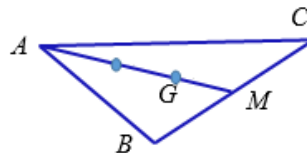
A. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{GM}$.

B. $\overrightarrow{AG} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AM}$.

C. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$.

D. $\overrightarrow{AG} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$.

Lời giải



Vì G là trọng tâm $\triangle ABC$ nên $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$.

Câu 3: Cho đoạn thẳng AB có trung điểm I . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

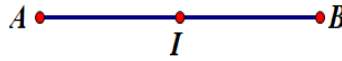
A. $\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{IB}$.

C. $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{BI}$.

D. $\overrightarrow{IA} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.

Lời giải



Do I là trung điểm AB nên $IA = BI$ và hai vector $\overrightarrow{IA}$ và $\overrightarrow{BI}$ cùng hướng nên $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{BI}$.

Câu 4: Đẳng thức vectơ nào đúng với hình vẽ sau?



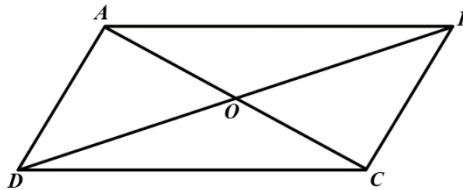
- A. $\overrightarrow{BC} = 4\overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{BC} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$. C. $\overrightarrow{BC} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$. **D. $\overrightarrow{BC} = -4\overrightarrow{AC}$.**

Lời giải

Quan sát hình vẽ ta thấy: $|\overrightarrow{BC}| = 4|\overrightarrow{AC}|$ và $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AC}$ cùng phương và ngược hướng nhau.

$$\Rightarrow \overrightarrow{BC} = -4\overrightarrow{AC}.$$

Câu 5: Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Chọn khẳng định đúng?



- A. $\overrightarrow{DO} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{DB}$. B. $\overrightarrow{AO} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$. **C. $\overrightarrow{AO} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$.** D. $\overrightarrow{OA} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$.

Lời giải

Có $\overrightarrow{AO}$, $\overrightarrow{CA}$ ngược hướng và $|\overrightarrow{AO}| = \frac{1}{2}|\overrightarrow{CA}|$ nên $\overrightarrow{AO} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$.

Câu 6: Cho tam giác ABC , M là trung điểm của BC . Hãy chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AM}$.** B. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BA} = 2\overrightarrow{AM}$.
C. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = 2\overrightarrow{BM}$. D. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB}$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{AM}$.

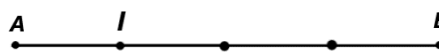
Câu 7: Cho tam giác ABC trọng tâm G . Đẳng thức nào dưới đây **đúng** ?

- A. $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} - \overrightarrow{GC} = \vec{0}$. C. $\overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GB} - \overrightarrow{GC} = \vec{0}$. **D. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.**

Lời giải

Do G là trọng tâm tam giác ABC nên ta có $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

Câu 8: Trên đoạn thẳng AB lấy điểm I sao cho $AB = 4AI$. Chọn khẳng định **ĐÚNG**.



- A. $\overrightarrow{AB} = -4\overrightarrow{AI}$. B. $\overrightarrow{AB} = -\frac{4}{3}\overrightarrow{IB}$. C. $\overrightarrow{IB} = 3\overrightarrow{IA}$. **D. $\overrightarrow{IB} = -3\overrightarrow{IA}$.**



Lời giải

Do 2 vector $\overrightarrow{IB}, \overrightarrow{IA}$ ngược hướng và $IB = 3IA$ nên $\overrightarrow{IB} = -3\overrightarrow{IA}$.

Câu 9: Cho tam giác ABC có M là trung điểm của BC. Mệnh đề nào sau đây đúng.

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AM}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{MA}$. C. $AB + AC = 2AM$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AM}$.

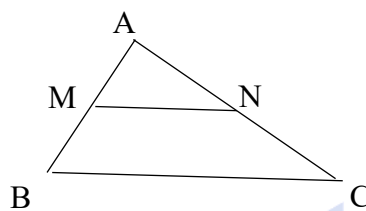
Lời giải

Ta có: Vì M là trung điểm BC nên: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AM}$

Câu 10: Cho tam giác ABC biết M và N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và AC. Hãy cho biết khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\overrightarrow{MN} = 2\overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AM}$. C. $\overrightarrow{MN} = -2\overrightarrow{BC}$. D. $\overrightarrow{BC} = -2\overrightarrow{NM}$.

Lời giải

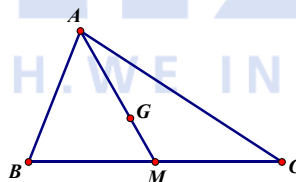


Dựa vào hình vẽ và $BC = 2MN$ nên ta có $\overrightarrow{BC} = -2\overrightarrow{NM}$. Đáp án D

Câu 11: Cho tam giác ABC với trung tuyến AM và trọng tâm G. Tìm số thực k thỏa mãn $\overrightarrow{GA} = k\overrightarrow{GM}$.

- A. $\frac{1}{2}$. B. $-\frac{1}{2}$. C. -2 . D. 2.

Lời giải



Vì $GA = 2GM$, $\overrightarrow{GA}$ và $\overrightarrow{GM}$ ngược hướng nên $\overrightarrow{GA} = -2\overrightarrow{GM}$. Vậy $k = -2$.

Câu 12: Nếu I là trung điểm đoạn thẳng AB và $\overrightarrow{IA} = k\overrightarrow{AB}$ thì giá trị của k bằng

- A. 1. B. $\frac{1}{2}$. C. $-\frac{1}{2}$. D. -2.

Lời giải

Chọn C

Ta có $IA = \frac{1}{2}AB$ và $\overrightarrow{IA}, \overrightarrow{AB}$ ngược hướng. Vậy $\overrightarrow{IA} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \Rightarrow k = -\frac{1}{2}$.

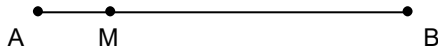
Câu 13: Cho đoạn thẳng AB và M là một điểm nằm trên đoạn AB sao cho $AM = \frac{1}{4}AB$. Phát biểu nào sau đây là đúng:



- A. $\overrightarrow{AM} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$. B. $\overrightarrow{MA} = \frac{1}{3}\overrightarrow{MB}$. C. $\overrightarrow{MB} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BA}$. **D. $\overrightarrow{MB} = -3\overrightarrow{MA}$.**

Lời giải

Chọn D



Vì $\overrightarrow{AM}$ cùng hướng $\overrightarrow{AB}$ mà $AM = \frac{1}{4}AB$ nên $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$

Vì $\overrightarrow{MA}$ ngược hướng $\overrightarrow{MB}$ mà $MA = \frac{1}{3}MB$ nên $\overrightarrow{MA} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{MB}$

Vì $\overrightarrow{MB}$ ngược hướng $\overrightarrow{AB}$ mà $MB = \frac{3}{4}AB$ nên $\overrightarrow{MB} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{BA}$

Vì $\overrightarrow{MB}$ ngược hướng $\overrightarrow{MA}$ mà $MB = 3MA$ nên $\overrightarrow{MB} = -3\overrightarrow{MA}$.

Câu 14: Cho điểm M trên đoạn AB sao cho $AM = \frac{1}{3}AB$. Khẳng định nào đây **sai**?

- A. $\overrightarrow{MB} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$.** B. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$. C. $\overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{AM}$. D. $\overrightarrow{AM} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{BM}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có điểm M trên đoạn AB sao cho $AM = \frac{1}{3}AB$ nên

$$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{BM} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{MB} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}.$$

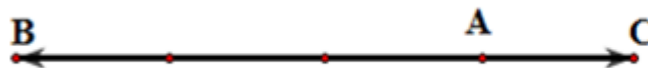
Do đó khẳng định A sai.

Câu 15: Cho ba điểm phân biệt A, B, C . Nếu $\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{AC}$ thì đẳng thức nào dưới đây đúng?

- A. $\overrightarrow{BC} = 4\overrightarrow{AC}$.** B. $\overrightarrow{BC} = -4\overrightarrow{AC}$. C. $\overrightarrow{BC} = -2\overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn A



Từ đẳng thức $\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{AC}$ suy ra ba điểm A, B, C thẳng hàng; $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ ngược hướng;
 $AB = 3AC$ nên $\overrightarrow{BC} = 4\overrightarrow{AC}$.

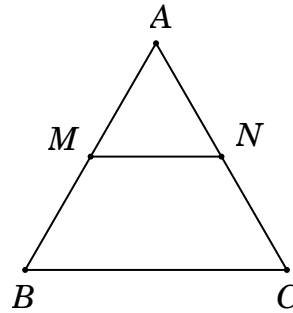
Câu 16: Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC của tam giác đều ABC . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB}$. B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$. C. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{BC}$. **D. $|\overrightarrow{BC}| = 2|\overrightarrow{MN}|$.**

Lời giải



Chọn D



Ta có MN là đường trung bình của tam giác ABC .

$$\text{Do đó } BC = 2MN \Rightarrow |\overrightarrow{BC}| = 2|\overrightarrow{MN}|.$$

Câu 17: Cho hình tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Hỏi $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BM}$ bằng

- A. $\overrightarrow{MN}$. B. $\vec{0}$. C. $\overrightarrow{MP}$. D. $\overrightarrow{PN}$.

Lời giải

Chọn B

Vì $APMN$ là hình bình hành nên theo quy tắc hình bình hành ta có $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AM}$.

$$\text{Kết hợp quy tắc trừ } \Rightarrow \overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{CM} + \overrightarrow{BM} = \vec{0}.$$

Câu 18: Cho điểm B nằm giữa hai điểm A và C , $AB = 2a$, $AC = 6a$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A. $\overrightarrow{BC} = 4\overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB}$. C. $\overrightarrow{BC} = -2\overrightarrow{AB}$. D. $\overrightarrow{BC} = -2\overrightarrow{BA}$.

Lời giải

Chọn D

Do điểm B nằm giữa hai điểm A và C nên $\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{BA}$ ngược hướng.

$$AB = 2a, AC = 6a \Rightarrow BC = 4a = 2BA$$

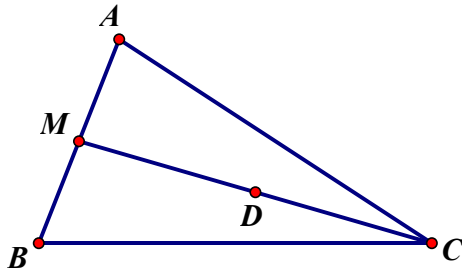
$$\text{Vậy: } \overrightarrow{BC} = -2\overrightarrow{BA}.$$

Câu 19: Gọi CM là trung tuyến của tam giác ABC và D là trung điểm của CM . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + 2\overrightarrow{DC} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + 2\overrightarrow{DB} = \vec{0}$.
C. $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + 2\overrightarrow{CD} = \vec{0}$. D. $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DB} + 2\overrightarrow{DA} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có

Do M là trung điểm của AB nên $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} = 2\overrightarrow{DM}$.

Do D là trung điểm của DC nên $\overrightarrow{DM} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$.

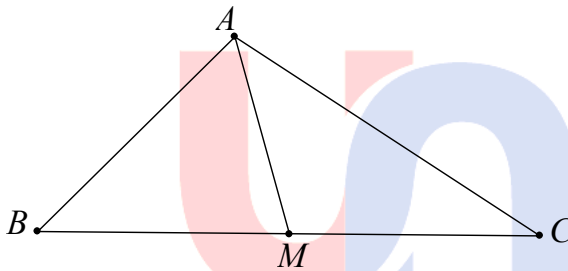
Khi đó

$$\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + 2\overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{DM} + 2\overrightarrow{DC} = 2(\overrightarrow{DM} + \overrightarrow{DC}) = 2\vec{0} = \vec{0}.$$

- Câu 20:** Cho tam giác ABC và M là trung điểm của cạnh BC . Tổng $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AM}$ là
- A. $3\overrightarrow{AB}$. B. $2\overrightarrow{AM}$. C. $3\overrightarrow{AM}$. D. $3\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn C



$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AM}$$

- Câu 21:** Cho đoạn thẳng AB . Có M và I thuộc đoạn AB sao cho $MB = \frac{1}{3}AB$, I là trung điểm cạnh AM . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{BM} = 2\overrightarrow{BI}$. B. $\overrightarrow{IA} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{IM}$. C. $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AI} = 2\overrightarrow{AB}$. D. $\overrightarrow{IB} = 2\overrightarrow{IM}$.

Lời giải

Chọn D

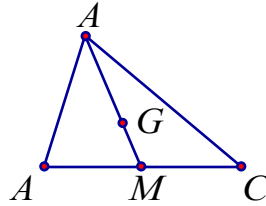


M thuộc đoạn AB : $MB = \frac{1}{3}AB$, I là trung điểm cạnh AM suy ra $IB = 2IM$.



Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{IB} \nearrow \nearrow \overrightarrow{IM} \\ |\overrightarrow{IB}| = 2|\overrightarrow{IM}| \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{IB} = 2\overrightarrow{IM}.$

Câu 22: Cho tam giác ABC có trung tuyến AM và trọng tâm G . Khẳng định nào sau đây là đúng?



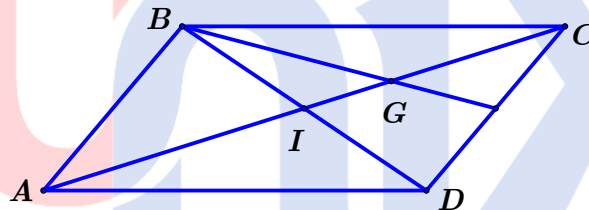
- A. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}).$ B. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}).$
C. $\overrightarrow{AG} = 2\overrightarrow{MG}.$ D. $\overrightarrow{GM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{GA}.$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}).$ Vậy khẳng định B là đúng.

Câu 23: Cho hình bình hành $ABCD$ tâm I ; G là trọng tâm tam giác BCD . Đẳng thức nào sau đây **sai**?



- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}.$ B. $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}|.$
C. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DC}.$ D. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \vec{0}.$

Lời giải

Chọn C

+ Có là G là trọng tâm tam giác BCD nên áp dụng tính chất trọng tâm ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$ nên A đúng.

+ $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{BD}| = BD; |\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}| = |\overrightarrow{DB}| = DB$ nên B đúng.

+ Áp dụng tính chất trung điểm ta có $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \vec{0}$ nên D đúng.

+ Có $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CA}; \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ nên C sai.

Câu 24: Cho tam giác ABC có M thuộc cạnh BC sao cho $CM = 2MB$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

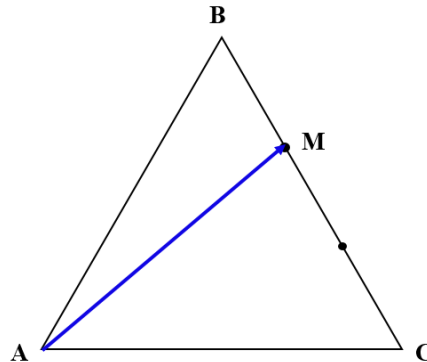
- A. $\overrightarrow{AM} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}.$ B. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}.$



C. $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$. **D.** $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

Câu 25: Biết tam giác ABC có AM là đường trung tuyến và G là trọng tâm. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{GM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$. **B.** $\overrightarrow{GM} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{GM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$. **D.** $\overrightarrow{GM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Ta có: M là trung điểm BC nên với điểm G là trọng tâm, ta có:

$$\overrightarrow{GM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AM} \Leftrightarrow \overrightarrow{GM} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{2}$$

hay $\overrightarrow{GM} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$.

Câu 26: Cho ba điểm M, N, P được xác định như hình vẽ dưới đây. Khi đó véc tơ $\overrightarrow{MN}$ bằng



A. $4\overrightarrow{MP}$.

B. $\frac{1}{3}\overrightarrow{MP}$.

C. $3\overrightarrow{PM}$.

D. $\frac{1}{3}\overrightarrow{PM}$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{PM}$ là các véc tơ cùng hướng và $MN = 3PM \Leftrightarrow \overrightarrow{MN} = 3\overrightarrow{PM}$.

Vậy $\overrightarrow{MN} = 3\overrightarrow{PM}$.

Câu 27: Cho $\vec{a} \neq \vec{0}$ và điểm O . Gọi M, N lần lượt là hai điểm thỏa mãn $\overrightarrow{OM} = 2\vec{a}$ và $\overrightarrow{ON} = -3\vec{a}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{MN} = \vec{a}$.

B. $\overrightarrow{MN} = 5\vec{a}$.

C. $\overrightarrow{MN} = -5\vec{a}$.

D. $\overrightarrow{MN} = -\vec{a}$.

Lời giải



Chọn C

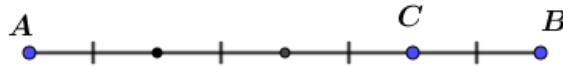
Ta có $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{ON} - \overrightarrow{OM} = -3\vec{a} - 2\vec{a} = -5\vec{a}$.

Câu 28: Cho C nằm giữa A và B sao cho $AC = 3CB$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $\overrightarrow{AB} = 4\overrightarrow{BC}$. **B.** $\overrightarrow{AC} = \frac{-3}{4}\overrightarrow{AB}$. **C.** $\overrightarrow{AB} = \frac{4}{3}\overrightarrow{BC}$. **D.** $\overrightarrow{BC} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn D



➤ $AB = 4BC$ và $\overrightarrow{AB}$ ngược hướng $\overrightarrow{BC}$ nên $\overrightarrow{AB} = -4\overrightarrow{BC}$. Do đó đáp án A và C sai.

➤ $AC = \frac{3}{4}AB$ và $\overrightarrow{AC}$ cùng hướng $\overrightarrow{AB}$ nên $\overrightarrow{AC} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$. Do đó đáp án B sai.

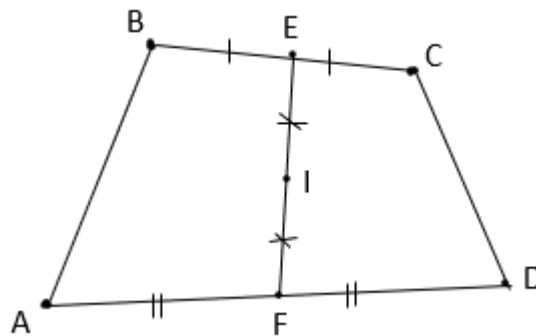
➤ $BC = \frac{1}{3}AC$ và $\overrightarrow{BC}$ ngược hướng $\overrightarrow{AC}$ nên $\overrightarrow{BC} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$. Do đó đáp án D đúng.

Câu 29: Cho tứ giác $ABCD$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của BC và AD , I là trung điểm của EF . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A.** $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \vec{0}$. **B.** $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IC} = \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{ID}$.
C. $\overrightarrow{FA} + \overrightarrow{EB} = \overrightarrow{FD} + \overrightarrow{EC}$. **D.** $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = 2\overrightarrow{EF}$.

Lời giải

Chọn A



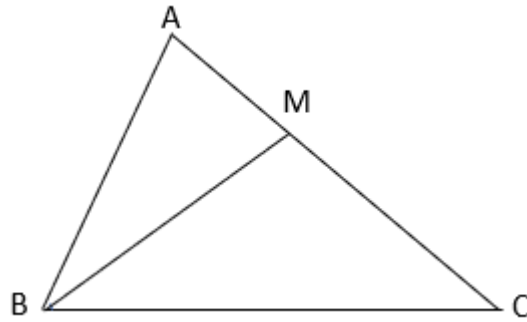
Ta có: $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = (\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{ID}) + (\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC}) = 2\overrightarrow{IF} + 2\overrightarrow{IE} = 2(\overrightarrow{IF} + \overrightarrow{IE}) = 2\vec{0} = \vec{0}$.

Câu 30: Cho tam giác ABC . Gọi M là điểm trên cạnh AC sao cho $MC = 2MA$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $\overrightarrow{BM} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$. **B.** $\overrightarrow{BM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BA} - \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.
C. $\overrightarrow{BM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$. **D.** $\overrightarrow{BM} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{BA} - \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BA} + \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) = \frac{2}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

Câu 31: Cho tam giác ABC . Điểm P thỏa $3\overrightarrow{PA} + 4\overrightarrow{PB} = \vec{0}$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AP} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AB}$. B. $\overrightarrow{AP} = \frac{4}{7}\overrightarrow{AB}$. C. $\overrightarrow{AP} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$. D. $\overrightarrow{AP} = \frac{3}{7}\overrightarrow{AB}$.

Lời giải

Chọn B

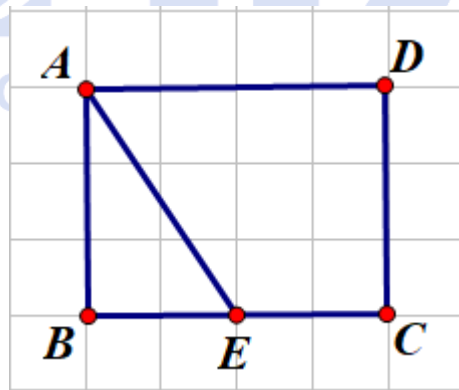
Ta có $3\overrightarrow{PA} + 4\overrightarrow{PB} = \vec{0} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{PA} + 4(\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AB}) = \vec{0} \Leftrightarrow 7\overrightarrow{AP} = 4\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AP} = \frac{4}{7}\overrightarrow{AB}$.

Câu 32: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có E là trung điểm BC . Khi đó $\overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{EC}$ bằng

- A. $\overrightarrow{DB}$. B. $\overrightarrow{AC}$. C. $\overrightarrow{BD}$. D. $\overrightarrow{DE}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $\overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{EC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BD}$.

Câu 33: Cho $\triangle ABC$ có đường trung tuyến AM . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BM}$. B. $\overrightarrow{AM} = -\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.
C. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC})$. D. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

Lời giải

Chọn D



Vì M là trung điểm của đoạn AB nên ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2.\overrightarrow{AM} \Rightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$

Câu 34: Cho hình bình hành $ABCD$ có M là trung điểm DC , G là trọng tâm tam giác ABC . Gọi H thuộc tia đối của tia BC . Biết G, H, M thẳng hàng. Tính $\frac{HC}{HB}$.

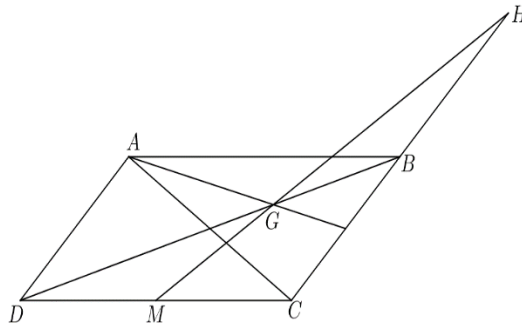
A. 2.

B. 1.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải



Gọi $\overrightarrow{BH} = x\overrightarrow{BC}$.

$$+) \overrightarrow{MG} = \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CD} + \frac{2}{3}\overrightarrow{DB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CD} + \frac{2}{3}(\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD}) = \frac{2}{3}\overrightarrow{CB} - \frac{1}{6}\overrightarrow{CD}.$$

$$+) \overrightarrow{GH} = \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{BH} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DB} + x\overrightarrow{BC} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{CD} + x\overrightarrow{BC} = \left(\frac{1}{3} - x\right)\overrightarrow{CB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{CD}$$

Vì Ba điểm M, G, H thẳng hàng nên $\overrightarrow{GH}, \overrightarrow{MG}$ cùng phương

$$\Leftrightarrow \frac{\frac{1}{3} - x}{\frac{2}{3}} = \frac{-\frac{1}{6}}{-\frac{1}{6}} \Leftrightarrow \frac{\frac{1}{3} - x}{\frac{2}{3}} = 2 \Leftrightarrow \frac{1}{3} - x = \frac{4}{3} \Leftrightarrow x = -1. \text{ Vậy } \frac{HC}{HB} = 2.$$

Câu 35: Cho tam giác ABC vuông cân tại A có $BC = a$. Độ dài của $\frac{5}{2}\overrightarrow{AB} + 6\overrightarrow{AC}$ bằng:

A. $\frac{13a}{4}$.

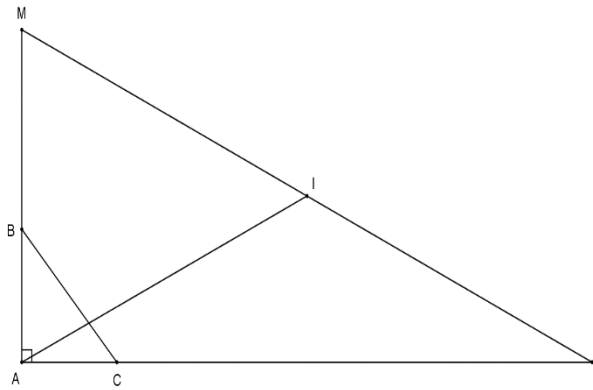
B. $\frac{13a}{2}$.

C. $\frac{13\sqrt{2}a}{4}$.

D. $\frac{13\sqrt{2}a}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Lấy các điểm $M; N$ sao cho $\overrightarrow{AM} = \frac{5}{2}\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AN} = 6\overrightarrow{AC}$.

$$\Rightarrow AM = \frac{5}{2}AB = \frac{5}{2} \cdot \frac{BC}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}a}{4}; AN = 6AC = 6 \cdot \frac{BC}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}a.$$

Gọi I là trung điểm MN .

$$\Rightarrow \left| \frac{5}{2}\overrightarrow{AB} + 6\overrightarrow{AC} \right| = \left| \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} \right| = \left| 2\overrightarrow{AI} \right| = 2AI = MN = \sqrt{AM^2 + AN^2} = \frac{13\sqrt{2}a}{4}.$$

Câu 36: Cho tam giác ABC là tam giác đều cạnh $2a$ với G là trọng tâm. Tính $\left| \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} \right|$

A. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

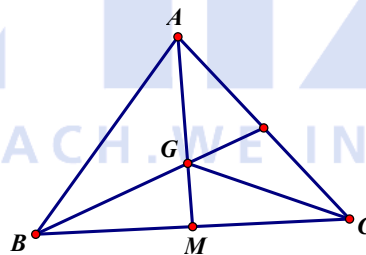
B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

D. $a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M là trung điểm của BC .

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = -\overrightarrow{GA}$$

$$\Rightarrow \left| \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} \right| = \left| -\overrightarrow{GA} \right| = GA = \frac{2}{3}AM = \frac{2}{3} \cdot 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$$

Câu 37: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh bằng a . Độ dài của vectơ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$ bằng

A. $3a$.

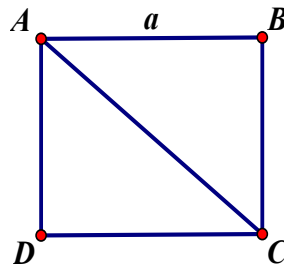
B. $2a\sqrt{2}$.

C. $a\sqrt{2}$.

D. $2a$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AC}$.

Suy ra $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}| = 2|\overrightarrow{AC}| = 2AC = 2a\sqrt{2}$.

Câu 38: Cho hình thoi $ABCD$ có $AB = a$, $ABC = 60^\circ$. Điểm G là trọng tâm tam giác ADC . Tính $|\overrightarrow{BG}|$ theo a .

A. $\frac{2\sqrt{3}a}{3}$.

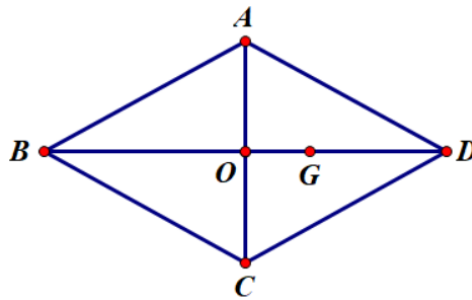
B. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{3}a}{3}$.

D. a .

Lời giải

Chọn A



Do $ABCD$ là hình thoi cạnh a và $ABC = 60^\circ$ nên tam giác ABC là tam giác đều cạnh a . Suy ra $OD = OA = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow OG = \frac{OD}{3} = \frac{a\sqrt{3}}{6} \Rightarrow BG = \frac{a\sqrt{3}}{2} + \frac{a\sqrt{3}}{6} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Do đó $|\overrightarrow{BG}| = BG = \frac{2\sqrt{3}a}{3}$.

Câu 39: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Độ dài của vectơ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ là:

A. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$.

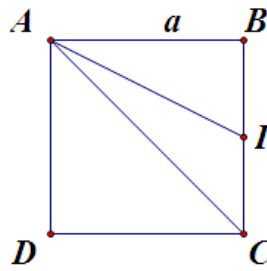
B. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

C. $a\sqrt{2}$.

D. $a\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi I là trung điểm của BC . Theo quy tắc trung điểm, ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AI}$.

Xét tam giác vuông ABI : $AI = \sqrt{AB^2 + BI^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

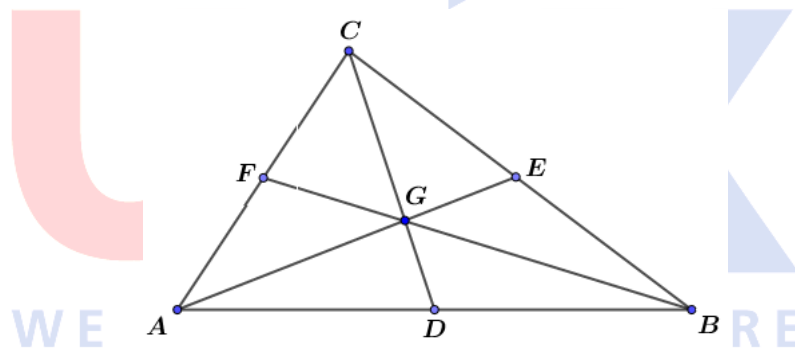
Suy ra $|2\overrightarrow{AI}| = a\sqrt{5}$. Hay $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a\sqrt{5}$.

Câu 40: Cho tam giác ABC đều cạnh a , có G là trọng tâm. Độ dài vector $\vec{v} = \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB}$

- A. $|\vec{v}| = \frac{a}{3}$. B. $|\vec{v}| = \frac{2a}{3}$. C. $|\vec{v}| = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$. D. $|\vec{v}| = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi D là trung điểm của AB . Khi đó:

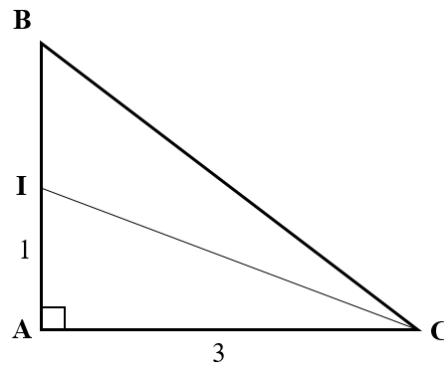
$$\begin{aligned} \vec{v} = \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} &= 2\overrightarrow{GD} \Rightarrow |\vec{v}| = 2|\overrightarrow{GD}| = 2.GD = \frac{2}{3}CD \\ &= \frac{2}{3}\sqrt{AC^2 - AD^2} = \frac{2}{3}\sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}. \end{aligned}$$

Câu 41: Cho tam giác ABC vuông tại A và $AB = 2, AC = 3$. Độ dài của vector $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC}$ bằng

- A. 5. B. 40. C. $\sqrt{13}$. D. $2\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC} = -2\overrightarrow{CI}$ với I là trung điểm AB .

Vậy $|\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC}| = 2|\overrightarrow{CI}| = 2\sqrt{1^2 + 3^2} = 2\sqrt{10}$.

Câu 42: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 5, AC = 6$. Tính $|\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}|$

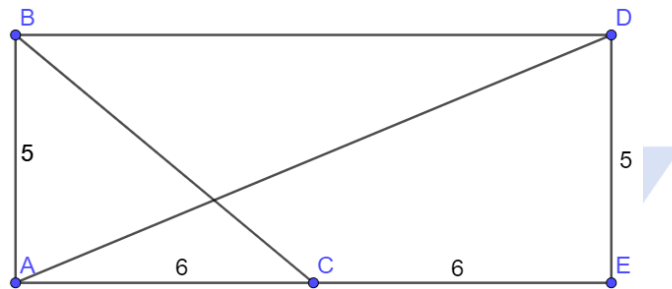
A. 17.

B. $\sqrt{61}$.

C. 13.

D. 12.

Lời giải



Trên tia AC lấy điểm E sao cho $AE = 2AC = 12$. Dựng hình chữ nhật $ABDE$.

Suy ra $ED = AB = 5$

Ta có $|\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE}| = |\overrightarrow{AD}| = AD = \sqrt{AE^2 + ED^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$

Câu 43: Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = 3, AC = 4$. Độ dài vectơ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ bằng

A. 7.

B. 5.

C. $\frac{7}{2}$.

D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |2\overrightarrow{AH}| = 2AH$, với H là trung điểm BC

$$= BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

Câu 44: Cho tam giác ABC có trọng tâm G . Khi đó:

A. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải



Chọn C

Gọi M là trung điểm BC .

$$\text{Khi đó, ta có: } \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$$

$$\text{Vì } G \text{ là trọng tâm tam giác } ABC \text{ nên } \overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}.$$

Câu 45: Cho tam giác ABC có M là trung điểm của BC . Tính $\overrightarrow{AB}$ theo $\overrightarrow{AM}$ và $\overrightarrow{BC}$.

- A.** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AM} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$. **B.** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AM} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$. **C.** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AM}$. **D.** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AM}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{AM} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}.$$

Câu 46: Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương và vectơ $\vec{m} = \vec{a} - 2\vec{b}$. Vectơ nào sau đây cùng phương với $\vec{m}$?

- A.** $\vec{n} = 2\vec{a} + 4\vec{b}$. **B.** $\vec{n} = -4\vec{a} + 2\vec{b}$. **C.** $\vec{n} = \frac{-5}{2}\vec{a} + 5\vec{b}$. **D.** $\vec{n} = 10\vec{a} - 5\vec{b}$.

Lời giải

Chọn C

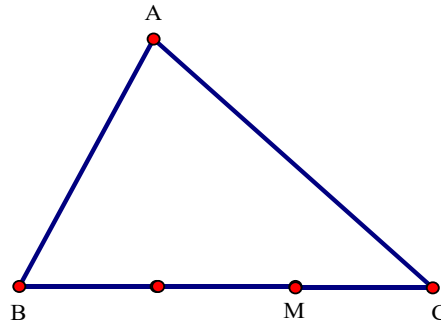
Với $\vec{n} = \frac{-5}{2}\vec{a} + 5\vec{b}$ thì $\vec{m} = \vec{a} - 2\vec{b} = \frac{-2}{5}\left(\frac{-5}{2}\vec{a} + 5\vec{b}\right) = \frac{-2}{5}\vec{n}$ suy ra hai vectơ $\vec{m}$ và $\vec{n}$ cùng phương.

Câu 47: Cho $\triangle ABC$, gọi M là điểm trên cạnh BC sao cho $MB = 2MC$. Biết $\overrightarrow{MA} = a\overrightarrow{CA} + b\overrightarrow{CB}$. Tính $a + 3b$.

- A.** $a + 3b = \frac{8}{3}$. **B.** $a + 3b = 4$. **C.** $a + 3b = 0$. **D.** $a + 3b = 2$.

Lời giải

Chọn C



$$\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CA} - \frac{1}{3}\overrightarrow{CB} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-\frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow a+3b=0.$$

Câu 48: Cho tam giác ABC . Gọi M là điểm trên cạnh BC sao cho $MB=3MC$. Khi đó biểu diễn của $\overrightarrow{AM}$ theo $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ là

- A. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$.
C. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}.$$

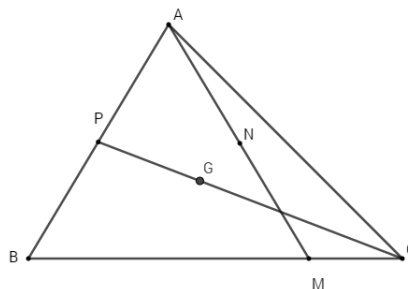
Câu 49: Cho tam giác ABC . Trên cạnh BC lấy điểm M sao cho $\overrightarrow{BM} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$. Lấy N là trung điểm của

AM . Phân tích véc tơ $\overrightarrow{CN}$ theo 2 véc tơ $\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}$

- A. $\overrightarrow{CN} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CA} + \frac{1}{8}\overrightarrow{CB}$. B. $\overrightarrow{CN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CA} + \frac{1}{4}\overrightarrow{CB}$.
C. $\overrightarrow{CN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$. D. $\overrightarrow{CN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CA} + \frac{1}{8}\overrightarrow{CB}$.

Lời giải

Chọn D



$$\text{Ta có: } \overrightarrow{CN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CA} + \frac{1}{8}\overrightarrow{CB}.$$

Câu 50: Cho đoạn thẳng AB và điểm I sao cho $3\overrightarrow{AI} = 5\overrightarrow{IB}$. Tìm k biết $\overrightarrow{AI} = k.\overrightarrow{AB}$



A. $k = \frac{5}{8}$.

B. $k = 1$.

C. $k = \frac{5}{3}$.

D. $k = \frac{3}{5}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $3\overrightarrow{AI} = 5\overrightarrow{IB} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{AI} = 5(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AI}) \Leftrightarrow \overrightarrow{AI} = \frac{5}{8}\overrightarrow{AB} \Rightarrow k = \frac{5}{8}$.

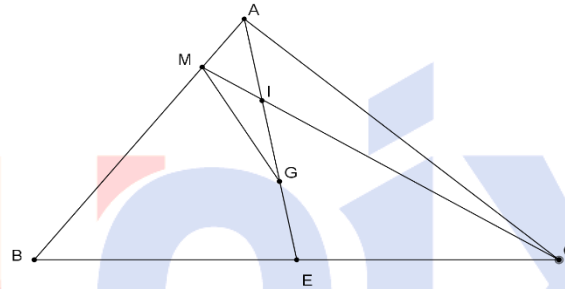
Câu 51: Cho $\triangle ABC$ có E là trung điểm BC , trọng tâm G . Gọi I là trung điểm AG , M thuộc AB sao cho $4\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$. Phân tích $\overrightarrow{CI}$ theo $\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}$.

A. $\overrightarrow{CI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$. **B.** $\overrightarrow{CI} = \frac{2}{5}\overrightarrow{CA} + \frac{1}{6}\overrightarrow{CB}$.

C. $\overrightarrow{CI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$. **D.** $\overrightarrow{CI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CA} + \frac{1}{6}\overrightarrow{CB}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AI} = \overrightarrow{CA} + \frac{1}{6}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$
 $= \overrightarrow{CA} + \frac{1}{6}(\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}) - \frac{1}{6}\overrightarrow{CA} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CA} + \frac{1}{6}\overrightarrow{CB}$.

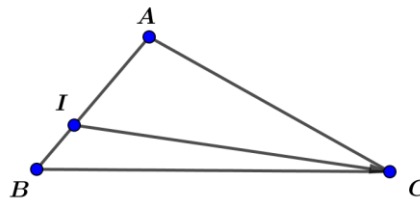
Câu 52: Cho tam giác ABC và điểm I thỏa mãn $\overrightarrow{IA} = -2\overrightarrow{IB}$. Biểu diễn $\overrightarrow{IC}$ theo các vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$.

A. $\overrightarrow{IC} = -2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$. **B.** $\overrightarrow{IC} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{IC} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$. **D.** $\overrightarrow{IC} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $\overrightarrow{IA} = -2\overrightarrow{IB} \Rightarrow \overrightarrow{IA} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$.

Vậy $\overrightarrow{IC} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AC} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.



Câu 53: Cho tam giác ABC , điểm M nằm trên cạnh BC sao cho $BM = 2MC$. Biểu diễn vector $\overrightarrow{AM}$ qua hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ ta được

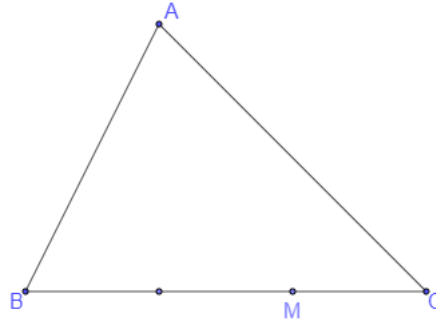
A. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$. **B.** $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

Vậy $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

Câu 54: Cho tam giác ABC với M là trung điểm của BC , I là trung điểm của AM . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC})$. **B.** $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$. **C.** $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$. **D.** $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC})$.

Lời giải

Chọn B

Do M là trung điểm của BC nên ta có: $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$

Do I là trung điểm của AM nên ta có: $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

Câu 55: Cho tam giác ABC . Gọi M, N lần lượt trên hai cạnh AB và BC thỏa mãn $AM = 3MB$, $BN = 2NC$.

Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$. **B.** $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$. **D.** $\overrightarrow{MN} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$.

Lời giải



Chọn C

Ta có, $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{BN} - \overrightarrow{BM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$.

Câu 56: Cho tam giác ABC , N là điểm xác định bởi hệ thức $\overrightarrow{CN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$, G là trọng tâm tam giác ABC

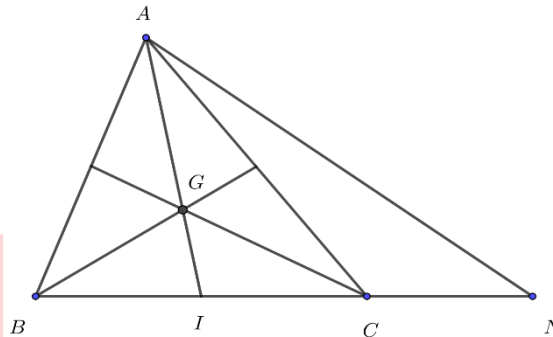
. Phân tích $\overrightarrow{AC}$ theo $\overrightarrow{AG}$ và $\overrightarrow{AN}$

A. $\overrightarrow{AC} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AG} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AN}$. **B.** $\overrightarrow{AC} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AG} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AN}$.

C. $\overrightarrow{AC} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AG} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AN}$. **D.** $\overrightarrow{AC} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AG} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AN}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi I là trung điểm của $BC \Rightarrow \overrightarrow{IC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

Mà $\overrightarrow{CN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} \Rightarrow \overrightarrow{IC} = \overrightarrow{CN}$

$\Rightarrow C$ là trung điểm của IN

$\Rightarrow \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AI} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AN}$

Lại có: $\overrightarrow{AI} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AG}$

$\Rightarrow \overrightarrow{AC} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AG} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AN}$.

Câu 57: Cho tam giác ABC . M là trung điểm BC , N là điểm trên cạnh AC sao cho $AN = 2CN$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{MN} = -\frac{1}{6}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.

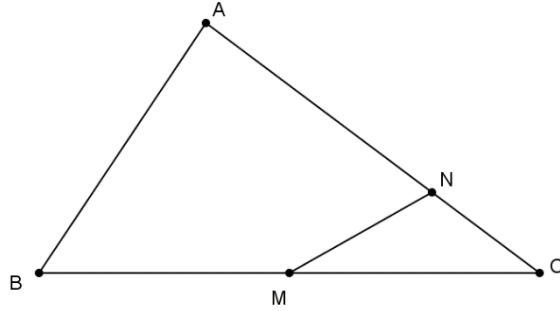
B. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.

C. $\overrightarrow{MN} = \frac{5}{6}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$. **D.** $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.

Lời giải



Chọn D



Ta có: $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{CN} - \overrightarrow{CM} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \frac{1}{6}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

Câu 58: Cho tam giác ABC , gọi M là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{BM} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$, gọi N là trung điểm của AM . Biểu

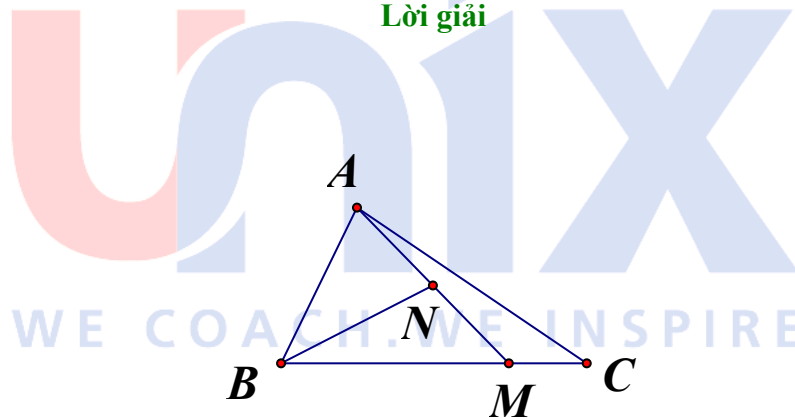
diễn véc tơ $\overrightarrow{BN}$ theo hai véc tơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ ta được

A. $\overrightarrow{BN} = \frac{7}{8}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{BN} = -\frac{7}{8}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{8}\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{BN} = \frac{7}{8}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{8}\overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{BN} = -\frac{7}{8}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn B



Vì N là trung điểm của AM nên ta có

$$\overrightarrow{BN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BM} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}\overrightarrow{BC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = \frac{3}{8}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = \frac{3}{8}\overrightarrow{AC} - \frac{7}{8}\overrightarrow{AB}.$$

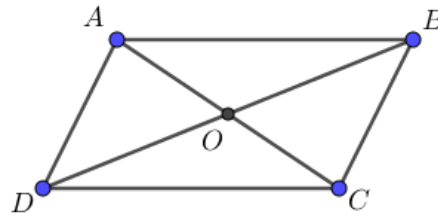
Câu 59: Cho hình bình hành $ABCD$, biểu diễn $\overrightarrow{DC}$ theo $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{BD}$.

A. $\overrightarrow{DC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$. B. $\overrightarrow{DC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD}$.

C. $\overrightarrow{DC} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$. D. $\overrightarrow{DC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DO} + \overrightarrow{OC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$.

Câu 60: Cho tam giác ABC . Lấy điểm N thuộc cạnh BC sao cho $NB = \frac{5}{6}BC$.

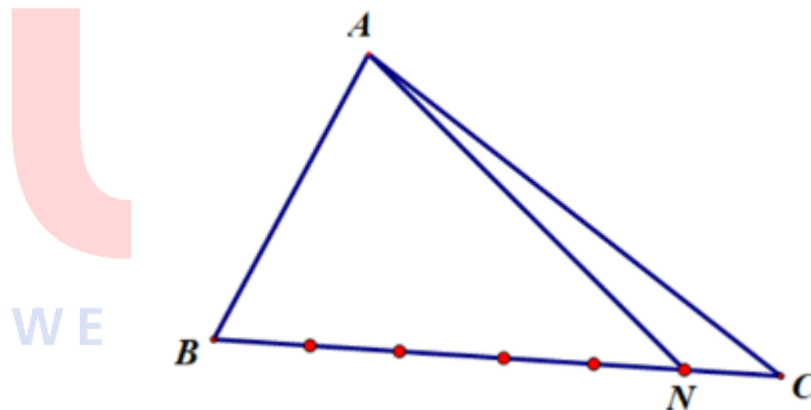
Hãy phân tích $\overrightarrow{AN}$ theo các vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.

A. $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$. **B.** $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} - \frac{5}{6}\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{5}{6}\overrightarrow{AC}$. **D.** $\overrightarrow{AN} = -\frac{1}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{5}{6}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có N thuộc cạnh BC sao cho $MB = \frac{5}{6}BC \Rightarrow \overrightarrow{CN} = \frac{1}{6}\overrightarrow{CB}$

$$\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{AC} + \frac{1}{6}\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AC} + \frac{1}{6}(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{5}{6}\overrightarrow{AC}.$$

Vậy $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{5}{6}\overrightarrow{AC}$.

Câu 61: Cho hình chữ nhật $ABCD$, tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của OA và CD . Biết $\overrightarrow{MN} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{AD}$. Tính $a + b$.

A. $a + b = 1$.

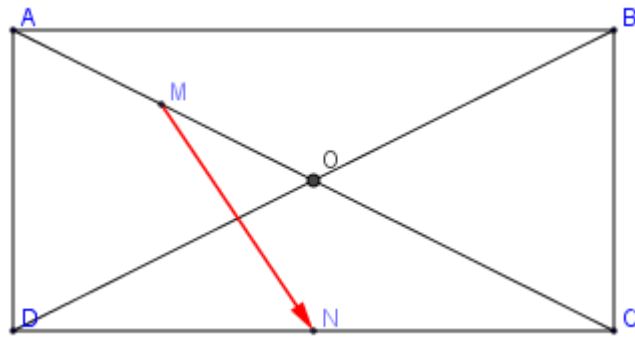
B. $a + b = \frac{1}{2}$.

C. $a + b = \frac{3}{4}$.

D. $a + b = \frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn A



A. Ta có

$$\begin{aligned}\overrightarrow{MN} &= \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DN} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{DC} \\ &= -\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AD}.\end{aligned}$$

Vậy $a+b=1$.

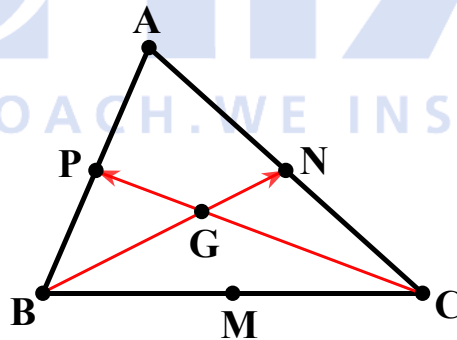
Câu 62: Cho $\triangle ABC$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Phân tích $\overrightarrow{AB}$ theo hai vectơ $\overrightarrow{BN}$ và $\overrightarrow{CP}$

A. $\overrightarrow{AB} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{BN} - \frac{4}{3}\overrightarrow{CP}$. B. $\overrightarrow{AB} = -\frac{4}{3}\overrightarrow{BN} - \frac{2}{3}\overrightarrow{CP}$.

C. $\overrightarrow{AB} = \frac{4}{3}\overrightarrow{BN} - \frac{2}{3}\overrightarrow{CP}$. D. $\overrightarrow{AB} = -\frac{4}{3}\overrightarrow{BN} + \frac{2}{3}\overrightarrow{CP}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Ta có $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{GB} - \overrightarrow{GA} = 2\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}$

Mà $\overrightarrow{GB} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{BN}$; $\overrightarrow{GC} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{CP}$

Do đó $\overrightarrow{AB} = -\frac{4}{3}\overrightarrow{BN} - \frac{2}{3}\overrightarrow{CP}$

Câu 63: Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương. Hai vectơ nào sau đây là cùng phương?

A. $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$ và $\vec{v} = \frac{1}{2}\vec{a} - 3\vec{b}$.

B. $\vec{u} = \frac{3}{5}\vec{a} + 3\vec{b}$ và $\vec{v} = 2\vec{a} - \frac{3}{5}\vec{b}$.

C. $\vec{u} = \frac{2}{3}\vec{a} + 3\vec{b}$ và $\vec{v} = 2\vec{a} - 9\vec{b}$.

D. $\vec{u} = 2\vec{a} - \frac{3}{2}\vec{b}$ và $\vec{v} = -\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b}$.



Lời giải

Chọn D

Ta thấy:

Phương án A sai vì $\begin{cases} \frac{2}{1/2} = 4 \\ \frac{3}{-3} = -1 \end{cases}$ mà $4 \neq -1$ nên $\vec{u}$ không cùng phương với $\vec{v}$.

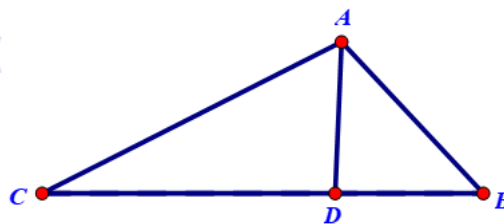
Phương án B sai vì $\begin{cases} \frac{3/5}{2/3} = \frac{3}{10} \\ \frac{-3/5}{-3} = -5 \end{cases}$ mà $\frac{3}{10} \neq -5$ nên $\vec{u}$ không cùng phương với $\vec{v}$

Phương án C sai vì $\begin{cases} \frac{2/3}{2/3} = 1 \\ \frac{-1}{-9} = -\frac{1}{9} \end{cases}$ mà $1 \neq -\frac{1}{9}$ nên $\vec{u}$ không cùng phương với $\vec{v}$

Vì $\begin{cases} \frac{2}{-1/3} = -6 \\ \frac{-3/2}{1/4} = -6 \end{cases}$ mà $-6 = -6$ nên $\vec{u}$ cùng phương với $\vec{v}$.

Câu 64: Cho tam giác ABC , D là điểm thuộc cạnh BC sao cho $DC = 2DB$. Biết $\vec{AD} = m\vec{AB} + n\vec{AC}$.

Tính $\frac{m}{n}$



A. $\frac{1}{3}$.

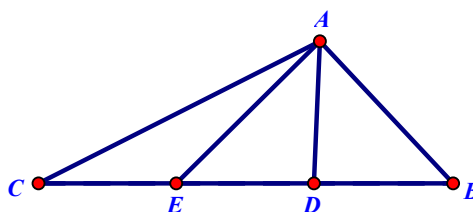
B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{-2}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi E là trung điểm của DC . Khi đó D là trung điểm của BE .



$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AE} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}) + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4}\overrightarrow{AD} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \Rightarrow \overrightarrow{AD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$$

Câu 65: Cho hình chữ nhật $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là hai điểm nằm trên hai cạnh AB và CD sao cho $AM = 2BM$, $CD = 2CN$. Giả sử $\overrightarrow{BN} = a.\overrightarrow{BA} + b.\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{MN} = c.\overrightarrow{BA} + d.\overrightarrow{BC}$. Tính tổng $S = a + b + c + d$?

A. $S = \frac{1}{2}$.

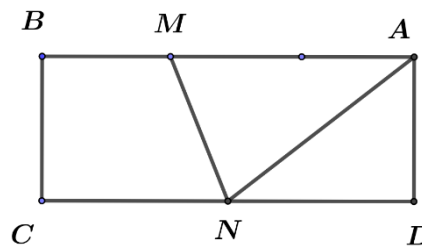
B. $S = \frac{8}{3}$.

C. $S = \frac{7}{6}$.

D. $S = \frac{5}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có:

$$+) \overrightarrow{BN} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} \Rightarrow a = \frac{1}{2}; b = 1.$$

$$\begin{aligned} +) \overrightarrow{MN} &= \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}) = \frac{2}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AD}) \\ &= \frac{2}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}(-\overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{BC}) = \frac{2}{3}\overrightarrow{BA} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \frac{1}{6}\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} \Rightarrow c = \frac{1}{6}; d = 1. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } S = \frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{6} + 1 = \frac{8}{3}.$$

Câu 66: Cho tam giác ABC . Gọi D, E lần lượt là các điểm thỏa mãn: $\overrightarrow{BD} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$. Gọi BE

cắt AD tại K . Tỉ số $\frac{AK}{AD}$ bằng

A. $\frac{4}{13}$.

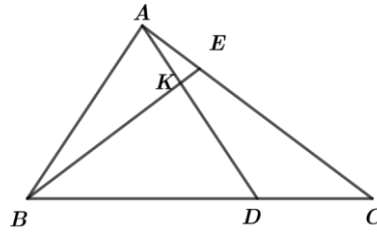
B. $\frac{5}{11}$.

C. $\frac{4}{11}$.

D. $\frac{5}{13}$.

Lời giải

Chọn A



Vì $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC} \Rightarrow \overrightarrow{BE} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BC} + \frac{3}{4}\overrightarrow{BA}$ (1).

Giả sử $\overrightarrow{AK} = x.\overrightarrow{AD} \Rightarrow \overrightarrow{BK} = x.\overrightarrow{BD} + (1-x).\overrightarrow{BA}$.

Mà $\overrightarrow{BD} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$ nên $\overrightarrow{BK} = \frac{3x}{4}.\overrightarrow{BC} + (1-x).\overrightarrow{BA}$.

Vì B, K, E thẳng hàng (B không trùng E) nên có m sao cho $\overrightarrow{BK} = m.\overrightarrow{BE}$.

Do đó ta có: $\frac{3x}{4}.\overrightarrow{BC} + (1-x).\overrightarrow{BA} = \frac{m}{4}\overrightarrow{BC} + \frac{3m}{4}\overrightarrow{BA}$. Hay $\left(\frac{m}{4} - \frac{3x}{4}\right)\overrightarrow{BC} + \left(\frac{3m}{4} + x - 1\right)\overrightarrow{BA} = \vec{0}$.

Do $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}$ không cùng phương nên ta có:
$$\begin{cases} \frac{m}{4} - \frac{3x}{4} = 0 \\ \frac{3m}{4} + x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{12}{13} \\ x = \frac{4}{13} \end{cases}$$

Vậy $\frac{AK}{AD} = \frac{4}{13}$.

Câu 67: Cho tam giác ABC . Ba điểm M, N, P thỏa mãn $\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MA} = \vec{0}$, $\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NC} = \vec{0}$, $4\overrightarrow{BP} + \overrightarrow{BC} = \vec{0}$. G là trọng tâm tam giác MNP . Phân tích vectơ $\overrightarrow{AG}$ theo hai vectơ $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AC}$ ta được $\overrightarrow{AG} = x\vec{a} + y\vec{b}$. Tổng $x + y$ bằng

A. $\frac{11}{13}$.

B. $\frac{18}{11}$.

C. $\frac{13}{11}$.

D. $\frac{11}{18}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MA} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AM} - 2\overrightarrow{AM} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}. \text{ Hay } \overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\vec{a}.$$

$$\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NC} = \vec{0} \Leftrightarrow -\overrightarrow{AN} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AN} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}. \text{ Hay } \overrightarrow{AN} = \frac{1}{2}\vec{b}.$$

$$4\overrightarrow{BP} + \overrightarrow{BC} = \vec{0} \Leftrightarrow 4(\overrightarrow{AP} - \overrightarrow{AB}) + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AP} = \frac{5}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}. \text{ Hay } \overrightarrow{AP} = \frac{5}{4}\vec{a} - \frac{1}{4}\vec{b}.$$

Mặt khác, do G là trọng tâm tam giác MNP nên ta có $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} + \overrightarrow{AP})$.



Suy ra $\overrightarrow{AG} = \frac{19}{36}\vec{a} + \frac{1}{12}\vec{b} \Rightarrow x = \frac{19}{36}, y = \frac{1}{12}$.

Vậy $x + y = \frac{11}{18}$.

Câu 68: Cho hình bình hành $ABCD$. Ba điểm M, N, P thỏa mãn $\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} = \vec{0}$, $2\overrightarrow{NB} + 3\overrightarrow{NC} = \vec{0}$, $\overrightarrow{PM} + 2\overrightarrow{PN} = \vec{0}$. Phân tích vector $\overrightarrow{AP}$ theo hai vector $\vec{a} = \overrightarrow{AB}, \vec{b} = \overrightarrow{BD}$ ta được

A. $\overrightarrow{AP} = \frac{39}{60}\vec{a} + \frac{21}{60}\vec{b}$. **B.** $\overrightarrow{AP} = \frac{9}{15}\vec{a} + \frac{2}{15}\vec{b}$. **C.** $\overrightarrow{AP} = \frac{49}{52}\vec{a} + \frac{2}{52}\vec{b}$. **D.** $\overrightarrow{AP} = \frac{79}{60}\vec{a} + \frac{2}{5}\vec{b}$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} - 2\vec{a} = \vec{b} \Rightarrow \overrightarrow{AC} = 2\vec{a} + \vec{b}$.

$\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} = \vec{0} \Leftrightarrow -\overrightarrow{AM} + 3(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AM}) = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} = \frac{3}{4}\vec{a}$.

$2\overrightarrow{NB} + 3\overrightarrow{NC} = \vec{0} \Leftrightarrow 2(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AN}) + 3(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AN}) = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AN} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{AC} = \frac{2}{5}\vec{a} + \frac{3}{5}(2\vec{a} + \vec{b})$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AN} = \frac{8}{5}\vec{a} + \frac{3}{5}\vec{b}$.

$\overrightarrow{PM} + 2\overrightarrow{PN} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AP} + 2(\overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AP}) = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AM} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AN} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4}\vec{a} + \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{8}{5}\vec{a} + \frac{3}{5}\vec{b}\right)$

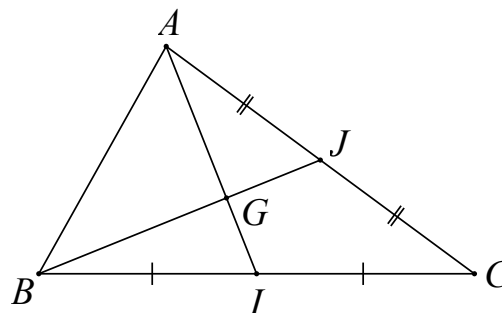
$\Leftrightarrow \overrightarrow{AP} = \frac{79}{60}\vec{a} + \frac{2}{5}\vec{b}$.

Vậy $\overrightarrow{AP} = \frac{79}{60}\vec{a} + \frac{2}{5}\vec{b}$.

Câu 69: Cho tam giác ABC . Gọi I là trung điểm của BC và G là trọng tâm của tam giác ABC . Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AC} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{BG}$. **B.** $\overrightarrow{AC} = \frac{5}{3}\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{BG}$. **C.** $\overrightarrow{AC} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AI} - \overrightarrow{BG}$. **D.** $\overrightarrow{AC} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AI} - \overrightarrow{BG}$.

Lời giải



Vì I là trung điểm của BC nên $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

Gọi J là trung điểm của $AC \Rightarrow \overrightarrow{BJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC})$.



$$\text{Suy ra } \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{BJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) + \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA}) + \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}).$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{BJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{2}(2\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{GA}) = \frac{1}{2}\left(2\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BG} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AI}\right).$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AI} + \frac{3}{2}\overrightarrow{BG} = \frac{1}{2}\left(2\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BG} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AI}\right) \Leftrightarrow \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AI} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AI} + \frac{3}{2}\overrightarrow{BG} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BG}.$$

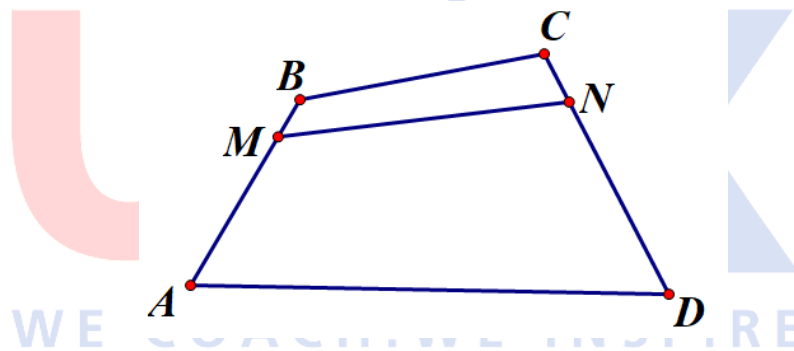
$$\Rightarrow \overrightarrow{AC} = \frac{5}{3}\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{BG}.$$

Câu 70: Cho tứ giác $ABCD$. Điểm M thuộc cạnh AB , điểm N thuộc cạnh CD và thỏa mãn $\frac{MA}{MB} = \frac{ND}{NC} = 4$. Khẳng định nào sau đây là đúng khi phân tích $\overrightarrow{MN}$ theo hai vectơ $\overrightarrow{AD}$ và $\overrightarrow{BC}$?

A. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AD} + \frac{4}{5}\overrightarrow{BC}$. **B.** $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AD} - \frac{4}{5}\overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AD} + \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$. **D.** $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AD} - \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$.

Lời giải



Vì điểm M thuộc đoạn AB , N thuộc đoạn CD và thỏa mãn $\frac{MA}{MB} = \frac{ND}{NC} = 4$ nên suy ra

$$\overrightarrow{MA} = -4\overrightarrow{MB} \text{ hay } \overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB} = \vec{0} \text{ và } \overrightarrow{DN} = -4\overrightarrow{CN} \text{ hay } \overrightarrow{DN} + 4\overrightarrow{CN} = \vec{0}.$$

Ta có

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DN},$$

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CN} \Leftrightarrow 4\overrightarrow{MN} = 4\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{BC} + 4\overrightarrow{CN}.$$

Cộng và về theo về ta được

$$5\overrightarrow{MN} = (\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB}) + \overrightarrow{AD} + 4\overrightarrow{BC} + (\overrightarrow{DN} + 4\overrightarrow{CN})$$

$$\Leftrightarrow 5\overrightarrow{MN} = \vec{0} + \overrightarrow{AD} + 4\overrightarrow{BC} + \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MN} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AD} + \frac{4}{5}\overrightarrow{BC}.$$

$$\text{Vậy } \overrightarrow{MN} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AD} + \frac{4}{5}\overrightarrow{BC}.$$

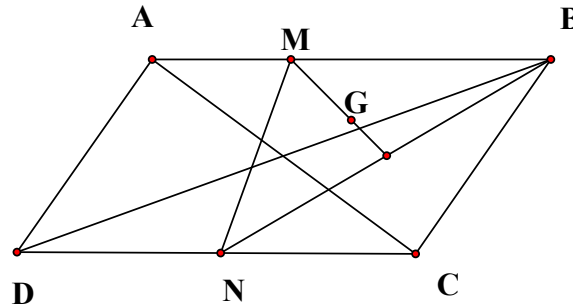


Câu 71: Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là hai điểm nằm trên hai cạnh AB và CD sao cho $AB = 3AM$, $CD = 2CN$ và G là trọng tâm tam giác MNB . Phân tích các vectơ $\overrightarrow{AG}$ qua các vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ ta được kết quả $\overrightarrow{AG} = m\overrightarrow{AB} + n\overrightarrow{AC}$, hãy chọn đáp án **đúng**?

- A.** $m - n = -\frac{1}{18}$. **B.** $m - n = -\frac{1}{6}$. **C.** $m - n = -\frac{1}{8}$. **D.** $m - n = \frac{1}{6}$.

Lời giải

Chọn A



Do G là trọng tâm tam giác MNB nên ta có:

$$3\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CN} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = \frac{5}{6}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}.$$

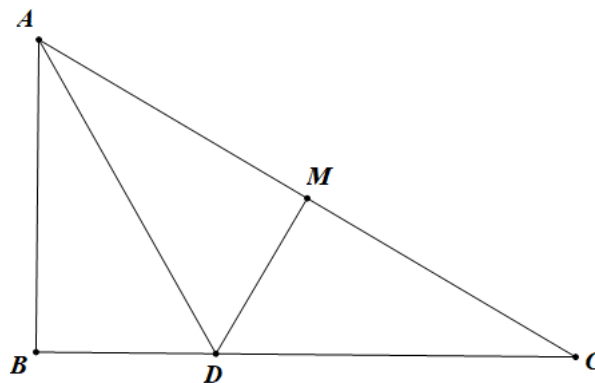
Suy ra $\overrightarrow{AG} = \frac{5}{18}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ và $m = \frac{5}{18}, n = \frac{1}{3} \Rightarrow m - n = -\frac{1}{18}$.

Câu 72: Cho tam giác ABC có $AC = 2AB$. Gọi D là điểm trên cạnh BC sao cho AD là đường phân giác góc BAC , M là trung điểm của cạnh AC . Biết $\overrightarrow{DM} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$, $x, y \in \mathbb{R}$. Giá trị của $S = 2x - y$ bằng

- A.** $\frac{5}{6}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $-\frac{3}{2}$. **D.** $-\frac{7}{6}$.

Lời giải

Chọn C



Vì M là trung điểm của AC nên ta có $\overrightarrow{CM} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.



$$\Rightarrow \overrightarrow{DM} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{DC} - \frac{1}{2} \overrightarrow{AC}.$$

D là chân đường phân giác góc BAC nên ta có $\frac{DC}{DB} = \frac{AC}{AB} = 2.$

$$\Rightarrow \overrightarrow{DC} = \frac{2}{3} \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{DC} = \frac{2}{3} (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}).$$

$$\text{Do đó } \overrightarrow{DM} = \frac{2}{3} (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) - \frac{1}{2} \overrightarrow{AC} = -\frac{2}{3} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{6} \overrightarrow{AC}.$$

$$\overrightarrow{DM} = x \overrightarrow{AB} + y \overrightarrow{AC} \text{ khi và chỉ khi } \begin{cases} x = -\frac{2}{3} \\ y = \frac{1}{6} \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } S = 2x - y = -\frac{3}{2}.$$

Câu 73: Cho tam giác ABC có G là trọng tâm. Gọi M và N là các điểm lần lượt thỏa mãn $\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} = \vec{0}$, $\overrightarrow{AN} = k \overrightarrow{AC}$, $k \in \mathbb{R}$. Tìm k để ba điểm M, N, G thẳng hàng.

A. $k = \frac{5}{3}.$

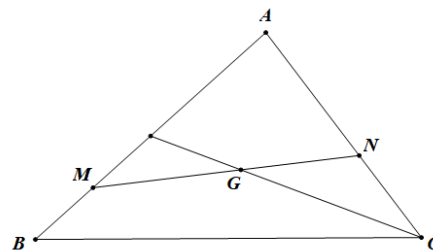
B. $k = \frac{3}{5}.$

C. $k = \frac{3}{4}.$

D. $k = \frac{3}{7}.$

Lời giải

Chọn B



$$\text{Ta có } \overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GM} + 3(\overrightarrow{GB} - \overrightarrow{GM}) = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{GM} = \frac{1}{4} \overrightarrow{GA} + \frac{3}{4} \overrightarrow{GB}.$$

$$\text{Lại có } \overrightarrow{AN} = k \overrightarrow{AC}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{GN} - \overrightarrow{GA} = k(\overrightarrow{GC} - \overrightarrow{GA})$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{GN} = (1-k) \overrightarrow{GA} + k \overrightarrow{GC}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{GN} = (1-k) \overrightarrow{GA} + k(-\overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GB})$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{GN} = (1-2k) \overrightarrow{GA} - k \overrightarrow{GB}.$$



Ba điểm M, N, G thẳng hàng khi và chỉ khi $\overrightarrow{GN}$ và $\overrightarrow{GM}$ cùng phương.

$$\text{Suy ra } \frac{1-2k}{\frac{1}{4}} = \frac{-k}{\frac{3}{4}} \Leftrightarrow k = \frac{3}{5}.$$

Cách 2:

Nếu $k=0$ thì $N \equiv A$. Khi đó ba điểm M, G, N không thẳng hàng. Suy ra $k \neq 0$.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{3}\left(\frac{4}{3}\overrightarrow{AM} + \frac{1}{k}\overrightarrow{AN}\right) = \frac{4}{9}\overrightarrow{AM} + \frac{1}{3k}\overrightarrow{AN}$$

$$\text{Ba điểm } G, M, N \text{ thẳng hàng khi và chỉ khi } \frac{4}{9} + \frac{1}{3k} = 1 \Leftrightarrow k = \frac{3}{5}.$$

Câu 74: Cho hình chữ nhật $ABCD$ tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của OA và CD . Biết $\overrightarrow{MN} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{AD}$. Tính $a+b$.

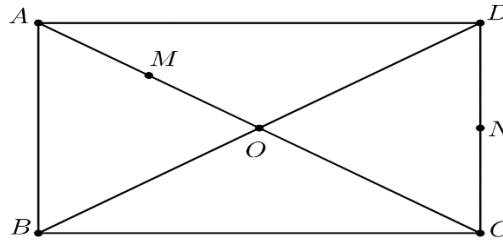
A. $a+b=1$.

B. $a+b=\frac{1}{2}$.

C. $a+b=\frac{3}{4}$.

D. $a+b=\frac{1}{4}$.

Lời giải



$$\text{Xét } \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AN} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AD}.$$

$$\text{Do } \overrightarrow{MN} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{AD} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{4} \\ b = \frac{3}{4} \end{cases} \Rightarrow a+b=1.$$

Câu 75: Cho tam giác ABC lấy điểm M trên BC sao cho $\overrightarrow{MB} = 5\overrightarrow{MC}$. Chọn khẳng định đúng.

A. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{5}{4}\overrightarrow{AC}$. **B.** $\overrightarrow{AM} = \frac{5}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AM} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{5}{4}\overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{AM} = -\frac{5}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Ta có

$$\overrightarrow{MB} = 5\overrightarrow{MC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AM} = 5(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AM}) \Leftrightarrow 4\overrightarrow{AM} = -\overrightarrow{AB} + 5\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{5}{4}\overrightarrow{AC}$$

Câu 76: Cho hình bình hành $ABCD$ có điểm N là trung điểm AB và G là trọng tâm tam giác ABC .
Hãy phân tích vec tơ $\overrightarrow{GA}$ theo hai vec tơ $\overrightarrow{BD}$ và $\overrightarrow{NC}$



A. $\vec{GA} = -\frac{1}{3}\vec{BD} + \frac{2}{3}\vec{NC}$.

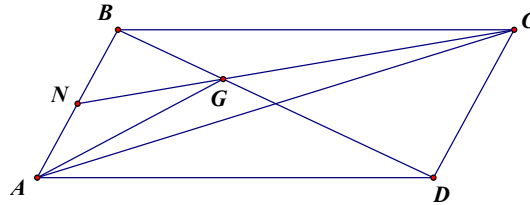
B. $\vec{GA} = \frac{1}{3}\vec{BD} - \frac{4}{3}\vec{NC}$.

C. $\vec{GA} = -\frac{1}{3}\vec{BD} - \frac{2}{3}\vec{NC}$.

D. $\vec{GA} = \frac{1}{3}\vec{BD} - \frac{2}{3}\vec{NC}$.

Lời giải

Chọn A



Do N là trung điểm của AB ta có:

$$2\vec{GN} = \vec{GB} + \vec{GA} \Rightarrow \vec{AG} = \vec{GB} + 2\vec{NG} = -\frac{1}{3}\vec{BD} + \frac{2}{3}\vec{NC}$$

Câu 77: Cho tam giác ABC , M là điểm thỏa mãn $3\vec{MA} + 2\vec{MB} = \vec{0}$. Trên các cạnh AC, BC lấy các điểm P, Q sao cho $CPMQ$ là hình bình hành. Lấy điểm N trên AQ sao cho $a\vec{NA} + b\vec{NQ} = \vec{0}$. Khi ba điểm B, N, P thẳng hàng thì $a+b$ bằng:

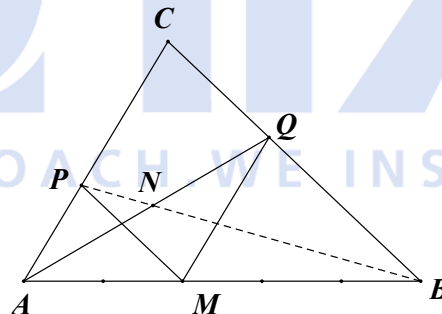
A. 1..

B. 19..

C. -1.

D. 29.

Lời giải



Vì $MP \parallel BC, MQ \parallel AC \Rightarrow \frac{AP}{AC} = \frac{CQ}{CB} = \frac{AM}{AB} = \frac{2}{5}$.

Ta có: $\vec{AQ} = \vec{AB} + \vec{BQ} = \vec{AB} + \frac{3}{5}\vec{BC} = \vec{AB} + \frac{3}{5}(\vec{AC} - \vec{AB}) = \frac{2}{5}\vec{AB} + \frac{3}{5}\vec{AC} = \frac{2}{5}\vec{AB} + \frac{3}{2}\vec{AP}$.

Đặt $\vec{AN} = x\vec{AQ}$. Suy ra: $\vec{AN} = \frac{2}{5}x\vec{AB} + \frac{3}{2}x\vec{AP}$.

Do B, N, P thẳng hàng nên $\frac{2}{5}x + \frac{3}{2}x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{10}{19} \Rightarrow \vec{AN} = \frac{10}{19}\vec{AQ}$

Hay $\vec{AN} = \frac{10}{9}\vec{NQ} \Leftrightarrow 9\vec{NA} + 10\vec{NQ} = \vec{0}$. Vậy $a+b=10+9=19$.



Câu 78: Cho hình vuông $ABCD$, M là trung điểm của BC , N nằm trên cạnh CD sao cho $NC = 2ND$, H là trung điểm của MN . Hai điểm I, J lần lượt là trọng tâm của hai tam giác AMN, BCN . Biết $\overrightarrow{IJ} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AD}$ với $x, y \in \mathbb{R}$. Khi đó $3x + 6y$ bằng

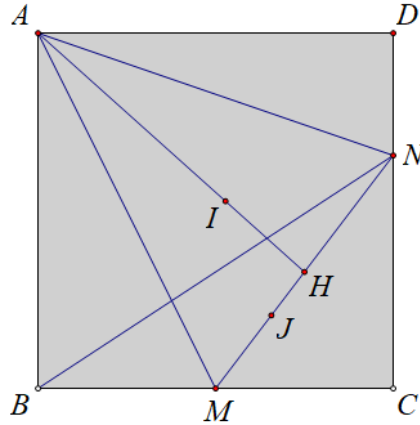
A. 2.

B. $\frac{1}{2}$.

C. 5.

D. 9.

Lời giải



I là trọng tâm của $\triangle AMN$ nên ta có $\overrightarrow{NI} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NM})$.

Tương tự, J là trọng tâm của $\triangle BCN$ nên ta có $\overrightarrow{NJ} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC})$.

$$\begin{aligned} \text{Mặt khác } \overrightarrow{IJ} &= \overrightarrow{NJ} - \overrightarrow{NI} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC}) - \frac{1}{3}(\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NM}) = \frac{1}{3}(\overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC} - \overrightarrow{NA} - \overrightarrow{NM}) \\ &= \frac{1}{3}[(\overrightarrow{NB} - \overrightarrow{NA}) + (\overrightarrow{NC} - \overrightarrow{NM})] = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{MC}) = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{MC}. \end{aligned}$$

Mà $\overrightarrow{MC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$. Do đó $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AD}$.

Suy ra $x = \frac{1}{3}, y = \frac{1}{6}$.

Vậy ta có $3x + 6y = 2$.

Câu 79: Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn tâm O , bán kính bằng 2. Gọi M là điểm nằm trên đường tròn (O) , độ dài vector $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$ bằng

A. 6.

B. 2.

C. $6\sqrt{3}$.

D. $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Khi đó G trùng với O .

Ta có: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG} = 3\overrightarrow{MO}$.

Suy ra: $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 3 \cdot |\overrightarrow{MO}| = 3 \cdot R = 3 \cdot 2 = 6$.

Câu 80: Cho tam giác ABC . Có bao nhiêu điểm M thỏa mãn $|\overrightarrow{MA}| = |\overrightarrow{BC}|$?

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. vô số.

Lời giải



Vì điểm M thỏa mãn $|\overrightarrow{MA}| = |\overrightarrow{BC}|$ nên M cách A một khoảng bằng độ dài cạnh BC . Như thế tập hợp các điểm M là đường tròn tâm A bán kính BC .

Suy ra có vô số điểm M thỏa mãn $|\overrightarrow{MA}| = |\overrightarrow{BC}|$.

Câu 81: Cho hai điểm phân biệt và cố định A, B ; gọi I là trung điểm AB . Tìm tập hợp các điểm M thỏa mãn $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}|$.

A. Trung trực của AB . **B.** Nửa đường tròn đường kính AB .

C. Đường tròn tâm I , bán kính AB .

D. Đường tròn đường kính AB .

Lời giải

$$|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}| \Leftrightarrow |2\overrightarrow{MI}| = |\overrightarrow{BA}| \Leftrightarrow MI = \frac{1}{2}BA.$$

Vậy tập hợp các điểm M là đường tròn đường kính AB .

Câu 82: Cho tam giác ABC đều có cạnh bằng 10. Biết tập hợp các điểm M thỏa mãn $|\overrightarrow{MA} + 5\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{MA} - 5\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC}|$ là một đường tròn. Hỏi đường tròn đó có bán kính bằng bao nhiêu?

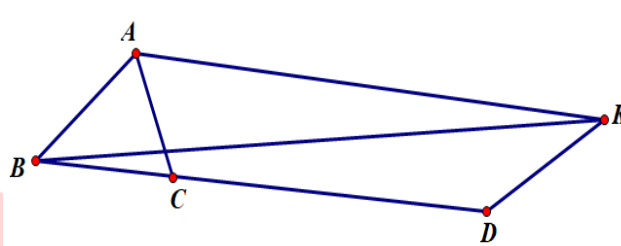
A. $\sqrt{22}$.

B. $\sqrt{19}$.

C. $2\sqrt{5}$.

D. $\sqrt{21}$.

Lời giải



Ta có: $|\overrightarrow{MA} - 5\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC}| = | -5\overrightarrow{AB} + 4\overrightarrow{AC} | = | \overrightarrow{BA} + 4\overrightarrow{BC} | = |\overrightarrow{BK}| = BK = 10\sqrt{21}$ với K là điểm sao cho tứ giác $ABDK$ là hình bình hành và D điểm sao cho $\overrightarrow{BD} = 4\overrightarrow{BC}$.

Gọi I là điểm sao cho $\overrightarrow{IA} + 5\overrightarrow{IB} + 4\overrightarrow{IC} = \vec{0}$, khi đó $|\overrightarrow{MA} + 5\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC}| = |10\overrightarrow{MI}| = 10MI$.

Từ đó: $|\overrightarrow{MA} + 5\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{MA} - 5\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC}| \Leftrightarrow 10MI = 10\sqrt{21} \Leftrightarrow MI = \sqrt{21}$.

Tức tập hợp các điểm M là một đường tròn tâm I bán kính bằng $\sqrt{21}$.

Câu 83: Cho hai điểm phân biệt và cố định A, B ; gọi I là trung điểm AB . Tìm tập hợp các điểm M thỏa mãn $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}|$.

A. Trung trực của AB . **B.** Nửa đường tròn đường kính AB .

C. Đường tròn tâm I , bán kính AB .

D. Đường tròn đường kính AB .

Lời giải

$$|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}| \Leftrightarrow |2\overrightarrow{MI}| = |\overrightarrow{BA}| \Leftrightarrow MI = \frac{1}{2}BA.$$

Vậy tập hợp các điểm M là đường tròn đường kính AB .



Câu 84: Cho tam giác ABC . Tập hợp tất cả các điểm M thỏa mãn đẳng thức $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = \frac{3}{2}|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}|$ là

- A. Đường trung trực của AB .
- B. Đường trung trực của GE với G là trọng tâm tam giác ABC , E là trung điểm AB .
- C. Đường tròn tâm G , bán kính $R = AB$ với G là trọng tâm tam giác ABC .
- D. Đường tròn tâm G , bán kính $R = \frac{3}{2}AB$ với G là trọng tâm tam giác ABC .

Lời giải

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC , E là trung điểm AB .

$$\text{Ta có: } |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = \frac{3}{2}|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}|$$

$$\Leftrightarrow |3\overrightarrow{MG}| = \frac{3}{2}|2\overrightarrow{ME}|$$

$$\Leftrightarrow 3|\overrightarrow{MG}| = \frac{3}{2} \cdot 2|\overrightarrow{ME}|$$

$$\Leftrightarrow MG = ME$$

Suy ra, tập hợp điểm M là đường trung trực của GE .

Câu 85: Cho tam giác ABC . Gọi J là điểm thuộc cạnh AB sao cho $\overrightarrow{JB} + 2\overrightarrow{JA} = \vec{0}$. Tìm tập hợp điểm M sao cho $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MA}|$

- A. M thuộc đường tròn tâm G , bán kính MJ .
- B. M là trung điểm của GJ .
- C. M là điểm thuộc AB , sao cho $MJ = MG$.
- D. M thuộc đường trung trực của đoạn GJ .

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$ với G là trọng tâm ΔABC

$$\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{JB} - \overrightarrow{JM} + 2\overrightarrow{JA} - 2\overrightarrow{JM} = (\overrightarrow{JB} + 2\overrightarrow{JA}) - 3\overrightarrow{JM} = -3\overrightarrow{JM}$$

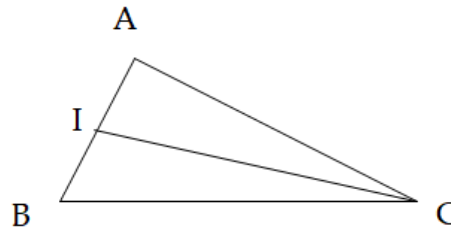
$$\text{Từ } \Rightarrow |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MA}| \Leftrightarrow |3\overrightarrow{MG}| = |-3\overrightarrow{JM}| \Leftrightarrow 3MG = 3MJ \Leftrightarrow MG = MJ$$

Vậy tập hợp điểm M là đường trung trực của đoạn GJ .

Câu 86: Cho tam giác ABC , I là trung điểm của đoạn AB . Tập hợp các điểm M thỏa mãn $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = 2MC$ là

- A. Đường trung trực của đoạn IC .
- B. Đường tròn tâm I bán kính IC .
- C. Đường tròn tâm I đường kính IC .
- D. Đường tròn tâm I bán kính MC .

Lời giải



Áp dụng tính chất trung điểm của đoạn thẳng ta có:

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI} \Rightarrow |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = 2|\overrightarrow{MI}| = 2MI.$$

Nên ta được: $2MI = 2MC \Rightarrow MI = MC$, trong đó các điểm I, C cố định. Khoảng cách từ điểm M tới các điểm I, C bằng nhau nên M thuộc đường trung trực của đoạn IC .

Câu 87: Cho tam giác ABC có G là trọng tâm. Gọi J là điểm thuộc cạnh AB sao cho $\overrightarrow{JB} + 2\overrightarrow{JA} = \vec{0}$. Tìm tập hợp điểm M sao cho $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MA}|$

- A. M thuộc đường tròn tâm G , bán kính MJ .
- B. M là trung điểm của GJ .
- C. M là điểm thuộc AB , sao cho $MJ = MG$.
- D. M thuộc đường trung trực của đoạn GJ .

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$ với G là trọng tâm $\triangle ABC$

$$\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{JB} - \overrightarrow{JM} + 2\overrightarrow{JA} - 2\overrightarrow{JM} = (\overrightarrow{JB} + 2\overrightarrow{JA}) - 3\overrightarrow{JM} = -3\overrightarrow{JM}$$

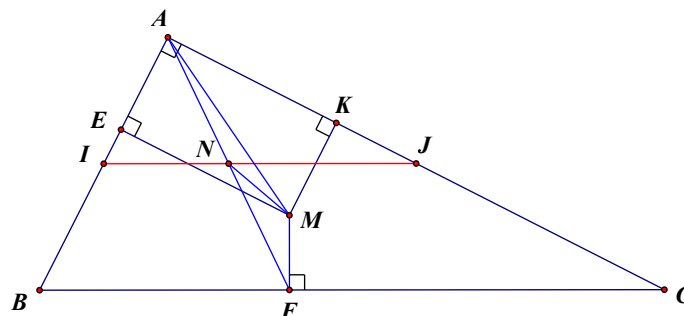
$$\text{Từ } \Rightarrow |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MA}| \Leftrightarrow |3\overrightarrow{MG}| = |-3\overrightarrow{JM}| \Leftrightarrow 3MG = 3MJ \Leftrightarrow MG = MJ$$

Vậy tập hợp điểm M là đường trung trực của đoạn GJ .

Câu 88: Cho tam giác ABC vuông tại A . Điểm M nằm trong tam giác ABC có hình chiếu vuông góc lần lượt trên các cạnh AB, BC, CA theo thứ tự E, F, K . Gọi I, J lần lượt là trung điểm các cạnh AB, AC . Tập hợp điểm M sao cho $\overrightarrow{MF} - \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AK}$ cùng phương với $\overrightarrow{BC}$ là

- A. Đoạn thẳng IJ .
- B. Đoạn thẳng NI .
- C. Đoạn thẳng NJ .
- D. Đường thẳng IJ .

Lời giải



Gọi N là trung điểm của đoạn thẳng AF

Với mọi điểm M nằm trong tam giác ABC ta có



$$\overrightarrow{MF} - \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AK} = \overrightarrow{MF} + (\overrightarrow{MK} + \overrightarrow{ME}) = \overrightarrow{MF} + \overrightarrow{MA} = 2\overrightarrow{MN}$$

Do $\overrightarrow{MF} - \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AK}$ cùng phương với $\overrightarrow{BC}$ nên $\overrightarrow{MN}$ cùng phương với $\overrightarrow{BC}$ suy ra $\overrightarrow{MN}$ cùng phương với $\overrightarrow{IJ}$ mà lại có $N \in IJ$ nên $\overrightarrow{MN}$ và có giá là đường thẳng IJ .

Điểm M nằm trong tam giác ABC suy ra tập hợp điểm M là đoạn thẳng IJ .

Suy ra: Đáp án **A**.

Câu 89: Cho tam giác ABC đều có cạnh bằng 10. Biết tập hợp các điểm M thỏa mãn $|\overrightarrow{MA} + 5\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{MA} - 5\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC}|$ là một đường tròn. Hỏi đường tròn đó có bán kính bằng bao nhiêu?

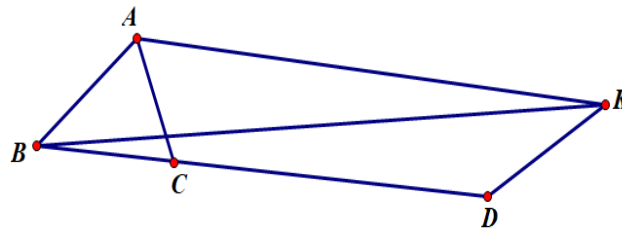
A. $\sqrt{22}$.

B. $\sqrt{19}$.

C. $2\sqrt{5}$.

D. $\sqrt{21}$.

Lời giải



Ta có: $|\overrightarrow{MA} - 5\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC}| = |-5\overrightarrow{AB} + 4\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BA} + 4\overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{BK}| = BK = 10\sqrt{21}$ với K là điểm sao cho tứ giác $ABDK$ là hình bình hành và D điểm sao cho $\overrightarrow{BD} = 4\overrightarrow{BC}$.

Gọi I là điểm sao cho $\overrightarrow{IA} + 5\overrightarrow{IB} + 4\overrightarrow{IC} = \vec{0}$, khi đó $|\overrightarrow{MA} + 5\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC}| = |10\overrightarrow{MI}| = 10MI$.

Từ đó: $|\overrightarrow{MA} + 5\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{MA} - 5\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC}| \Leftrightarrow 10MI = 10\sqrt{21} \Leftrightarrow MI = \sqrt{21}$.

Tức tập hợp các điểm M là một đường tròn tâm I bán kính bằng $\sqrt{21}$.

Câu 90: Cho tam giác ABC . Hai điểm M và N lần lượt thuộc đoạn AB và AC sao cho $AM = \frac{3}{7}AB$; $2NA = 3NC$. Gọi I, K là các điểm thỏa mãn hệ thức $2\overrightarrow{IC} = -7\overrightarrow{IB}$; $\overrightarrow{AK} = x\overrightarrow{AI}$. Tìm giá trị của x để M, N, K thẳng hàng.

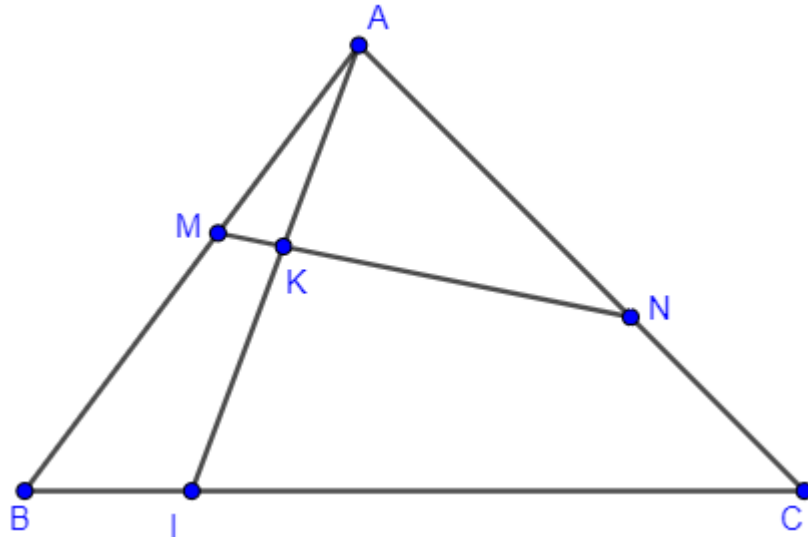
A. $x = \frac{9}{13}$.

B. $x = \frac{13}{59}$.

C. $x = \frac{27}{59}$.

D. $x = \frac{9}{59}$.

Lời giải



Ta có : $2\overrightarrow{IC} = -7\overrightarrow{IB} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AI} = -7\overrightarrow{AB} + 7\overrightarrow{AI} \Leftrightarrow \overrightarrow{AI} = \frac{7}{9}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{9}\overrightarrow{AC}$.

$\overrightarrow{AK} = x\overrightarrow{AI} = \frac{7x}{9}\overrightarrow{AB} + \frac{2x}{9}\overrightarrow{AC}$.

Giả thiết $AM = \frac{3}{7}AB \Rightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{3}{7}\overrightarrow{AB}$,

$2NA = 3NC \Rightarrow 2\overrightarrow{NA} = -3\overrightarrow{NC} \Leftrightarrow -2\overrightarrow{AN} = -3\overrightarrow{AC} + 3\overrightarrow{AN} \Leftrightarrow \overrightarrow{AN} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AC}$.

Do đó $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AM} = -\frac{3}{7}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{MK} = \overrightarrow{AK} - \overrightarrow{AM} = \frac{7x}{9}\overrightarrow{AB} + \frac{2x}{9}\overrightarrow{AC} - \frac{3}{7}\overrightarrow{AB} = \left(\frac{7x}{9} - \frac{3}{7}\right)\overrightarrow{AB} + \frac{2x}{9}\overrightarrow{AC}$.

M, N, K thẳng hàng khi và chỉ khi $\frac{\frac{7x}{9} - \frac{3}{7}}{-\frac{3}{7}} = \frac{\frac{2x}{9}}{\frac{3}{5}} \Leftrightarrow -49x + 27 = 10x \Leftrightarrow x = \frac{27}{59}$.

Câu 91: Cho tam giác ABC . Gọi M, N là các điểm thỏa mãn: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$, $2\overrightarrow{NA} + 3\overrightarrow{NC} = \vec{0}$ và $\overrightarrow{BP} = k\overrightarrow{BC}$. Tìm k để M, N, P thẳng hàng.

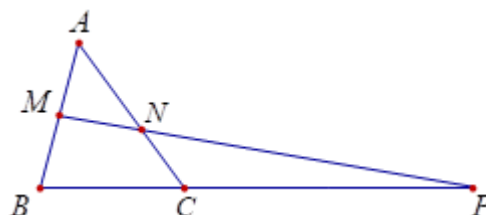
A. $k = -3$.

B. $k = 4$.

C. $k = -4$.

D. $k = 3$.

Lời giải



Ta có $\overrightarrow{BP} = k\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AP} - \overrightarrow{AB} = k(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) \Leftrightarrow \overrightarrow{AP} = (1-k)\overrightarrow{AB} + k\overrightarrow{AC}$



$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AM} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \quad (1)$$

$$\overrightarrow{NP} = \overrightarrow{AP} - \overrightarrow{AN} = (1-k)\overrightarrow{AB} + k\overrightarrow{AC} - \frac{3}{5}\overrightarrow{AC} = \left(k - \frac{3}{5}\right)\overrightarrow{AC} + (1-k)\overrightarrow{AB}. \quad (2)$$

Khi đó M, N, P thẳng hàng thì $\exists m \in \mathbb{R} : \overrightarrow{NP} = m\overrightarrow{MN}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} k - \frac{3}{5} = \frac{3m}{5} \\ 1 - k = \frac{-m}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 3 \\ m = 4 \end{cases}$$

Vậy $k = 3$.

Câu 92: Cho tam giác ABC . Các điểm M, N được xác định bởi các hệ thức $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CN} = x\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}$. Xác định x để A, M, N thẳng hàng.

A. $x = 2$.

B. $x = -1$.

C. $x = \frac{1}{2}$.

D. $x = -\frac{1}{2}$.

Lời giải

Ta có:

$$\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB}$$

$$\text{Và } \overrightarrow{CN} = x\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AN} = x\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AN} = -\overrightarrow{BC} + (x+1)\overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{BC} + (x+1)(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) = (x+1)\overrightarrow{AB} + x\overrightarrow{BC}$$

$$\text{Vậy } \begin{cases} \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB} \\ \overrightarrow{AN} = x\overrightarrow{BC} + (x+1)\overrightarrow{AB} \end{cases}$$

$$\text{Để } A, N, M \text{ thẳng hàng thì } \overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AN}, (k \neq 0) \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{-1}{x+1} \Rightarrow x = -\frac{1}{2}.$$

Câu 93: Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P là các điểm thỏa mãn: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$, $2\overrightarrow{NA} + 3\overrightarrow{NC} = \vec{0}$ và $\overrightarrow{BC} = k\overrightarrow{BP}$. Tìm k để ba điểm M, N, P thẳng hàng.

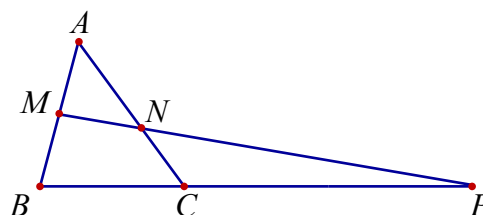
A. $k = \frac{1}{3}$.

B. $k = 3$.

C. $k = \frac{2}{3}$.

D. $k = \frac{3}{5}$.

Lời giải



Ta có:



$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AM} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{NP} = \overrightarrow{NC} + \overrightarrow{CP} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AC} + (\overrightarrow{BP} - \overrightarrow{BC}) = \frac{2}{5}\overrightarrow{AC} + \left(\frac{1}{k} - 1\right)\overrightarrow{BC} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AC} + \left(\frac{1}{k} - 1\right)(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB})$$

$$= \left(\frac{1}{k} - \frac{3}{5}\right)\overrightarrow{AC} - \left(\frac{1}{k} - 1\right)\overrightarrow{AB}$$

Để ba điểm M, N, P thẳng hàng thì $\exists m \in \mathbb{R} : \overrightarrow{NP} = m\overrightarrow{MN}$

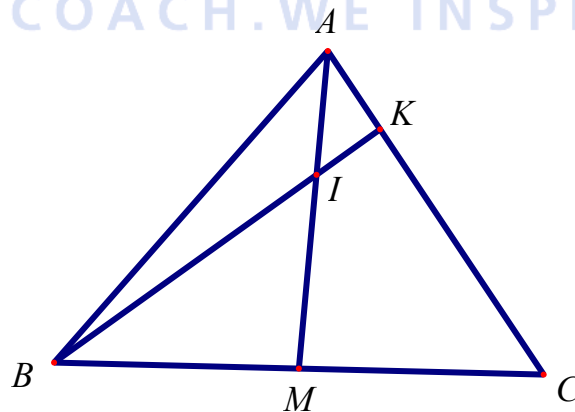
$$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{k} - \frac{3}{5}\right)\overrightarrow{AC} - \left(\frac{1}{k} - 1\right)\overrightarrow{AB} = \frac{3m}{5}\overrightarrow{AC} - \frac{m}{2}\overrightarrow{AB}$$

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} \frac{1}{k} - \frac{3}{5} = \frac{3m}{5} \\ -\left(\frac{1}{k} - 1\right) = -\frac{m}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ k = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Vậy $k = \frac{1}{3}$.

- Câu 94:** Cho tam giác ABC , M là trung điểm BC , điểm I thỏa mãn $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{6}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$, điểm K thuộc cạnh AC sao cho B, I, K là ba điểm thẳng hàng. Khi đó $\overrightarrow{AK} = \frac{m}{n}\overrightarrow{AC}$, ($\frac{m}{n}$ tối giản, $m, n \in \mathbb{N}^*$), giá trị của biểu thức $S = m + n + 2021$ là
- A.** 2027. **B.** 2030. **C.** 2026. **D.** 2028.

Lời giải



$$+ \text{Ta có: } \overrightarrow{BI} = \overrightarrow{AI} - \overrightarrow{AB} = \frac{1}{6}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) - \overrightarrow{AB} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AC} - \frac{5}{6}\overrightarrow{AB} \quad (1).$$

$$\overrightarrow{BK} = \overrightarrow{AK} - \overrightarrow{AB} = \frac{m}{n}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}.$$

Mà B, I, K thẳng hàng nên tồn tại 1 số $k \neq 0$ sao cho $\overrightarrow{BK} = k\overrightarrow{BI}$

$$\Leftrightarrow \frac{m}{n}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = k\left(\frac{1}{6}\overrightarrow{AC} - \frac{5}{6}\overrightarrow{AB}\right) \Leftrightarrow \left(\frac{m}{n} - \frac{k}{6}\right)\overrightarrow{AC} = \left(1 - \frac{5k}{6}\right)\overrightarrow{AB}.$$



Mặt khác $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ không cùng phương, suy ra
$$\begin{cases} \frac{m}{n} - \frac{k}{6} = 0 \\ 1 - \frac{5k}{6} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{6}{5} \\ \frac{m}{n} = \frac{1}{5} \end{cases}$$

Vậy $m=1, n=5 \Rightarrow S=m+n+2021=1+5+2021=2027$.

Câu 95: Cho tam giác ABC có trọng tâm G , đường cao AH . Biết $\overrightarrow{BH} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ và điểm M nằm trên đường thẳng BC sao cho $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{GC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó ta có $\overrightarrow{AM} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{AC}$. Khi đó mệnh đề nào sau đây là đúng

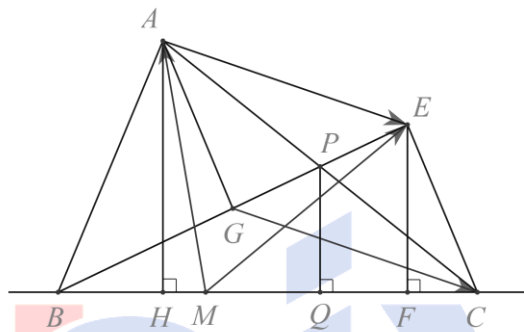
A. $b=8a$

B. $a=8b$.

C. $a=6b$.

D. $b=6a$.

Lời giải



Dựng hình bình hành $AGCE$, ta có $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{ME} \Rightarrow |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{GC}| = ME$.

Gọi F là hình chiếu của E lên BC , suy ra E, F cố định. Ta có $ME \geq EF$, dấu bằng xảy ra khi $M \equiv F$. Vậy $\min(|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{GC}|) = EF \Leftrightarrow M \equiv F$.

Khi $M \equiv F$: Gọi P là trung điểm của AC , Q là hình chiếu của P lên BC .

Ta có Q là trung điểm của CH ; $\frac{BQ}{BF} = \frac{BP}{BE} = \frac{3}{4} \Rightarrow \overrightarrow{BF} = \frac{4}{3}\overrightarrow{BQ}$.

Có $\overrightarrow{BH} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC} \Rightarrow BH = HQ = QC$, suy ra $\overrightarrow{BF} = \frac{4}{3}\overrightarrow{BQ} = \frac{8}{9}\overrightarrow{BC}$.

Ta có $\overrightarrow{BF} = \frac{8}{9}\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AF} - \overrightarrow{AB} = \frac{8}{9}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) \Leftrightarrow \overrightarrow{AF} = \frac{8}{9}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{9}\overrightarrow{AB}$

Vậy $\overrightarrow{AM} = \frac{8}{9}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{9}\overrightarrow{AB} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{8}{9} \\ b = \frac{1}{9} \end{cases} \Rightarrow a=8b$.

Câu 96: Cho tam giác ABC có $BC=3a$. Gọi M là điểm thỏa mãn $|3\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}|$. Độ dài nhỏ nhất của vectơ $\overrightarrow{BM} - \overrightarrow{BA}$ bằng

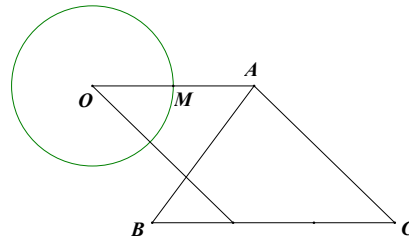
A. a .

B. $3a$.

C. $\sqrt{3}a$.

D. $2a$.

Lời giải



Gọi O là điểm thỏa mãn: $3\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB} - 2\overrightarrow{OC} = \vec{0}$.

$$\text{Khi đó: } 3\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB} - 2\overrightarrow{OC} = \vec{0} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{CB} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{OA} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{CB}$$

Ta xác định được điểm O có định thỏa $\overrightarrow{OA} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{CB}$, suy ra: $OA = 2a$

$$\text{Mặt khác: } |3\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}|$$

$$\Leftrightarrow |3\overrightarrow{MO} + 3\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB} - 2\overrightarrow{OC}| = |\overrightarrow{CB}| \Leftrightarrow |\overrightarrow{MO}| = \frac{1}{3}|\overrightarrow{CB}|$$

Suy ra: $MO = a$.

Do đó tập hợp các điểm M thỏa đề bài là đường tròn tâm O , bán kính bằng a .

Khi đó: $|\overrightarrow{BM} - \overrightarrow{BA}| = |\overrightarrow{AM}| = AM$ nhỏ nhất khi O, M, A thẳng hàng và M nằm giữa O, A .

Vậy $AM = OA - MO = a$.

Câu 97: Cho tam giác ABC đều cạnh $2a$, (d) là đường thẳng qua A và song song BC . Khi M di động trên (d) thì giá trị nhỏ nhất của $|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}|$ là

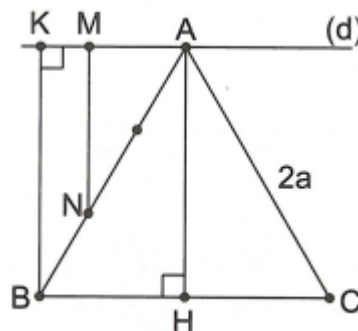
A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $a\sqrt{3}$.

C. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

D. $2a\sqrt{3}$.

Lời giải



Chọn điểm N thuộc đoạn AB sao cho $NA = 2NB \Rightarrow 2\overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NA} = \vec{0}$

$$\text{Ta có } |\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NA} + 2(\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NB})| = |3\overrightarrow{MN} + (\overrightarrow{NA} + 2\overrightarrow{NB})| = |3\overrightarrow{MN}| = 3MN$$



Do đó $|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}|$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow MN$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu vuông góc của N trên đường thẳng (d) .

Gọi H là trung điểm BC , K là hình chiếu vuông góc của điểm B trên đường thẳng (d) .

$$\begin{aligned} \text{Theo định lý Talet ta có } \frac{MN}{BK} &= \frac{AN}{AB} \Leftrightarrow \frac{MN}{AH} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow MN = \frac{2}{3}AH \Leftrightarrow MN = \frac{2}{3}\sqrt{AB^2 - BH^2} \\ \Leftrightarrow MN &= \frac{2}{3}\sqrt{(2a)^2 - a^2} \Leftrightarrow MN = \frac{2a\sqrt{3}}{3} \end{aligned}$$

Vậy $|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}|$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $3MN$ và bằng $2a\sqrt{3}$.

Câu 98: Giả sử có các lực $\overrightarrow{F_1} = \overrightarrow{MA}$, $\overrightarrow{F_2} = \overrightarrow{MB}$, $\overrightarrow{F_3} = \overrightarrow{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M . Cường độ hai lực $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$ lần lượt là $300N$, $400N$ và $\angle AMB = 90^\circ$. Tìm cường độ của lực $\overrightarrow{F_3} = \overrightarrow{MC}$ biết vật đứng yên.

A. $700N$.

B. $250N$.

C. $500N$.

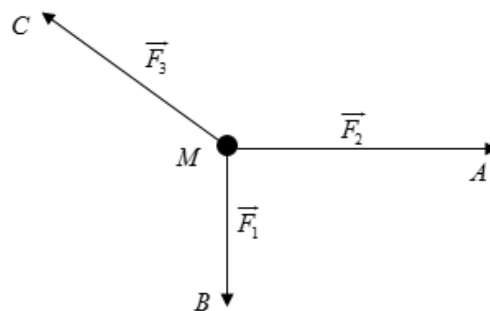
D. $1000N$.

Lời giải

Vật đứng yên nên ta có: $\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} = 0$.

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \overrightarrow{F_3} &= -(\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2}) \Rightarrow |\overrightarrow{F_3}| = |\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2}|. \text{ Do } \angle AMB = 90^\circ \Leftrightarrow \overrightarrow{F_1} \perp \overrightarrow{F_2}. \\ \Rightarrow |\overrightarrow{F_3}| &= |\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2}| = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{300^2 + 400^2} = 500. \end{aligned}$$

Câu 99: Cho ba lực $\overrightarrow{F_1} = \overrightarrow{MA}$, $\overrightarrow{F_2} = \overrightarrow{MB}$, $\overrightarrow{F_3} = \overrightarrow{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Biết cường độ của $\overrightarrow{F_1}$ và $\overrightarrow{F_2}$ lần lượt là $28N$ và $45N$. Tìm cường độ của lực $\overrightarrow{F_3}$ biết $\angle AMB = 90^\circ$.



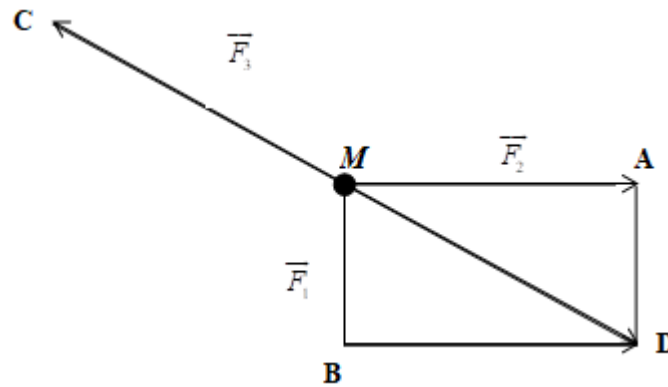
A. $73N$.

B. $53N$.

C. $60N$.

D. $80N$.

Lời giải



Do vật đứng yên nên ta có $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_3 = -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2)$.

Dựng hình chữ nhật $AMBD$. Theo quy tắc hình bình hành ta có $\vec{MD} = \vec{MA} + \vec{MB} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$

Suy ra $\vec{F}_3 = -\vec{MD}$ nên $F_3 = MD = \sqrt{MA^2 + MB^2} = \sqrt{28^2 + 45^2} = 53(N)$

