



HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

BÀI 1. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC LƯỢNG GIÁC



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 1: ĐỔI ĐƠN VỊ ĐO GÓC

Câu 1: Góc có số đo 108° đổi ra radian là:

A. $\frac{3\pi}{5}$.

B. $\frac{\pi}{10}$.

C. $\frac{3\pi}{2}$.

D. $\frac{\pi}{4}$.

Lời giải

Ta có: $108^\circ = \frac{108^\circ \cdot \pi}{180^\circ} = \frac{3\pi}{5}$.

Câu 2: Nếu một cung tròn có số đo là a° thì số đo radian của nó là:

A. $180\pi a$.

B. $\frac{180\pi}{a}$.

C. $\frac{a\pi}{180}$.

D. $\frac{\pi}{180a}$.

Lời giải

Số đo radian của một cung tròn có số đo a° là $\frac{a\pi}{180}$.

Câu 3: Cho góc có số đo 405° , khi đổi góc này sang đơn vị radian ta được

A. $\frac{8\pi}{9}$.

B. $\frac{9\pi}{4}$.

C. $\frac{9}{4}$.

D. $\frac{9\pi}{8}$.

Lời giải

Khi đổi góc 405° sang đơn vị radian ta được $405 \times \frac{\pi}{180} = \frac{9\pi}{4}$.

Câu 4: Đổi số đo của góc 10 rad sang đơn vị độ, phút, giây ta được

A. $572^\circ 57' 28''$.

B. 1800° .

C. $\frac{\pi}{18}$.

D. $527^\circ 57' 28''$.

Lời giải

Tính được: $10 \text{ rad} = \frac{10}{\pi} \cdot 180^\circ \approx 572^\circ 57' 28''$.

Câu 5: Góc có số đo $-\frac{7\pi}{4}$ thì góc đó có số đo là



A. -315° .

B. -630° .

C. $-1^\circ 45'$.

D. -135° .

Lời giải

Góc có số đo $\frac{-7\pi}{4}$ thì góc đó có số đo là:

$$\frac{-7 \cdot 180^\circ}{4} = -315^\circ.$$

Câu 6: Số đo theo đơn vị radian của góc 405° là:

A. $\frac{9\pi}{4}$.

B. $\frac{7\pi}{4}$.

C. $\frac{5\pi}{4}$.

D. $\frac{4\pi}{7}$.

Lời giải

Ta có: $\frac{405^\circ}{108^\circ} = \frac{9}{4}$. Vậy 405° tương ứng với $\frac{9\pi}{4} (rad)$.

Câu 7: Góc 70° có số đo bằng radian là:

A. $\frac{18\pi}{7}$.

B. $\frac{7\pi}{18}$.

C. $\frac{9\pi}{7}$.

D. $\frac{7\pi}{9}$.

Lời giải

Góc a° có số đo bằng radian là $\frac{\pi \cdot a}{180}$

Suy ra góc 70° có số đo bằng radian là $\frac{\pi \cdot 70}{180} = \frac{7\pi}{18} (rad)$

Câu 8: Góc có số đo 120° đổi sang radian là

A. $\frac{3\pi}{2}$.

B. $\frac{2\pi}{3}$.

C. $\frac{\pi}{4}$.

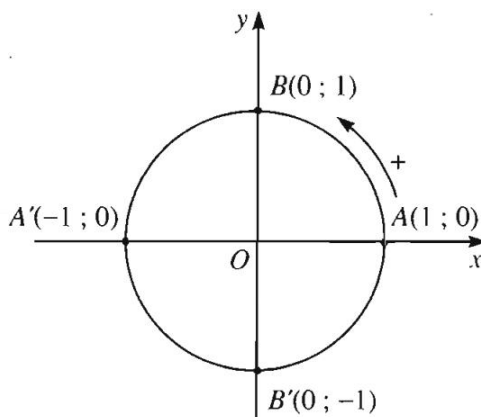
D. $\frac{\pi}{10}$.

Lời giải

Ta có 120° đổi sang radian là: $\frac{\pi}{180} \cdot 120 = \frac{2\pi}{3} \text{ rad}$

DẠNG 2: XÁC ĐỊNH GÓC LƯỢNG GIÁC

Câu 9: Trên đường tròn lượng giác



Trong các số đo được cho bên dưới, số đo nào là số đo của góc lượng giác (OA, OB') ?



A. $-\frac{\pi}{4}$.

B. $-\frac{\pi}{2}$.

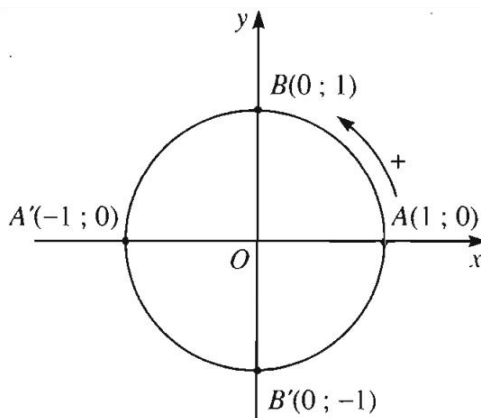
C. $\frac{\pi}{4}$.

D. $\frac{\pi}{2}$.

Lời giải

Từ hình vẽ ta có $(OA, OB') = -\frac{\pi}{2}$.

Câu 10: Trên đường tròn lượng giác



Trong các số đo được cho bên dưới, số đo nào là số đo của góc lượng giác (OA, OB') ?

A. $\frac{5\pi}{2}$.

B. $\frac{3\pi}{2}$.

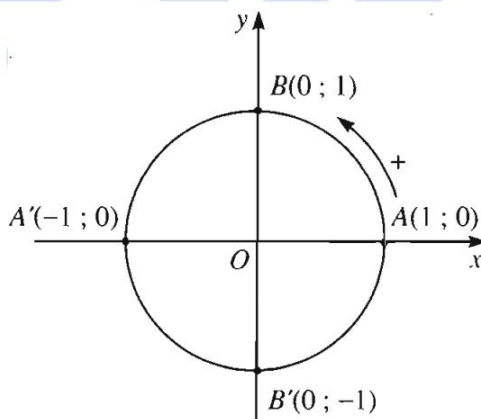
C. $-\frac{3\pi}{2}$.

D. $\frac{\pi}{2}$.

Lời giải

Từ hình vẽ ta có $(OA, OB') = \frac{3\pi}{2}$.

Câu 11: Trên đường tròn lượng giác



Trong các số đo được cho bên dưới, số đo nào là số đo của góc lượng giác (OA, OB) ?

A. $-\frac{\pi}{2}$.

B. $\frac{3\pi}{2}$.

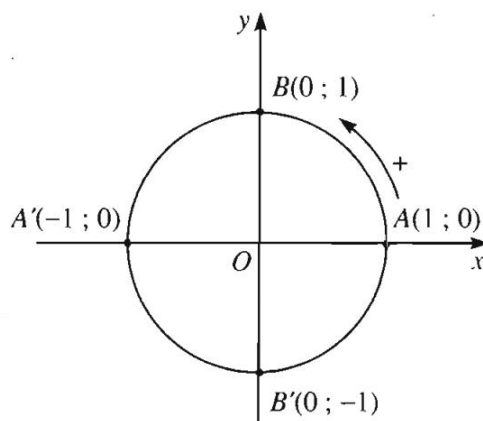
C. $\frac{3\pi}{4}$.

D. $\frac{\pi}{2}$.

Lời giải

Từ hình vẽ ta có $(OA, OB) = \frac{\pi}{2}$.

Câu 12: Trên đường tròn lượng giác



Trong các số đo được cho bên dưới, số đo nào là số đo của góc lượng giác (OA, OB) ?

A. $\frac{5\pi}{2}$.

B. $\frac{3\pi}{2}$.

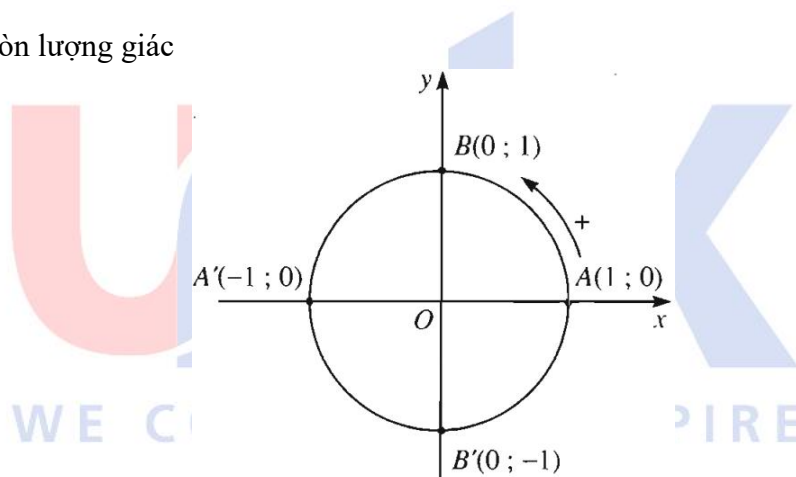
C. $-\frac{3\pi}{2}$.

D. $\frac{\pi}{2}$.

Lời giải

Từ hình vẽ ta có $(OA, OB) = -\frac{3\pi}{2}$.

Câu 13: Trên đường tròn lượng giác



Trong các số đo được cho bên dưới, số đo nào là số đo của góc lượng giác (OA, OA') ?

A. $-\pi$.

B. $\frac{3\pi}{2}$.

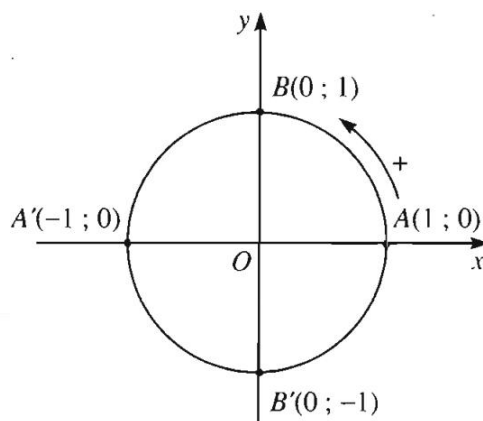
C. $-\frac{3\pi}{2}$.

D. $\frac{\pi}{2}$.

Lời giải

Từ hình vẽ ta có $(OA, OA') = -\pi$.

Câu 14: Trên đường tròn lượng giác



Trong các số đo được cho bên dưới, số đo nào là số đo của góc lượng giác (OA, OA') ?

A. π .

B. $\frac{3\pi}{2}$.

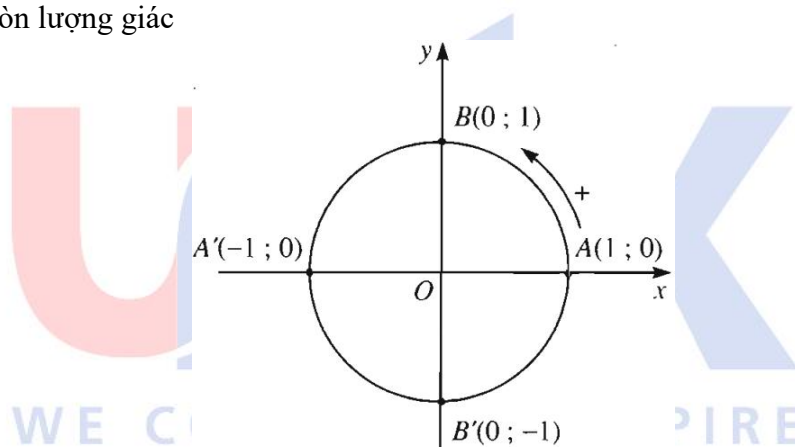
C. $-\frac{3\pi}{2}$.

D. $\frac{\pi}{2}$.

Lời giải

Từ hình vẽ ta có $(OA, OA') = \pi$.

Câu 15: Trên đường tròn lượng giác



Trong các số đo được cho bên dưới, số đo nào là số đo của góc lượng giác (OA, OB') ?

A. $-\frac{\pi}{4} + k2\pi$.

B. $-\frac{\pi}{2} + k2\pi$.

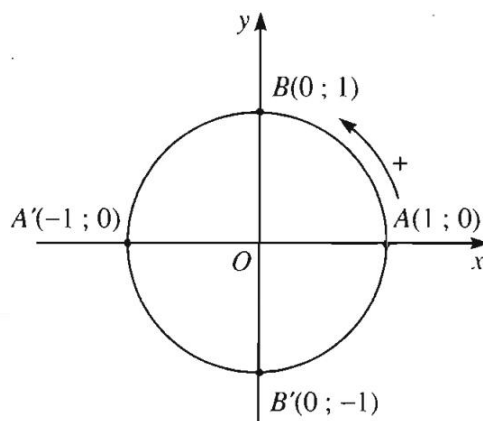
C. $\frac{\pi}{4} + k2\pi$.

D. $\frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Lời giải

Từ hình vẽ ta có số $(OA, OB') = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Câu 16: Trên đường tròn lượng giác



Trong các số đo được cho bên dưới, số đo nào là số đo của góc lượng giác (OA, OB') ?

A. $\frac{5\pi}{2} + k2\pi$.

B. $\frac{3\pi}{2} + k2\pi$.

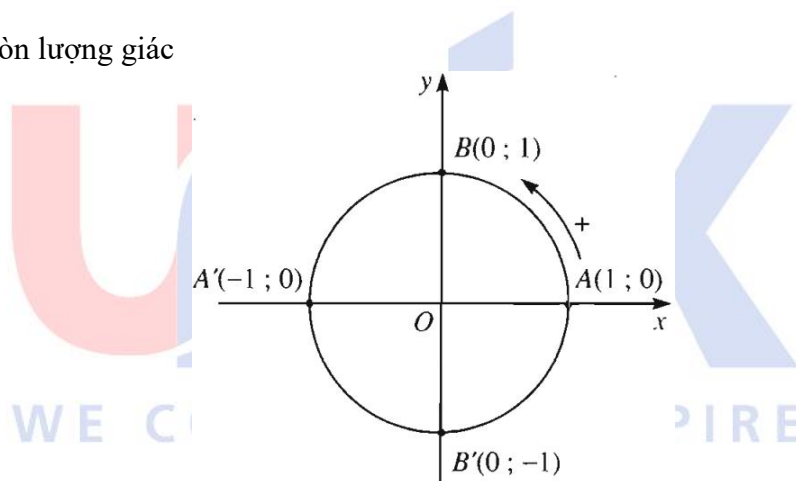
C. $-\frac{3\pi}{2} + k2\pi$.

D. $\frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Lời giải

Từ hình vẽ ta có số đo $(OA, OB') = \frac{3\pi}{2} + k2\pi$.

Câu 17: Trên đường tròn lượng giác



Trong các số đo được cho bên dưới, số đo nào là số đo của góc lượng giác (OA, OB) ?

A. $\frac{\pi}{2} + k\pi$.

B. $\frac{3\pi}{2} + k2\pi$.

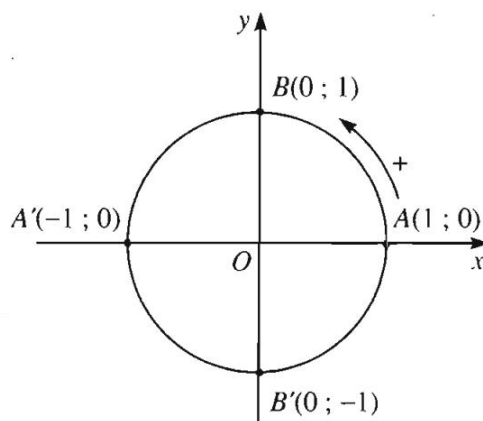
C. $\frac{3\pi}{4} + k2\pi$.

D. $\frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Lời giải

Từ hình vẽ ta có số đo $(OA, OB) = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Câu 18: Trên đường tròn lượng giác



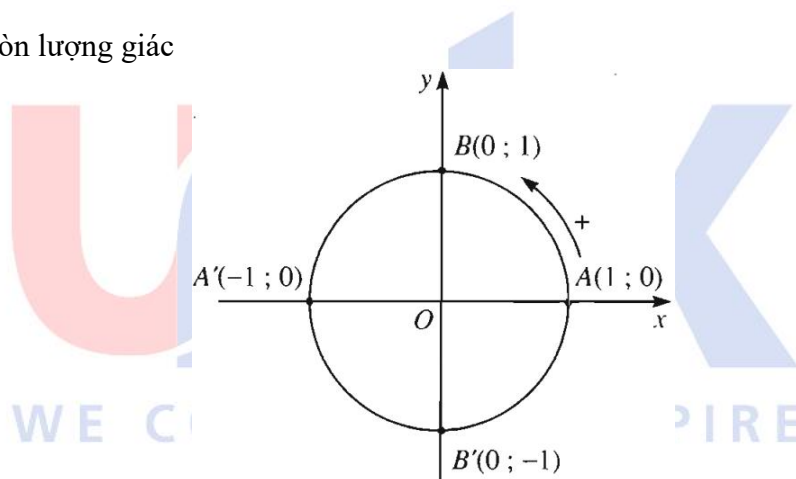
Trong các số đo được cho bên dưới, số đo nào là số đo của góc lượng giác (OA, OB) ?

- A. $-\frac{3\pi}{2} + k\pi$. B. $\frac{3\pi}{2} + k2\pi$. C. $-\frac{3\pi}{2} + k2\pi$. D. $\frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Lời giải

Từ hình vẽ ta có $sđ(OA, OB) = -\frac{3\pi}{2} + k2\pi$.

Câu 19: Trên đường tròn lượng giác



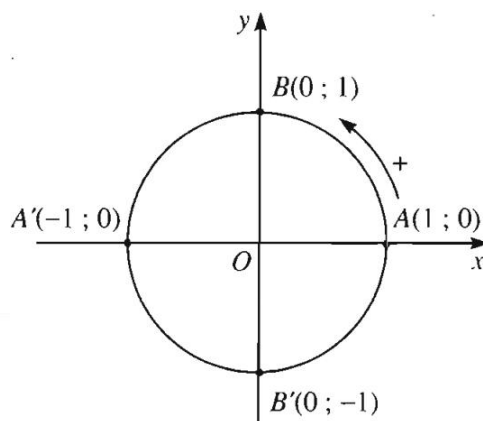
Trong các số đo được cho bên dưới, số đo nào là số đo của góc lượng giác (OA, OA') ?

- A. $-\pi + k2\pi$. B. $\frac{3\pi}{2} + k2\pi$. C. $-\pi + k\pi$. D. $\frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Lời giải

Từ hình vẽ ta có $sđ(OA, OA') = -\pi + k2\pi$.

Câu 20: Trên đường tròn lượng giác



Trong các số đo được cho bên dưới, số đo nào là số đo của góc lượng giác (OA, OA') ?

- A.** $\pi + k2\pi$. **B.** $\pi + k\pi$. **C.** $-\frac{\pi}{2} + k2\pi$. **D.** $\frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Lời giải

Từ hình vẽ ta có số đo $(OA, OA') = \pi + k2\pi$.

Câu 21: Trên đường tròn lượng giác, cho góc lượng giác có số đo $\frac{\pi}{2}$ (rad) thì mọi góc lượng giác có cùng tia đầu và tia cuối với góc lượng giác trên đều có số đo dạng nào trong các dạng sau?

- A.** $-\frac{\pi}{2} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $\frac{\pi}{2} + k\frac{\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z})$. **C.** $\frac{\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $\frac{\pi}{2} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Góc lượng giác có số đo $\frac{\pi}{2}$ (rad) thì mọi góc lượng giác có cùng tia đầu và tia cuối với góc lượng giác trên đều có số đo dạng $\frac{\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$

Câu 22: Trên đường tròn lượng giác, cho góc lượng giác có số đo π (rad) thì mọi góc lượng giác có cùng tia đầu và tia cuối với góc lượng giác trên đều có số đo dạng nào trong các dạng sau?

- A.** $\pi + k3\pi, (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $\pi + k\frac{\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z})$. **C.** $\pi + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $\pi + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Góc lượng giác có số đo π (rad) thì mọi góc lượng giác có cùng tia đầu và tia cuối với góc lượng giác trên đều có số đo dạng $\pi + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$

Câu 23: Trên đường tròn lượng giác, cho góc lượng giác có số đo $-\frac{\pi}{4}$ (rad) thì mọi góc lượng giác có cùng tia đầu và tia cuối với góc lượng giác trên đều có số đo dạng nào trong các dạng sau?

- A.** $\frac{\pi}{4} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $-\frac{\pi}{4} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$. **C.** $-\frac{\pi}{4} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $\frac{\pi}{4} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải



Góc lượng giác có số đo $-\frac{\pi}{4}$ (rad) thì mọi góc lượng giác có cùng tia đầu và tia cuối với góc lượng giác trên đều có số đo dạng $-\frac{\pi}{4} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$

Câu 24: Trên đường tròn lượng giác, cho góc lượng giác có số đo $\frac{3\pi}{2}$ (rad) thì mọi góc lượng giác có cùng tia đầu và tia cuối với góc lượng giác trên đều có số đo dạng nào trong các dạng sau?

- A. $\frac{3\pi}{2} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$. B. $-\frac{3\pi}{2} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.
 C. $-\frac{3\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$. D. $\frac{3\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Góc lượng giác có số đo $\frac{3\pi}{2}$ (rad) thì mọi góc lượng giác có cùng tia đầu và tia cuối với góc lượng giác trên đều có số đo dạng $\frac{3\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$

Câu 25: Trên đường tròn lượng giác, cho góc lượng giác có số đo $\frac{\pi}{2}$ (rad) thì mọi góc lượng giác có cùng tia đầu và tia cuối với góc lượng giác trên đều có số đo dạng nào trong các dạng sau?

- A. $-\frac{\pi}{2} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$. B. $\frac{\pi}{2} + k\frac{\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z})$.
 C. $-\frac{3\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$. D. $\frac{\pi}{2} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Góc lượng giác có số đo $\frac{\pi}{2}$ (rad) thì mọi góc lượng giác có cùng tia đầu và tia cuối với góc lượng giác trên đều có số đo dạng $-\frac{3\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$

Câu 26: Trên đường tròn lượng giác, cho góc lượng giác có số đo π (rad) thì mọi góc lượng giác có cùng tia đầu và tia cuối với góc lượng giác trên đều có số đo dạng nào trong các dạng sau?

- A. $-\pi + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$. B. $\pi + k\frac{\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z})$. C. $-\pi + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$. D. $\pi + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Góc lượng giác có số đo π (rad) thì mọi góc lượng giác có cùng tia đầu và tia cuối với góc lượng giác trên đều có số đo dạng $\pi + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$ hoặc $-\pi + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$

Câu 27: Trên đường tròn lượng giác, cho góc lượng giác có số đo $\frac{3\pi}{2}$ (rad) thì mọi góc lượng giác có cùng tia đầu và tia cuối với góc lượng giác trên đều có số đo dạng nào trong các dạng sau?

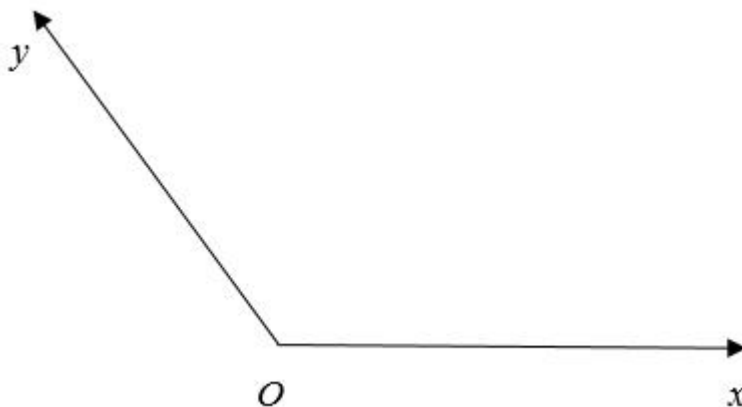
- A. $\frac{3\pi}{2} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$. B. $-\frac{3\pi}{2} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$. C. $-\frac{\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$. D. $-\frac{3\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.



Lời giải

Góc lượng giác có số đo $\frac{3\pi}{2}$ (rad) thì mọi góc lượng giác có cùng tia đầu và tia cuối với góc lượng giác trên đều có số đo dạng $\frac{3\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$ hoặc $-\frac{\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$

Câu 28: Cho góc lượng giác (Ox, Oy) có số đo bằng 120° . Hãy viết số đo của các góc lượng giác (Oy, Ox) .



A. 120° .

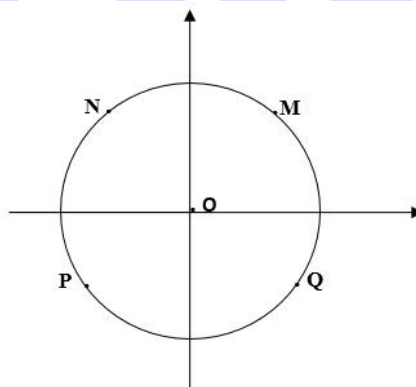
B. $240^\circ + k.360^\circ (k \in \mathbb{Z})$.

C. -240° .

D. $120^\circ + k.360^\circ (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Câu 29: Trên đường tròn lượng giác, điểm biểu diễn của cung $-\frac{\pi}{4}$ là



A. M.

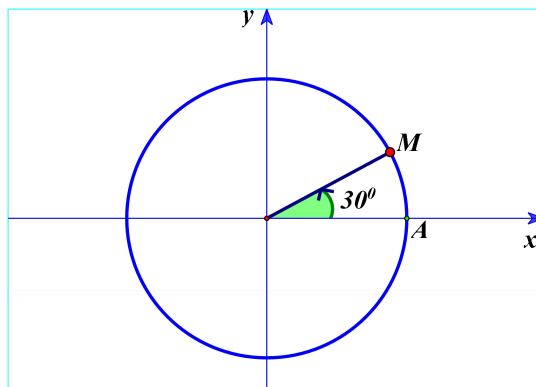
B. N.

C. P.

D. Q.

Lời giải

Câu 30: Điểm M như hình bên là điểm biểu diễn cho góc lượng giác nào



A. 390° .

B. 270°

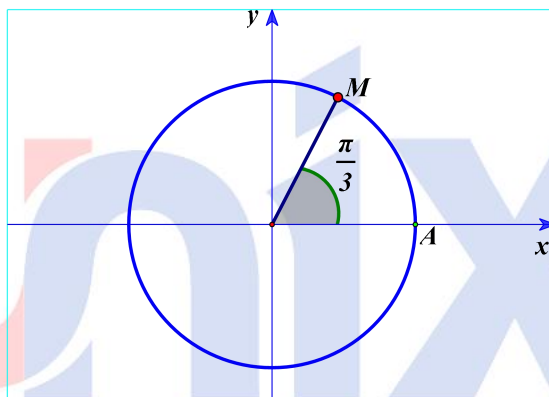
C. 740° .

D. -390° .

Lời giải

Ta có: $390^\circ = 30^\circ + 360^\circ$. Nên điểm biểu diễn của góc có số đo 390° là điểm M trên đường tròn lượng giác thuộc góc phần tư thứ nhất sao cho $\widehat{AOM} = 30^\circ$

Câu 31: Điểm M như hình bên là điểm biểu diễn cho góc lượng giác nào



A. $-\frac{5\pi}{3}$.

B. $\frac{5\pi}{3}$

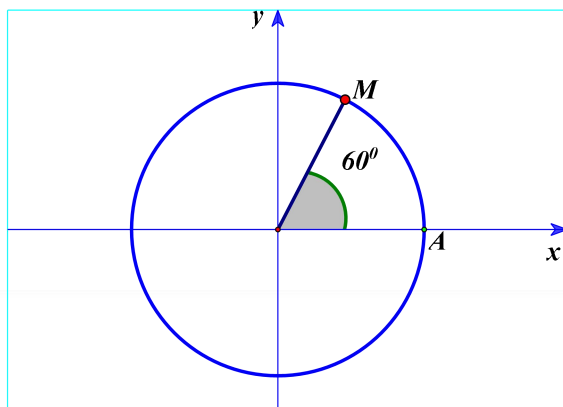
C. $\frac{8\pi}{3}$.

D. $-\frac{7\pi}{3}$.

Lời giải

Ta có: $-\frac{5\pi}{3} = \frac{\pi}{3} - 2\pi$ Nên điểm biểu diễn của góc có số đo $-\frac{5\pi}{3}$ là điểm M trên đường tròn lượng giác thuộc góc phần tư thứ nhất sao cho $\widehat{AOM} = \frac{\pi}{3}$.

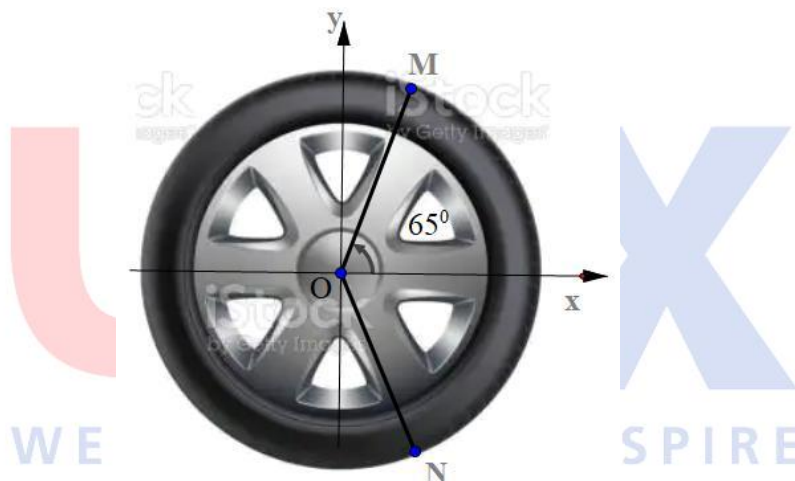
Câu 32: Công thức số đo tổng quát của góc lượng giác (OA, OM) theo độ trong hình bên là



- A. $60^\circ + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. B. $60 - k180 (k \in \mathbb{Z})$
C. $60 - k360 (k \in \mathbb{Z})$. D. $-60 - k360 (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

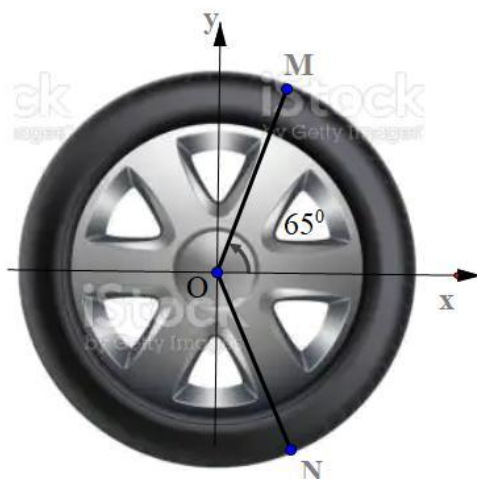
Câu 33: Trong hình bên, mâm bánh xe được chia thành 6 phần bằng nhau. Viết công thức số đo tổng quát của góc lượng giác (Ox, ON)



- A. $65^\circ + k.360^\circ (k \in \mathbb{Z})$. B. $65^\circ + k.180^\circ (k \in \mathbb{Z})$.
C. $-65^\circ + k.360^\circ (k \in \mathbb{Z})$. D. $-65^\circ + k.180^\circ (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Câu 34: Mâm bánh xe được chia thành sáu phần bằng nhau. Công thức số đo tổng quát của góc lượng giác (Ox, OM) trong hình dưới là:



- A.** $65^\circ + k360^\circ$. **B.** $-65^\circ + k360^\circ$. **C.** $-65^\circ + k180^\circ$. **D.** $65^\circ + k180^\circ$.

Lời giải

Dựa vào hình vẽ, công thức số đo tổng quát của góc lượng giác.
 $(Ox, OM) = 65^\circ + k360^\circ, (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 35: Góc lượng giác (Ox, Ot) có một số đo là $\frac{\pi}{2} + 2017\pi$, số đo tổng quát của góc lượng giác (Ox, Ot) là

- A.** $\frac{\pi}{2} + k2\pi$. **B.** $\frac{\pi}{2} + k\pi$. **C.** $\frac{3\pi}{2} + k2\pi$. **D.** $\frac{3\pi}{2} + k\pi$.

Lời giải

$$\frac{\pi}{2} + 2017\pi = \frac{\pi}{2} + \pi + 2016\pi = \frac{3\pi}{2} + k2\pi$$

Câu 36: Cho góc lượng giác $\alpha = (OA; OB) = \frac{\pi}{5}$. Trong các góc lượng giác sau, góc nào có tia đầu và tia cuối lần lượt trùng với OA, OB .

- A.** $\frac{6\pi}{5}$ **B.** $-\frac{11\pi}{5}$ **C.** $\frac{31\pi}{5}$ **D.** $\frac{9\pi}{5}$

Lời giải

$$\frac{31\pi}{5} - \frac{\pi}{5} = 6\pi = 3.2\pi$$

Câu 37: Cho $(Ou, Ov) = 25^\circ + k360^\circ (k \in \mathbb{Z})$ với giá trị nào của k thì $(Ou, Ov) = -1055^\circ$?

- A.** $k = -1$. **B.** $k = 2$. **C.** $k = -3$. **D.** $k = 4$.

Lời giải

$$(Ou, Ov) = 25^\circ + k360^\circ = -1055^\circ \Rightarrow k = -3$$

Câu 38: Cho $(Ou, Ov) = 12^\circ + k360^\circ$ với giá trị nào của k thì số đo $(Ou, Ov) = \frac{59\pi}{15}$?

- A.** $k = -1$. **B.** $k = 2$. **C.** $k = -3$. **D.** $k = 4$.

Lời giải



$$(Ou, Ov) = 12^\circ + k360^\circ = \frac{\pi}{15} + k2\pi = \frac{59\pi}{15} \Rightarrow k = 2$$

Câu 39: Nếu số đo góc lượng giác $(Ou, Ov) = \frac{2006\pi}{5}$ thì số đo góc hình học $\widehat{uOv}$ bằng

- A. $\frac{\pi}{5}$. B. $\frac{4\pi}{5}$. C. $\frac{6\pi}{5}$. D. $\frac{9\pi}{5}$.

Lời giải

$$(Ou, Ov) = \frac{2006\pi}{5} = \frac{6\pi}{5} + 400\pi \Rightarrow \widehat{uOv} = \frac{6\pi}{5}$$

Câu 40: Biểu diễn các góc lượng giác $\alpha = -\frac{5\pi}{6}, \beta = \frac{\pi}{3}, \gamma = \frac{25\pi}{3}, \delta = \frac{19\pi}{6}$ trên đường tròn lượng giác.

Các góc nào có điểm biểu diễn trùng nhau?

- A. β và γ ; α và δ . B. α, β, γ . C. β, γ, δ . D. α và β ; γ và δ .

Lời giải

C1: Ta có: $\delta - \alpha = 4\pi \Rightarrow 2$ cung α và δ có điểm cuối trùng nhau.

$\gamma - \beta = 8\pi \Rightarrow$ hai cung β và γ có điểm cuối trùng nhau.

C2: Gọi là điểm cuối của các cung $\alpha, \beta, \gamma, \delta$

Biểu diễn các cung trên đường tròn lượng giác ta có $B \equiv C, A \equiv D$.

Câu 41: Trên đường tròn lượng giác gốc A cho các góc lượng giác có số đo như sau:

I. $\frac{\pi}{4}$ II. $-\frac{7\pi}{4}$ III. $\frac{13\pi}{4}$ IV. $-\frac{71\pi}{4}$

Hỏi các góc lượng giác nào có điểm cuối trùng nhau?

- A. Chỉ I và II. B. Chỉ I, II và III. C. Chỉ II, III và IV. D. Chỉ I, II và IV.

Lời giải

Ta có $\frac{\pi}{4} - \left(-\frac{7\pi}{4}\right) = 2\pi$ nên cung I và II trùng nhau.

$$\frac{\pi}{4} - \left(-\frac{71\pi}{4}\right) = 18\pi = 9.2\pi \text{ nên cung I và IV trùng nhau.}$$

Câu 42: Trên đường tròn lượng giác gốc A cho các cung có số đo:

I. $\frac{\pi}{3}$. II. $-\frac{5\pi}{3}$. III. $\frac{13\pi}{3}$. IV. $\frac{22\pi}{3}$.

Hỏi các cung nào có điểm cuối trùng nhau?

- A. Chỉ I và II. B. Chỉ II, III và IV. C. Chỉ I, II và III. D. Chỉ I, II và IV.

Lời giải

$$-\frac{5\pi}{3} = \frac{\pi}{3} - 2\pi \text{ nên cung } -\frac{5\pi}{3} \text{ và cung } \frac{\pi}{3} \text{ có điểm cuối trùng nhau.}$$

$$\frac{13\pi}{3} = \frac{\pi}{3} + 4\pi \text{ nên cung } \frac{13\pi}{3} \text{ và cung } \frac{\pi}{3} \text{ có điểm cuối trùng nhau.}$$

Câu 43: Biết số đo của các góc lượng giác (Ox, Oy) và (Oy, Oz) lần lượt là 60° và 30° . Hãy viết số đo của các góc lượng giác (Ox, Oz) .



- A. 90° .
B. $90^\circ + k \cdot 360^\circ (k \in \mathbb{Z})$.
C. 30° .
D. $30^\circ + k \cdot 360^\circ (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Áp dụng hệ thức Chasles ta có đáp án B.

Câu 44: Góc lượng giác nào sau đây có cùng điểm cuối với góc $\frac{7\pi}{4}$ là.

- A. $-\frac{\pi}{4}$.
B. $\frac{\pi}{4}$.
C. $\frac{3\pi}{4}$.
D. $-\frac{3\pi}{4}$.

Lời giải

Ta có: $\frac{7\pi}{4} = 2\pi - \frac{\pi}{4}$.

Góc lượng giác có cùng điểm cuối với góc $\frac{7\pi}{4}$ là $-\frac{\pi}{4}$.

Câu 45: Góc lượng giác nào sau đây có cùng điểm cuối với góc -45° là.

- A. 315° .
B. 135° .
C. -135° .
D. -315° .

Lời giải

Ta có: $-45^\circ = -360^\circ + 315^\circ$.

Góc lượng giác có cùng điểm cuối với góc -45° là -315° .

Câu 46: Hai góc lượng giác $\frac{\pi}{3}$ và $\frac{m\pi}{12}$ có cùng tia đầu và tia cuối khi m có giá trị nào trong các giá trị sau?

- A. $m = 4 + 24k$.
B. $m = 4 + 14k$.
C. $m = 4 + 20k$.
D. $m = 4 + 22k$.

Lời giải

Để hai góc lượng giác trùng nhau thì tồn tại một số nguyên k sao cho $\frac{m\pi}{12} - \frac{\pi}{3} = k2\pi \Leftrightarrow m - 4 = 24 \Leftrightarrow k = 4 + 24k$

Câu 47: Cho góc lượng giác (OA, OB) có số đo là 120° , góc lượng giác (OC, OB) có số đo là 30° . Số đo của góc lượng giác (OC, OA) bằng

- A. $-150^\circ + k360^\circ (k \in \mathbb{Z})$.
B. $150^\circ + k360^\circ (k \in \mathbb{Z})$.
C. $90^\circ + k360^\circ (k \in \mathbb{Z})$.
D. $-90^\circ + k360^\circ (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Theo hệ thức Chasles, ta có:

$$\begin{aligned} sđ(OC, OA) &= sđ(OC, OB) + sđ(OB, OA) + k360^\circ \\ &= 30^\circ - 120^\circ + k360^\circ = -90^\circ + k360^\circ (k \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$



Câu 48: Cho góc lượng giác (Ou, Ov) có số đo là $\frac{3\pi}{4}$, góc lượng giác (Ou, Ow) có số đo là $\frac{5\pi}{4}$. Số đo của góc lượng giác (Ov, Ow) bằng

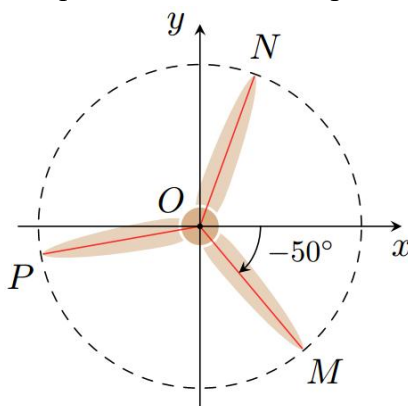
- A. $\pi + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). B. $k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).
 C. $-\frac{\pi}{2} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). D. $\frac{\pi}{2} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Lời giải

Theo hệ thức Chasles, ta có:

$$sđ(Ov, Ow) = sđ(Ou, Ow) - sđ(Ou, Ov) + k2\pi = \frac{5\pi}{4} - \frac{3\pi}{4} + k2\pi = \frac{\pi}{2} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 49: Trong hình vẽ dưới đây, chiếc quạt có ba cánh được phân bố đều nhau.



Số đo của góc lượng giác (Ox, ON) bằng

- A. $50^\circ + k360^\circ$ ($k \in \mathbb{Z}$). B. $120^\circ + k360^\circ$ ($k \in \mathbb{Z}$).
 C. $70^\circ + k360^\circ$ ($k \in \mathbb{Z}$). D. $-70^\circ + k360^\circ$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Lời giải

Vì ba cánh quạt phân bố đều nhau nên ta suy ra $\widehat{MON} = \widehat{NOP} = \widehat{POM} = 120^\circ$.

Suy ra một góc lượng giác (OM, ON) có số đo là 120° .

Theo hình vẽ, ta có một góc lượng giác (Ox, OM) có số đo là -50° .

Theo hệ thức Chasles, ta suy ra:

$$\begin{aligned} sđ(Ox, ON) &= sđ(Ox, OM) + sđ(OM, ON) + k360^\circ \\ &= -50^\circ + 120^\circ + k360^\circ = 70^\circ + k360^\circ \quad (k \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

Câu 50: Cho góc lượng giác (Ou, Ov) có số đo là $-\frac{3\pi}{4}$, góc lượng giác (Ou, Ow) có số đo là $\frac{11\pi}{4}$.

Tìm số đo của góc lượng giác (Ov, Ow) .

- A. $k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). B. $2\pi + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). C. $\frac{3\pi}{2} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). D. $-\frac{3\pi}{2} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Lời giải



Theo hệ thức Chasles, ta có:

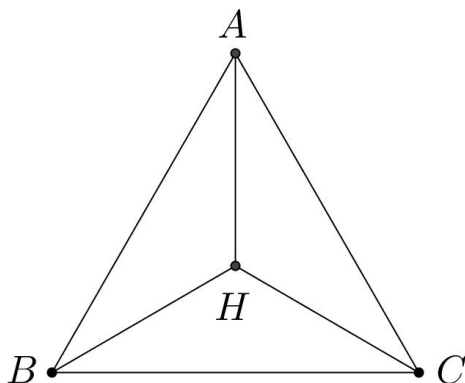
$$(Ov, Ow) = (Ou, Ow) - (Ou, Ov) + k2\pi = \frac{11\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} + k2\pi = \frac{3\pi}{2} + 2\pi + k2\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 51: Cho tam giác đều ABC với trực tâm H (như hình vẽ) Số đo của góc lượng giác (HA, HC) bằng

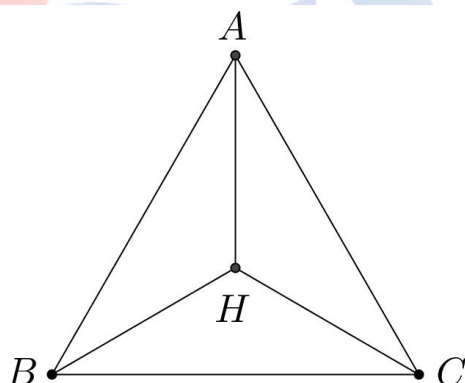
A. $60^\circ + k360^\circ (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $120^\circ + k360^\circ (k \in \mathbb{Z})$.

C. $-120^\circ + k360^\circ (k \in \mathbb{Z})$.

D. $-150^\circ + k360^\circ (k \in \mathbb{Z})$.



Lời giải



Tam giác ABC đều với trực tâm H nên ta có

$$\widehat{HAC} = \widehat{HCA} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{AHC} = 180^\circ - 30^\circ - 30^\circ = 120^\circ.$$

Suy ra $sđ(HA, HC) = -120^\circ + k360^\circ (k \in \mathbb{Z})$.

DẠNG 3: XÁC ĐỊNH ĐỘ DÀI CUNG TRÒN

Một cung tròn có số đo a° có độ dài là $l = \frac{a\pi R}{180}$

Câu 52: Trên đường tròn bán kính 7 cm, lấy cung có số đo 54° . Độ dài l của cung tròn bằng

A. $\frac{21}{10}\pi$ (cm).

B. $\frac{11}{20}\pi$ (cm).

C. $\frac{63}{20}\pi$ (cm).

D. $\frac{20}{11}\pi$ (cm).

Lời giải

$$\text{Ta có } l = 7 \cdot \left(\frac{54^\circ}{180^\circ} \cdot \pi \right) = \frac{21}{10}\pi \text{ (cm)}.$$



- Câu 53:** Trên đường tròn đường kính 8cm, tính độ dài cung tròn có số đo bằng 1,5 rad .
 A. 12cm. B. 4cm. C. 6cm. D. 15cm.

Lời giải

$$\text{Tính được: } l = \alpha \cdot R = 1,5 \cdot \frac{8}{2} = 6(\text{cm}).$$

- Câu 54:** Một đường tròn có bán kính 15(cm). Tìm độ dài cung tròn có góc ở tâm bằng 30° là:
 A. $\frac{5\pi}{2}$. B. $\frac{5\pi}{3}$. C. $\frac{2\pi}{5}$. D. $\frac{\pi}{3}$.

Lời giải

$$l = \frac{\pi a \cdot R}{180} = \frac{\pi \cdot 30 \cdot 15}{180} = \frac{5\pi}{2}$$

- Câu 55:** Một đường tròn có bán kính 10, độ dài cung tròn 40° trên đường tròn gần bằng
 A. 7. B. 9. C. 11. D. 13.

Lời giải

$$l = \frac{\pi a \cdot R}{180} = \frac{\pi \cdot 40 \cdot 10}{180} = \frac{20\pi}{9} \approx 7$$

- Câu 56:** Một đường tròn có bán kính $R = \frac{10}{\pi}$, độ dài cung tròn $\frac{\pi}{2}$ là
 A. 5. B. 5π . C. $\frac{5}{\pi}$. D. $\frac{\pi}{5}$.

Lời giải

$$l = \alpha \cdot R = \frac{10}{\pi} \cdot \frac{\pi}{2} = 5$$

- Câu 57:** Chọn khẳng định sai
 A. Cung tròn có bán kính $R = 5\text{cm}$ và có số đo 1,5(rad) thì có độ dài là 7,5 cm .
 B. Cung tròn có bán kính $R = 8\text{cm}$ và có độ dài 8cm thì có số đo độ là $\left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ$.
 C. Độ dài cung tròn phụ thuộc vào bán kính của nó.
 D. Góc lượng giác (Ou, Ov) có số đo dương thì mọi góc lượng giác (Ou, Ov) có số đo âm.

Lời giải

$$\text{Câu góc lượng giác } (Ou, Ov) = 330^\circ; (Ov, Ou) = 30^\circ$$

- Câu 58:** Cho đường tròn có bán kính 6 cm. Tìm số đo của cung có độ dài là 3cm :
 A. 0,5. B. $\frac{0,5}{\pi}$. C. $0,5\pi$. D. 1.

Lời giải

$$l = \alpha \cdot R \Rightarrow \alpha = \frac{l}{R} = \frac{3}{6} = 0,5$$

- Câu 59:** Cung tròn bán kính bằng 8,43(cm) có số đo 3,85(rad) có độ dài là



A. 32,46cm

B. 32,45cm

C. 32,47cm

D. 32,5cm .

Lời giải

$$l = \alpha.R = 3,85.8,43 \approx 32,46$$

Câu 60: Một đồng hồ treo tường, kim giờ dài 10,57cm .Trong 30 phút mũi kim giờ vạch lên cung tròn có độ dài là

A. 2,77cm .

B. 2,78cm .

C. 2,76cm .

D. 2,8cm .

Lời giải

$$\text{Trong 30 phút mũi kim giờ quét được một góc là } \frac{2\pi.0,5}{12} = \frac{\pi}{12}$$

$$l = \alpha.R = \frac{\pi}{12}.10,57 \approx 2,77$$

Câu 61: Bánh xe đạp có bán kính 50cm . Một người quay bánh xe 5 vòng quanh trục thì quãng đường đi được là

A. 250π (cm) .

B. 1000π (cm) .

C. 500π (cm) .

D. 200π (cm) .

Lời giải

$$\text{Ta có } r = 50\text{cm suy ra } l = 50.2\pi.5 = 500\pi \text{ (cm)} .$$

Câu 62: Một đu quay ở công viên có bán kính bằng 10m. Tốc độ của đu quay là 3 vòng/phút. Hỏi mất bao lâu để đu quay quay được góc 270° ?

A. $\frac{1}{3}$ phút.

B. $\frac{1}{6}$ phút.

C. $\frac{1}{4}$ phút.

D. 1,5 phút.

Lời giải

$$\text{Tính được: } 270^\circ = \frac{270}{180}\pi = \frac{3}{2}\pi = \frac{3}{4}.2\pi$$

Vậy đu quay quay được góc 270° khi nó quay được $\frac{3}{4}$ vòng

Ta có: Đu quay quay được 1 vòng trong $\frac{1}{3}$ phút

Đu quay quay được $\frac{3}{4}$ vòng trong $\frac{3}{4}.\frac{1}{3} = \frac{1}{4}$ phút.

Câu 63: Trên đường tròn lượng giác với điểm gốc A, cung lượng giác có số đo 30° có điểm đầu A, có bao nhiêu điểm cuối N?

A. Có duy nhất một điểm N.

B. Có hai điểm N.

C. Có 4 điểm N.

D. Có vô số điểm N.

Lời giải

Câu 64: Trên đường tròn lượng giác gốc A cho các góc lượng giác có số đo như sau:

$$\text{I. } \frac{\pi}{4} \quad \text{II. } -\frac{7\pi}{4} \quad \text{III. } \frac{13\pi}{4} \quad \text{IV. } -\frac{71\pi}{4}$$

Hỏi các góc lượng giác nào có điểm cuối trùng nhau?



- A. Chỉ I và II. B. Chỉ I, II và III. C. Chỉ II, III và IV. D. Chỉ I, II và IV.

Lời giải

Ta có $\frac{\pi}{4} - \left(-\frac{7\pi}{4}\right) = 2\pi$ nên cung I và II trùng nhau.

$\frac{\pi}{4} - \left(-\frac{71\pi}{4}\right) = 18\pi = 9.2\pi$ nên cung I và IV trùng nhau.

Câu 65: Lục giác ABCDEF nội tiếp trong đường tròn tâm O, điểm A cố định, điểm B, C có tung độ dương. Khi đó số đo của góc lượng giác (OA, OC) là

- A. 120° . B. -240° . C. 120° hoặc 240° . D. $120^\circ + k360^\circ$.

Lời giải

ABCDEF là lục giác đều $\widehat{AOC} = 120^\circ$. Điểm B và C có tung độ dương nên lục giác ABCDEF có thứ tự đỉnh ngược chiều kim đồng hồ. Vậy số đo lượng giác cung (OA, OC) là $120^\circ + k360^\circ$

Câu 66: Trên đường tròn lượng giác có điểm gốc là điểm A, điểm M thuộc đường tròn sao cho cung lượng giác AM có số đo bằng 45° . Điểm N đối xứng với M qua trục Ox, số đo của góc lượng giác (OA, ON) là

- A. 45° . B. 45° hoặc 315° . C. $45^\circ + k360^\circ$. D. $315^\circ + k360^\circ$.

Lời giải

Điểm N đối xứng với M qua trục Ox $\widehat{NOA} = 45^\circ$, cung lượng giác (OA, ON) ngược chiều dương nên số đo của góc lượng giác $(OA, ON) = -45^\circ + k360^\circ = 315^\circ + k360^\circ$

Câu 67: Trên đường tròn lượng giác có điểm gốc là điểm A, điểm M thuộc đường tròn sao cho cung lượng giác AM có số đo bằng 60° . Điểm N đối xứng với M qua trục Oy, số đo của góc lượng giác (OA, ON) là

- A. $120^\circ + k180^\circ$. B. 120° hoặc -240° . C. $-240^\circ + k360^\circ$. D. $120^\circ + k360^\circ$.

Lời giải

Điểm N đối xứng với M qua trục Oy nên $\widehat{AON} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$, cung lượng giác (OA, ON) cùng chiều dương nên số đo của góc lượng giác $(OA, ON) = 120^\circ + k360^\circ$

Câu 68: Trên đường tròn lượng giác có điểm gốc là điểm A, điểm M thuộc đường tròn sao cho cung lượng giác AM có số đo bằng 75° . Điểm N đối xứng với M qua gốc tọa độ, số đo của góc lượng giác (OA, ON) là

- A. $-105^\circ + k360^\circ$. B. -105° hoặc 255° . C. $-255^\circ + k360^\circ$. D. -105° .

Lời giải

Điểm N đối xứng với M qua gốc tọa độ O nên $\widehat{AON} = 180^\circ - 75^\circ = 115^\circ$, cung lượng giác (OA, ON) ngược chiều dương nên số đo lượng giác cung $(OA, ON) = -115^\circ + k360^\circ$

Câu 69: Cho hình vuông ABCD tâm O, đường thẳng a qua O và trung điểm AB. Xác định góc tạo bởi đường thẳng a và tia OA

- A. $45^\circ + k300^\circ$. B. $15^\circ + k360^\circ$. C. 135° . D. 155° .

Lời giải



Gọi I là trung điểm của AB, ta có $\widehat{AOI} = 45^\circ$, vậy góc tạo bởi tia OA và đường thẳng a bằng 45° hoặc 135°

- Câu 70:** Một bánh xe có 72 răng, số đo góc mà bánh xe đã quay được khi di chuyển 10 răng là
A. 50° . **B.** 60° . **C.** 120° . **D.** 70° .

Lời giải

Số đo góc mà bánh xe đã quay được khi di chuyển 12 răng là $\frac{360}{72} \cdot 10 = 50^\circ$

- Câu 71:** Sau một quãng thời gian 3 giờ thì kim giây sẽ quay được một góc có số đo là:
A. 12960° . **B.** 32400° . **C.** 324000° . **D.** 64800° .

Lời giải

Trong 1 phút kim giây quay được góc: 360°

Trong 3 giờ kim giây quay được góc: $360 \cdot 3 \cdot 60 = 64800^\circ$

- Câu 72:** Sau quãng thời gian 4 giờ kim giờ sẽ quay được một góc là
A. $\frac{\pi}{3}$. **B.** $\frac{2\pi}{3}$. **C.** $\frac{3\pi}{4}$. **D.** $\frac{\pi}{4}$.

Lời giải

Sau 1 giờ kim giờ sẽ quay được một góc là $\frac{\pi}{6}$

Sau 4 giờ kim giờ sẽ quay được một góc là $\frac{\pi}{6} \cdot 4 = \frac{2\pi}{3}$

- Câu 73:** Trên đồng hồ tại thời điểm đang xét kim giờ OG chỉ số 3, kim phút OP chỉ số 12. Lúc đó số $(OP; OG)$ là
A. $\alpha = \frac{\pi}{2}$. **B.** $\alpha = -\frac{\pi}{2}$. **C.** $\alpha = \frac{\pi}{2} + k2\pi$. **D.** $\alpha = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Lời giải

Ta có $\widehat{POG} = \frac{\pi}{2}$, $(OP; OG)$ ngược chiều dương nên số đo lượng giác cung

$$(OP; OG) = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$$

- Câu 74:** Trên đồng hồ tại thời điểm đang xét kim giây ON chỉ số 5, kim phút OP chỉ số 6. Lúc đó số (ON, OG) là

- A.** $\alpha = \frac{\pi}{12}$. **B.** $\alpha = -\frac{\pi}{12}$. **C.** $\alpha = \frac{\pi}{12} + k2\pi$. **D.** $\alpha = -\frac{\pi}{12} + k2\pi$.

Lời giải

Ta có $\widehat{NOG} = \frac{\pi}{12}$, cung (ON, OG) ngược chiều dương nên số đo lượng giác cung

$$(ON, OG) = -\frac{\pi}{12} + k2\pi$$

- Câu 75:** Trên đồng hồ tại thời điểm đang xét kim giờ OG chỉ số 3, kim phút OP chỉ số 12. Đến khi kim phút và kim giờ gặp nhau lần đầu tiên, tính số đo góc lượng giác mà kim giờ quét được



A. $\alpha = \frac{\pi}{22} + k2\pi$. B. $\alpha = -\frac{\pi}{22} + k\pi$. C. $\alpha = \frac{\pi}{22} + k\pi$. D. $\alpha = -\frac{\pi}{22} + k2\pi$.

Lời giải

Khi kim phút chỉ số 12, kim giờ chỉ số 3 thì số (OG, OP) là $\frac{\pi}{2} + k2\pi$

Trong 1 giờ, kim phút quét được một góc lượng giác -2π , kim giờ quét được góc $-\frac{\pi}{6}$

Thời gian từ lúc 3h đến lúc hai kim trùng nhau lần đầu tiên là $\frac{\pi}{2} : \left| -2\pi - \left(-\frac{\pi}{6} \right) \right| = \frac{3}{11}$

Kim giờ đã quét được một góc có số đo là $-\frac{\pi}{6} \cdot \frac{3}{11} = -\frac{\pi}{22}$

Vậy số đo góc lượng giác mà kim phút quét được là $\frac{-\pi}{22} + k2\pi$

Câu 76: Trên đường tròn định hướng, điểm gốc A. Có bao nhiêu điểm M thỏa mãn số đo của góc lượng giác $(OA; OM) = \frac{k2\pi}{5}$

A. 5.

B. 4.

C. 6.

D. 3.

Lời giải

Trên đường tròn định hướng ta có $\widehat{AOM} = \frac{k2\pi}{5}$, mà $0 < \widehat{AOM} \leq 2\pi \Leftrightarrow 0 < \frac{k2\pi}{5} \leq 2\pi \Leftrightarrow 0 < k \leq 5 \Rightarrow$ có 5 giá trị của k . Vậy có 5 vị trí của M trên đường tròn

Câu 77: Trên đường tròn định hướng, điểm gốc A. Có bao nhiêu điểm M thỏa mãn số đo của góc lượng giác $(OA; OM) = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

Trên đường tròn định hướng ta có $\widehat{AOM} = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$, mà $0 < \widehat{AOM} \leq 2\pi \Leftrightarrow 0 < \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \leq 2\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < k \leq \frac{3}{2} \Rightarrow$ có 4 giá trị của k . Vậy có 4 vị trí của M trên đường tròn

Câu 78: Trên đường tròn định hướng góc A có bao nhiêu điểm M thỏa mãn của góc lượng giác $(OA; OM) = 30^\circ + k45^\circ, k \in \mathbb{Z}$?

A. 6.

B. 4.

C. 8.

D. 10.

Lời giải

Trên đường tròn định hướng ta có $\widehat{AOM} = 30^\circ + k45^\circ, k \in \mathbb{Z}$, mà $0 < \widehat{AOM} \leq 360^\circ \Leftrightarrow 0 < 30^\circ + k45^\circ \leq 360^\circ \Leftrightarrow -\frac{2}{3} < k \leq \frac{22}{3} \Rightarrow$ có 8 giá trị của k . Vậy có 8 vị trí của M trên đường tròn



- Câu 79:** Cho hai góc lượng giác có số đo $(Ox, Ou) = 45^\circ + m360^\circ, m \in \mathbb{Z}$ và $sđ(Ox, Ov) = -135^\circ + n360^\circ, n \in \mathbb{Z}$. Ta có hai tia Ou và Ov
- A. Tạo với nhau góc 45° . B. Trùng nhau.
 C. **Đối nhau.** D. Vuông góc.

Lời giải

$$\text{Ta có } (Ox, Ou) - (Ox, Ov) = 45^\circ - (-135^\circ) = 180^\circ$$

- Câu 80:** Cho hai góc lượng giác có số đo $(Ox, Ou) = \frac{\pi}{4} + m2\pi, m \in \mathbb{Z}$ và $sđ(Ox, Ov) = -\frac{\pi}{4} + n2\pi, n \in \mathbb{Z}$. Ta có hai tia Ou và Ov
- A. Tạo với nhau góc 45° . B. Trùng nhau.
 C. Đối nhau. D. **Vuông góc.**

Lời giải

$$\text{Ta có } (Ox, Ou) - (Ox, Ov) = \frac{\pi}{4} - \left(-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{2}$$

- Câu 81:** Cho hai góc lượng giác có, số đo của góc lượng giác $(Ox, Ou) = 45^\circ + m360^\circ, m \in \mathbb{Z}$ và số đo của góc lượng giác $(Ox, Ov) = -315^\circ + n360^\circ, n \in \mathbb{Z}$. Ta có hai tia Ou và Ov
- A. Tạo với nhau góc 45° . B. **Trùng nhau.**
 C. Đối nhau. D. Vuông góc.

Lời giải

$$\text{Ta có } (Ox, Ou) - (Ox, Ov) = 45^\circ - (-315^\circ) = 360^\circ$$

- Câu 82:** Cho hai góc lượng giác có số đo $(Ox, Ou) = -\frac{5\pi}{2} + m2\pi, m \in \mathbb{Z}$ và $sđ(Ox, Ov) = -\frac{\pi}{2} + n2\pi, n \in \mathbb{Z}$. Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. **Ou và Ov trùng nhau.** B. Ou và Ov đối nhau.
 C. Ou và Ov vuông góc. D. Tạo với nhau một góc $\frac{\pi}{4}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } (Ox, Ou) - (Ox, Ov) = -\frac{5\pi}{2} - \left(-\frac{\pi}{2}\right) = -2\pi$$

- Câu 83:** Biết góc lượng giác (Ou, Ov) có số đo là $-\frac{137}{5}\pi$ thì góc (Ou, Ov) có số đo dương nhỏ nhất là:
- A. **$0,6\pi$.** B. $27,4\pi$. C. $1,4\pi$. D. $0,4\pi$.

Lời giải

$$\text{Ta có } (Ou, Ov) = -\frac{137\pi}{5} = -\frac{137\pi}{5} + 28\pi = 0,6\pi$$

- Câu 84:** Có bao nhiêu điểm M trên đường tròn lượng giác gốc A thoả mãn $sđ(OA; OM) = \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$?



A. 6.

B. 4.

C. 3.

D. 12.

Lời giải

Trên đường tròn định hướng ta có $\widehat{AOM} = \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{3}$, mà $0 < \widehat{AOM} \leq 2\pi \Leftrightarrow 0 < \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{3} \leq 2\pi \Leftrightarrow -1 < k \leq 5 \Rightarrow$ có 6 giá trị của k . Vậy có 6 vị trí của M trên đường tròn

Câu 85: Hai góc lượng giác $\frac{\pi}{3}$ và $\frac{m\pi}{12}$ có cùng tia đầu và tia cuối khi m có giá trị nào trong các giá trị sau?

A. $m = 4 + 24k$.

B. $m = 4 + 14k$.

C. $m = 4 + 20k$.

D. $m = 4 + 22k$.

Lời giải

Để hai góc lượng giác trùng nhau thì tồn tại một số nguyên k sao cho $\frac{m\pi}{12} - \frac{\pi}{3} = k2\pi \Leftrightarrow m - 4 = 24 \Leftrightarrow k = 4 + 24k$

Câu 86: Cho lục giác đều $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$, A_1 là điểm gốc, thứ tự các điểm sắp xếp ngược chiều kim đồng hồ. Số đo cung A_2A_4 là

A. $240^\circ + k360^\circ$.

B. $-240^\circ + k360^\circ$.

C. $240^\circ + k180^\circ$.

D. $-240^\circ + k180^\circ$.

Lời giải

Ta có $\widehat{A_2OA_4} = 120^\circ$, (OA_2, OA_4) ngược chiều kim đồng hồ nên $sđ \widehat{A_2A_4} = 120^\circ + k360^\circ$ hay $sđ \widehat{A_2A_4} = -240^\circ + k360^\circ$

Câu 87: Cho góc lượng giác $(Ou, Ov) = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{12}$, tìm k để Ou vuông góc với Ov

A. $k = 3 + 12l$.

B. $k = 4 + 12l$.

C. $k = 3 + 6l$.

D. $k = 4 + 6l$.

Lời giải

Để Ou vuông góc với Ov thì tồn tại một số nguyên l sao cho $\frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{12} = \frac{\pi}{2} + l\pi \Leftrightarrow k = 3 + 12l$

DẠNG 4: XÉT DẤU CỦA CÁC GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC

Câu 88: Cho góc α thỏa mãn $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\sin \alpha < 0$.

B. $\cos \alpha \geq 0$.

C. $\tan \alpha < 0$.

D. $\cot \alpha > 0$.

Lời giải

Khẳng định đúng là $\tan \alpha < 0$.

Câu 89: Cho $2\pi < \alpha < \frac{5\pi}{2}$. Chọn mệnh đề đúng.

A. $\tan \alpha > 0$.

B. $\cot \alpha < 0$.

C. $\sin \alpha < 0$.

D. $\cos \alpha < 0$.

Lời giải

Ta có $2\pi < \alpha < \frac{5\pi}{2}$ nên $\tan \alpha > 0$.



Câu 90: Cho $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$, tìm phát biểu **đúng** trong các phát biểu sau:

- A. $\sin x > 0$. B. $\cos x > 0$. C. $\tan x > 0$. D. $\cot x < 0$.

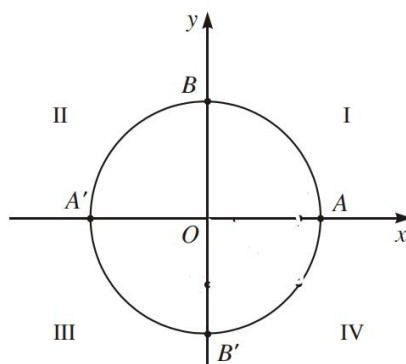
Lời giải

$$\text{Ta có : } \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \begin{cases} \sin x < 0 \\ \cos x < 0 \\ \tan x > 0 \\ \cot x > 0 \end{cases}$$

Câu 91: Cho góc α thỏa $-\frac{3\pi}{2} < \alpha < -\pi$. Tìm mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau.

- A. $\cos \alpha > 0$. B. $\cot \alpha > 0$. C. $\sin \alpha > 0$. D. $\tan \alpha > 0$.

Lời giải



Do $-\frac{3\pi}{2} < \alpha < -\pi$ nên điểm M biểu diễn cung AM có số α thuộc góc phần tư số II. Do đó $\sin \alpha > 0, \cos \alpha < 0, \tan \alpha < 0, \cot \alpha < 0$.

Câu 92: Cho $\frac{2021\pi}{4} < x < \frac{2023\pi}{4}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

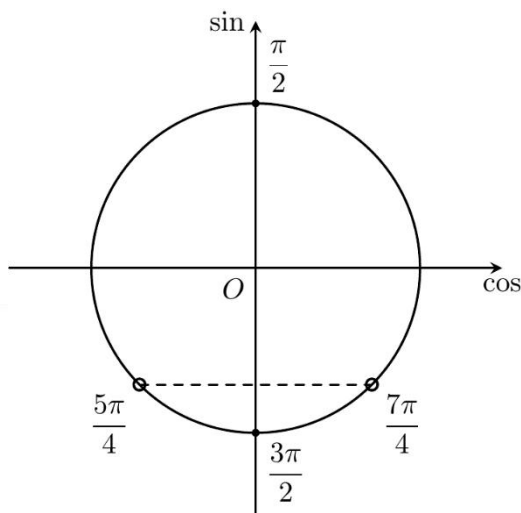
- A. $\sin x > 0, \cos 2x > 0$. B. $\sin x < 0, \cos 2x > 0$. C. $\sin x > 0, \cos 2x < 0$. D. $\sin x < 0, \cos 2x < 0$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \frac{2021\pi}{4} < x < \frac{2023\pi}{4} \Leftrightarrow 504\pi + \frac{5\pi}{4} < x < 504\pi + \frac{7\pi}{4} \text{ nên } \sin x < 0.$$

$$\text{Lại có } \frac{2021\pi}{4} < x < \frac{2023\pi}{4} \Leftrightarrow \frac{2021\pi}{2} < 2x < \frac{2023\pi}{2} \Leftrightarrow 1010\pi + \frac{\pi}{2} < 2x < 1010\pi + \frac{3\pi}{2}$$

nên $\cos 2x < 0$.



Câu 93: Ở góc phần tư thứ nhất của đường tròn lượng giác. Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau đây.

A. $\sin \alpha > 0$.

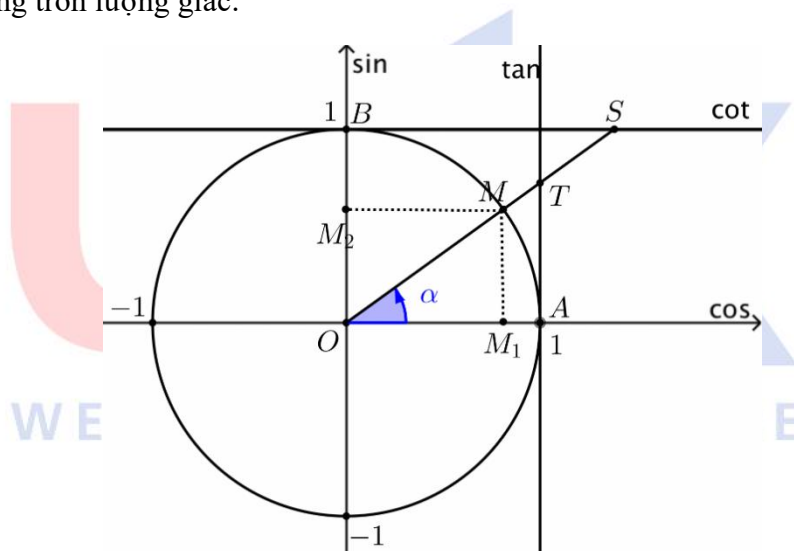
B. $\cos \alpha < 0$.

C. $\tan \alpha < 0$.

D. $\cot \alpha < 0$.

Lời giải

Nhìn vào đường tròn lượng giác:



-Ta thấy ở góc phần tư thứ nhất thì: $\sin \alpha > 0; \cos \alpha > 0; \tan \alpha > 0; \cot \alpha > 0$

=> chỉ có Câu **A** thỏa mãn.

Câu 94: Cho $2\pi < \alpha < \frac{5\pi}{2}$. Kết quả đúng là:

A. $\tan \alpha > 0; \cot \alpha > 0$.

B. $\tan \alpha < 0; \cot \alpha < 0$.

C. $\tan \alpha > 0; \cot \alpha < 0$.

D. $\tan \alpha < 0; \cot \alpha > 0$.

Lời giải

Vì $2\pi < \alpha < \frac{5\pi}{2}$ nên $\tan \alpha > 0; \cot \alpha > 0$

Câu 95: Điểm cuối của góc lượng giác α ở góc phần tư thứ mấy nếu $\sin \alpha, \cos \alpha$ cùng dấu?

A. Thứ II.

B. Thứ IV.

C. Thứ II hoặc IV.

D. Thứ I hoặc III.

Lời giải



Câu 96: Điểm cuối của góc lượng giác α ở góc phần tư thứ mấy nếu $\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$.

- A. Thứ II. B. Thứ I hoặc II. C. Thứ II hoặc III. **D. Thứ I hoặc IV.**

Lời giải

$$\text{Ta có } \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} \Leftrightarrow \cos \alpha = \sqrt{\cos^2 \alpha} \Leftrightarrow \cos \alpha = |\cos \alpha| \Leftrightarrow \cos \alpha.$$

Đẳng thức $|\cos \alpha| \Leftrightarrow \cos \alpha \rightarrow \cos \alpha \geq 0 \rightarrow$ điểm cuối của góc lượng giác α ở góc phần tư thứ I hoặc IV.

Câu 97: Cho $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Kết quả đúng là:

- A. $\sin \alpha > 0; \cos \alpha > 0$. B. $\sin \alpha < 0; \cos \alpha < 0$.
C. $\sin \alpha > 0; \cos \alpha < 0$. D. $\sin \alpha < 0; \cos \alpha > 0$.

Lời giải

$$\text{Vì } \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \text{ nên } \tan \alpha < 0; \cot \alpha < 0.$$

Câu 98: Ở góc phần tư thứ tư của đường tròn lượng giác. hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau đây.

- A. $\tan \alpha > 0$. B. $\sin \alpha > 0$. **C. $\cos \alpha > 0$.** D. $\cot \alpha > 0$.

Lời giải

- Ở góc phần tư thứ tư thì: $\sin \alpha < 0; \cos \alpha > 0; \tan \alpha < 0; \cot \alpha < 0$.

$\Rightarrow$ chỉ có C thỏa mãn.

Câu 99: Cho α thuộc góc phần tư thứ nhất của đường tròn lượng giác. Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau đây.

- A. $\sin \alpha > 0$.** B. $\cos \alpha < 0$. C. $\tan \alpha < 0$. D. $\cot \alpha < 0$.

Lời giải

$$\alpha \text{ thuộc góc phần tư thứ nhất} \rightarrow \begin{cases} \sin \alpha > 0 \\ \cos \alpha > 0 \\ \tan \alpha > 0 \\ \cot \alpha > 0 \end{cases}$$

Câu 100: Điểm cuối của góc lượng giác α ở góc phần tư thứ mấy nếu $\sin \alpha, \tan \alpha$ trái dấu?

- A. Thứ I B. Thứ II hoặc IV. **C. Thứ II hoặc III.** D. Thứ I hoặc IV.

Lời giải

Câu 101: Điểm cuối của góc lượng giác α ở góc phần tư thứ mấy nếu $\sqrt{\sin^2 \alpha} = \sin \alpha$.

- A. Thứ III B. Thứ I hoặc III. **C. Thứ I hoặc II.** D. Thứ III hoặc IV.

Lời giải

$$\text{Ta có } \sqrt{\sin^2 \alpha} \Leftrightarrow \sin \alpha \Leftrightarrow |\sin \alpha| = \sin \alpha.$$

Đẳng thức $|\sin \alpha| = \sin \alpha \rightarrow \sin \alpha \geq 0 \rightarrow$ điểm cuối của góc lượng giác α ở góc phần tư thứ I hoặc II.



Câu 102: Cho $a = 1500^0$. Xét câu nào sau đây đúng?

I. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$. II. $\cos \alpha = \frac{1}{2}$. III. $\tan \alpha = \sqrt{3}$.

- A. Chỉ I và II. B. Chỉ II và III. C. **Cả I, II và III.** D. Chỉ I và III.

Lời giải

Bấm máy ta được: $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\cos \alpha = \frac{1}{2}$; $\tan \alpha = \sqrt{3}$.

=> Cả I, II, III đều đúng.

Câu 103: Cho $3\pi < \alpha < \frac{10\pi}{3}$. Xét câu nào sau đây đúng?

- A. $\cos \alpha > 0$. B. **$\sin \alpha < 0$.** C. $\tan \alpha < 0$. D. $\cot \alpha < 0$.

Lời giải

$3\pi < \alpha < \frac{10\pi}{3} \Leftrightarrow 2\pi + \pi < \alpha < 2\pi + \pi + \frac{\pi}{3}$ nên α thuộc cung phần tư thứ III vì vậy đáp án đúng là B

Câu 104: Cho $\frac{7\pi}{4} < \alpha < 2\pi$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. **$\cos \alpha > 0$.** B. $\sin \alpha > 0$. C. $\tan \alpha > 0$. D. $\cot \alpha > 0$.

Lời giải

$\frac{7\pi}{4} < \alpha < 2\pi \Leftrightarrow \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{4} < \alpha < 2\pi$ nên α thuộc cung phần tư thứ IV vì vậy đáp án đúng là A

Câu 105: Cho $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Xét các mệnh đề sau:

I. $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) > 0$. II. $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) > 0$. III. $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) > 0$.

Mệnh đề nào **sai**?

- A. Chỉ I. B. Chỉ II. C. **Chỉ II và III.** D. Cả I, II và III.

Lời giải

$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \Rightarrow -\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$ nên α thuộc cung phần tư thứ IV nên chỉ II, III sai.

Câu 106: Cho $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Xét các mệnh đề sau đây:

I. $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) < 0$. II. $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) < 0$. III. $\cot\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) > 0$.

Mệnh đề nào đúng?

- A. Chỉ I. B. Chỉ I và II. C. Chỉ II và III. D. **Cả I, II và III.**

Lời giải



$$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \Rightarrow \pi < \left(\alpha + \frac{\pi}{2} \right) < \frac{3\pi}{2} \text{ nên đáp án là D}$$

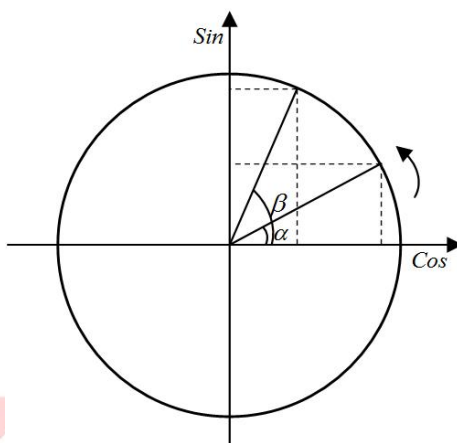
Câu 107: Bất đẳng thức nào dưới đây là đúng?

- A. $\sin 90^\circ < \sin 150^\circ$. B. $\sin 90^\circ 15' < \sin 90^\circ 30'$.
 C. $\cos 90^\circ 30' > \cos 100^\circ$. D. $\cos 150^\circ > \cos 120^\circ$.

Lời giải

Các góc trong đề bài đều là góc tù, chú ý rằng các góc tù thì nghịch biến với cả hàm sin và cos

Từ đó dễ nhận thấy phương án đúng là phương án **C**.



Câu 108: Cho hai góc nhọn α và β phụ nhau. Hệ thức nào sau đây là sai?

- A. $\sin \alpha = -\cos \beta$. B. $\cos \alpha = \sin \beta$. C. $\cos \beta = \sin \alpha$. D. $\cot \alpha = \tan \beta$.

Lời giải

Thường nhớ: các góc phụ nhau có các giá trị lượng giác bằng chéo nhau

Nghĩa là $\cos \alpha = \sin \beta$; $\cot \alpha = \tan \beta$ và ngược lại.

Câu 109: Cho $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\sin(\alpha - \pi) \geq 0$. B. $\sin(\alpha - \pi) \leq 0$. C. $\sin(\alpha - \pi) > 0$. D. $\sin(\alpha - \pi) < 0$.

Lời giải

Ta có $0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \rightarrow -\pi < \alpha - \pi < -\frac{\pi}{2} \rightarrow$ điểm cuối cung $\alpha - \pi$ thuộc góc phần tư thứ III $\rightarrow \sin(\alpha - \pi) < 0$.

Câu 110: Cho $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\cot\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) > 0$. B. $\cot\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) \geq 0$. C. $\tan(\alpha + \pi) < 0$. D. $\tan(\alpha + \pi) > 0$.

Lời giải



Ta có
$$\begin{cases} 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \rightarrow \frac{\pi}{2} < \alpha + \frac{\pi}{2} < \pi \longrightarrow \cot\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) < 0 \\ 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \rightarrow \pi < \alpha + \pi < \frac{3\pi}{2} \longrightarrow \tan(\alpha + \pi) > 0 \end{cases}$$

Câu 111: Cho $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Giá trị lượng giác nào sau đây luôn dương?

- A. $\sin(\pi + \alpha)$. B. $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$. C. $\cos(-\alpha)$. D. $\tan(\pi + \alpha)$.

Lời giải

$$\sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha; \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha; \cos(-\alpha) = \cos \alpha; \tan(\pi + \alpha) = \tan \alpha.$$

$$\text{Do } \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \rightarrow \begin{cases} \sin \alpha > 0 \\ \cos \alpha < 0 \\ \tan \alpha < 0 \end{cases}$$

Câu 112: Cho $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) < 0$. B. $\tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) > 0$. C. $\tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) \leq 0$. D. $\tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) \geq 0$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2} \rightarrow 0 < \frac{3\pi}{2} - \alpha < \frac{\pi}{2} \rightarrow \begin{cases} \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) > 0 \\ \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) > 0 \end{cases} \longrightarrow \tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) > 0.$$

Câu 113: Cho $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Xác định dấu của biểu thức $M = \cos\left(-\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \tan(\pi - \alpha)$.

- A. $M \geq 0$. B. $M > 0$. C. $M \leq 0$. D. $M < 0$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \begin{cases} \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \rightarrow 0 < -\frac{\pi}{2} + \alpha < \frac{\pi}{2} \longrightarrow \cos\left(-\frac{\pi}{2} + \alpha\right) > 0 \\ \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \rightarrow 0 < \pi - \alpha < \frac{\pi}{2} \longrightarrow \tan(\pi - \alpha) > 0 \end{cases} \longrightarrow M > 0.$$

Câu 114: Cho $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Xác định dấu của biểu thức $M = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \cdot \cot(\pi + \alpha)$.

- A. $M \geq 0$. B. $M > 0$. C. $M \leq 0$. D. $M < 0$.

Lời giải



$$\text{Ta có } \begin{cases} \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2} \rightarrow -\frac{3\pi}{2} < -\alpha < -\pi \rightarrow -\pi < \frac{\pi}{2} - \alpha < -\frac{\pi}{2} \rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) < 0 \\ \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2} \rightarrow 2\pi < \pi + \alpha < \frac{5\pi}{2} \rightarrow \cot(\pi + \alpha) > 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow M < 0.$$

DẠNG 5: TÍNH GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT GÓC LƯỢNG GIÁC

Câu 115: Trên đường tròn lượng giác, lấy điểm $M\left(\frac{\sqrt{5}}{4}; -\frac{\sqrt{11}}{4}\right)$ có góc lượng giác $(OA; OM)$ có số đo

$\alpha + k2\pi$. Khi đó, giá trị của $\sin \alpha$ là giá trị nào trong các giá trị sau?

- A.** $-\frac{\sqrt{11}}{4}$. **B.** $-\frac{\sqrt{5}}{4}$. **C.** $\frac{\sqrt{5}}{4}$. **D.** $\frac{\sqrt{11}}{4}$.

Lời giải

Điểm $M\left(\frac{\sqrt{5}}{4}; -\frac{\sqrt{11}}{4}\right)$ có góc lượng giác $(OA; OM)$ có số đo $\alpha + k2\pi$. Khi đó, giá trị của

$$\sin \alpha = y_M = -\frac{\sqrt{11}}{4}$$

Câu 116: Trên đường tròn lượng giác, lấy điểm $M\left(\frac{\sqrt{5}}{4}; -\frac{\sqrt{11}}{4}\right)$ có góc lượng giác $(OA; OM)$ có số đo

$\alpha + k2\pi$. Khi đó, giá trị của $\cos \alpha$ là giá trị nào trong các giá trị sau?

- A.** $-\frac{\sqrt{11}}{4}$. **B.** $-\frac{\sqrt{5}}{4}$. **C.** $\frac{\sqrt{5}}{4}$. **D.** $\frac{\sqrt{11}}{4}$.

Lời giải

Điểm $M\left(\frac{\sqrt{5}}{4}; -\frac{\sqrt{11}}{4}\right)$ có góc lượng giác $(OA; OM)$ có số đo $\alpha + k2\pi$. Khi đó, giá trị của

$$\cos \alpha = x_M = \frac{\sqrt{5}}{4}$$

Câu 117: Trên đường tròn lượng giác, lấy điểm $M\left(\frac{\sqrt{5}}{4}; -\frac{\sqrt{11}}{4}\right)$ có góc lượng giác $(OA; OM)$ có số đo

$\alpha + k2\pi$. Khi đó, giá trị của $\tan \alpha$ là giá trị nào trong các giá trị sau?

- A.** $\frac{\sqrt{55}}{11}$. **B.** $-\frac{\sqrt{55}}{11}$. **C.** $-\frac{\sqrt{55}}{5}$. **D.** $\frac{\sqrt{55}}{5}$.

Lời giải

Điểm $M\left(\frac{\sqrt{5}}{4}; -\frac{\sqrt{11}}{4}\right)$ có góc lượng giác $(OA; OM)$ có số đo $\alpha + k2\pi$. Khi đó, giá trị của

$$\tan \alpha = \frac{y_M}{x_M} = -\frac{\sqrt{11}}{4} : \frac{\sqrt{5}}{4} = -\frac{\sqrt{55}}{5}$$



Câu 118: Trên đường tròn lượng giác, lấy điểm $M\left(\frac{\sqrt{5}}{4}; -\frac{\sqrt{11}}{4}\right)$ có góc lượng giác $(OA; OM)$ có số đo $\alpha + k2\pi$. Khi đó, giá trị của $\cot \alpha$ là giá trị nào trong các giá trị sau?

- A. $\frac{\sqrt{55}}{11}$. B. $-\frac{\sqrt{55}}{11}$. C. $-\frac{\sqrt{55}}{5}$. D. $\frac{\sqrt{55}}{5}$.

Lời giải

Điểm $M\left(\frac{\sqrt{5}}{4}; -\frac{\sqrt{11}}{4}\right)$ có góc lượng giác $(OA; OM)$ có số đo $\alpha + k2\pi$. Khi đó, giá trị của

$$\cot \alpha = \frac{x_M}{y_M} = \frac{\sqrt{5}}{4} : \left(-\frac{\sqrt{11}}{4}\right) = -\frac{\sqrt{55}}{11}$$

Câu 119: Trên đường tròn lượng giác, lấy điểm $M\left(-\frac{3}{5}; \frac{4}{5}\right)$ có góc lượng giác $(OA; OM)$ có số đo $\alpha + k2\pi$. Khi đó, giá trị của $\sin \alpha$ là giá trị nào trong các giá trị sau?

- A. $\frac{4}{5}$. B. $-\frac{4}{5}$. C. $\frac{3}{5}$. D. $-\frac{3}{5}$.

Lời giải

Điểm $M\left(-\frac{3}{5}; \frac{4}{5}\right)$ có góc lượng giác $(OA; OM)$ có số đo $\alpha + k2\pi$. Khi đó, giá trị của

$$\sin \alpha = y_M = \frac{4}{5}$$

Câu 120: Trên đường tròn lượng giác, lấy điểm $M\left(-\frac{3}{5}; \frac{4}{5}\right)$ có góc lượng giác $(OA; OM)$ có số đo $\alpha + k2\pi$. Khi đó, giá trị của $\cos \alpha$ là giá trị nào trong các giá trị sau?

- A. $\frac{4}{5}$. B. $-\frac{4}{5}$. C. $\frac{3}{5}$. D. $-\frac{3}{5}$.

Lời giải

Điểm $M\left(-\frac{3}{5}; \frac{4}{5}\right)$ có góc lượng giác $(OA; OM)$ có số đo $\alpha + k2\pi$. Khi đó, giá trị của

$$\cos \alpha = x_M = -\frac{3}{5}$$

Câu 121: Trên đường tròn lượng giác, lấy điểm $M\left(-\frac{3}{5}; \frac{4}{5}\right)$ có góc lượng giác $(OA; OM)$ có số đo $\alpha + k2\pi$. Khi đó, giá trị của $\tan \alpha$ là giá trị nào trong các giá trị sau?

- A. $\frac{3}{4}$. B. $-\frac{3}{4}$. C. $-\frac{4}{3}$. D. $\frac{4}{3}$.

Lời giải



Điểm $M\left(-\frac{3}{5}; \frac{4}{5}\right)$ có góc lượng giác $(OA; OM)$ có số đo $\alpha + k2\pi$. Khi đó, giá trị của

$$\tan \alpha = \frac{y_M}{x_M} = \frac{4}{5} : \left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{4}{3}$$

Câu 122: Trên đường tròn lượng giác, lấy điểm $M\left(-\frac{3}{5}; \frac{4}{5}\right)$ có góc lượng giác $(OA; OM)$ có số đo $\alpha + k2\pi$. Khi đó, giá trị của $\cot \alpha$ là giá trị nào trong các giá trị sau?

- A. $\frac{3}{4}$. B. $-\frac{3}{4}$. C. $-\frac{4}{3}$. D. $\frac{4}{3}$.

Lời giải

Điểm $M\left(-\frac{3}{5}; \frac{4}{5}\right)$ có góc lượng giác $(OA; OM)$ có số đo $\alpha + k2\pi$. Khi đó, giá trị của

$$\cot \alpha = \frac{x_M}{y_M} = -\frac{3}{5} : \frac{4}{5} = -\frac{3}{4}$$

Câu 123: Trên đường tròn lượng giác, lấy điểm $M\left(-\frac{\sqrt{3}}{4}; -\frac{\sqrt{13}}{4}\right)$ có góc lượng giác $(OA; OM)$ có số đo $\alpha + k2\pi$. Khi đó, giá trị của $\sin \alpha$ là giá trị nào trong các giá trị sau?

- A. $-\frac{\sqrt{13}}{4}$. B. $-\frac{\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{\sqrt{13}}{4}$.

Lời giải

Điểm $M\left(-\frac{\sqrt{3}}{4}; -\frac{\sqrt{13}}{4}\right)$ có góc lượng giác $(OA; OM)$ có số đo $\alpha + k2\pi$. Khi đó, giá trị của

$$\sin \alpha = y_M = -\frac{\sqrt{13}}{4}$$

Câu 124: Trên đường tròn lượng giác, lấy điểm $M\left(-\frac{\sqrt{5}}{4}; -\frac{\sqrt{11}}{4}\right)$ có góc lượng giác $(OA; OM)$ có số đo $\alpha + k2\pi$. Khi đó, giá trị của $\cos \alpha$ là giá trị nào trong các giá trị sau?

- A. $-\frac{\sqrt{11}}{4}$. B. $-\frac{\sqrt{5}}{4}$. C. $\frac{\sqrt{5}}{4}$. D. $\frac{\sqrt{11}}{4}$.

Lời giải

Điểm $M\left(-\frac{\sqrt{5}}{4}; -\frac{\sqrt{11}}{4}\right)$ có góc lượng giác $(OA; OM)$ có số đo $\alpha + k2\pi$. Khi đó, giá trị của

$$\cos \alpha = x_M = -\frac{\sqrt{5}}{4}$$

Câu 125: Trên đường tròn lượng giác, lấy điểm $M\left(-\frac{\sqrt{5}}{4}; -\frac{\sqrt{11}}{4}\right)$ có góc lượng giác $(OA; OM)$ có số đo $\alpha + k2\pi$. Khi đó, giá trị của $\tan \alpha$ là giá trị nào trong các giá trị sau?



A. $\frac{\sqrt{55}}{11}$.

B. $-\frac{\sqrt{55}}{11}$.

C. $\frac{\sqrt{55}}{5}$.

D. $-\frac{\sqrt{55}}{5}$.

Lời giải

Điểm $M\left(\frac{\sqrt{5}}{4}; -\frac{\sqrt{11}}{4}\right)$ có góc lượng giác $(OA; OM)$ có số đo $\alpha + k2\pi$. Khi đó, giá trị của

$$\tan \alpha = \frac{y_M}{x_M} = \frac{\sqrt{11}}{4} : \frac{\sqrt{5}}{4} = \frac{\sqrt{55}}{5}$$

Câu 126: Trên đường tròn lượng giác, lấy điểm $M\left(-\frac{\sqrt{5}}{4}; -\frac{\sqrt{11}}{4}\right)$ có góc lượng giác $(OA; OM)$ có số đo $\alpha + k2\pi$. Khi đó, giá trị của $\cot \alpha$ là giá trị nào trong các giá trị sau?

A. $-\frac{\sqrt{55}}{11}$.

B. $\frac{\sqrt{55}}{11}$.

C. $-\frac{\sqrt{55}}{5}$.

D. $\frac{\sqrt{55}}{5}$.

Lời giải

Điểm $M\left(\frac{\sqrt{5}}{4}; -\frac{\sqrt{11}}{4}\right)$ có góc lượng giác $(OA; OM)$ có số đo $\alpha + k2\pi$. Khi đó, giá trị của

$$\cot \alpha = \frac{x_M}{y_M} = \frac{\sqrt{5}}{4} : \frac{\sqrt{11}}{4} = \frac{\sqrt{55}}{11}$$

Câu 127: Cho $\cos \alpha = \frac{-1}{6}; \left(-\pi < \alpha < -\frac{\pi}{2}\right)$. Tính $\sin \alpha$.

A. $\sin \alpha = \frac{-\sqrt{35}}{6}$.

B. $\sin \alpha = \frac{35}{36}$.

C. $\sin \alpha = \frac{5}{6}$.

D. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{35}}{6}$.

Lời giải

Ta có $-\pi < \alpha < -\frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin \alpha < 0$. Nên $\sin \alpha = -\sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \left(\frac{-1}{6}\right)^2} = -\frac{\sqrt{35}}{6}$.

Câu 128: Tính $\sin \alpha$, biết $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$ và $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.

A. $\frac{1}{3}$.

B. $-\frac{1}{3}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $-\frac{2}{3}$.

Lời giải

Ta có: $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9} \Leftrightarrow \sin \alpha = \pm \frac{2}{3}$.

Do $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ nên $\sin \alpha < 0$. Vậy $\sin \alpha = -\frac{2}{3}$.

Câu 129: Cho $\cos x = \frac{2}{\sqrt{5}} \left(-\frac{\pi}{2} < x < 0\right)$ thì $\sin x$ có giá trị bằng



A. $\frac{3}{\sqrt{5}}$.

B. $-\frac{3}{\sqrt{5}}$.

C. $-\frac{1}{\sqrt{5}}$.

D. $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

Lời giải

Vì $-\frac{\pi}{2} < x < 0 \Rightarrow \sin x < 0$

Ta có $\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 1 - \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^2 = \frac{1}{5}$

Vậy $\sin x = -\frac{1}{\sqrt{5}}$.

Câu 130: Cho $\sin \alpha = \frac{1}{4}$ biết $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Tính $\cos \alpha$; $\tan \alpha$

A. $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{15}}{4}$; $\tan \alpha = \frac{\sqrt{15}}{15}$.

B. $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{15}}{4}$; $\tan \alpha = -\frac{\sqrt{15}}{15}$.

C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{15}}{4}$; $\tan \alpha = -\frac{\sqrt{15}}{15}$.

D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{15}}{4}$; $\tan \alpha = \frac{\sqrt{15}}{15}$.

Lời giải

Ta có $\begin{cases} \sin \alpha = \frac{1}{4} \\ \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = \frac{15}{16} \end{cases} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{\sqrt{15}}{4}$; với $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ nên $\cos \alpha = \frac{\sqrt{15}}{4}$.

Và $\sin \alpha = \frac{1}{4}$ nên $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{1}{\sqrt{15}} = \frac{\sqrt{15}}{15}$.

Câu 131: Cho $\cos \alpha = -\frac{2}{5}$ ($90^\circ < \alpha < 180^\circ$), khi đó $\tan \alpha$ bằng:

A. $\frac{\sqrt{21}}{5}$.

B. $-\frac{\sqrt{21}}{2}$.

C. $-\frac{\sqrt{21}}{5}$.

D. $\frac{\sqrt{21}}{3}$.

Lời giải

Ta có: $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \frac{4}{25} = \frac{21}{25} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{21}}{5}$.

Vậy, $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\frac{\sqrt{21}}{2}$.

Câu 132: Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Giá trị của $\cos \alpha$ là:

A. $\frac{4}{5}$.

B. $-\frac{4}{5}$.

C. $\pm \frac{4}{5}$.

D. $\frac{16}{25}$.

Lời giải



Ta có: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos \alpha = \frac{4}{5} \\ \cos \alpha = -\frac{4}{5} \end{cases}$.

Vì $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{4}{5}$.

Câu 133: Cho $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$ và $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Khi đó giá trị của $\cos \alpha$ và $\tan \alpha$ lần lượt là

A. $-\frac{4}{5}; \frac{3}{4}$.

B. $-\frac{4}{5}; -\frac{3}{4}$.

C. $\frac{4}{5}; -\frac{3}{4}$.

D. $\frac{3}{4}; -\frac{4}{5}$.

Lời giải

Áp dụng hệ thức $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ ta có: $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha \Leftrightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25} = \left(\frac{4}{5}\right)^2$.

Do $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \cos \alpha < 0 \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{4}{5}$

$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{-\frac{3}{5}}{-\frac{4}{5}} = \frac{3}{4}$.

Vậy $\cos \alpha = -\frac{4}{5}; \tan \alpha = \frac{3}{4}$.

Câu 134: Cho $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$ với $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính giá trị của biểu thức $M = 10 \sin \alpha + 5 \cos \alpha$.

A. -10.

B. 2.

C. 1.

D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải

$\cos \alpha = -\frac{4}{5} \Rightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \left(-\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{9}{25} \Rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{3}{5}$

Vì $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\sin \alpha = \frac{3}{5}$.

$M = 10 \sin \alpha + 5 \cos \alpha = 10 \cdot \frac{3}{5} + 5 \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) = 2$.

Câu 135: Cho $\cos \alpha = \frac{1}{3}$ và $\frac{7\pi}{2} < \alpha < 4\pi$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\sin \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

B. $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

C. $\sin \alpha = \frac{2}{3}$.

D. $\sin \alpha = -\frac{2}{3}$.

Lời giải

$\cos \alpha = \frac{1}{3} \Rightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{8}{9} \Rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{2\sqrt{2}}{3}$



Vì $\frac{7\pi}{2} < \alpha < 4\pi$ nên $\sin \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 136: Cho góc α thỏa mãn $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$ và $\cos \alpha = \frac{1}{2}$. Giá trị của biểu thức $P = \sin \alpha + \frac{1}{\cos \alpha}$ bằng

A. $\frac{4+\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{4-\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{1-\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Cách 1: Ta có: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Leftrightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$

Với $\cos \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \sin \alpha = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$

Vì $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$ nên $\sin \alpha < 0 \Rightarrow \sin \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Vậy: $P = \sin \alpha + \frac{1}{\cos \alpha} = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{\frac{1}{2}} = -\frac{\sqrt{3}}{2} + 2 = \frac{4-\sqrt{3}}{2}$.

Cách 2: Theo giả thiết: $\begin{cases} \cos \alpha = \frac{1}{2} \\ -\frac{\pi}{2} < \alpha < 0 \end{cases} \Rightarrow \alpha = -\frac{\pi}{3}$.

Vậy $P = \sin \alpha + \frac{1}{\cos \alpha} = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) + \frac{1}{\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)} = -\frac{\sqrt{3}}{2} + 2 = \frac{4-\sqrt{3}}{2}$.

Câu 137: Nếu $\tan \alpha = \frac{3}{4}$ thì $\sin^2 \alpha$ bằng

A. $\frac{16}{25}$.

B. $\frac{9}{25}$.

C. $\frac{25}{16}$.

D. $\frac{25}{9}$.

Lời giải

Ta có $\frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha = 1 + \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{25}{16} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{16}{25} \Rightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25}$.

Câu 138: Cho $\tan x = 3$. Tính $P = \frac{2 \sin x - \cos x}{\sin x + \cos x}$.

A. $P = \frac{3}{2}$.

B. $P = \frac{5}{4}$.

C. $P = 3$.

D. $P = \frac{2}{5}$.

Lời giải

Ta có $\tan x = 3 \Rightarrow \frac{\sin x}{\cos x} = 3 \Rightarrow \sin x = 3 \cos x$. Khi đó $P = \frac{2 \cdot 3 \cos x - \cos x}{3 \cos x + \cos x} = \frac{5 \cos x}{4 \cos x} = \frac{5}{4}$.

Câu 139: Cho $\sin a = \frac{1}{3}$. Giá trị của biểu thức $A = \frac{\cot a - \tan a}{\tan a + 2 \cot a}$ bằng



A. $\frac{1}{9}$.

B. $\frac{7}{9}$.

C. $\frac{17}{81}$.

D. $\frac{7}{17}$.

Lời giải

Ta có

$$A = \frac{\cot a - \tan a}{\tan a + 2 \cot a} = \frac{\frac{\cos a}{\sin a} - \frac{\sin a}{\cos a}}{\frac{\sin a}{\cos a} + 2 \frac{\cos a}{\sin a}} = \frac{\frac{\cos^2 a - \sin^2 a}{\sin a \cos a}}{\frac{\sin^2 a + 2 \cos^2 a}{\sin a \cos a}} = \frac{(1 - \sin^2 a) - \sin^2 a}{\sin^2 a + 2(1 - \sin^2 a)} = \frac{1 - 2\sin^2 a}{2 - \sin^2 a} = \frac{7}{17}$$

Câu 140: Cho $\tan x = -4$. Giá trị của biểu thức $A = \frac{2 \sin x - 5 \cos x}{3 \cos x + \sin x}$ là

A. 13.

B. -13.

C. $\frac{13}{11}$.

D. 5.

Lời giải

$$\text{Ta có: } A = \frac{2 \sin x - 5 \cos x}{3 \cos x + \sin x} = \frac{2 \frac{\sin x}{\cos x} - 5}{3 + \frac{\sin x}{\cos x}} = \frac{2 \tan x - 5}{3 + \tan x} = \frac{2(-4) - 5}{3 + (-4)} = 13.$$

Câu 141: Cho $\tan \alpha = 3$, khi đó giá trị của biểu thức $P = \frac{2 \sin \alpha - \cos \alpha}{3 \sin \alpha - 5 \cos \alpha}$ là

A. $P = -\frac{5}{2}$.

B. $P = \frac{5}{4}$.

C. $P = 1$.

D. $P = -3$.

Lời giải

$$\text{Chia cả tử và mẫu của } P \text{ cho } \cos \alpha \neq 0 \text{ ta được: } P = \frac{2 \sin \alpha - \cos \alpha}{3 \sin \alpha - 5 \cos \alpha} = \frac{2 \tan \alpha - 1}{3 \tan \alpha - 5} = \frac{5}{4}.$$

Câu 142: Cho $\cot \alpha = -3$. Giá trị của biểu thức $P = \frac{3 \cos \alpha - 4 \sin \alpha}{2 \sin \alpha + \cos \alpha}$ bằng

A. -13.

B. 13.

C. -3.

D. 3.

Lời giải

Chia cả tử và mẫu của biểu thức P cho $\sin \alpha$, ta có:

$$P = \frac{3 \cos \alpha - 4 \sin \alpha}{2 \sin \alpha + \cos \alpha} = \frac{3 \cot \alpha - 4}{2 + \cot \alpha} = \frac{3(-3) - 4}{2 - 3} = 13.$$

Câu 143: Cho $\cot \alpha = 4 \tan \alpha$ và $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$. Khi đó $\sin \alpha$ bằng

A. $-\frac{\sqrt{5}}{5}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải



Ta có $\cot \alpha = 4 \tan \alpha \Leftrightarrow \frac{\cot \alpha}{\tan \alpha} = 4 \Leftrightarrow \cot^2 \alpha = 4 \Leftrightarrow 1 + \cot^2 \alpha = 5$

$\Leftrightarrow \frac{1}{\sin^2 \alpha} = 5 \Leftrightarrow \sin^2 \alpha = \frac{1}{5} \Leftrightarrow \sin \alpha = \pm \frac{\sqrt{5}}{5}$.

Vì $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ nên $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

Câu 144: Nếu $\tan \alpha + \cot \alpha = 2$ thì $\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha$ bằng bao nhiêu?

A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Ta có $\tan \alpha + \cot \alpha = 2 \Rightarrow (\tan \alpha + \cot \alpha)^2 = 4 \Rightarrow \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha + 2 \tan \alpha \cdot \cot \alpha = 4$

$\Rightarrow \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = 2$.

Câu 145: Biết $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Trong các kết quả sau, kết quả nào sai?

A. $\sin \alpha \cos \alpha = -\frac{1}{4}$.

B. $\sin \alpha - \cos \alpha = \pm \frac{\sqrt{6}}{2}$.

C. $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = \frac{7}{8}$.

D. $\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = 12$.

Lời giải

• $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin \alpha \cos \alpha = -\frac{1}{4}$ Suy ra, đáp án A đúng.

• $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Leftrightarrow (\sin \alpha - \cos \alpha)^2 + 2 \sin \alpha \cos \alpha = 1$.

$\Leftrightarrow (\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = 1 - 2\left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{3}{2}$.

Suy ra, $\sin \alpha - \cos \alpha = \pm \sqrt{\frac{3}{2}} = \pm \frac{\sqrt{6}}{2}$. Suy ra, đáp án B đúng.

• $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 - 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 1 - 2\left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{7}{8}$ Suy ra, C đúng.

• $\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = \frac{\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha}{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha} = \frac{\frac{7}{8}}{\left(-\frac{1}{4}\right)} = 14$. Suy ra, $\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = 12$ sai.

Câu 146: Nếu $\cot(x + \pi) - \tan\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = \sin^2(-1445^\circ) + \cos^2(1085^\circ)$ thì $\sin x$ bằng.

A. $\pm \frac{1}{5}$.

B. $\pm \frac{2}{5}$.

C. $\pm \frac{1}{\sqrt{5}}$.

D. $\pm \frac{2}{\sqrt{5}}$.



Lời giải

$$\cot\left(x+\pi\right)-\tan\left(x-\frac{\pi}{2}\right)=\sin^2\left(-1445^{\circ}\right)+\cos^2\left(1085^{\circ}\right).$$

$$\Leftrightarrow -\cot x - \cot x = 1 \Leftrightarrow \cot x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \tan x = -2 \Rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{1}{\sqrt{1+\cot^2 \alpha}} = \pm \frac{2}{\sqrt{5}}.$$

Câu 147: Cho biết $\sin a - \cos a = \frac{1}{2}$. Kết quả nào sau đây **đúng**?

- A.** $\sin a \cdot \cos a = \frac{3}{8}$. **B.** $\sin a + \cos a = \frac{\sqrt{7}}{4}$.
C. $\sin^4 a + \cos^4 a = \frac{21}{32}$. **D.** $\tan^2 a + \cot^2 a = \frac{14}{3}$.

Lời giải

Ta có $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1 - (\sin \alpha - \cos \alpha)^2}{2} = \frac{3}{8}$.

$$\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 - 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 1 - 2 \cdot \left(\frac{3}{8}\right)^2 = \frac{23}{32}.$$

Câu 148: Biết $\tan x = \frac{1}{2}$, giá trị của biểu thức $M = \frac{2 \sin^2 x + 3 \sin x \cdot \cos x - 4 \cos^2 x}{5 \cos^2 x - \sin^2 x}$ bằng:

- A.** $-\frac{8}{13}$. **B.** $\frac{2}{19}$. **C.** $-\frac{2}{19}$. **D.** $-\frac{8}{19}$.

Lời giải

Cách 1:

Chia cả tử và mẫu của M cho $\cos^2 x$ ta có:

$$M = \frac{2 \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + 3 \frac{\sin x \cdot \cos x}{\cos^2 x} - 4}{5 - \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}} = \frac{2 \cdot \frac{1}{4} + 3 \cdot \frac{1}{2} - 4}{5 - \frac{1}{4}} = -\frac{8}{19}.$$

Cách 2: Ta có: $\tan x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos x = 2 \sin x$, thay $\cos x = 2 \sin x$ vào M :

$$M = \frac{2 \sin^2 x + 3 \sin x \cdot 2 \sin x - 4 \cdot (2 \sin x)^2}{5 \cdot (2 \sin x)^2 - \sin^2 x} = \frac{-8 \sin^2 x}{19 \sin^2 x} = -\frac{8}{19}.$$

Câu 149: Nếu $\cot 1,25 \cdot \tan(4\pi + 1,25) - \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \cdot \cos(6\pi - x) = 0$ thì $\tan x$ bằng

- A.** 1. **B.** -1. **C.** 0. **D.** Giá trị khác.

Lời giải

$$\cot 1,25 \cdot \tan(4\pi + 1,25) - \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \cdot \cos(6\pi - x) = 0.$$



$$\cot 1,25 \cdot \tan 1,25 - \cos x \cdot \cos x = 0.$$

$$1 - \cos^2 x = 0 \Leftrightarrow \sin^2 x = 0 \Leftrightarrow \sin x = 0 \Leftrightarrow \tan x = 0.$$

Câu 150: Biết $\tan x = \frac{2b}{a-c}$. Giá trị của biểu thức $A = a \cos^2 x + 2b \sin x \cdot \cos x + c \sin^2 x$ bằng

A. $2a$.

B. a .

C. $2b$.

D. b .

Lời giải

$$A = a \cos^2 x + 2b \sin x \cdot \cos x + c \sin^2 x \Leftrightarrow \frac{A}{\cos^2 x} = a + 2b \tan x + c \tan^2 x$$

$$\Leftrightarrow A(1 + \tan^2 x) = a + 2b \tan x + c \tan^2 x \Leftrightarrow A \left(1 + \left(\frac{2b}{a-c} \right)^2 \right) = a + 2b \frac{2b}{a-c} + c \left(\frac{2b}{a-c} \right)^2$$

$$\Leftrightarrow A \frac{(a-c)^2 + (2b)^2}{(a-c)^2} = \frac{a(a-c)^2 + 4b^2(a-c) + c4b^2}{(a-c)^2}$$

$$\Leftrightarrow A \frac{(a-c)^2 + (2b)^2}{(a-c)^2} = a \frac{(a-c)^2 + 4b^2}{(a-c)^2}$$

$$\Leftrightarrow A = a$$

Câu 151: Nếu biết $\frac{\sin^4 x}{a} + \frac{\cos^4 x}{b} = \frac{1}{a+b}$ thì biểu thức $\frac{\sin^3 x}{a^3} + \frac{\cos^3 x}{b^3}$ bằng:

A. $\frac{1}{(a+b)^2}$.

B. $\frac{1}{a^2 + b^2}$.

C. $\frac{1}{(a+b)^3}$.

D. $\frac{1}{a^3 + b^3}$.

Lời giải

Đặt

$$\sin^2 x = u, \quad (0 \leq u \leq 1) \Rightarrow \cos^2 x = 1 - u.$$

$$\text{Từ } \frac{\sin^4 x}{a} + \frac{\cos^4 x}{b} = \frac{1}{a+b} \text{ ta suy ra } \frac{u^2}{a} + \frac{(1-u)^2}{b} = \frac{1}{a+b} \Rightarrow \frac{bu^2 + a(1-u)^2}{ab} = \frac{1}{a+b}.$$

$$\frac{(a+b)u^2 - 2au + a}{ab} = \frac{1}{a+b} \Rightarrow (a+b)^2 u^2 - 2a(a+b)u + a(a+b) = ab.$$

$$\Rightarrow (a+b)^2 u^2 - 2a(a+b)u + a^2 = 0 \Rightarrow [(a+b)u - a]^2 = 0 \Rightarrow u = \frac{a}{a+b}.$$

Suy ra

$$\begin{cases} \sin^2 x = \frac{a}{a+b} \\ \cos^2 x = \frac{b}{a+b} \end{cases}.$$



$$\text{Do đó } A = \frac{\sin^3 x}{a^3} + \frac{\cos^3 x}{b^3} = \frac{\left(\frac{a}{a+b}\right)^4}{a^3} + \frac{\left(\frac{b}{a+b}\right)^4}{b^3} = \frac{1}{(a+b)^2}$$

Câu 152: Nếu biết $3\sin^4 x + 2\cos^4 x = \frac{98}{81}$ thì giá trị biểu thức $A = 2\sin^4 x + 3\cos^4 x$ bằng

- A. $\frac{101}{81}$ hay $\frac{601}{504}$. B. $\frac{103}{81}$ hay $\frac{603}{405}$. C. $\frac{105}{81}$ hay $\frac{605}{504}$. **D. $\frac{107}{81}$ hay $\frac{607}{405}$.**

Lời giải

$$\text{Ta có } \sin^4 x - \cos^4 x = \frac{98}{81} - A \Leftrightarrow \cos 2x = A - \frac{98}{81}$$

$$5(\sin^4 x + \cos^4 x) = \frac{98}{81} + A \Leftrightarrow 1 - \frac{1}{2}\sin^2 2x = \frac{1}{5}\left(\frac{98}{81} + A\right) \Leftrightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos^2 2x = \frac{1}{5}\left(\frac{98}{81} + A\right)$$

$$\Leftrightarrow 1 + \left(A - \frac{98}{81}\right)^2 = \frac{2}{5}\left(A + \frac{98}{81}\right) = \frac{2}{5}\left(A - \frac{98}{81}\right) + \frac{392}{405}$$

$$\text{Đặt } A - \frac{98}{81} = t \Rightarrow t^2 - \frac{2}{5}t + \frac{13}{405} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{13}{45} \\ t = \frac{1}{9} \end{cases}$$

$$+) t = \frac{13}{45} \Rightarrow A = \frac{607}{405}$$

$$+) t = \frac{1}{9} \Rightarrow A = \frac{107}{81}.$$

Câu 153: Nếu $\frac{\sin^4 \alpha}{a} + \frac{\cos^4 \alpha}{b} = \frac{1}{a+b}$ thì biểu thức $M = \frac{\sin^{10} \alpha}{a^4} + \frac{\cos^{10} \alpha}{b^4}$ bằng.

- A. $\frac{1}{a^5} + \frac{1}{b^5}$. B. $\frac{1}{(a+b)^5}$. C. $\frac{1}{a^4} + \frac{1}{b^4}$. **D. $\frac{1}{(a+b)^4}$.**

Lời giải

$$\frac{\sin^4 \alpha}{a} + \frac{\cos^4 \alpha}{b} = \frac{1}{a+b} \Leftrightarrow \frac{\sin^4 \alpha}{a} + \frac{\cos^4 \alpha}{b} = \frac{\sin^2 \alpha}{a+b} + \frac{\cos^2 \alpha}{a+b}.$$

$$\Leftrightarrow \sin^2 \alpha \left(\frac{\sin^2 \alpha}{a} - \frac{1}{a+b} \right) + \cos^2 \alpha \left(\frac{\cos^2 \alpha}{b} - \frac{1}{a+b} \right) = 0.$$

$$\Leftrightarrow \sin^2 \alpha \frac{b\sin^2 \alpha - a\cos^2 \alpha}{a(a+b)} + \cos^2 \alpha \frac{a\cos^2 \alpha - b\sin^2 \alpha}{b(a+b)} = 0.$$

$$\Leftrightarrow b^2 \sin^4 \alpha - 2ab \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + a^2 \cos^4 \alpha = 0.$$

$$\Leftrightarrow (b \sin^2 \alpha - a \cos^2 \alpha)^2 = 0 \Leftrightarrow \frac{\sin^2 \alpha}{a} = \frac{\cos^2 \alpha}{b} = \frac{1}{a+b}.$$



Do đó $M = \frac{1}{(a+b)^4 \sin^2 \alpha} + \frac{1}{(a+b)^4 \cos^2 \alpha} = \frac{1}{(a+b)^4}$.

Câu 154: Nếu biết $\frac{\sin^4 \alpha}{a} + \frac{\cos^4 \alpha}{b} = \frac{1}{a+b}$ thì biểu thức $A = \frac{\sin^8 \alpha}{a^3} + \frac{\cos^8 \alpha}{b^3}$ bằng:

- A. $\frac{1}{(a+b)^2}$. B. $\frac{1}{a^2 + b^2}$. C. $\frac{1}{(a+b)^3}$. D. $\frac{1}{a^3 + b^3}$.

Lời giải

Đặt $\sin^2 \alpha = u$, $(0 \leq u \leq 1) \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - u$.

Từ $\frac{\sin^4 \alpha}{a} + \frac{\cos^4 \alpha}{b} = \frac{1}{a+b}$ ta suy ra $\frac{u^2}{a} + \frac{(1-u)^2}{b} = \frac{1}{a+b} \Rightarrow \frac{bu^2 + a(1-u)^2}{ab} = \frac{1}{a+b}$

$\Rightarrow \frac{(a+b)u^2 - 2au + a}{ab} = \frac{1}{a+b} \Rightarrow (a+b)^2 u^2 - 2a(a+b)u + a(a+b) = ab$

$\Rightarrow (a+b)^2 u^2 - 2a(a+b)u + a^2 = 0 \Rightarrow [(a+b)u - a]^2 = 0 \Rightarrow u = \frac{a}{a+b}$

Suy ra $\begin{cases} \sin^2 \alpha = \frac{a}{a+b} \\ \cos^2 \alpha = \frac{b}{a+b} \end{cases}$

Do đó $A = \frac{\sin^8 \alpha}{a^3} + \frac{\cos^8 \alpha}{b^3} = \frac{\left(\frac{a}{a+b}\right)^4}{a^3} + \frac{\left(\frac{b}{a+b}\right)^4}{b^3} = \frac{1}{(a+b)^3}$

Câu 155: Nếu $3 \cos x + 2 \sin x = 2$ và $\sin x < 0$ thì giá trị đúng của $\sin x$ là:

- A. $-\frac{5}{13}$. B. $-\frac{7}{13}$. C. $-\frac{9}{13}$. D. $-\frac{12}{13}$.

Lời giải

ta có: $3 \cos x + 2 \sin x = 2 \Leftrightarrow (3 \cos x + 2 \sin x)^2 = 4$.

$\Leftrightarrow 9 \cos^2 x + 12 \cos x \sin x + 4 \sin^2 x = 4$

$\Leftrightarrow 5 \cos^2 x + 12 \cos x \sin x = 0 \Leftrightarrow \cos x (5 \cos x + 12 \sin x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ 5 \cos x + 12 \sin x = 0 \end{cases}$

Với $\cos x = 0 \Rightarrow \sin x = 1$ loại vì $\sin x < 0$.

Với $5 \cos x + 12 \sin x = 0$, ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 5 \cos x + 12 \sin x = 0 \\ 3 \cos x + 2 \sin x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = -\frac{5}{13} \\ \cos x = \frac{12}{13} \end{cases}$



Câu 156: Nếu $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$ thì $3\sin x + 2\cos x$ bằng:

- A. $\frac{5-\sqrt{7}}{4}$ hay $\frac{5+\sqrt{7}}{4}$. B. $\frac{5-\sqrt{5}}{7}$ hay $\frac{5+\sqrt{5}}{4}$.
 C. $\frac{2-\sqrt{3}}{5}$ hay $\frac{2+\sqrt{3}}{5}$. D. $\frac{3-\sqrt{2}}{5}$ hay $\frac{3+\sqrt{2}}{5}$.

Lời giải

Ta biến đổi: $(3\sin x + 2\cos x) = 2(\sin x + \cos x) + \sin x = 1 + \sin x$.

$$\text{Từ } \sin x + \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin x \cdot \cos x = -\frac{3}{8}$$

Khi đó $\sin x, \cos x$ là nghiệm của phương trình $X^2 - \frac{1}{2}X - \frac{3}{8} = 0$

$$X^2 - \frac{1}{2}X - \frac{3}{8} = 0 \Leftrightarrow 8X^2 - 4X - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} X = \frac{1+\sqrt{7}}{4} \\ X = \frac{1-\sqrt{7}}{4} \end{cases}$$

$$\text{Với } \sin x = \frac{1+\sqrt{7}}{4} \text{ suy ra } (3\sin x + 2\cos x) = 1 + \frac{1+\sqrt{7}}{4} = \frac{5+\sqrt{7}}{4}$$

$$\text{Với } \sin x = \frac{1-\sqrt{7}}{4} \text{ suy ra } (3\sin x + 2\cos x) = 1 + \frac{1-\sqrt{7}}{4} = \frac{5-\sqrt{7}}{4}$$

DẠNG 6: GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA CÁC GÓC CÓ LIÊN QUAN ĐẶC BIỆT

Câu 157: Tính $L = \tan 20^\circ \tan 45^\circ \tan 70^\circ$
 A. 0. B. 1. C. -1. D. 2.

Lời giải

Chọn B

$$L = \tan 20^\circ \tan 45^\circ \tan 70^\circ = (\tan 20^\circ \tan 70^\circ) \tan 45^\circ$$

$$= (\tan 20^\circ \cot 20^\circ) \tan 45^\circ = 1$$

Câu 158: Tính $G = \cos^2 \frac{\pi}{6} + \cos^2 \frac{2\pi}{6} + \dots + \cos^2 \frac{5\pi}{6} + \cos^2 \pi$

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

$$G = \cos^2 \frac{\pi}{6} + \cos^2 \frac{2\pi}{6} + \dots + \cos^2 \frac{5\pi}{6} + \cos^2 \pi$$



$$G = \cos^2 \frac{\pi}{6} + \cos^2 \frac{\pi}{3} + \cos^2 \frac{\pi}{2} + \cos^2 \frac{2\pi}{3} + \cos^2 \frac{5\pi}{6} + \cos^2 \pi$$

$$= \cos^2 \frac{\pi}{6} + \sin^2 \frac{\pi}{6} + \cos^2 \frac{\pi}{2} + \cos^2 \frac{2\pi}{3} + \sin^2 \frac{2\pi}{3} + \cos^2 \pi$$

Câu 159: Tính $A = \sin 390^\circ - 2 \sin 1140^\circ + 3 \cos 1845^\circ$

- A.** $\frac{1}{2}(1 + 3\sqrt{2} - 2\sqrt{3})$. **B.** $\frac{1}{2}(1 - 3\sqrt{2} - 2\sqrt{3})$. **C.** $\frac{1}{2}(1 + 2\sqrt{3} - 3\sqrt{2})$. **D.** $\frac{1}{2}(1 + 2\sqrt{3} + 3\sqrt{2})$.

Lời giải

$$A = \sin 390^\circ - 2 \sin 1140^\circ + 3 \cos 1845^\circ$$

$$= \sin(2.180^\circ + 30^\circ) - 2 \sin(6.180^\circ + 60^\circ) + 3 \cos(10.180^\circ + 45^\circ)$$

$$= \sin 30^\circ - 2 \sin 60^\circ + 3 \cos 45^\circ = \frac{1}{2} - 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 3 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2} \cdot (1 - 2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}).$$

Câu 160: Giá trị đúng của biểu thức $\frac{\tan 225^\circ - \cot 81^\circ \cdot \cot 69^\circ}{\cot 261^\circ + \tan 201^\circ}$ bằng:

- A.** $\frac{1}{\sqrt{3}}$. **B.** $-\frac{1}{\sqrt{3}}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $-\sqrt{3}$.

Lời giải

$$\frac{\tan 225^\circ - \cot 81^\circ \cdot \cot 69^\circ}{\cot 261^\circ + \tan 201^\circ} = \frac{\tan(180^\circ + 45^\circ) - \tan 9^\circ \cdot \cot 69^\circ}{\cot(180^\circ + 81^\circ) + \tan(180^\circ + 21^\circ)}$$

$$= \frac{1 - \tan 9^\circ \cdot \tan 21^\circ}{\tan 9^\circ + \tan 21^\circ} = \frac{1}{\tan(9^\circ + 21^\circ)} = \frac{1}{\tan 30^\circ} = \sqrt{3}$$

$$= 1 + 0 + 1 + 1 = 3$$

Câu 161: Với mọi góc α , biểu thức $\cos \alpha + \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{5}\right) + \cos\left(\alpha + \frac{2\pi}{5}\right) + \dots + \cos\left(\alpha + \frac{9\pi}{5}\right)$ nhận giá trị bằng

- A.** 10. **B.** -10. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

$$\text{Ta có } \cos \alpha = -\cos\left(\alpha + \frac{5\pi}{5}\right); \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{5}\right) = -\cos\left(\alpha + \frac{6\pi}{5}\right); \cos\left(\alpha + \frac{2\pi}{5}\right) = -\cos\left(\alpha + \frac{7\pi}{5}\right);$$

$$\cos\left(\alpha + \frac{3\pi}{5}\right) = -\cos\left(\alpha + \frac{8\pi}{5}\right); \cos\left(\alpha + \frac{4\pi}{5}\right) = -\cos\left(\alpha + \frac{9\pi}{5}\right).$$

$$\text{Do đó } \cos \alpha + \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{5}\right) + \cos\left(\alpha + \frac{2\pi}{5}\right) + \dots + \cos\left(\alpha + \frac{9\pi}{5}\right) = 0.$$

Câu 162: Tính $F = \sin^2 \frac{\pi}{6} + \sin^2 \frac{2\pi}{6} + \dots + \sin^2 \frac{5\pi}{6} + \sin^2 \pi$.

- A.** 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.



Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có } F &= \sin^2 \frac{\pi}{6} + \sin^2 \frac{2\pi}{6} + \dots + \sin^2 \frac{5\pi}{6} + \sin^2 \pi \\ &= \sin^2 \frac{\pi}{6} + \sin^2 \frac{\pi}{3} + \sin^2 \frac{\pi}{2} + \sin^2 \frac{2\pi}{3} + \sin^2 \frac{5\pi}{6} + \sin^2 \pi \\ &= 2 \left(\sin^2 \frac{\pi}{6} + \cos^2 \frac{\pi}{3} \right) + 1 + 0 = 3. \end{aligned}$$

Câu 163: Đơn giản biểu thức $D = \sin\left(\frac{5\pi}{2} - \alpha\right) + \cos(13\pi + \alpha) - 3\sin(\alpha - 5\pi)$.

- A. $3\sin\alpha - 2\cos\alpha$. B. $3\sin\alpha$. C. $-3\sin\alpha$. D. $2\cos\alpha + 3\sin\alpha$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có } D &= \sin\left(\frac{5\pi}{2} - \alpha\right) + \cos(13\pi + \alpha) - 3\sin(\alpha - 5\pi) \\ &= \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \cos(\pi + \alpha) + 3\sin(\pi - \alpha) = \cos\alpha - \cos\alpha + 3\sin\alpha = 3\sin\alpha. \end{aligned}$$

Câu 164: Giả sử $A = \tan x \tan\left(\frac{\pi}{3} - x\right) \tan\left(\frac{\pi}{3} + x\right)$ được rút gọn thành $A = \tan nx$ khi đó n bằng

- A. 2. B. 1. C. 4. D. 3.

Lời giải

Ta có

$$\begin{aligned} A &= \tan x \tan\left(\frac{\pi}{3} - x\right) \tan\left(\frac{\pi}{3} + x\right) = \tan x \cdot \frac{\sqrt{3} - \tan x}{1 + \sqrt{3} \tan x} \cdot \frac{\sqrt{3} + \tan x}{1 - \sqrt{3} \tan x} = \tan x \cdot \frac{3 - \tan^2 x}{1 - 3 \tan^2 x} \\ &= \frac{3 \tan x - \tan^3 x}{1 - 3 \tan^2 x} = \tan 3x. \end{aligned}$$

Câu 165: Nếu $\sin x = 3 \cos x$ thì $\sin x \cos x$ bằng

- A. $\frac{3}{10}$. B. $\frac{2}{9}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Ta có



$$\begin{cases} \sin^2 x + \cos^2 x = 1 \\ \sin x = 3 \cos x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10 \cos^2 x = 1 \\ \sin x = 3 \cos x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = -\frac{1}{\sqrt{10}} \\ \cos x = \frac{1}{\sqrt{10}} \\ \sin x = 3 \cos x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{-1}{\sqrt{10}} \\ \sin x = \frac{-3}{\sqrt{10}} \\ \cos x = \frac{1}{\sqrt{10}} \\ \sin x = \frac{3}{\sqrt{10}} \end{cases}$$

Suy ra $\sin x \cos x = \frac{3}{10}$.

Câu 166: Với mọi α thì $\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$ bằng

A. $-\sin \alpha$.

B. $-\cos \alpha$.

C. $\cos \alpha$.

D. $\sin \alpha$.

Lời giải

Cách 1: Ta có $\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = \sin\left(2\pi + \alpha - \frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = -\cos \alpha$.

Cách 2: Ta có $\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = \sin \frac{3\pi}{2} \cos \alpha + \sin \alpha \cos \frac{3\pi}{2} = (-1) \cos \alpha + \sin \alpha \cdot (0) = -\cos \alpha$.

Câu 167: Giá trị $\cot \frac{89\pi}{6}$ bằng

A. $\sqrt{3}$.

B. $-\sqrt{3}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

D. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Ta có: $\cot \frac{89\pi}{6} = \cot\left(14\pi + \frac{5\pi}{6}\right) = \cot \frac{5\pi}{6} = -\sqrt{3}$.

Câu 168: Đơn giản biểu thức $A = \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)$, ta được:

A. $\cos \alpha$.

B. $\sin \alpha$.

C. $-\cos \alpha$.

D. $-\sin \alpha$.

Lời giải

Ta có: $A = \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$.

Câu 169: Nếu $\sin^2 \alpha = \frac{1}{3}$ thì $1 + \tan^2 \alpha$ bằng

A. $\frac{9}{8}$.

B. 4.

C. $\frac{3}{2}$.

D. $\frac{8}{9}$.

Lời giải

Ta có: $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = \frac{2}{3}$ mà $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \tan^2 \alpha = \frac{3}{2}$.



Câu 170: Tính $P = \cot 1^\circ \cdot \cot 2^\circ \cdot \cot 3^\circ \dots \cot 89^\circ$.

A. 0.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Ta có:

$$\cot 89^\circ = \tan 1^\circ \Rightarrow \cot 1^\circ \cot 89^\circ = \cot 1^\circ \tan 1^\circ = 1.$$

$$\cot 88^\circ = \tan 2^\circ \Rightarrow \cot 2^\circ \cot 82^\circ = \cot 2^\circ \tan 2^\circ = 1.$$

.....

$$\cot 46^\circ = \tan 44^\circ \Rightarrow \cot 44^\circ \cot 46^\circ = \cot 44^\circ \tan 44^\circ = 1.$$

$$\text{Vậy } P = \cot 1^\circ \cot 2^\circ \cot 3^\circ \dots \cot 89^\circ = \cot 45^\circ = 1.$$

Câu 171: Giá trị của biểu thức $\tan 110^\circ \tan 340^\circ + \sin 160^\circ \cos 110^\circ + \sin 250^\circ \cos 340^\circ$ bằng

A. 0.

B. 1.

C. -1.

D. 2.

Lời giải

$$A = \tan 110^\circ \tan 340^\circ + \sin 160^\circ \cos 110^\circ + \sin 250^\circ \cos 340^\circ$$

$$A = \tan(90^\circ + 20^\circ) \tan(360^\circ - 20^\circ) + \sin(180^\circ - 20^\circ) \cos(90^\circ + 20^\circ) + \sin(360^\circ - 110^\circ) \cos(360^\circ - 20^\circ)$$

$$A = \cot 20^\circ \tan 20^\circ - \sin 20^\circ \sin 20^\circ - \sin 110^\circ \cos 20^\circ$$

$$A = 1 - \sin^2 20^\circ - \sin(90^\circ + 20^\circ) \cos 20^\circ$$

$$A = 1 - \sin^2 20^\circ - \cos^2 20^\circ$$

$$A = 1 - (\sin^2 x + \cos^2 x) = 0.$$

Câu 172: Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sin(-234^\circ) - \cos 216^\circ}{\sin 144^\circ - \cos 126^\circ} \cdot \tan 36^\circ$, ta được

A. A = 2.

B. A = -2.

C. A = 1.

D. A = -1.

Lời giải

Cách 1: Sử dụng mối quan hệ của các cung có liên quan đặc biệt

$$A = \frac{-\sin(180^\circ + 54^\circ) - \cos(180^\circ + 36^\circ) 16^\circ}{\sin(180^\circ - 36^\circ) - \cos(900^\circ + 36^\circ)} \cdot \tan 36^\circ.$$

$$A = \frac{\sin 54^\circ + \cos 36^\circ}{\sin 36^\circ + \sin 36^\circ} \cdot \tan 36^\circ = 2 \cot 36^\circ \cdot \tan 36^\circ = 2.$$

Cách 2: Sử dụng máy tính cầm tay, nhập biểu thức đã cho vào máy và bấm =, được kết quả bằng 1.

Câu 173: Giá trị của biểu thức $A = \frac{1}{\tan 368^\circ} + \frac{2 \sin 2550^\circ \cdot \cos(-188^\circ)}{2 \cos 638^\circ + \cos 98^\circ}$ bằng:

A. 1.

B. 2.

C. -1.

D. 0.



Lời giải

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{1}{\tan 368^\circ} + \frac{2 \sin 2550^\circ \cdot \cos(-188^\circ)}{2 \cos 638^\circ + \cos 98^\circ} \\
 \Leftrightarrow A &= \frac{1}{\tan(8^\circ + 360^\circ)} + \frac{2 \sin(30^\circ + 7.360^\circ) \cdot \cos(8^\circ + 180^\circ)}{2 \cos(-82^\circ + 2.360^\circ) + \cos(90^\circ + 8^\circ)} \Leftrightarrow A = \frac{1}{\tan 8^\circ} + \frac{-2 \sin 30^\circ \cdot \cos 8^\circ}{2 \cos 82^\circ - \sin 8^\circ} \\
 \Leftrightarrow A &= \frac{1}{\tan 8^\circ} - \frac{2 \sin 30^\circ \cdot \cos 8^\circ}{2 \cos(90^\circ - 8^\circ) - \sin 8^\circ} \Leftrightarrow A = \frac{1}{\tan 8^\circ} - \frac{2 \sin 30^\circ \cdot \cos 8^\circ}{2 \sin 8^\circ - \sin 8^\circ} \\
 \Leftrightarrow A &= \cot 8^\circ - \frac{1 \cdot \cos 8^\circ}{\sin 8^\circ} = \cot 8^\circ - \cot 8^\circ = 0.
 \end{aligned}$$

Câu 174: Với mọi α , biểu thức: $A = \cos \alpha + \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{5}\right) + \dots + \cos\left(\alpha + \frac{9\pi}{5}\right)$ nhận giá trị bằng:

A. -10.

B. 10.

C. 0.

D. 5.

Lời giải

$$\begin{aligned}
 A &= \cos \alpha + \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{5}\right) + \dots + \cos\left(\alpha + \frac{9\pi}{5}\right) \\
 A &= \left[\cos \alpha + \cos\left(\alpha + \frac{9\pi}{5}\right) \right] + \dots + \left[\cos\left(\alpha + \frac{4\pi}{5}\right) + \cos\left(\alpha + \frac{5\pi}{5}\right) \right] \\
 A &= 2 \cos\left(\alpha + \frac{9\pi}{10}\right) \cos \frac{9\pi}{10} + 2 \cos\left(\alpha + \frac{9\pi}{10}\right) \cos \frac{7\pi}{10} + \dots + 2 \cos\left(\alpha + \frac{9\pi}{10}\right) \cos \frac{\pi}{10} \\
 A &= 2 \cos\left(\alpha + \frac{9\pi}{10}\right) \left(\cos \frac{9\pi}{10} + \cos \frac{7\pi}{10} + \cos \frac{5\pi}{10} + \cos \frac{3\pi}{10} + \cos \frac{\pi}{10} \right) \\
 A &= 2 \cos\left(\alpha + \frac{9\pi}{10}\right) \left(2 \cos \frac{\pi}{2} \cos \frac{2\pi}{5} + 2 \cos \frac{\pi}{2} \cos \frac{\pi}{5} + \cos \frac{\pi}{2} \right) \Leftrightarrow A = 2 \cos\left(\alpha + \frac{9\pi}{10}\right) \cdot 0 = 0.
 \end{aligned}$$

Câu 175: Biểu thức $A = \frac{\sin(-328^\circ) \cdot \sin 958^\circ}{\cot 572^\circ} - \frac{\cos(-508^\circ) \cdot \cos(-1022^\circ)}{\tan(-212^\circ)}$ rút gọn bằng:

A. -1.

B. 1.

C. 0.

D. 2.

Lời giải

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{\sin(-328^\circ) \cdot \sin 958^\circ}{\cot 572^\circ} - \frac{\cos(-508^\circ) \cdot \cos(-1022^\circ)}{\tan(-212^\circ)} \Leftrightarrow A = -\frac{\sin 32^\circ \cdot \sin 58^\circ}{\cot 32^\circ} - \frac{\cos 32^\circ \cdot \cos 58^\circ}{\tan 32^\circ} \\
 A &= -\frac{\sin 32^\circ \cdot \cos 32^\circ}{\cot 32^\circ} - \frac{\cos 32^\circ \cdot \sin 32^\circ}{\tan 32^\circ} = -\sin^2 32^\circ - \cos^2 32^\circ = -1.
 \end{aligned}$$

DẠNG 7: RÚT GỌN BIỂU THỨC LƯỢNG GIÁC. ĐĂNG THỨC LƯỢNG GIÁC

Câu 176: Biểu thức $D = \cos^2 x \cot^2 x + 3 \cos^2 x - \cot^2 x + 2 \sin^2 x$ không phụ thuộc x và bằng:

A. 2.

B. -2.

C. 3.

D. -3.

Lời giải

Ta biến đổi: $D = \cos^2 x \cot^2 x + 3 \cos^2 x - \cot^2 x + 2 \sin^2 x$



$$= \cot^2 x (\cos^2 x - 1) + 2(\sin^2 x + \cos^2 x) + \cos^2 x = -\cos^2 x + 2 + \cos^2 x = 2.$$

Câu 177: Đơn giản biểu thức $D = \sin\left(\frac{5\pi}{2} - a\right) + \cos(13\pi + a) - 3\sin(a - 5\pi)$

- A. $2\cos a + 3\sin a$. B. $3\sin a - 2\cos a$. C. $-3\sin a$. D. $4\cos a - \sin a$.

Lời giải

$$D = \sin\left(2\pi + \frac{\pi}{2} - a\right) + \cos(12\pi + \pi + a) - 3\sin(a + \pi - 6\pi)$$

$$D = \sin\left(\frac{\pi}{2} - a\right) + \cos(\pi + a) - 3\sin(a + \pi)$$

$$D = \cos a - \sin a + 3\cos a$$

$$D = 4\cos a - \sin a$$

Câu 178: Đơn giản biểu thức $C = \cos\left(\frac{3\pi}{2} - a\right) - \sin\left(\frac{3\pi}{2} - a\right) + \cos\left(a - \frac{7\pi}{2}\right) - \sin\left(a - \frac{7\pi}{2}\right)$

- A. $2\sin a$. B. $-2\sin a$. C. $2\cos a$. D. $-2\cos a$.

Lời giải

$$C = \cos\left(2\pi - \frac{\pi}{2} - a\right) - \sin\left(2\pi - \frac{\pi}{2} - a\right) + \cos\left(a - 4\pi + \frac{\pi}{2}\right) - \sin\left(a - 4\pi + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$C = \cos\left(\frac{\pi}{2} + a\right) - \sin\left(-\frac{\pi}{2} - a\right) + \cos\left(a + \frac{\pi}{2}\right) - \sin\left(a + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$C = -\sin a + \cos a - \sin a - \cos a$$

$$C = -2\sin a$$

Câu 179: Biểu thức $B = \frac{\cos^2 x - \sin^2 y}{\sin^2 x \sin^2 y} - \cot^2 x \cot^2 y$ không phụ thuộc vào x, y và bằng

- A. 2. B. -2. C. 1. D. -1.

Lời giải

$$B = \frac{\cos^2 x - \sin^2 y - \cos^2 x \cos^2 y}{\sin^2 x \sin^2 y} = \frac{\cos^2 x (1 - \cos^2 y) - \sin^2 y}{\sin^2 x \sin^2 y}.$$

$$B = \frac{\cos^2 x \sin^2 y - \sin^2 y}{\sin^2 x \sin^2 y} = \frac{\sin^2 y (\cos^2 x - 1)}{\sin^2 x \sin^2 y} = \frac{-\sin^2 x \sin^2 y}{\sin^2 x \sin^2 y} = -1.$$

Câu 180: Rút gọn biểu thức $A = \frac{2\cos^2 x - 1}{\sin x + \cos x}$, ta được kết quả

- A. $A = \sin x + \cos x$. B. $A = \cos x - \sin x$. C. $A = \cos 2x - \sin 2x$. D. $A = \cos 2x + \sin 2x$.

Lời giải



$$A = \frac{2 \cos^2 x - (\sin^2 x + \cos^2 x)}{\sin x + \cos x} = \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\sin x + \cos x} = \cos x - \sin x.$$

Câu 181: Biểu thức rút gọn của $A = \frac{\tan^2 a - \sin^2 a}{\cot^2 a - \cos^2 a}$ bằng:

A. $\tan^6 a$.

B. $\cos^6 a$.

C. $\tan^4 a$.

D. $\sin^6 a$.

Lời giải

$$A = \frac{\tan^2 a - \sin^2 a}{\cot^2 a - \cos^2 a} \Leftrightarrow A = \frac{\sin^2 a \left(\frac{1}{\cos^2 a} - 1 \right)}{\cos^2 a \left(\frac{1}{\sin^2 a} - 1 \right)} = \frac{\tan^2 a \cdot \tan^2 a}{\cot^2 a} = \tan^6 a.$$

Câu 182: Hệ thức nào **sai** trong bốn hệ thức sau:

A. $\frac{\tan x + \tan y}{\cot x + \cot y} = \tan x \cdot \tan y$.

B. $\left(\sqrt{\frac{1+\sin a}{1-\sin a}} - \sqrt{\frac{1-\sin a}{1+\sin a}} \right)^2 = 4 \tan^2 a$.

C. $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha} - \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} = \frac{1 + \cot^2 \alpha}{1 - \cot^2 \alpha}$.

D. $\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{2 \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha + 1}$.

Lời giải

A đúng vì $VT = \frac{\tan x + \tan y}{\frac{1}{\tan x} + \frac{1}{\tan y}} = \tan x \cdot \tan y = VP$

B đúng vì

$$VT = \frac{1 + \sin a}{1 - \sin a} + \frac{1 - \sin a}{1 + \sin a} - 2 = \frac{(1 + \sin a)^2 + (1 - \sin a)^2}{1 - \sin^2 a} - 2 = \frac{2 + 2 \sin^2 a}{\cos^2 a} - 2 = 4 \tan^2 a = VP$$

C đúng vì $VT = \frac{-\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha} = \frac{1 + \cot^2 \alpha}{1 - \cot^2 \alpha} = VP$.

Câu 183: Biết $\tan x = 3$ và $M = \frac{2 \sin^2 x + 3 \sin x \cdot \cos x + 4 \cos^2 x}{5 \tan^2 x + 6 \cot^2 x}$. Giá trị của M bằng.

A. $M = \frac{31}{47}$.

B. $M = \frac{93}{137}$.

C. $M = \frac{93}{1370}$.

D. $M = \frac{31}{51}$.

Lời giải

Ta có: $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \Rightarrow \sin x = \tan x \cdot \cos x$; $\cos^2 x = \frac{1}{\tan^2 x + 1}$ và $\cot x = \frac{1}{\tan x}$.

Suy ra: $M = \frac{(2 \tan^2 x + 3 \tan x + 4) \cos^2 x}{5 \tan^2 x + \frac{6}{\tan^2 x}} = \frac{93}{1370}$.

Câu 184: Giả sử $3 \sin^4 x - \cos^4 x = \frac{1}{2}$ thì $\sin^4 x + 3 \cos^4 x$ có giá trị bằng



A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4

Lời giải

Ta có $\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \cos^2 x = 1 - \sin^2 x$

$$\text{Vậy } 3\sin^4 x - \cos^4 x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 3\sin^4 x - (1 - \sin^2 x)^2 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{Vậy } \sin^4 x + 3\cos^4 x = \sin^4 x + 3(1 - \sin^2 x)^2 = \frac{1}{4} + 3\left(1 - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1.$$

Câu 185: Rút gọn biểu thức $A = \sin\left(x + \frac{85\pi}{2}\right) + \cos(2017\pi + x) + \sin^2(33\pi + x) + \sin^2\left(x - \frac{5\pi}{2}\right)$ ta được:

A. $A = \sin x$.

B. $A = 1$.

C. $A = 2$.

D. $A = 0$.

Lời giải

$$A = \sin\left(x + \frac{85\pi}{2}\right) + \cos(2017\pi + x) + \sin^2(33\pi + x) + \sin^2\left(x - \frac{5\pi}{2}\right).$$

$$= \sin\left(x + 42\pi + \frac{\pi}{2}\right) + \cos(2016\pi + \pi + x) + \sin^2(32\pi + \pi + x) + \sin^2\left(x - 2\pi - \frac{\pi}{2}\right).$$

$$= \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + \cos(\pi + x) + \sin^2(\pi + x) + \sin^2\left(x - \frac{\pi}{2}\right).$$

$$= \cos x - \cos x + (-\sin x)^2 + (-\cos x)^2 = 1.$$

Câu 186: Có bao nhiêu đẳng thức đúng trong các đẳng thức sau đây?

i) $\cos^2 \alpha = \frac{1}{\tan^2 \alpha + 1}$. iii) $\sqrt{2} \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = \cos \alpha + \sin \alpha$.

ii) $\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = -\cos \alpha$. iv) $\cot 2\alpha = 2 \cot^2 \alpha - 1$.

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 1.

Lời giải

Ta có: $\frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha \Leftrightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha}$. Vậy i) đúng.

Và: $\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = -\cos \alpha$. Vậy ii) đúng.

Và: $\sqrt{2} \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \left(\cos \alpha \cos \frac{\pi}{4} - \sin \alpha \sin \frac{\pi}{4}\right) = \cos \alpha - \sin \alpha$. Vậy iii) sai.

Với $\cos \alpha = 0 \Leftrightarrow \sin^2 \alpha = 1 \Rightarrow 2 \cot^2 \alpha - 1 = \frac{2 \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} - 1 = -1$.

Mà: $\cot 2\alpha = \frac{\cos 2\alpha}{\sin 2\alpha} = \frac{\cos 2\alpha}{2 \sin \alpha \cos \alpha}$ không xác định khi $\cos \alpha = 0$.



Suy ra iv) không đúng với mọi α . Vậy iv) sai.

Vậy có 2 đẳng thức đúng.

Câu 187: Biểu thức $A = \frac{(1 - \tan^2 x)^2}{4 \tan^2 x} - \frac{1}{4 \sin^2 x \cos^2 x}$ không phụ thuộc vào x và bằng

A. 1.

B. -1.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $-\frac{1}{4}$.

Lời giải

$$A = \frac{\left(1 - \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}\right)^2}{4 \tan^2 x} - \frac{1}{4 \sin^2 x \cos^2 x} = \frac{(\cos^2 x - \sin^2 x)^2}{4 \sin^2 x \cos^2 x} - \frac{1}{4 \sin^2 x \cos^2 x}.$$

$$A = \frac{(\cos^2 x - \sin^2 x + 1)(\cos^2 x - \sin^2 x - 1)}{4 \sin^2 x \cos^2 x} = \frac{2 \cos^2 x \cdot (-2 \sin^2 x)}{4 \sin^2 x \cos^2 x} = -1.$$

Câu 188: Biểu thức $A = \frac{(1 - \tan^2 x)^2}{4 \tan^2 x} - \frac{1}{4 \sin^2 x \cos^2 x}$ không phụ thuộc vào x và bằng

A. 1.

B. -1.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $-\frac{1}{4}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } A = \frac{(1 - \tan^2 x)^2}{4 \tan^2 x} - \frac{1}{4 \sin^2 x \cos^2 x} = \frac{(1 - \tan^2 x)^2}{4 \tan^2 x} - \frac{1}{4 \tan^2 x} \cdot \left(\frac{1}{\cos^2 x}\right)^2$$

$$= \frac{(1 - \tan^2 x)^2}{4 \tan^2 x} - \frac{(1 + \tan^2 x)^2}{4 \tan^2 x} = \frac{(1 - \tan^2 x)^2 - (1 + \tan^2 x)^2}{4 \tan^2 x} = \frac{-4 \tan^2 x}{4 \tan^2 x} = -1.$$

Câu 189: Biểu thức $A = \frac{\sin 515^\circ \cdot \cos(-475^\circ) + \cot 222^\circ \cdot \cot 408^\circ}{\cot 415^\circ \cdot \cot(-505^\circ) + \tan 197^\circ \cdot \tan 73^\circ}$ có kết quả rút gọn bằng

A. $\frac{1}{2} \sin^2 25^\circ$.

B. $\frac{1}{2} \cos^2 55^\circ$.

C. $\frac{1}{2} \cos^2 25^\circ$.

D. $\frac{1}{2} \sin^2 65^\circ$.

Lời giải

$$A = \frac{\sin 155^\circ \cdot \cos 115^\circ + \cot 42^\circ \cdot \cot 48^\circ}{\cot 55^\circ \cdot \cot(-145^\circ) + \tan 17^\circ \cdot \cot 17^\circ} \Leftrightarrow A = \frac{\sin 25^\circ \cdot (-\sin 25^\circ) + \cot 42^\circ \cdot \tan 42^\circ}{\cot 55^\circ \cdot \tan 55^\circ + 1}$$

$$\Leftrightarrow A = \frac{-\sin^2 25^\circ + 1}{2} \Leftrightarrow A = \frac{\cos^2 25^\circ}{2}.$$

Câu 190: Biểu thức:

$A = \cos(\alpha + 26\pi) - 2 \sin(\alpha - 7\pi) - \cos 1,5\pi - \cos\left(\alpha + \frac{2003\pi}{2}\right) + \cos(\alpha - 1,5\pi) \cot(\alpha - 8\pi)$ có kết quả thu gọn bằng:

A. $-\sin \alpha$.

B. $\sin \alpha$.

C. $-\cos \alpha$.

D. $\cos \alpha$.



Lời giải

$$A = \cos(\alpha + 26\pi) - 2\sin(\alpha - 7\pi) - \cos(1,5\pi) - \cos\left(\alpha + 2003\frac{\pi}{2}\right) + \cos(\alpha - 1,5\pi) \cdot \cot(\alpha - 8\pi)$$

$$A = \cos \alpha - 2\sin(\alpha - \pi) - \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) - \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) \cdot \cot \alpha$$

$$A = \cos \alpha + 2\sin \alpha - 0 - \sin \alpha - \sin \alpha \cdot \cot \alpha = \cos \alpha + \sin \alpha - \cos \alpha = \sin \alpha.$$

Câu 191: Biểu thức $\left[\tan(\pi - x) \cdot \tan\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) \cdot \frac{1}{\cos^2\left(x - \frac{3\pi}{2}\right)} - \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) \cdot \frac{1}{\sin(\pi - x)} \right] \sin^2(2\pi - x)$ có

kết quả rút gọn bằng:

A. $\sin^2 x$.

B. $\cos^2 x$.

C. $\tan^2 x$.

D. $\cot^2 x$.

Lời giải

$$\left[\tan(\pi - x) \cdot \tan\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) \cdot \frac{1}{\cos^2\left(x - \frac{3\pi}{2}\right)} - \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) \cdot \frac{1}{\sin(\pi - x)} \right] \sin^2(2\pi - x).$$

$$= \left[-\tan x \cdot \tan\left(\pi + \frac{\pi}{2} + x\right) \cdot \frac{1}{\cos^2\left(\pi + \frac{\pi}{2} - x\right)} - \cos\left(\pi + \frac{\pi}{2} + x\right) \cdot \frac{1}{\sin x} \right] \sin^2 x$$

$$= \left[-\tan x \cdot (-\cot x) \cdot \frac{1}{\sin^2 x} - \frac{\sin x}{\sin x} \right] \cdot \sin^2 x$$

$$= \left(\frac{1}{\sin^2 x} - 1 \right) \cdot \sin^2 x = \cot^2 x \cdot \sin^2 x = \cos^2 x.$$

Câu 192: Cho $B = \frac{\cos^2 696^\circ + \tan(-260^\circ) \cdot \tan 530^\circ - \cos^2 156^\circ}{\tan^2 252^\circ + \cot^2 342^\circ}$. Biểu thức thu gọn nhất của B là:

A. $\frac{1}{2} \tan^2 24^\circ$.

B. $\frac{1}{2} \cot^2 24^\circ$.

C. $\frac{1}{2} \tan^2 18^\circ$.

D. $\frac{1}{2} \cot^2 18^\circ$.

Lời giải

Ta có: $B = \frac{\cos^2(720^\circ - 24^\circ) - \tan(360^\circ - 100^\circ) \cdot \tan(360^\circ + 170^\circ) - \cos^2(180^\circ - 24^\circ)}{\tan^2(360^\circ - 108^\circ) + \cot^2(360^\circ - 18^\circ)}$.

$$= \frac{\cos^2 24^\circ + \tan(90^\circ + 10^\circ) \cdot \tan(180^\circ - 10^\circ) - \cos^2 24^\circ}{\tan^2(90^\circ + 18^\circ) + \cot^2 18^\circ}$$

$$= \frac{-\cot 10^\circ \cdot (-\tan 10^\circ)}{\cot^2 18^\circ + \cot^2 18^\circ} = \frac{1}{2 \cot^2 18^\circ} = \frac{1}{2} \tan^2 18^\circ.$$

Câu 193: Cho $A = \frac{\sin 515^\circ \cdot \cos(-475^\circ) + \cot 222^\circ \cdot \cot 408^\circ}{\cot 415^\circ \cdot \cot(-505^\circ) + \tan 197^\circ \cdot \tan 73^\circ}$. Biểu thức rút gọn của A bằng:



A. $\frac{1}{2} \cos^2 25^\circ$.

B. $-\frac{1}{2} \cos^2 25^\circ$.

C. $\frac{1}{2} \sin^2 25^\circ$.

D. $-\frac{1}{2} \sin^2 25^\circ$.

Lời giải

$$\sin 515^\circ = \sin 155^\circ = \sin(180^\circ - 25^\circ) = \sin 25^\circ$$

$$\cos(-475^\circ) = \cos(-115^\circ) = \cos(-90^\circ - 25^\circ) = -\sin 25^\circ.$$

$$\cot 222^\circ = \cot 42^\circ \cot 408^\circ = \cot 48^\circ; \cot 415^\circ = \cot 55^\circ \cot(-505^\circ) = \cot 35^\circ.$$

$$\tan 197^\circ = \tan 17^\circ.$$

$$A = \frac{-\sin 25^\circ \cdot \sin 25^\circ + \cot 42^\circ \cdot \cot 48^\circ}{\cot 55^\circ \cdot \cot 35^\circ + \tan 17^\circ \cdot \tan 73^\circ} = \frac{-\sin^2 25^\circ + \cot 42^\circ \cdot \tan 42^\circ}{\cot 55^\circ \cdot \tan 55^\circ + \tan 17^\circ \cdot \cot 17^\circ}$$

$$= \frac{1 - \sin^2 25^\circ}{2} = \frac{1}{2} \cos^2 25^\circ.$$

Câu 194: Cho biểu thức $M = \frac{1 + \tan^3 x}{(1 + \tan x)^3}$, ($x \neq -\frac{\pi}{4} + k\pi$, $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$), mệnh đề nào trong các mệnh đề sau **đúng**?

A. $M < 1$.

B. $M \leq 1$.

C. $M \geq \frac{1}{4}$.

D. $\frac{1}{4} \leq M \leq 1$.

Hướng dẫn giải

Đặt $t = \tan x$, $t \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

$$\text{Ta có: } M = \frac{1+t^3}{(1+t)^3} = \frac{t^2-t+1}{t^2+2t+1} \Rightarrow (M-1)t^2 + (2M+1)t + M-1 = 0.$$

Với $M=1$ thì có nghiệm $t=0$.

Với $M \neq 1$ để có nghiệm khác -1 thì.

$$\Delta \geq 0 \Leftrightarrow (2M-1)^2 - 4(M-1)^2 \geq 0 \Leftrightarrow 12M-3 \geq 0 \Rightarrow M \geq \frac{1}{4}.$$

$$\text{Và } (M-1)(-1)^2 + (2M+1)(-1) + (-1) - 1 \neq 0 \Leftrightarrow M \neq -4.$$

Câu 195: Hệ thức nào **sai** trong bốn hệ thức sau:

A. $\frac{\tan x + \tan y}{\cot x + \cot y} = \tan x + \tan y$.

B. $\left(\sqrt{\frac{1+\sin \alpha}{1-\sin \alpha}} - \sqrt{\frac{1-\sin \alpha}{1+\sin \alpha}} \right)^2 = 4 \tan^2 \alpha$.

C. $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} = \frac{2}{1 - \cot^2 \alpha}$.

D. $\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{2 \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha + 1}$.

Lời giải

$$+) \frac{\tan x + \tan y}{\cot x + \cot y} = \frac{\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\sin y}{\cos y}}{\frac{\cos x}{\sin x} + \frac{\cos y}{\sin y}} = \frac{\frac{\sin x \cos y + \sin y \cos x}{\cos x \cos y}}{\frac{\sin y \cos x + \sin x \cos y}{\sin x \sin y}} = \frac{\sin x \sin y}{\cos x \cos y} = \tan x \tan y.$$



$$\begin{aligned}
 & +) \left(\sqrt{\frac{1+\sin \alpha}{1-\sin \alpha}} - \sqrt{\frac{1-\sin \alpha}{1+\sin \alpha}} \right)^2 = \left(\sqrt{\frac{(1+\sin \alpha)(1+\sin \alpha)}{\cos^2 \alpha}} - \sqrt{\frac{(1-\sin \alpha)(1-\sin \alpha)}{\cos^2 \alpha}} \right)^2 \\
 & = \left(\sqrt{\frac{(1+\sin \alpha)^2}{\cos^2 \alpha}} - \sqrt{\frac{(1-\sin \alpha)^2}{\cos^2 \alpha}} \right)^2 = \left(\frac{1}{|\cos \alpha|} (|1+\sin \alpha| - |1-\sin \alpha|) \right)^2 \\
 & = \frac{1}{\cos^2 \alpha} (|1+\sin \alpha| - |1-\sin \alpha|)^2 = \frac{4\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = 4\tan^2 \alpha.
 \end{aligned}$$

$$+) \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} = \frac{2\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = \frac{2}{1 - \cot^2 \alpha}.$$

$$\begin{aligned}
 VT - VP &= \frac{\cos \alpha + \sin \alpha}{1 - \cos \alpha} - \frac{2\cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha + 1} \\
 &= \frac{(\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha) + \cos \alpha + \sin \alpha - 2\cos \alpha + 2\cos^2 \alpha}{(1 - \cos \alpha)(\sin \alpha - \cos \alpha + 1)} \\
 &= \frac{(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) + (\sin \alpha - \cos \alpha)}{(1 - \cos \alpha)(\sin \alpha - \cos \alpha + 1)} = \frac{1}{1 - \cos \alpha} \neq 0.
 \end{aligned}$$

Câu 196: Tính $P = \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) + \cos(3\pi - 2\alpha) + \cot(\pi - \alpha)$, biết $\sin \alpha = -\frac{1}{2}$ và $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$.

A. $\frac{3\sqrt{3}-1}{2}$ B. $\frac{3\sqrt{3}-3}{2}$ C. $\frac{3\sqrt{3}+3}{2}$ D. $\frac{3\sqrt{3}+1}{2}$.

Lời giải

$$\begin{aligned}
 \text{Ta có: } P &= \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) + \cos(3\pi - 2\alpha) + \cot(\pi - \alpha) = \cos(-\alpha) - \cos(-2\alpha) + \cot(-\alpha) \\
 &= \cos \alpha - \cos 2\alpha - \cot \alpha = \cos \alpha - (2\cos^2 \alpha - 1) - \cot \alpha.
 \end{aligned}$$

$$\text{Mặt khác } \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4} \text{ mà } -\frac{\pi}{2} < \alpha < 0 \text{ nên } \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Suy ra } \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = -\sqrt{3}.$$

$$\text{Do đó } P = \cos \alpha - (2\cos^2 \alpha - 1) - \cot \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} - \left(2 \cdot \frac{3}{4} - 1\right) + \sqrt{3} = \frac{3\sqrt{3}-1}{2} \text{ nên A đúng.}$$

Cách khác:

$$\text{Vì } \sin \alpha = -\frac{1}{2} \text{ và } -\frac{\pi}{2} < \alpha < 0 \text{ nên } \alpha = -\frac{\pi}{6}. \text{ Thế vào } P \text{ ta được:}$$



$$P = \sin\left(-\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(3\pi + 2 \cdot \frac{\pi}{6}\right) + \cot\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) = \sin\frac{\pi}{3} - \cos\frac{\pi}{3} - \cot\frac{\pi}{6} = \frac{3\sqrt{3}-1}{2}.$$

DẠNG 8: GIÁ TRỊ LỚN NHẤT, GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA BIỂU THỨC LƯỢNG GIÁC

Câu 197: Giá trị nhỏ nhất của $M = \sin^6 x + \cos^6 x$ là.

A. 0.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. 1.

Lời giải

$$M = \sin^6 x + \cos^6 x = 1 - \frac{3}{4} \sin^2 2x \geq 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}.$$

Dấu bằng xảy ra khi $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 198: Giá trị nhỏ nhất của $M = \sin^4 x + \cos^4 x$ là.

A. 0.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. 1.

Lời giải

$$M = \sin^4 x + \cos^4 x = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x \geq 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}.$$

Dấu bằng xảy ra khi $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 199: Giá trị lớn nhất của $N = \sin^4 x - \cos^4 x$ bằng:

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

$$\text{Ta có } N = \sin^4 x - \cos^4 x = \sin^2 x - \cos^2 x = -\cos 2x.$$

$$\text{Vì } -1 \leq \cos 2x \leq 1 \Rightarrow -1 \leq -\cos 2x \leq 1.$$

Nên giá trị lớn nhất là 1.

Câu 200: Giá trị lớn nhất của $M = \sin^4 x + \cos^4 x$ bằng:

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

$$\text{Ta có } M = \sin^4 x + \cos^4 x = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x.$$

$$\text{Vì } 0 \leq \sin^2 2x \leq 1 \Rightarrow 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x \geq 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}.$$

Nên giá trị lớn nhất là 1.

Câu 201: Cho $M = 6 \cos^2 x + 5 \sin^2 x$. Khi đó giá trị lớn nhất của M là.

A. 1.

B. 5.

C. 6.

D. 11.

Lời giải



$$M = 6 \cos^2 x + 5 \sin^2 x = 6(1 - \sin^2 x) + 5 \sin^2 x = 6 - \sin^2 x.$$

Ta có: $0 \leq \sin^2 x \leq 1, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 0 \geq -\sin^2 x \geq -1, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 6 \geq 6 - \sin^2 x \geq 5, \forall x \in \mathbb{R}.$

Giá trị lớn nhất là 6.

Câu 202: Giá trị lớn nhất của biểu thức $M = 7 \cos^2 x - 2 \sin^2 x$ là.

- A. -2. B. 5. C. 7. D. 16.

Lời giải

$$M = 7(1 - \sin^2 x) - 2 \sin^2 x = 7 - 9 \sin^2 x.$$

Ta có: $0 \leq \sin^2 x \leq 1, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 0 \geq -9 \sin^2 x \geq -9, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 7 \geq 7 - 9 \sin^2 x \geq -2, \forall x \in \mathbb{R}.$

Giá trị lớn nhất là 7.

Câu 203: Cho $M = 5 - 2 \sin^2 x$. Khi đó giá trị lớn nhất của M là.

- A. 3. B. 5. C. 6. D. 7.

Lời giải

Ta có: $0 \leq \sin^2 x \leq 1, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 0 \geq -2 \sin^2 x \geq -2, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 5 \geq 5 - 2 \sin^2 x \geq 3, \forall x \in \mathbb{R}.$

Giá trị lớn nhất là 5.

Câu 204: Tính giá trị nhỏ nhất của $F = \cos^2 a + 2 \sin a + 2$

- A. -1. B. 0. C. 1. D. 2.

Lời giải

$$F = \cos^2 a + 2 \sin a + 2 = -\sin^2 a + 2 \sin a + 3 = -(\sin a - 1)^2 + 4$$

$$-1 \leq \sin a \leq 1 \Rightarrow -2 \leq \sin a - 1 \leq 0 \Rightarrow 0 \leq (\sin a - 1)^2 \leq 4$$

$$-4 \leq -(\sin a - 1)^2 \leq 0 \Rightarrow 0 \leq F \leq 4$$

Câu 205: Tính giá trị lớn nhất của $E = 2 \sin \alpha - \sin^2 \alpha + 3$

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Lời giải

$$E = 2 \sin \alpha - \sin^2 \alpha + 3 = -(\sin \alpha - 1)^2 + 4$$

$$\text{Ta có } -1 \leq \sin \alpha \leq 1 \Rightarrow -2 \leq \sin \alpha - 1 \leq 0 \Rightarrow 0 \leq (\sin \alpha - 1)^2 \leq 4$$

$$-4 \leq -(\sin \alpha - 1)^2 \leq 0 \Rightarrow 0 \leq E \leq 4$$

Câu 206: Giá trị lớn nhất của $M = \sin^6 x - \cos^6 x$ bằng:

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Ta có.



$$\begin{aligned}M &= \sin^6 x - \cos^6 x = (\sin^2 x - \cos^2 x)(\sin^4 x + \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x) \\&= -\cos 2x(1 - \sin^2 x \cdot \cos^2 x) = -\cos 2x\left(1 - \frac{1}{4}\sin^2 2x\right) \\&= -\cos 2x \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4}\cos^2 2x\right) \leq \frac{3}{4} + \frac{1}{4}\cos^2 2x \leq \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1 \text{ (do } -\cos 2x \leq 1)\end{aligned}$$

Nên giá trị lớn nhất là 1.

