



CHƯƠNG

IV

VECTƠ

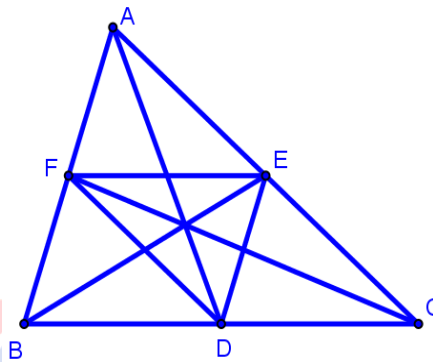
BÀI 9: TÍCH CỦA VECTƠ VỚI MỘT SỐ



HỆ THỐNG BÀI TẬP CÂU HỎI 4 MỆNH ĐỀ TRẢ LỜI ĐÚNG/SAI.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho $\triangle ABC$ có $D; E; F$ lần lượt là trung điểm của các cạnh $BC; CA; AB$ (tham khảo hình vẽ)



- a) $\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{FE}$.
- b) $\overrightarrow{DF} = \overrightarrow{EC}$.
- c) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \vec{0}$.
- d) $\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) Ta có EF là đường trung bình của tam giác $ABC \Rightarrow EF = \frac{1}{2}BC \Rightarrow BC = 2EF$

Hai vector $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{FE}$ cùng hướng nên $\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{FE} \Rightarrow$ mệnh đề **a) Đúng**.

b) Ta có DF là đường trung bình của tam giác $ABC \Rightarrow DF = \frac{1}{2}AC \Rightarrow DF = EC$

Hai vector $\overrightarrow{DF}, \overrightarrow{EC}$ ngược hướng nên $\overrightarrow{DF} = -\overrightarrow{EC} \Rightarrow$ mệnh đề **b) Sai**.

c) Ta có $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) + \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}) + \frac{1}{2}(\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CA})$
 $= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CB}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AA} + \overrightarrow{BB}) = \vec{0} \Rightarrow$ mệnh đề **c) Đúng**.

d) Vì D là trung điểm của $BC \Rightarrow \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = \vec{0} \Rightarrow$ mệnh đề **d) Đúng**.

Câu 2: Cho $\triangle ABC$. Gọi M, N là các điểm thỏa $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$, $2\overrightarrow{NA} + 3\overrightarrow{NC} = \vec{0}$ và $\overrightarrow{BC} = k\overrightarrow{BP}$.

- a) M là trung điểm AB .
- b) C nằm giữa A và N .
- c) $\overrightarrow{MN} = -\frac{3}{5}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$



d) Khi $k = \frac{1}{3}$ thì ba điểm M, N, P thẳng hàng.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

Vì $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$ nên M là trung điểm đoạn AB .

Vì $2\overrightarrow{NA} + 3\overrightarrow{NC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{NA} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{NC}$ nên $\overrightarrow{NA}, \overrightarrow{NC}$ là hai vectơ ngược hướng $\Rightarrow N$ nằm giữa A và C .

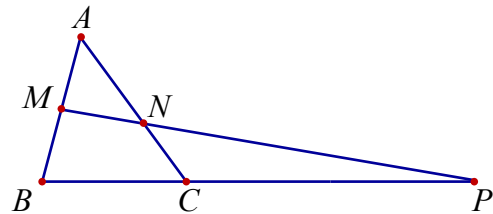
$$\text{Ta có } \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AM} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \quad (1)$$

$$\overrightarrow{NP} = \overrightarrow{NC} + \overrightarrow{CP} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AC} + (\overrightarrow{BP} - \overrightarrow{BC})$$

$$= \frac{2}{5}\overrightarrow{AC} + \left(\frac{1}{k} - 1\right)\overrightarrow{BC}$$

$$= \frac{2}{5}\overrightarrow{AC} + \left(\frac{1}{k} - 1\right)(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB})$$

$$= \left(\frac{1}{k} - \frac{2}{5}\right)\overrightarrow{AC} - \left(\frac{1}{k} - 1\right)\overrightarrow{AB}$$



Để ba điểm M, N, P thẳng hàng thì $\exists m \in \mathbb{R} : \overrightarrow{NP} = m\overrightarrow{MN}$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{k} - \frac{2}{5}\right)\overrightarrow{AC} - \left(\frac{1}{k} - 1\right)\overrightarrow{AB} = \frac{3m}{5}\overrightarrow{AC} - \frac{m}{2}\overrightarrow{AB}$$

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} \frac{1}{k} - \frac{2}{5} = \frac{3m}{5} \\ -\left(\frac{1}{k} - 1\right) = -\frac{m}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ k = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Vậy $k = \frac{1}{3}$.

Câu 3: Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O , gọi G là trọng tâm tam giác ABC , N là trung điểm của cạnh AB .

a) $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DB}$.

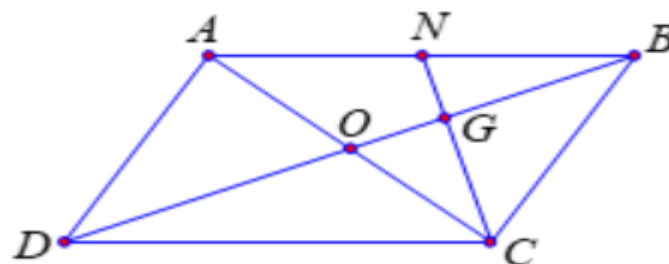
b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AO}$.

c) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = 3\overrightarrow{BG}$.

d) $\overrightarrow{GA} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BD} - \frac{2}{3}\overrightarrow{NC}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------





a) Đúng. Ta có $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DB}$ đúng theo qui tắc hình bình hành tại đỉnh D .

b) Đúng. Ta có $\overrightarrow{VT} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{VP}$.

c) Đúng. Ta có $\overrightarrow{VT} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BO} = 2 \cdot \frac{3}{2} \overrightarrow{BG} = 3\overrightarrow{BG} = \overrightarrow{VP}$.

d) Đúng.

Ta có $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{GA} = -(\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}) = -\left(-\frac{1}{3}\overrightarrow{BD} + \frac{2}{3}\overrightarrow{NC}\right) = \frac{1}{3}\overrightarrow{BD} - \frac{2}{3}\overrightarrow{NC} = \overrightarrow{VP}$

Câu 4: Cho hình bình hành $ABCD$, tâm O , gọi G là trọng tâm tam giác ABD .

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

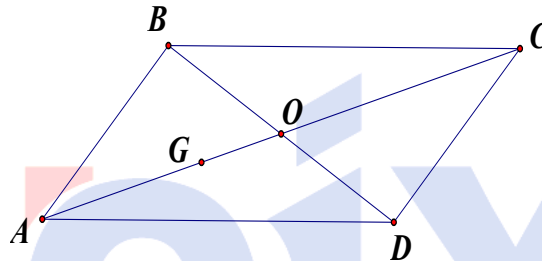
b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$.

c) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{BO}$.

d) $\overrightarrow{GO} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OC}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------



Xét phương án A: Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ đúng theo qui tắc hình bình hành, nên A đúng.

Xét phương án a: Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$, mà $\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AG}$ nên B đúng.

Xét phương án b: Ta có $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$, mà $\overrightarrow{DB}$ và $\overrightarrow{BO}$ là hai vectơ ngược hướng nên C sai.

Xét phương án d: Ta có G là trọng tâm tam giác ABD nên $\overrightarrow{GO} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AO}$ mà $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OC}$, vậy D đúng.

Câu 5: Cho tam giác ABC có M là trung điểm BC và trọng tâm G .

a) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BM}$.

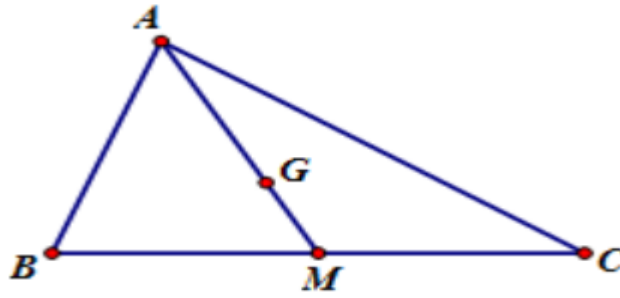
b. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AM}$.

c) $\overrightarrow{BM} + \frac{3}{2}\overrightarrow{GA} = \overrightarrow{AB}$.

d) $\overrightarrow{BG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BM}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------



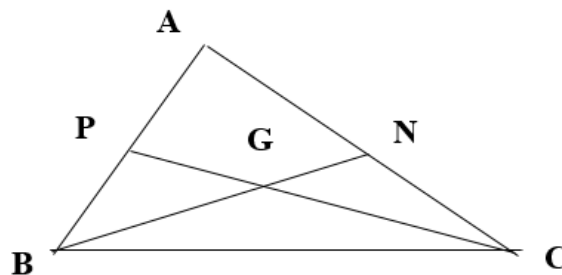
- a) Sai. Ta có $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$ (theo quy tắc hiệu hai vectơ)
b) Đúng. Ta có $\overrightarrow{VT} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{AM} + (\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}) = 2\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{VP}$
c) Đúng. Ta có $\overrightarrow{BM} + \frac{3}{2}\overrightarrow{GA} = \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{BA}$.
d) Đúng. Ta có $\overrightarrow{BG} = \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MG} = \overrightarrow{BM} + \frac{1}{3}\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{BM} + \frac{1}{3}(\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BA}) = \frac{2}{3}\overrightarrow{BM} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$.

Câu 6: Cho tam giác ABC có hai đường trung tuyến BN, CP .

- a) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$, với G là trọng tâm của tam giác ABC .
b) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = 3\overrightarrow{BN}$.
c) $\overrightarrow{AB} = -\frac{4}{3}\overrightarrow{BN} - \frac{2}{3}\overrightarrow{CP}$.
d) $\overrightarrow{BC} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{CP} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BN}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------



Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC , ta có: $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$

Vì BN là đường trung tuyến của tam giác ABC nên $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BN}$

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = -\overrightarrow{GA}$$

Khi đó:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} &= \overrightarrow{GB} - \overrightarrow{GA} = \overrightarrow{GB} + (\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}) \\ &= 2\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = -2 \cdot \frac{2}{3} \cdot \overrightarrow{BN} - \frac{2}{3}\overrightarrow{CP} = -\frac{4}{3}\overrightarrow{BN} - \frac{2}{3}\overrightarrow{CP}\end{aligned}$$

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{GC} - \overrightarrow{GB} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{CP} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BN}.$$

a) Đúng: Vì $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

b) Sai: Vì $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BN}$.

c) Đúng: Vì $\overrightarrow{AB} = -\frac{4}{3}\overrightarrow{BN} - \frac{2}{3}\overrightarrow{CP}$.



d) Đúng: $\overrightarrow{BC} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{CP} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BN}$.

Câu 7: Cho tam giác ABC có G là trọng tâm. Gọi D là điểm đối xứng của B qua G , M là trung điểm của BC .

a) $\overrightarrow{MD} = \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GD}$.

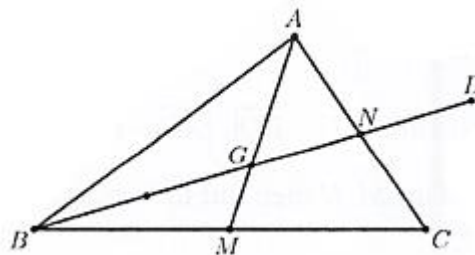
b) $\overrightarrow{AG} = 2\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

c) $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \frac{4}{3}\overrightarrow{BN}$.

d) $\overrightarrow{MD} = \frac{5}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------



Ta có: $\overrightarrow{MD} = \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GD}$ (quy tắc ba điểm)

Ta có: $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

Ta có: $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \frac{4}{3}\overrightarrow{BN}$

Ta có: $\overrightarrow{MD} = \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GD} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AM} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BN} = -\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) + \frac{2}{3}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AN})$
 $= -\frac{1}{6}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{6}\overrightarrow{AC} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = -\frac{5}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$.

a) Đúng: Vì $\overrightarrow{MD} = \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GD}$.

b) Sai: Vì $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

c) Đúng: $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \frac{4}{3}\overrightarrow{BN}$

d) Sai: vì $\overrightarrow{MD} = -\frac{5}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$.

Câu 8: Cho tam giác ABC . Gọi CM là trung tuyến của tam giác ABC và D là trung điểm của CM .

a) $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.

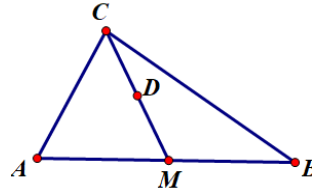
b) $\overrightarrow{CM} = 2\overrightarrow{MD}$.

c) $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} = 2\overrightarrow{CD}$.

d) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + 2\overrightarrow{OC} = 4\overrightarrow{OD}$, $\forall O$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------



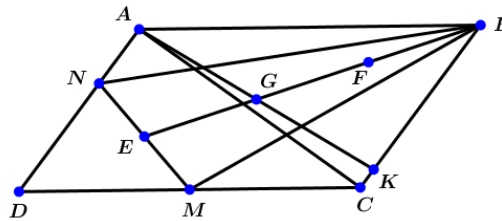
- a) Đúng.
 b) Sai. Vì: $\overrightarrow{CM} = -2\overrightarrow{MD}$.
 c) Sai. Ta có: $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} = 2\overrightarrow{CM} = 2.2\overrightarrow{CD} = 4\overrightarrow{CD}$.
 d) Đúng. Ta có: $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + 2\overrightarrow{OC} = 2\overrightarrow{OM} + 2\overrightarrow{OC} = 2(\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{OC}) = 2.2\overrightarrow{OD} = 4\overrightarrow{OD}$.

Câu 9: Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi M là trung điểm CD , N thuộc cạnh AD sao cho $AN = \frac{1}{3}AD$. Gọi G là trọng tâm $\triangle BMN$.

- a) $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$.
 b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AC}$.
 c) $\overrightarrow{NG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{9}\overrightarrow{AD}$.
 d) Đường thẳng AG cắt BC tại K . Khi đó: $\frac{BK}{BC} = \frac{5}{6}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------



- a) Sai. $\overrightarrow{AN} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$.
 b) Đúng. Ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AC}$.
 c) Đúng. Gọi E là trung điểm của MN .

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{NG} = \overrightarrow{AG} - \overrightarrow{AN} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AN} + \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB}) - \overrightarrow{AN}$$

$$\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AN} + \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB}) = \frac{1}{3}\left[\frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}) + \overrightarrow{AB}\right]$$

$$= \frac{1}{3}\left[\frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}) + \overrightarrow{AB}\right]$$

$$= \frac{1}{3}\left(\frac{4}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}\right) = \frac{4}{9}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$$

$$\text{Vậy } \overrightarrow{NG} = \frac{4}{9}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} = \frac{1}{9}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$$

- d) Sai. Ta có: $\overrightarrow{AG} = \frac{4}{9}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$



Đặt $\overrightarrow{BK} = x\overrightarrow{BC}$

Ta có $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BK} = \overrightarrow{AB} + x\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + x\overrightarrow{AD}$

Do A, G, K thẳng hàng nên $\overrightarrow{AK} = k\overrightarrow{AG}$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} + x\overrightarrow{AD} = \frac{4k}{9}\overrightarrow{AD} + \frac{k}{2}\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 2 \\ x = \frac{8}{9} \end{cases} \Rightarrow \frac{BK}{BC} = \frac{8}{9}$$

Câu 10: Cho tam giác ABC , lấy 3 điểm M, N, P sao cho $\overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MC}$, $\overrightarrow{NA} + 2\overrightarrow{NC} = \vec{0}$ và $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} = \vec{0}$.

a) P là trung điểm của $\overrightarrow{AB}$.

b) $\overrightarrow{BM} = 2\overrightarrow{BC}$.

c) $\overrightarrow{PN} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$.

d) Ba điểm M, N, P không thẳng hàng.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Đúng. Vì $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} = \vec{0}$.

b) Đúng. $\overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MC} \Leftrightarrow -\overrightarrow{BM} - 2(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BM}) = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{BM} = 2\overrightarrow{BC}$.

c) Sai. Ta có:

$$\overrightarrow{NA} + 2\overrightarrow{NC} = \vec{0} \Leftrightarrow -\overrightarrow{AN} + 2(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AN}) = \vec{0} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{AN} = 2\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}.$$

$$\overrightarrow{PN} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AP} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}.$$

$$\overrightarrow{PM} = \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AP} = -\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}.$$

d) Sai. Ta có:

$$\text{Xét hệ: } \begin{cases} \overrightarrow{PM} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} \\ \overrightarrow{PN} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{3}\overrightarrow{PM} = -\overrightarrow{AB} + \frac{4}{3}\overrightarrow{AC} \\ 2\overrightarrow{PN} = -\overrightarrow{AB} + \frac{4}{3}\overrightarrow{AC} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{2}{3}\overrightarrow{PM} = 2\overrightarrow{PN} \Leftrightarrow \overrightarrow{PM} = 3\overrightarrow{PN}$$

$\Rightarrow \overrightarrow{PM}$ cùng phương với $\overrightarrow{PN}$

Vậy 3 điểm M, N, P thẳng hàng.

Câu 11: Cho tam giác ABC có G là trọng tâm tam giác ABC , Trên cạnh BC lấy N thỏa $\overrightarrow{NB} = 3\overrightarrow{NC}$. Gọi P là giao điểm của AC và GN .

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$.

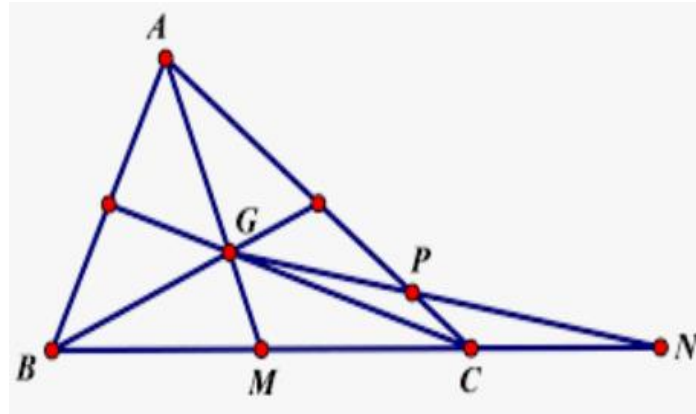
b) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

c) $\overrightarrow{GN} = \frac{7}{6}\overrightarrow{AC} - \frac{5}{6}\overrightarrow{AB}$.

d) $\frac{AP}{AC} = \frac{4}{5}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------



a) Đúng. Ta có $\overrightarrow{VT} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0} = \overrightarrow{VP}$

b) Sai. Ta có $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

c) Đúng. Ta có $\overrightarrow{GN} = \overrightarrow{GM} + \overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BC} = \frac{1}{6}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \frac{7}{6}\overrightarrow{AC} - \frac{5}{6}\overrightarrow{AB}$.

d) Đúng. Gọi M là trung điểm BC. Đặt $\overrightarrow{AP} = k\overrightarrow{AC}$

Ta có $\overrightarrow{GP} = \overrightarrow{AP} - \overrightarrow{AG} = k\overrightarrow{AC} - \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \left(k - \frac{1}{3}\right)\overrightarrow{AC} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$.

Lại có $\overrightarrow{GN} = \overrightarrow{GM} + \overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BC} = \frac{1}{6}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \frac{7}{6}\overrightarrow{AC} - \frac{5}{6}\overrightarrow{AB}$

Ba điểm G, P, N thẳng hàng nên hai vec tơ $\overrightarrow{GP}$ và $\overrightarrow{GN}$ cùng phương nên ta có

$$\frac{k - \frac{1}{3}}{\frac{7}{6}} = \frac{-\frac{1}{3}}{-\frac{5}{6}} \Leftrightarrow k = \frac{4}{5}. \text{ Vậy } \overrightarrow{AP} = \frac{4}{5}\overrightarrow{AC}. \text{ Từ đó suy ra } \frac{AP}{AC} = \frac{4}{5}.$$

Câu 12: Cho $\triangle ABC$ có trọng tâm G. Các điểm E, F thỏa mãn $\overrightarrow{EA} + 3\overrightarrow{EB} = \vec{0}$, $2\overrightarrow{FA} + 3\overrightarrow{FC} = \vec{0}$.

a) $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}$.

b) $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$.

c) $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$.

d) $\overrightarrow{EG} = \frac{4}{9}\overrightarrow{EF}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Đúng. Gọi M là trung điểm của BC $\Rightarrow \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GM} = \overrightarrow{AG}$

b) Sai. $\overrightarrow{EA} + 3\overrightarrow{EB} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{EA} + 3(\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AB}) \Leftrightarrow 4\overrightarrow{EA} = -3\overrightarrow{AB} \Rightarrow \overrightarrow{AE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$

c) Đúng

$$\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB}) = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$$

d) Sai

$$+) \overrightarrow{EG} = \overrightarrow{AG} - \overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} - \frac{5}{12}\overrightarrow{AB}$$



$$+) 2\overrightarrow{FA} + 3\overrightarrow{FC} = \vec{0} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{FA} + 3(\overrightarrow{FA} + \overrightarrow{AC}) = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AF} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AC}$$

$$+) \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AF} - \overrightarrow{AE} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AC} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} \Rightarrow \frac{4}{9}\overrightarrow{EF} = \frac{4}{15}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$$

Câu 13: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a, AD = 2a$. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo và G là trọng tâm của $\triangle BCD$.

a) $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}| = a$.

b) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$.

c) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$.

d) $\overrightarrow{AG} = 3\overrightarrow{GC}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

a) **Sai.** Ta có $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{CB}| = CB = 2a$.

b) **Đúng.** Ta có $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}) + (\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD}) = \vec{0}$.

c) **Đúng.** Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$.

d) **Sai.** $\overrightarrow{AG} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AO}$; $\overrightarrow{GC} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AO}$, suy ra $\overrightarrow{AG} = 2\overrightarrow{GC}$.

Câu 14: Cho $\triangle ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC .

a) $2\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CA}$

b) $\overrightarrow{AB} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{CM} - \frac{4}{3}\overrightarrow{BN}$

c) $\overrightarrow{AC} = \frac{4}{3}\overrightarrow{CM} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BN}$

d) $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BN} - \frac{1}{3}\overrightarrow{CM}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

Ta có: $-\frac{2}{3}\overrightarrow{CM} - \frac{4}{3}\overrightarrow{BN} = -\frac{1}{3}(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}) - \frac{2}{3}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC})$

$$= \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC} - \frac{2}{3}\overrightarrow{BC} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$$

$$= \frac{1}{3}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}) + \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB}.$$

Ta có: $-\frac{4}{3}\overrightarrow{CM} - \frac{2}{3}\overrightarrow{BN} = -\frac{2}{3}(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}) - \frac{1}{3}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}) = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

$$= \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC}$$

Ta có:

$$\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{CM} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BN} \Leftrightarrow \overrightarrow{BC} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BN} - \frac{2}{3}\overrightarrow{CM} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{MN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BN} - \frac{2}{3}\overrightarrow{CM}.$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BN} - \frac{1}{3}\overrightarrow{CM}.$$

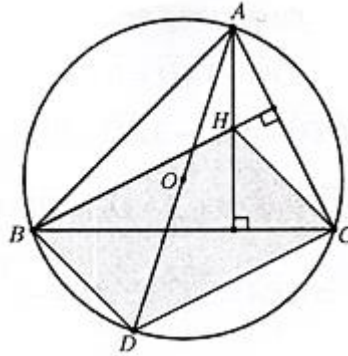


Câu 15: Cho ΔABC nội tiếp đường tròn tâm O , H là trực tâm tam giác, D là điểm đối xứng của A qua O .

- a) $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{HC}$
 b) $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BH}$
 a) $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = 2\overrightarrow{HO}$;
 b) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OH}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------



Xét tam giác ABD nội tiếp đường tròn đường kính AD nên $AB \perp BD$; mặt khác $AB \perp CH$ nên $BD \parallel CH$ (1).

Tương tự, tam giác ACD nội tiếp đường tròn đường kính AD nên $AC \perp CD$; mặt khác $AC \perp BH$ nên $CD \parallel BH$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $BDCH$ là hình bình hành.

Suy ra: $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{HC}$ và $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{HB}$

Ta có: $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HD} = 2\overrightarrow{HO}$ (vì O là trung điểm AD).

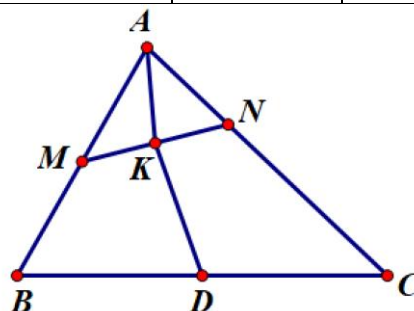
Ta có: $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OH} + \overrightarrow{HA} + \overrightarrow{OH} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{OH} + \overrightarrow{HC}$
 $= 3\overrightarrow{OH} + (\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC}) = 3\overrightarrow{OH} + 2\overrightarrow{HO} = \overrightarrow{OH}$.

Câu 16: Cho tam giác ABC . Gọi M là trung điểm của AB , D là trung điểm của BC và N là điểm nằm trên cạnh AC sao cho $NC = 2NA$. Gọi K là trung điểm của MN .

- a) $\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$.
 b) $\overrightarrow{NC} = 2\overrightarrow{NA}$.
 c) $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$.
 d) $\overrightarrow{KD} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------





a) Đúng vì D là trung điểm của BC nên $\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$.

b) Sai vì $\overrightarrow{NC} = -2\overrightarrow{NA}$.

c) Sai vì

$$\overrightarrow{AK} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN}) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}\right) = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}.$$

d) Đúng vì

$$\overrightarrow{KD} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AK} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) - \left(\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}\right) = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}.$$

Câu 17: Cho tam giác ABC có G là trọng tâm. Gọi D là điểm đối xứng của B qua G , M là trung điểm của BC .

a) $\overrightarrow{MD} = \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GD}$

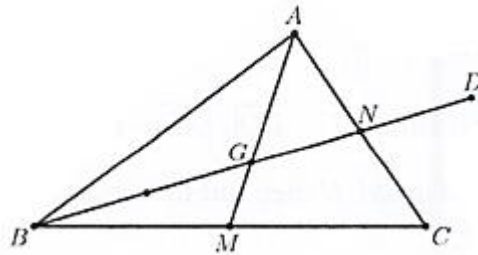
b) $\overrightarrow{AG} = 2\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

c) $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BN}$

d) $\overrightarrow{MD} = -\frac{5}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------



Ta có: $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}.$

Ta có: $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \frac{4}{3}\overrightarrow{BN}$

Ta có: $\overrightarrow{MD} = \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GD} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AM} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BN} = -\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) + \frac{2}{3}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AN})$
 $= -\frac{1}{6}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{6}\overrightarrow{AC} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = -\frac{5}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}.$

Câu 18: Cho tam giác ABC có G là trọng tâm. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, BC . Lấy hai điểm I, J sao cho: $2\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IC} = \vec{0}$ và $2\overrightarrow{JA} + 5\overrightarrow{JB} + 3\overrightarrow{JC} = \vec{0}$.

a) M, N, J thẳng hàng.

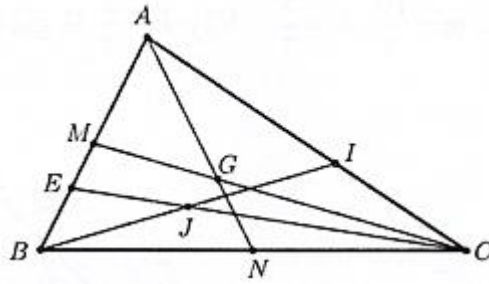
b) $\overrightarrow{JM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{JN}$

c) J là trung điểm của BI .

d) Gọi E là điểm thuộc AB sao cho $\overrightarrow{AE} = \frac{5}{7}\overrightarrow{AB}$ thì C, E, J thẳng hàng.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------



a) Ta có: $2\overrightarrow{JA} + 5\overrightarrow{JB} + 3\overrightarrow{JC} = 2(\overrightarrow{JA} + \overrightarrow{JB}) + 3(\overrightarrow{JB} + \overrightarrow{JC}) = 4\overrightarrow{JM} + 6\overrightarrow{JN} = \vec{0}$
 $\Rightarrow \overrightarrow{JM} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{JN}$. Do đó J, M, N thẳng hàng.

Điểm J thuộc đoạn MN và thỏa mãn $JM = \frac{3}{2}JN$.

b) Ta có: $\overrightarrow{JM} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{JN} \Leftrightarrow \overrightarrow{JM} = -\frac{3}{2}(\overrightarrow{JM} + \overrightarrow{MN})$

$\Leftrightarrow \frac{5}{2}\overrightarrow{JM} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{MN} \Leftrightarrow \overrightarrow{JM} = -\frac{3}{5}\overrightarrow{MN}$

$2\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{IC} + 2\overrightarrow{CA} + 3\overrightarrow{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{CI} = \frac{2}{5}\overrightarrow{CA}$.

Khi đó: $\overrightarrow{JB} = \overrightarrow{JM} + \overrightarrow{MB} = -\frac{3}{5}\overrightarrow{MN} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = -\frac{3}{10}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CI} = \overrightarrow{BC} + \frac{2}{5}\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} - \frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$
 $= \frac{3}{5}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = -2\left(-\frac{3}{10}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}\right) = -2\overrightarrow{JB}$ (do (1)).

Vậy J là trung điểm của BI .

c) $\overrightarrow{CJ} = \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{NJ} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CI} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5}\overrightarrow{CA}$
 $= -\frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) - \frac{1}{5}\overrightarrow{AC} = -\frac{7}{10}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

Mặt khác: $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AE} = -\overrightarrow{AC} + k\overrightarrow{AB}$.

Để C, E, J thẳng hàng thì:

$\exists m \in \mathbb{R}, \overrightarrow{CE} = m \cdot \overrightarrow{CJ} \Leftrightarrow -\overrightarrow{AC} + k\overrightarrow{AB} = -\frac{7m}{10}\overrightarrow{AC} + \frac{m}{2}\overrightarrow{AB}$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} -1 = -\frac{7m}{10} \\ k = \frac{m}{2} \end{cases} \Rightarrow m = \frac{10}{7}, k = \frac{5}{7} \Rightarrow k = \frac{5}{7}$.

Câu 19: Cho tam giác ABC . Gọi D là điểm nằm trên cạnh AC sao cho $DA = 3DC$, I là trung điểm của BD và M là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{BM} = x\overrightarrow{BC}$ ($x \in \mathbb{R}$).

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$.

b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AI}$.

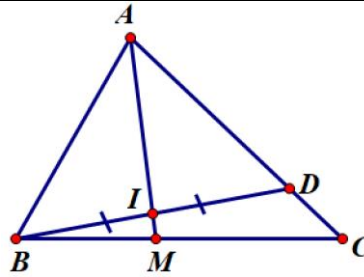
c) $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{8}\overrightarrow{AC}$.



d) Nếu A, I, M thẳng hàng thì $x = \frac{2}{5}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------



a) Sai vì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.

b) Đúng vì theo quy tắc trung điểm.

c) Đúng vì

$$\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}\right) = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{8}\overrightarrow{AC}.$$

d) Sai vì

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} + x\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + x(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = (1-x)\overrightarrow{AB} + x\overrightarrow{AC}.$$

$$A, I, M \text{ thẳng hàng} \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{R}, \overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AI} \Leftrightarrow (1-x)\overrightarrow{AB} + x\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}k\overrightarrow{AB} + \frac{3}{8}k\overrightarrow{AC}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1-x = \frac{1}{2}k \\ x = \frac{3}{8}k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{7} \\ k = \frac{8}{7} \end{cases}.$$

Câu 20: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2a$; $AD = a$. Gọi I ; K lần lượt là trung điểm của BC và CD .

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AC}$.

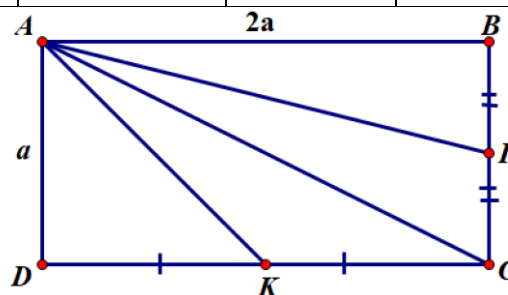
b) $\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{IK}$.

c) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2a\sqrt{5}$.

d) $|\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AK}| = \frac{3a\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------



a) Sai vì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ (quy tắc hình bình hành).

b) Đúng vì

IK là đường trung bình của tam giác BCD nên $\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{IK}$.



c) Sai vì

$$|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |2\overrightarrow{AI}| = 2AI = 2\sqrt{AB^2 + BI^2} = 2\sqrt{4a^2 + \frac{a^2}{4}} = a\sqrt{17}.$$

d) Đúng vì

$$\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AK} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) + \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}) = \overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) = \overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}.$$

$$\text{Do đó } |\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AK}| = \left| \frac{3}{2}\overrightarrow{AC} \right| = \frac{3}{2}AC = \frac{3}{2}\sqrt{4a^2 + a^2} = \frac{3a\sqrt{5}}{2}.$$

Câu 21: Cho tam giác ABC đều cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm của BC và G là trọng tâm tam giác ABC .

a) $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM}.$

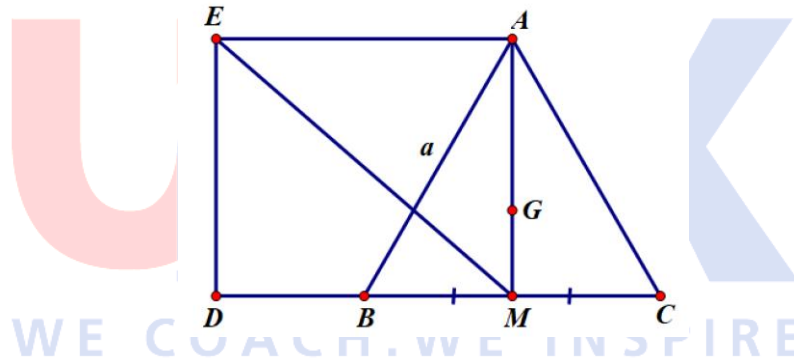
b) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}.$

c) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a\sqrt{3}.$

d) $|\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}| = \frac{a\sqrt{7}}{2}.$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------



a) Đúng vì

$$G \text{ là trọng tâm tam giác } ABC \text{ nên } \overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM}.$$

b) Sai vì

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MA} + (\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}) = \overrightarrow{MA} + \vec{0} = \overrightarrow{MA}.$$

c) Đúng vì

$$|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |2\overrightarrow{AM}| = 2AM = 2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}.$$

d) Đúng vì

$$\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 2(\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}) = \overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + \vec{0} = \overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}.$$

Gọi D là điểm đối xứng với M qua B và dựng hình chữ nhật $AMDE$.

Khi đó $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{ME}.$

$$\text{Do đó } |\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{ME}| = ME = \sqrt{AM^2 + AE^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} + a^2} = \frac{a\sqrt{7}}{2}.$$



Câu 22: Cho hình bình hành $ABCD$ và các điểm M, N, P thoả mãn

$$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AN} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AP} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}.$$

a) $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{6}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD})$

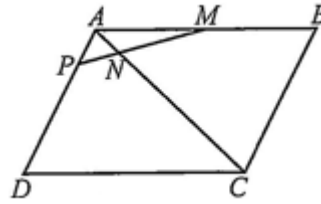
b) $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AD}.$

c) $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

d) Ba điểm M, N, P thẳng hàng.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------



Ta có: $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{6}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD})$. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AM} = \frac{1}{6}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AD}.$

$$\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{AP} - \overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AD} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$$

Ta có: $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{6}(\overrightarrow{AD} - 2\overrightarrow{AB}) = \frac{1}{6} \cdot 4 \cdot \frac{1}{4}(\overrightarrow{AD} - 2\overrightarrow{AB}) = \frac{2}{3}\overrightarrow{MP}.$

Suy ra $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MP}$ cùng phương.

Vậy ba điểm M, N, P thẳng hàng.

Câu 23: Cho tam giác ABC đều có đường cao AH và trọng tâm G . Biết rằng $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}| = 2$.

a) $AB = BC = AC = 2$.

b) $|\overrightarrow{AH} - \overrightarrow{AB}| = \sqrt{3}$.

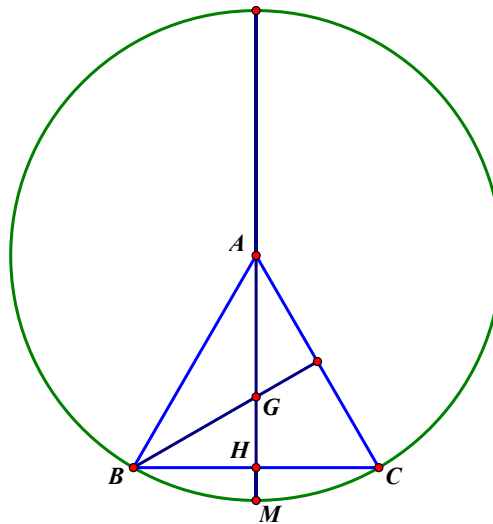
c) $|\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}| = \frac{3\sqrt{3}}{4}$.

d) Nếu điểm M thoả $|\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{BM}| = |\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{MB}|$ thì giá trị nhỏ nhất của GM bằng $\frac{6-\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

Ta có $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}| = 2 \Leftrightarrow |\overrightarrow{AC}| = AC = 2 \Rightarrow$ a) Đúng.



$$|\overrightarrow{AH} - \overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BH}| = \frac{BC}{2} = 1 \Rightarrow \text{b) Sai.}$$

$$|\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}| = 2|\overrightarrow{GH}| = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \text{c) Sai.}$$

$$|\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{BM}| = |\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{MB}| \Leftrightarrow |\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM}| \Leftrightarrow AB = AM.$$

Suy ra M thuộc đường tròn tâm A bán kính $R = AB$.

$$\text{Khi đó } GM_{\min} = R - AG = 2 - \frac{2}{3} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{2} = 2 - \frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{6 - 2\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \text{d) Sai.}$$

Câu 24: Cho $\triangle ABC$, trọng tâm G . Trên cạnh AB kéo dài lấy điểm I sao cho B là trung điểm IA . Trên cạnh AC lấy điểm J sao cho $AJ = \frac{2}{5} AC$.

a) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{IB}$.

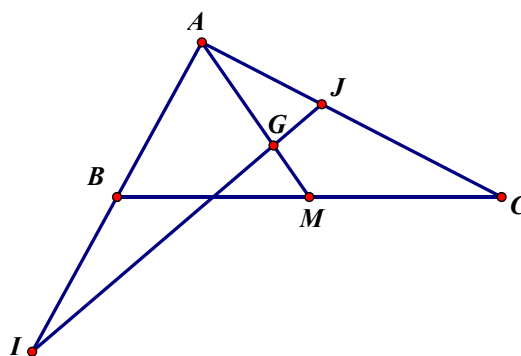
b) $\overrightarrow{IJ} = -2\overrightarrow{AB} + \frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$.

c) $\overrightarrow{IG} = \frac{-5}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

d) 3 điểm I, G, J thẳng hàng.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------



• Vì B là trung điểm của AI nên ta có: $\overrightarrow{AI} = 2\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BI}$.
Suy ra a) sai.

• Vì $\overrightarrow{AJ}, \overrightarrow{AC}$ cùng hướng và $AJ = \frac{2}{5} AC$ nên $\overrightarrow{AJ} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$.



Ta có: $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{AJ} - \overrightarrow{AI} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AB}$. Suy ra b) đúng.

• Gọi M là trung điểm của BC . Khi đó $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

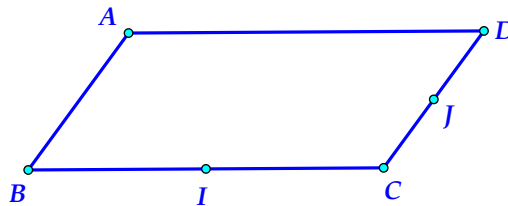
Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

Ta có $\overrightarrow{IG} = \overrightarrow{AG} - \overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} - \frac{5}{3}\overrightarrow{AB}$. Suy ra c) đúng.

• Từ những kết quả trên ta có: $5\overrightarrow{IJ} = 6\overrightarrow{IG} (= 2\overrightarrow{AC} - 10\overrightarrow{AB})$ hay $\overrightarrow{IG} = \frac{5}{6}\overrightarrow{IJ}$.

Do đó 3 điểm I, G, J thẳng hàng. Suy ra d) đúng.

Câu 25: Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm BC và CD .



a) $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

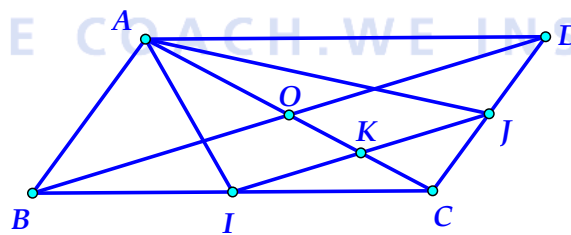
b) $\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{IJ}$.

c) $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AJ} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$.

d) $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AD}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------



a) **Đúng.** Theo quy tắc hình bình hành: $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

b) **Đúng.** Vì IJ là đường trung bình của tam giác BCD nên $\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{IJ}$.

c) **Đúng.** $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AJ} = 2\overrightarrow{AK} = 2 \cdot \frac{3}{4}\overrightarrow{AC} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$.

d) **Sai.** $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$.

Câu 26: Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi M là trung của BC .

a) $\overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{BC}$.

b) $\overrightarrow{AD} = -\overrightarrow{CB}$.

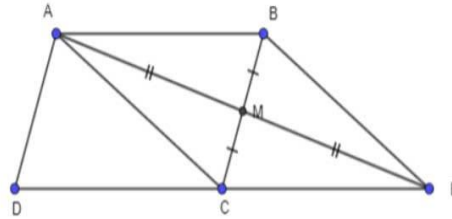
c) $\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BM}$



d) $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BM}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------



a) Đúng.

b) Đúng.

c) Sai.

d) Sai.

Gọi E là điểm đối xứng với A qua M. Khi đó ABEC là hình bình hành.

Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AE}$ (quy tắc hình bình hành)

Mà $\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{AM}$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{2}$$

Ta lại có: $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ (quy tắc hình bình hành)

$$\overrightarrow{AM} = \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}}{2} = \frac{2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}}{2} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$$

Câu 27: Cho tam giác ABC . Gọi M là trung điểm của BC , G là trọng tâm của tam giác ABC và N là điểm đối xứng với G qua M .

a) $\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{CM}$.

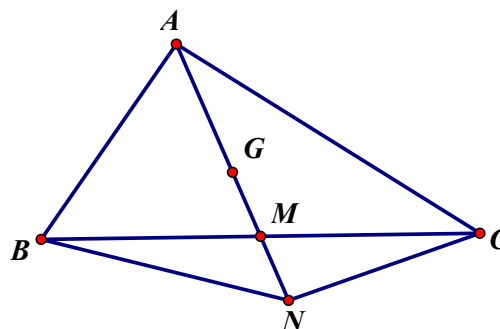
b) $\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{CG}$.

c) $\overrightarrow{MN} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{MA}$.

d) $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
--------	--------	---------	--------



a) Sai.

Vì M là trung điểm của BC và hai vector $\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{CM}$ ngược hướng nên ta có $\overrightarrow{BC} = -2\overrightarrow{CM}$.



b) Sai.

Tứ giác $BNCG$ có $\begin{cases} MG = MN \\ MB = MC \end{cases}$ nên tứ giác $BNCG$ là hình bình hành.

Suy ra $\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{GC}$.

c) Đúng.

Vì G là trọng tâm của tam giác ABC nên $\overrightarrow{MG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{MA}$.

Vì M là trung điểm của GN nên $\overrightarrow{MN} = -\overrightarrow{MG}$.

Suy ra $\overrightarrow{MN} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{MA}$

d) Sai.

Vì M là trung điểm của GN nên $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{GM}$.

Vì G là trọng tâm của tam giác ABC nên $\overrightarrow{GM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AM}$.

Vì M là trung điểm của BC nên $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

Suy ra $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$.

Câu 28: Cho tứ giác $ABCD$ có M là trung điểm cạnh AB . Gọi G là trọng tâm tam giác BCD .

a) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$.

b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{GA}$.

c) Nếu điểm N là trung điểm cạnh CD , thì $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{MN}$.

d) Độ dài đoạn thẳng $MN = 1$ (với N là trung điểm cạnh CD). Khi đó $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}| = 4$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Đúng.

Theo bài ra: M là trung điểm cạnh AB , nên $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$ là mệnh đề đúng.

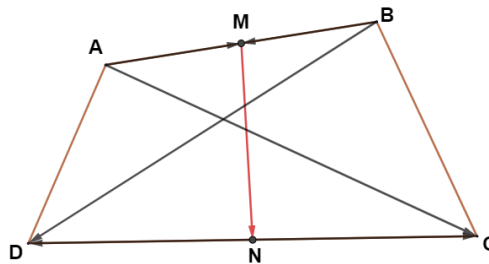
b) Sai.

Theo bài ra: G là trọng tâm tam giác BCD , nên phát biểu đúng phải là:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}.$$

c) Đúng.

Ta có M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD suy ra: $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} = \vec{0}; \overrightarrow{NC} + \overrightarrow{ND} = \vec{0}$.



Suy ra:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} &= (\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NC}) + (\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{ND}) \\ &= 2\overrightarrow{MN} + (\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM}) + (\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{ND}) = 2\overrightarrow{MN}. \end{aligned}$$



d) Sai.

Theo chứng minh ở câu c) ta có: $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{MN}$. Suy ra: $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}| = |2\overrightarrow{MN}| = 2|\overrightarrow{MN}| = 2$.

Câu 29: Cho tam giác ABC có G là trọng tâm. Gọi D là điểm đối xứng của B qua G , M là trung điểm của BC .

a) $\overrightarrow{MD} = \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GD}$

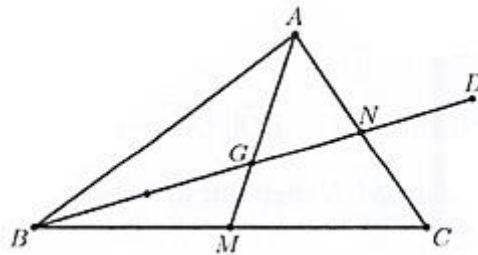
b) $\overrightarrow{AG} = 2\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

c) $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BN}$

d) $\overrightarrow{MD} = -\frac{5}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------



a) Đúng.

Theo quy tắc 3 điểm $\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{MD}$

b) Sai.

Ta có: $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

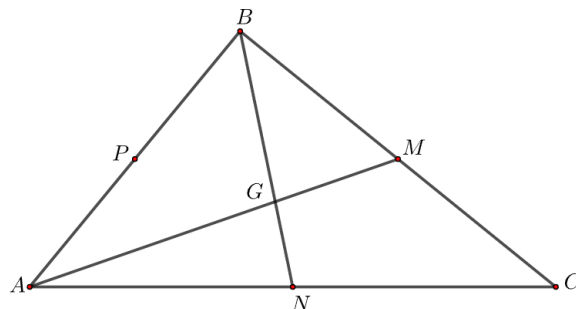
c) Sai.

Ta có: $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \frac{4}{3}\overrightarrow{BN}$

d) Đúng.

Ta có: $\overrightarrow{MD} = \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GD} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AM} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BN} = -\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) + \frac{2}{3}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AN})$
 $= -\frac{1}{6}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{6}\overrightarrow{AC} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = -\frac{5}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$.

Câu 30: Cho tam giác ABC có M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Gọi G là giao điểm của AM và BN .



a) $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

b) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.



c) $|\overrightarrow{AG}| = 3MG$.

d) $\overrightarrow{AP} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{NA}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Đúng.

Vì M là trung điểm của BC nên $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

b) Đúng.

AM, BN là hai trung tuyến của $\triangle ABC$ và G là giao điểm của AM, BN nên G là trọng tâm của $\triangle ABC$ suy ra $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

c) Sai.

Ta có $\overrightarrow{AG} = -2\overrightarrow{MG} \Rightarrow |\overrightarrow{AG}| = |-2\overrightarrow{MG}| = 2MG$.

d) Sai.

$\overrightarrow{AP} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AN}$.

Câu 31: Cho tam giác ABC , có trọng tâm G . Gọi D là trung điểm của cạnh BC . Lấy A' là điểm đối xứng của A qua G .

a) $\frac{DA'}{DA} = \frac{2}{3}$.

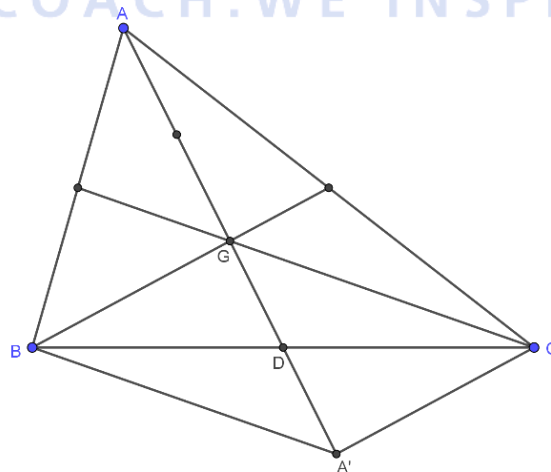
b) $\overrightarrow{AD} = -3\overrightarrow{A'D}$.

c) $\overrightarrow{GA'} = 2\overrightarrow{GB} - \overrightarrow{GC}$.

d) $\overrightarrow{GA'} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
--------	---------	--------	--------



a) Sai

A' là điểm đối xứng với A qua G nên $AG = GA'$

G là trọng tâm của $\triangle ABC$ nên $DG = \frac{1}{2}AG$ và $\frac{DG}{DA} = \frac{1}{3}$.

$\Rightarrow DG = \frac{1}{2}GA' \Rightarrow DG = DA'$



Vậy $\frac{DA'}{DA} = \frac{1}{3}$.

b) Đúng

Theo câu a ta có $\frac{DA'}{DA} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow DA = 3DA' \Rightarrow \overrightarrow{AD} = -3\overrightarrow{A'D}$

c) Sai

Ta có tứ giác $BGCA'$ là hình bình hành (vì $DG = DA'$ và $DB = DC$) nên $\overrightarrow{GA'} = \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}$

d) Sai

Ta có $\overrightarrow{GA'} = \overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD} = \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} \right) = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

Câu 32: Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi M là trung điểm của AB , điểm N thỏa $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AC}$ và điểm

P thỏa $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$.

a) $\overrightarrow{AC} = 2(\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AP})$.

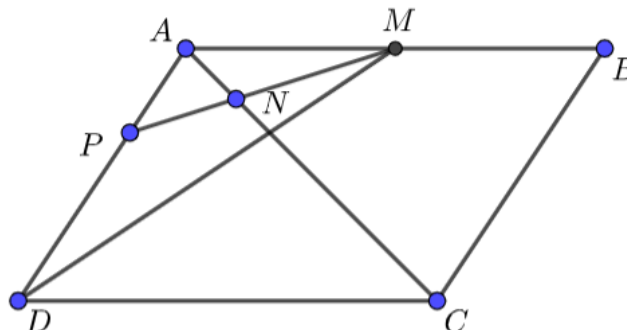
b) $\overrightarrow{MD} = \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CD}$.

c) $10\overrightarrow{MN} = -3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AD}$.

d) 3 điểm M, N, P thẳng hàng.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------



a) Sai.

Ta có $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AM} + 3\overrightarrow{AP}$.

b) Đúng.

Ta có $\overrightarrow{MD} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CD}$.

c) Đúng.

Ta có

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AN} = \frac{-1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{5}\overrightarrow{AC}$$

$$= \frac{-1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{5}\overrightarrow{BC}$$

$$= \frac{-3}{10}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{5}\overrightarrow{AD}$$

Suy ra $10\overrightarrow{MN} = -3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AD}$.



d) Đúng.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AP} = \frac{-1}{2} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3} \overrightarrow{AD},$$

$$\text{mà } \overrightarrow{MN} = \frac{-3}{10} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{5} \overrightarrow{AD}$$

$$\text{nên } \overrightarrow{MN} = \frac{3}{5} \overrightarrow{MP}, \text{ do đó } M, N, P \text{ thẳng hàng.}$$

Câu 33: Cho tam giác $\triangle ABC$ nhọn với trọng tâm G và trực tâm H . Gọi I là trung điểm của AH , J là trung điểm của BC , và K là điểm đối xứng của G qua J .

a) Điểm I nằm trên đường trung bình của tam giác $\triangle ABC$.

b) Véc tơ $\overrightarrow{AB}$ có thể được biểu diễn theo $\overrightarrow{IG}$ và $\overrightarrow{HK}$.

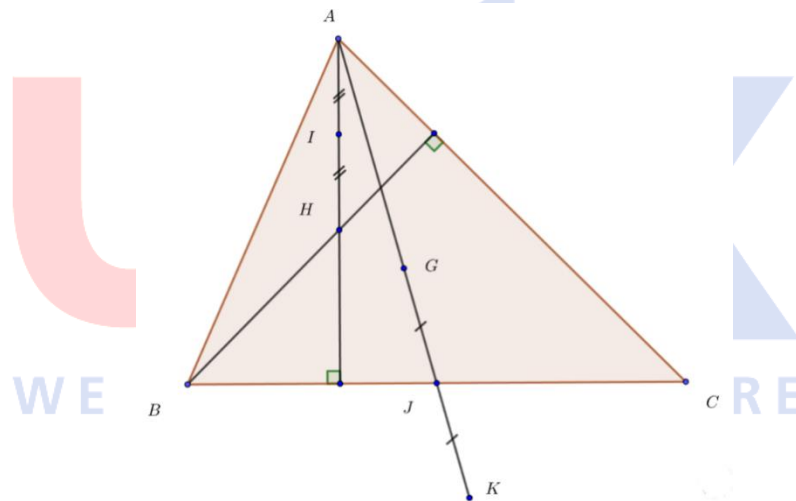
c) Véc tơ $\overrightarrow{GK}$ có thể được biểu diễn theo $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ qua biểu thức. $\overrightarrow{GK} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3} \overrightarrow{AC}$

d) Gọi N là điểm thuộc đoạn thẳng BG thỏa mãn $BG = 4NG$ thì ba đường thẳng AB , JN , CG đồng quy.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

a) Sai.



Vì I là trung điểm của AH với H là trực tâm của tam giác $\triangle ABC$ do đó I không thể nằm trên bất kì đường trung bình nào của tam giác $\triangle ABC$

b) Sai.

Vì I là trung điểm của AH .

Có G là trọng tâm của tam giác $\triangle ABC$. Suy ra: $AG = 2GJ = GK$ hay G là trung điểm AK .

Suy ra IG là đường trung bình của tam giác $\triangle AHK$

Suy ra $IG \parallel HK$,

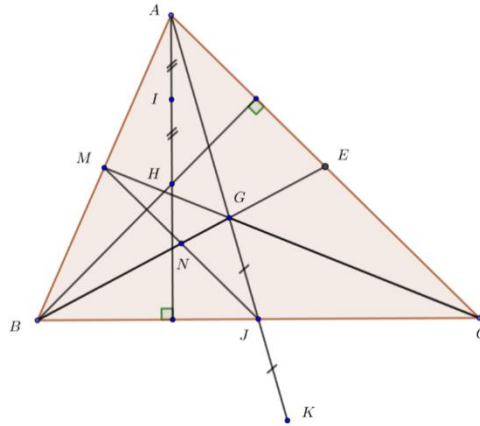
Vậy hai vectơ $\overrightarrow{IG}$ và $\overrightarrow{HK}$ cùng phương.

Ta lại có $\overrightarrow{AB}$ không cùng phương với $\overrightarrow{IG}$, vậy $\overrightarrow{AB}$ không thể biểu diễn được qua hai vectơ $\overrightarrow{IG}$ và $\overrightarrow{HK}$.

c) Đúng.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{GK} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AJ} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{3} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3} \overrightarrow{AC}$$

d) Đúng.



Ta có G là trọng tâm của tam giác $\triangle ABC$ suy ra CG đi qua trung điểm M của cạnh AB

Ta có JM là đường trung bình của tam giác $\triangle ABC$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{JM} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$$

$$\text{Có } \overrightarrow{JN} = \overrightarrow{JB} + \overrightarrow{BN} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{BC} + \frac{3}{4}\overrightarrow{BG} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{BC} + \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3}\overrightarrow{BE} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{BC} + \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC})$$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{JN} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{4}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{4}\overrightarrow{BC} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC}) = -\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$$

$$\text{Vậy } \overrightarrow{JN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{JM} \text{ hay } M \text{ thuộc đường thẳng } JN$$

Suy ra ba đường thẳng AB , JN , CG đồng quy tại M

Câu 34: Cho hình bình hành $ABCD$ và điểm M là trung điểm cạnh AB , các điểm N, P, R, S thỏa mãn

$$\overrightarrow{AN} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AP} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}, 3\overrightarrow{AR} + \overrightarrow{AD} = \vec{0}, 3\overrightarrow{BS} = 2\overrightarrow{BD}.$$

$$\text{a) } \overrightarrow{AN} = \frac{1}{6}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}).$$

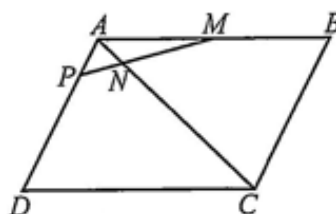
$$\text{b) } \overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AD}.$$

c) Ba điểm M, N, P thẳng hàng.

d) Ba đường thẳng AC, RS, MP đồng quy.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------



a) Đúng

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AN} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{6}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}).$$

b) Sai

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AM} = \frac{1}{6}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = \frac{-1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AD}$$

c) Đúng



$$\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{AP} - \overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AD} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{MN} = \frac{1}{6}(\overrightarrow{AD} - 2\overrightarrow{AB}) = \frac{1}{6} \cdot 4 \cdot \frac{1}{4}(\overrightarrow{AD} - 2\overrightarrow{AB}) = \frac{2}{3}\overrightarrow{MP}.$$

Suy ra $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MP}$ cùng phương.

Vậy ba điểm M, N, P thẳng hàng.

d) Đúng

$$\text{Ta có } \overrightarrow{RN} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AR} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} = \frac{1}{6}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$$

$$\overrightarrow{RS} = \overrightarrow{AS} - \overrightarrow{AR} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BS} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$$

$$= \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}) + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} = 2\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AB}\right) = 2\overrightarrow{RN}$$

Vậy ba điểm R, N, S thẳng hàng. Suy ra Ba đường thẳng AC, RS, MP đồng quy.

Câu 35: Cho tam giác $\triangle ABC$ có các điểm M, N, P lần lượt thuộc các cạnh AB, AC, BC sao cho

$$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{MB}, \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{NC}, \overrightarrow{BP} = -2\overrightarrow{PC}.$$

a) N là trung điểm của AC .

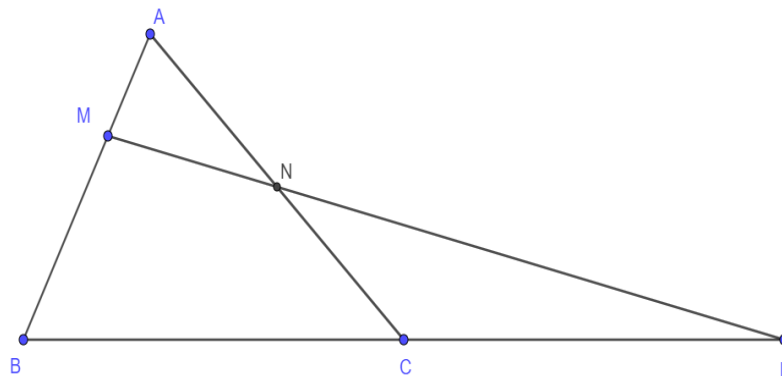
$$\text{b) } \overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}.$$

$$\text{c) } \overrightarrow{MP} = 2\overrightarrow{AC} + \frac{4}{3}\overrightarrow{AB}.$$

d) Ba điểm M, N, P thẳng hàng.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------



a) Đúng

Ta có $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{NC}$ suy ra N ở giữa AC và $AN = NC$ nên N là trung điểm của AC

b) Đúng

Ta có

$$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{MB} \Rightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{NC} \Rightarrow \overrightarrow{AN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$$

c) Sai



Ta có $\overrightarrow{BP} = -2\overrightarrow{PC} \Rightarrow \overrightarrow{BP} = 2\overrightarrow{BC}$

$$\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BP} = \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{BC} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AC} - \frac{4}{3}\overrightarrow{AB}$$

d) Đúng

Ta có

$$\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow 6\overrightarrow{MN} = 3\overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{MP} = 2\overrightarrow{AC} - \frac{4}{3}\overrightarrow{AB} = \frac{2}{3}(3\overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AB}) = \frac{2}{3}6\overrightarrow{MN} = 4\overrightarrow{MN}$$

Suy ra ba điểm M, N, P thẳng hàng.

Câu 36: Cho hình bình hành $ABCD$ với M là trung điểm của cạnh AB . Các điểm N, P là các điểm thỏa mãn $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$.

a) $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{6}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD})$.

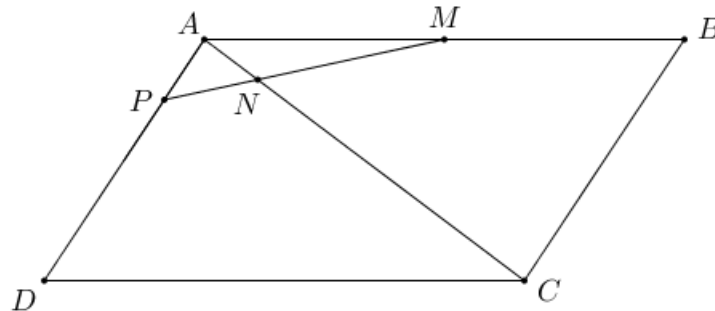
b) $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AD}$.

c) Ba đường thẳng AN , BM , DP đồng quy.

d) Ba điểm M, N, P thẳng hàng.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------



a) Đúng.

Ta có: $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{6}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD})$.

b) Sai.

Ta có: $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AM} = \frac{1}{6}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AD}$.

c) Đúng.

Theo hình vẽ ta thấy ba đường thẳng AN , BM , DP cùng đi qua điểm A .

Vậy ba đường thẳng AN , BM , DP đồng quy.

d) Đúng.

Ta có: $\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{AP} - \overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AD} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ hay $4\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{AD} - 2\overrightarrow{AB}$ (1).

Mặt khác: $\overrightarrow{MN} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AD}$ hay $6\overrightarrow{MN} = -2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ (2).



Từ (1) và (2) suy ra: $4\overrightarrow{MP} = 6\overrightarrow{MN} \Leftrightarrow \overrightarrow{MN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{MP}$.

Khi đó hai vectơ $\overrightarrow{MN}$, $\overrightarrow{MP}$ cùng phương.

Do đó ba điểm M, N, P thẳng hàng.

Câu 37: Cho tam giác ABC . Gọi điểm I thuộc cạnh AC thỏa mãn $IC = \frac{1}{4}AC$, điểm K thỏa mãn

$$2\overrightarrow{KB} + 3\overrightarrow{KC} = \vec{0}; J \text{ là giao điểm của } AK \text{ và } BI.$$

a) Điểm K thuộc cạnh BC và $BK = \frac{3}{5}BC$.

b) $\overrightarrow{AK} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{AC}$.

c) Gọi $a, b \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $\overrightarrow{BI} = a\overrightarrow{BA} + b\overrightarrow{BC}$. Khi đó $b - a = \frac{1}{4}$.

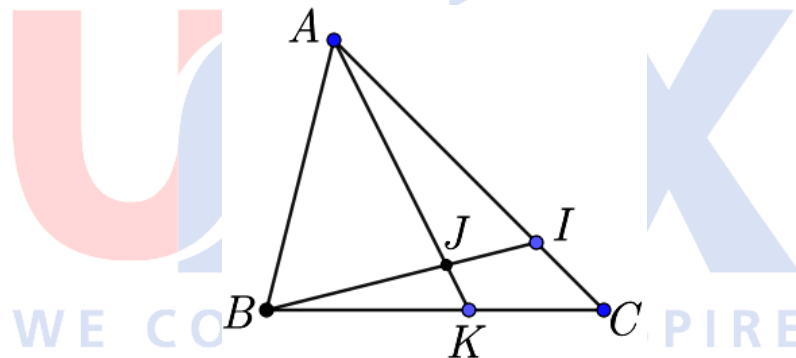
d) Gọi M là điểm nằm trên cạnh AB sao cho ba đường thẳng AK, BI, CM đồng quy. Biết

$$\overrightarrow{MA} = \frac{m}{n}\overrightarrow{AB} \text{ (với } m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}^*, \frac{m}{n} \text{ là phân số tối giản). Khi đó } m + 2n = 8.$$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Đúng



$$\text{Có } 2\overrightarrow{KB} + 3\overrightarrow{KC} = \vec{0} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{KB} + 3(\overrightarrow{KB} + \overrightarrow{BC}) = \vec{0} \Leftrightarrow 5\overrightarrow{KB} + 3\overrightarrow{BC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{BK} = \frac{3}{5}\overrightarrow{BC}.$$

Suy ra K thuộc cạnh BC và $BK = \frac{3}{5}BC$.

b) Đúng

$$\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BK} = \overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{AC}.$$

c) Sai

$$\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AI} = \overrightarrow{BA} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BA} + \frac{3}{4}(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA}) = \frac{1}{4}\overrightarrow{BA} + \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}.$$

Do hai vectơ $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}$ không cùng phương nên đồng nhất hệ số ta được $a = \frac{1}{4}, b = \frac{3}{4}$.

$$\Rightarrow b - a = \frac{1}{2}.$$

d) Đúng

$$\overrightarrow{BI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BA} + \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}.$$



Gọi $\overrightarrow{AJ} = x\overrightarrow{AK}$, ($0 < x < 1$).

$$\text{Có } \overrightarrow{BJ} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AJ} = \overrightarrow{BA} + x\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{BA} + x(\overrightarrow{BK} - \overrightarrow{BA}) = (1-x)\overrightarrow{BA} + x\overrightarrow{BK} = (1-x)\overrightarrow{BA} + \frac{3x}{5}\overrightarrow{BC}.$$

Do 3 điểm B, J, I thẳng hàng nên $\overrightarrow{BI}$ cùng phương với $\overrightarrow{BJ}$.

$$\text{Suy ra } \frac{1-x}{\frac{1}{4}} = \frac{\frac{3x}{5}}{\frac{3}{4}} \Leftrightarrow x = \frac{5}{6}.$$

Để ba đường thẳng AK, BI, CM đồng quy thì ba điểm M, J, C thẳng hàng, nghĩa là $\overrightarrow{CM}$ cùng phương với $\overrightarrow{CJ}$.

Gọi $\overrightarrow{AM} = t.\overrightarrow{AB}$, $0 < t < 1$.

$$\text{Có } \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{CA} + t.\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CA} + t.(\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}) = (1-t)\overrightarrow{CA} + t\overrightarrow{CB}.$$

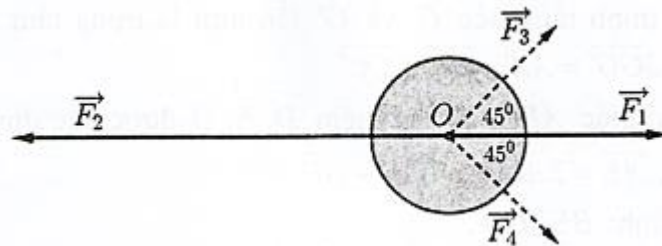
Lại có

$$\overrightarrow{CJ} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AJ} = \overrightarrow{CA} + \frac{5}{6}\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{CA} + \frac{5}{6}(\overrightarrow{CK} - \overrightarrow{CA}) = \frac{1}{6}\overrightarrow{CA} + \frac{5}{6}\overrightarrow{CK} = \frac{1}{6}\overrightarrow{CA} + \frac{5}{6}.\frac{2}{5}\overrightarrow{CB} = \frac{1}{6}\overrightarrow{CA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{CB}.$$

$$\text{Từ đó ta có } \frac{1-t}{\frac{1}{6}} = \frac{t}{\frac{1}{3}} \Leftrightarrow t = \frac{2}{3}.$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} = \frac{-2}{3}\overrightarrow{AB} \Rightarrow \begin{cases} m = -2 \\ n = 3 \end{cases} \Rightarrow m + 4n = 10.$$

Câu 38: Một vật đang ở vị trí O chịu hai lực tác dụng ngược chiều nhau là $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$, trong đó độ lớn lực $\vec{F}_2$ lớn gấp đôi độ lớn lực $\vec{F}_1$. Người ta muốn vật dừng lại nên cần tác dụng vào vật hai lực $\vec{F}_3, \vec{F}_4$ có phương hợp với lực $\vec{F}_1$ các góc 45° như hình vẽ, chúng có độ lớn bằng nhau và bằng 20 N .



a) $\vec{F}_2 = 2\vec{F}_1$.

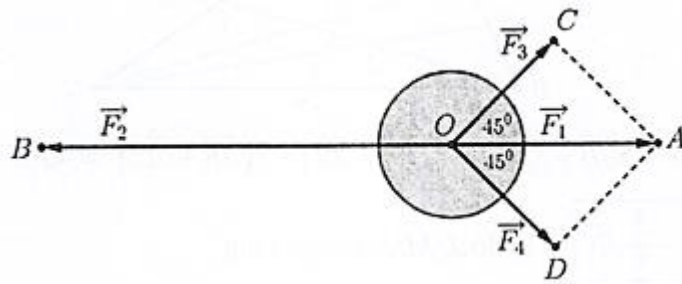
b) $\vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{F}_1$

c) $|\vec{F}_1| = 20\text{ N}$

d) $|\vec{F}_1| + |\vec{F}_2| = 60\sqrt{2}\text{ N}.$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------



a) Sai vì Ta có: $\vec{F}_2 = -2\vec{F}_1$.

b) **Đúng.** Để vật trở về trạng thái cân bằng thì hợp lực bằng $\vec{0}$.
 $\Leftrightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{F}_1 - 2\vec{F}_1 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{F}_1$.

c) Sai Đặt $\vec{F}_1 = \vec{OA}, \vec{F}_2 = \vec{OB}, \vec{F}_3 = \vec{OC}, \vec{F}_4 = \vec{OD}$.

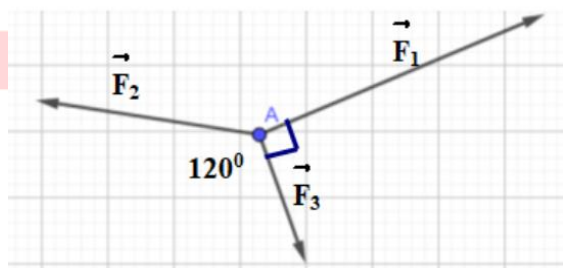
Ta có: $\vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{F}_1 \Leftrightarrow \vec{OC} + \vec{OD} = \vec{OA}$. Do đó $OCAD$ là hình bình hành.

Mặt khác: $OC = OD = 20$ và $COD = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$ nên $OCAD$ là hình vuông. Khi đó:
 $|\vec{F}_1| = OA = 20\sqrt{2} N$.

d) **Đúng** $|\vec{F}_1| = OA = 20\sqrt{2} N, |\vec{F}_2| = 2|\vec{F}_1| = 40\sqrt{2} N$.

$|\vec{F}_1| + |\vec{F}_2| = 60\sqrt{2} N$.

Câu 39: Chất điểm A đang chuyển động, khi tác động vật lí bằng 3 lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ như hình bên thì vật đó đứng yên. Coi ma sát không đáng kể và lực ngoại cảnh không ảnh hưởng gì đến chất điểm A . Biết $\vec{F}_3$ có độ lớn bằng $30 N$, tính độ lớn các lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$



a) $|\vec{F}_1| = 10\sqrt{3}$.

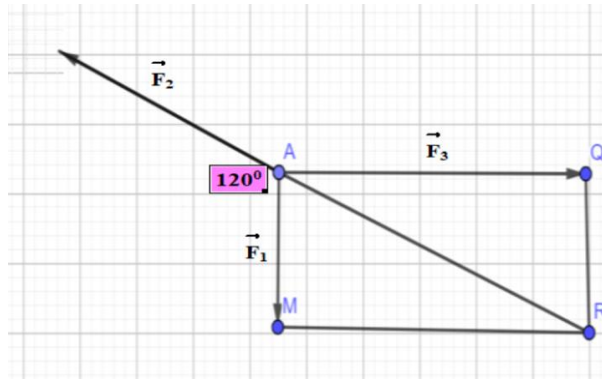
b) $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}_3$

c) $|\vec{F}_2| = 10\sqrt{3}$.

d) $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2|$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------



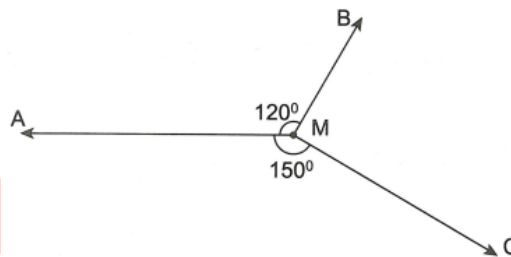
Ta gọi $\vec{F}_1 + \vec{F}_3 = \vec{F}_4$

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_3 = -\vec{F}_2 \Leftrightarrow \vec{F}_4 = -\vec{F}_2 \Leftrightarrow |\vec{F}_4| = |-\vec{F}_2|$$

Ta có: $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_3| \cdot \tan 30^\circ = 30 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = 10\sqrt{3} \text{ N}$

$$|\vec{F}_2| = |\vec{F}_4| = \sqrt{|\vec{F}_1|^2 + |\vec{F}_3|^2} = \sqrt{30^2 + (10\sqrt{3})^2} = 20\sqrt{3} \text{ N}.$$

Câu 40: Cho ba lực $\vec{F}_1 = \vec{MA}$, $\vec{F}_2 = \vec{MB}$, $\vec{F}_3 = \vec{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên như hình vẽ. Biết cường độ của lực $\vec{F}_1$ là 50N , $\angle AMB = 120^\circ$, $\angle AMC = 150^\circ$. Cường độ của lực $\vec{F}_3$ là



a) $|\vec{F}_3| = 25\sqrt{3}$.

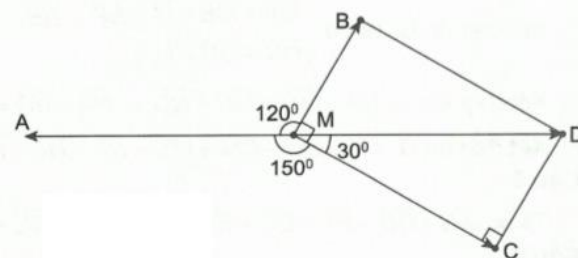
b) $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$

c) $|\vec{F}_2| = 25\sqrt{3}$.

d) $|\vec{F}_1| = 50$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------



Ta có $\angle AMB = 120^\circ$, $\angle AMC = 150^\circ \Rightarrow \angle BMC = 360^\circ - 120^\circ - 150^\circ = 90^\circ$

Vẽ hình chữ nhật $MCDB$, có $\angle CMD = 180^\circ - \angle AMC = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$

Vì vật đứng yên nên tổng hợp lực tác động vào vật bằng $\vec{0}$.



$$\cos CMD = \frac{MC}{MD} \Rightarrow MC = MD \cdot \cos 30^\circ = 50 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 25\sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy } |\vec{F}_3| = F_3 = MC = 25\sqrt{3}N.$$

$$\sin CMD = \frac{CD}{MD} \Rightarrow MB = CD = MD \cdot \sin 30^\circ = 50 \cdot \frac{1}{2} = 25$$

$$\text{Vậy } |\vec{F}_2| = F_2 = MB = 25N.$$

