



HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

BÀI 1. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC LƯỢNG GIÁC



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1: Một vệ tinh được định vị tại vị trí A trong không gian. Từ vị trí A, vệ tinh bắt đầu chuyển động quanh Trái Đất theo quỹ đạo là đường tròn với tâm là tâm O của Trái Đất và bán kính $9000km$. Biết vệ tinh chuyển động hết một vòng của quỹ đạo trong 2 giờ. Hỏi vệ tinh chuyển động quãng đường $300000km$ sau bao nhiêu giờ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Lời giải

Trả lời: 10,61

Mỗi giờ vệ tinh đi được quãng đường là $\frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot 9000 = 9000\pi km$.

Để vệ tinh đi được quãng đường $300000km$ cần đi thời gian là $\frac{300000}{9000\pi} \approx 10,61$ giờ.

Câu 2: Trạm vũ trụ Quốc tế ISS nằm trong quỹ đạo tròn cách bề mặt Trái Đất khoảng $400km$. Nếu trạm mặt đất theo dõi được trạm vũ trụ ISS khi nó nằm trong góc 60° ở tâm của quỹ đạo tròn này phía trên ảnh – tên theo dõi, thì trạm vũ trụ ISS đã di chuyển được bao nhiêu kilômét (làm tròn tới hàng đơn vị) trong khi nó đang được trạm mặt đất theo dõi? Giả sử rằng đường kính Trái Đất là $12800km$.

Lời giải

Trả lời: 7121

Bán kính quỹ đạo của trạm vũ trụ quốc tế là $R = 6400 + 400 = 6800 km$.

$$\text{Đổi } 45^\circ = 60 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{3}.$$

Vậy khi được trạm mặt đất theo dõi, trạm ISS đã di chuyển quãng đường là

$$l = 6800 \cdot \frac{\pi}{3} \approx 7121 km.$$

Câu 3: Một máy kéo nông nghiệp với bánh xe sau có đường kính là $192cm$, bánh xe trước có đường kính là $96cm$, xe chuyển động với vận tốc không đổi trên một đoạn đường thẳng. Biết vận tốc của bánh xe trước là 150 vòng/phút. Tính vận tốc bánh xe trước (theo đơn vị vòng/phút).

Lời giải



Trả lời: 75

Trong vòng 1 phút bánh xe trước quay một góc $150.2\pi = 300\pi$ rad.

Trong vòng 1 phút máy kéo đi được quãng đường là $S = 300\pi.96 = 28800\pi$ cm.

Suy ra trong vòng 1 phút bánh xe sau quay một góc 150π .

Vậy vận tốc của bánh xe sau là $\frac{150\pi}{2\pi} = 75$ vòng/phút.

Câu 4: Khi xe đạp di chuyển, van V của bánh xe quay quanh trục O theo chiều kim đồng hồ với tốc độ góc không đổi là 11 rad/s (Hình vẽ). Ban đầu van nằm ở vị trí A . Hỏi sau 1 phút di chuyển, khoảng cách từ van đến mặt đất là bao nhiêu? Biết rằng bán kính $OA = 38 \text{ cm}$, độ dày của lốp xe không đáng kể.



Lời giải

Trả lời: 28,03

Sau 1 phút di chuyển van V cách vị trí A một góc $\alpha = 11.60 = 660 \text{ rad} = \left(\frac{118800}{\pi}\right)^0$.

Khoảng cách từ van V đến trục Ox là: $d = OV \cdot \sin \alpha = 38 \cdot \sin\left(\frac{118800}{\pi}\right) \approx 9,97 \text{ (cm)}$.

Khoảng cách từ van V đến mặt đất là: $l = 38 - d = 38 - 9,97 = 28,03 \text{ (cm)}$.

Chú ý: $l = 38 + 38 \cdot \sin(-11.60) \approx 28,03$ do bánh xe quay cùng chiều kim đồng hồ nên tạo ra góc lượng giác có giá trị âm.

Câu 5: Khi xe đạp di chuyển, van V của bánh xe quay quanh trục O theo chiều kim đồng hồ với tốc độ góc không đổi là 13 rad/s (Hình 13). Ban đầu van nằm ở vị trí A . Hỏi sau một phút di chuyển, khoảng cách từ van đến mặt đất là bao nhiêu, biết bán kính $OA = 62 \text{ cm}$? Giả sử độ dày của lốp xe không đáng kể. Kết quả làm tròn đến hàng phần mười.



Hình 13

Lời giải

Trả lời: 14

Ta có, tọa độ điểm V biểu diễn cho góc lượng giác trên có tọa độ là: $V(62.\cos\alpha; 62.\sin\alpha)$

Sau một phút di chuyển, van V quay được một góc lượng giác là $-13.60 = -780$ (rad)

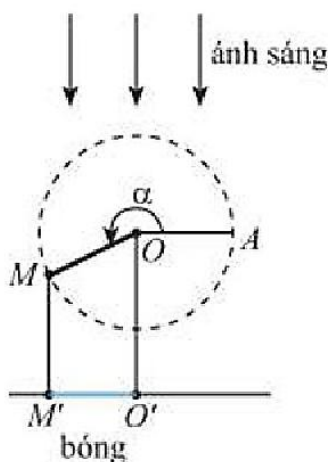
Khi đó, tọa độ điểm V biểu diễn cho góc lượng giác trên có tọa độ

là: $V(62.\cos(-780); 62.\sin(-780))$ hay $V(39,3; -48)$

Khoảng cách từ van đến mặt đất là: $62 + (-48) \approx 14$ (cm)

Chú ý: $l = 62 + 62.\sin(-13.60) \approx 14$ do bánh xe quay cùng chiều kim đồng hồ nên tạo ra góc lượng giác có giá trị âm.

Câu 6: Thanh OM quay ngược chiều kim đồng hồ quanh trục O của nó trên một mặt phẳng thẳng đứng và in bóng vuông góc xuống mặt đất như Hình 12. Vị trí ban đầu của thanh là OA . Hỏi độ dài bóng $O'M'$ của OM khi thanh quay được $5\frac{1}{6}$ vòng là bao nhiêu, biết độ dài thanh OM là 50 cm? (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



Hình 12

Lời giải



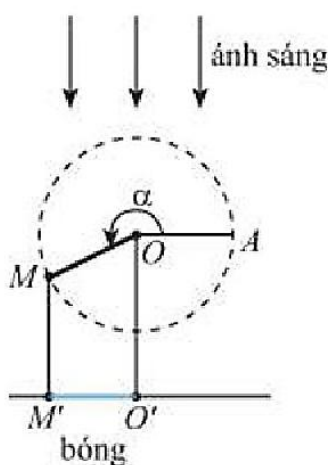
Trả lời: 25

Sau khi thanh OM quay được 5 vòng, vị trí của thanh là OA .

Quay tiếp $\frac{1}{6}$, thanh sẽ tạo với OA một góc $\alpha = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$

Độ dài của bóng $O'M' = OM \cos \alpha = 50 \cdot \cos \frac{\pi}{3} = 25(cm)$.

Câu 7: Thanh OM quay ngược chiều kim đồng hồ quanh trục O của nó trên một mặt phẳng thẳng đứng và in bóng vuông góc xuống mặt đất như Hình 12. Vị trí ban đầu của thanh là OA . Hỏi độ dài bóng $O'M'$ của OM khi thanh quay được $3\frac{1}{10}$ vòng là bao nhiêu, biết độ dài thanh OM là $15cm$? Kết quả làm tròn đến hàng phần mười.



Hình 12

Lời giải

Trả lời: 12,1

Sau khi thanh OM quay được 3 vòng, vị trí của thanh là OA .

Quay tiếp $\frac{1}{10}$, thanh sẽ tạo với OA một góc $\alpha = \frac{2\pi}{10} = \frac{\pi}{5}$

Độ dài của bóng $O'M' = OM \cos \alpha = 15 \cdot \cos \frac{\pi}{5} = 12,1(cm)$.

Câu 8: Khi xe đạp di chuyển, van V của bánh xe quay quanh trục O theo chiều kim đồng hồ với tốc độ góc không đổi là $11rad/s$ (Hình 13). Ban đầu van nằm ở vị trí A . Hỏi sau một phút di chuyển, khoảng cách từ van đến mặt đất là bao nhiêu, biết bán kính $OA = 58cm$? Giả sử độ dày của lốp xe không đáng kể. Kết quả làm tròn đến hàng phần mười.



Hình 13

Lời giải

Trả lời: 42,78

Sau một phút di chuyển, van V quay được một góc là $-11.60 = -660$ (rad) do bánh xe quay cùng chiều kim đồng hồ nên tạo ra góc lượng giác có giá trị âm.

$$l = 58 + 58 \cdot \sin(-11.60) \approx 42,78$$

Câu 9: Một chiếc quạt trần năm cánh quay với tốc độ 45 vòng trong một phút. Chọn chiều quay của quạt là chiều thuận. Sau 3 giây, quạt quay được một góc có số đo bao nhiêu radian? (làm tròn 2 chữ số thập phân)

Lời giải

Trả lời: 11,14

$$\text{Trong 3 giây, quạt quay được: } 3 \cdot \frac{45}{60} = \frac{9}{4} \text{ (vòng)}$$

$$\text{Vậy quạt quay được một góc: } 2\pi \cdot \frac{9}{4} = \frac{9\pi}{2} \approx 11,14 \text{ (rad)}$$

Câu 10: Kim giờ dài 6cm và kim phút dài 11cm của đồng hồ chỉ 4 giờ. Hỏi thời gian ít nhất để 2 kim vuông góc với nhau là bao nhiêu? Lúc đó tổng quãng đường hai đầu mút kim giờ và kim phút đi được là bao nhiêu? (làm tròn 2 chữ số thập phân)

Lời giải

Trả lời: 6,57

Một giờ, kim phút quét được một góc lượng giác 2π ; kim giờ quét được một góc $\frac{\pi}{6}$. Hiệu vận

$$\text{tốc giữa kim phút và kim giờ là } 2\pi - \frac{\pi}{6} = \frac{11\pi}{6}.$$

$$\text{Vào lúc 4 giờ hai kim tạo với nhau một góc là } \frac{2\pi}{3}.$$



Khoảng thời gian ít nhất để hai kim vuông góc với nhau là $\left(\frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{2}\right) : \frac{11\pi}{6} = \frac{1}{11}$. (giờ)

Vậy sau $\frac{1}{11}$ (giờ) hai kim sẽ vuông góc với nhau.

Tổng quãng đường hai đầu mút kim đi được là

$$I = R \cdot \alpha = 6 \cdot \frac{1}{11} \cdot \frac{\pi}{6} + 11 \cdot \frac{1}{11} \cdot 2\pi = \frac{23\pi}{11} \approx 6,57(cm).$$

Câu 11: Huyện lỵ Quản Bạ tỉnh Hà Giang và huyện lỵ Cái Nước tỉnh Cà Mau cùng nằm ở 105° kinh đông, nhưng Quản Bạ ở 23° vĩ bắc, Cái Nước ở vĩ độ 9° bắc. Hãy tính độ dài cung kinh tuyến nối hai huyện lỵ đó (khoảng cách theo đường chim bay), coi Trái Đất có bán kính $6378km$.

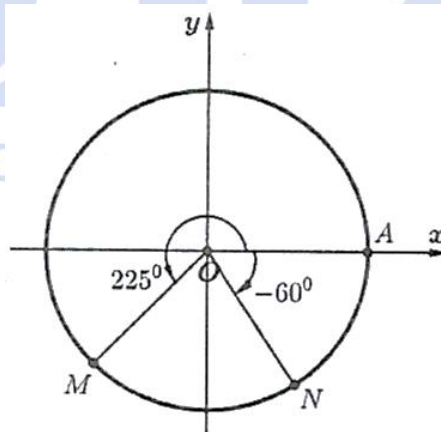
Lời giải

Trả lời: 1558

Góc ở tâm chắn cung kinh tuyến nối huyện Quản Bạ tỉnh Hà Giang và huyện Cái Nước tỉnh Cà Mau có số đo bằng $23^\circ - 9^\circ = 14^\circ$. Vậy độ dài cung kinh tuyến đó bằng $\frac{6378 \cdot 14 \cdot \pi}{180} \approx 1558(km)$

Câu 12: Từ hình vẽ đường tròn lượng giác, hãy viết công thức số đo tổng quát của góc lượng giác (OA, OM) .

Trả lời: $(OA, OM) = -60^\circ + k360^\circ (k \in \mathbb{Z})$



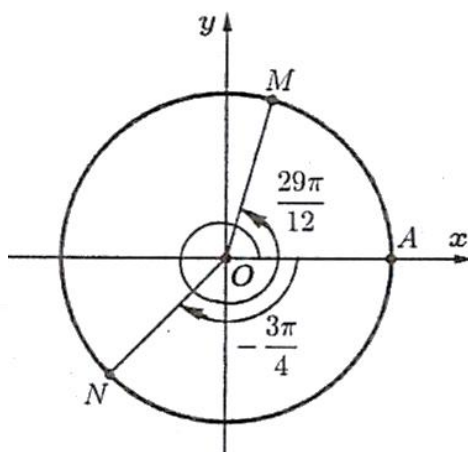
Lời giải

Ta có: $(OA, OM) = 225^\circ + k360^\circ (k \in \mathbb{Z})$;

$(OA, ON) = -60^\circ + k360^\circ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 13: Từ hình vẽ đường tròn lượng giác, hãy viết công thức số đo tổng quát của góc lượng giác (OA, ON) .

Trả lời: $(OA, ON) = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$



Lời giải

Ta có: $\frac{29\pi}{12} = \frac{5\pi + 24\pi}{12} = \frac{5\pi}{12} + 2\pi$, vì vậy $(OA, OM) = \frac{5\pi}{12} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

$$(OA, ON) = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 14: Một cái đồng hồ treo tường có đường kính bằng 60cm , ta xem vành ngoài chiếc đồng hồ là một đường tròn với các điểm A, B, C lần lượt tương ứng với vị trí các số $2, 9, 4$.

Tính độ dài các cung nhỏ AB và AC (kết quả tính theo đơn vị centimét và làm tròn đến hàng phần trăm).

Trả lời: $78,54\text{cm}$ và $31,42\text{cm}$



Lời giải

Bán kính đường tròn là $R = \frac{60}{2} = 30\text{cm}$.

a) Ta có: $\widehat{AOB} = 150^\circ = \frac{150\pi}{180}\text{rad} = \frac{5\pi}{6}\text{rad}$; suy ra độ dài cung nhỏ AB là

$$l_{\widehat{AB}} = R \cdot \widehat{AOB} = 30 \cdot \frac{5\pi}{6} = 25\pi \approx 78,54\text{cm}.$$

b) Ta có: $\widehat{AOC} = 60^\circ = \frac{60\pi}{180}\text{rad} = \frac{\pi}{3}\text{rad}$; suy ra độ dài cung nhỏ AC là

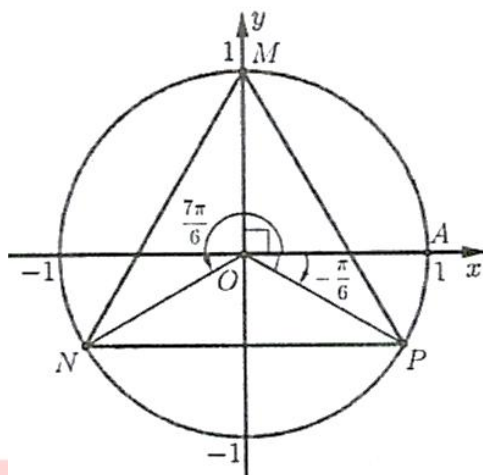


$$l_{\widehat{AC}} = R \cdot \widehat{AOC} = 30 \cdot \frac{\pi}{3} = 10\pi \approx 31,42 \text{ cm}$$

Câu 15: Gọi M, N, P là các điểm trên đường tròn lượng giác sao cho số đo các góc lượng giác $(OA, OM), (OA, ON), (OA, OP)$ lần lượt bằng $\frac{\pi}{2}, \frac{7\pi}{6}, -\frac{\pi}{6}$. Khi đó tam giác MNP là tam giác gì?

Trả lời: tam giác đều.

Lời giải



Theo hệ thức Sa-lơ, ta có:

$$(OA, OM) + (OM, ON) = (OA, ON) \\ \Leftrightarrow \frac{\pi}{2} + (OM, ON) = \frac{7\pi}{6} \Leftrightarrow (OM, ON) = \frac{2\pi}{3}.$$

Ta có $\widehat{MON} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{MPN} = 60^\circ$ (1) (số đo góc nội tiếp bằng nửa số đo góc ở tâm chắn cùng một cung).

$$\text{Ta có: } (OA, OP) = -\frac{\pi}{6} + 2\pi = \frac{11\pi}{6}.$$

Theo hệ thức Sa-lơ:

$$(OA, ON) + (ON, OP) = (OA, OP) \\ \Leftrightarrow \frac{7\pi}{6} + (ON, OP) = \frac{11\pi}{6} \Leftrightarrow (ON, OP) = \frac{2\pi}{3}.$$

Ta có $\widehat{NOP} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{NMP} = 60^\circ$ (2) (số đo góc nội tiếp bằng nửa số đo góc ở tâm chắn cùng một cung).

Từ (1) và (2) suy ra tam giác MNP là tam giác đều.

Câu 16: Một chiếc đồng hồ có kim giờ và kim phút được cho như trong hình vẽ sau. Xét tia Ou là kim giờ, Ov là kim phút. Xét chiều quay của góc là chiều kim đồng hồ, hãy viết công thức số đo tổng quát của góc lượng giác (Ou, Ov) trong trường hợp sau:

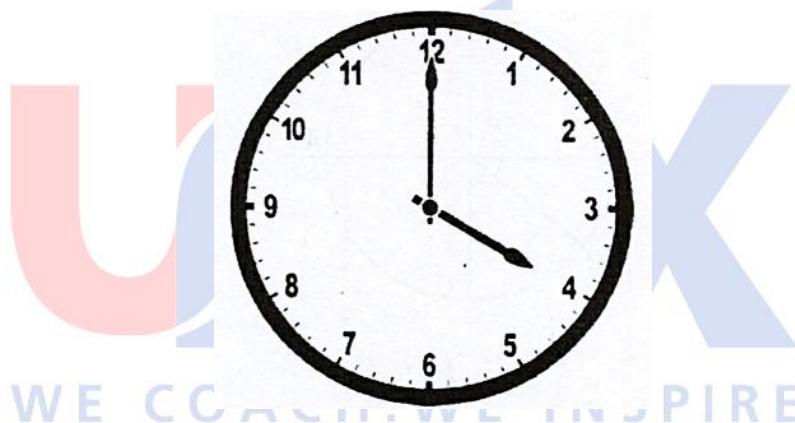


Trả lời: $(Ou, Ov) = 90^\circ + k360^\circ (k \in \mathbb{Z})$

Lời giải

Ta có $(Ou, Ov) = 90^\circ + k360^\circ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 17: Một chiếc đồng hồ có kim giờ và kim phút được cho như trong hình vẽ sau. Xét tia Ou là kim giờ, Ov là kim phút. Xét chiều quay của góc là chiều kim đồng hồ, hãy viết công thức số đo tổng quát của góc lượng giác (Ou, Ov) trong trường hợp sau:

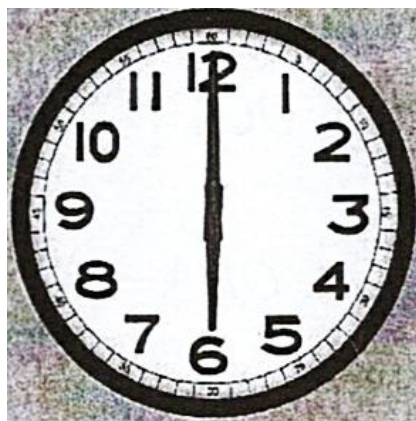


Trả lời: $(Ou, Ov) = 240^\circ + k360^\circ (k \in \mathbb{Z})$

Lời giải

Ta có $(Ou, Ov) = 240^\circ + k360^\circ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 18: Một chiếc đồng hồ có kim giờ và kim phút được cho như trong hình vẽ sau. Ta xem tia Ou là kim giờ, tia Ov là kim phút. Xét tia OA với điểm A trùng vị trí số 3 trên chiếc đồng hồ. Hãy viết một công thức duy nhất để thể hiện số đo tổng quát của cả hai góc lượng giác (OA, Ou) và (OA, Ov) với góc quay xác định theo chiều dương.

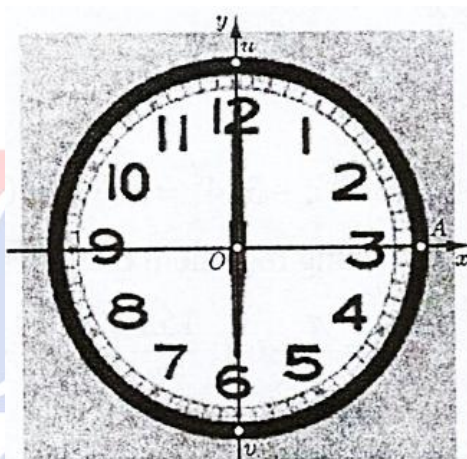


Trả lời: $x = 90^\circ + k180^\circ (k \in \mathbb{Z})$

Lời giải

Xét đường tròn lượng giác như hình vẽ sau:

Công thức góc lượng giác cần tìm là $x = 90^\circ + k180^\circ (k \in \mathbb{Z})$.



Câu 19: Một bánh xe có đường kính kể cả lốp xe là 55 cm . Nếu xe chạy với tốc độ 50 km/h thì trong một giây bánh xe quay được bao nhiêu vòng? (Kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).

Trả lời: $\approx 8,04$ (vòng).

Lời giải

$$\text{Tốc độ xe là: } 50\text{ km/h} = \frac{50 \cdot 100000}{3600}\text{ cm/s} = \frac{12500}{9}\text{ cm/s}.$$

$$\text{Mỗi vòng bánh xe có chiều dài: } 2\pi R = 2\pi \cdot \frac{55}{2} = 55\pi(\text{cm}).$$

$$\text{Vậy mỗi giây thì bánh xe lăn được số vòng là } \frac{12500}{9} : (55\pi) \approx 8,04 \text{ (vòng).}$$

Câu 20: Đổi số đo các góc sau đây sang độ: $\frac{2\pi}{5}$

Trả lời: 72°

Lời giải



Ta có: $\frac{2\pi}{5} = \frac{2 \cdot 180^\circ}{5} = 72^\circ$.

Câu 21: Biết một số đo của góc $(Ox, Oy) = \frac{3\pi}{2} + 2001\pi$. Công thức số đo tổng quát của góc (Ox, Oy) bằng?

Trả lời: $\frac{\pi}{2} + k2\pi$

Lời giải

Ta có:

$$\angle(Ox, Oy) = \frac{3\pi}{2} + 2001\pi = \frac{\pi}{2} + 2002\pi = \frac{\pi}{2} + k2\pi$$

Câu 22: Cho hình vuông $ABCD$ có tâm O và một trục (i) đi qua O . Xác định số đo góc giữa tia OA với trục (i) biết trục (i) đi qua trung điểm I của cạnh AB .

Trả lời: $\widehat{(OA; (i))} = 45^\circ$

Lời giải

Ta có:

$$\widehat{AOB} = 90^\circ, \text{ tam giác } AOB \text{ vuông cân tại } O.$$

$$+(i) \text{ đi qua trung điểm } I \text{ của } AB \text{ nên } (i) \perp AB, (i) \text{ là đường phân giác của } \widehat{AOB}.$$

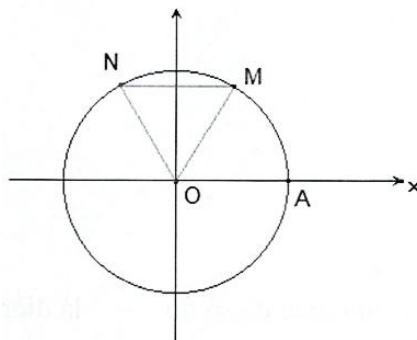
$$\widehat{(OA; (i))} = 45^\circ.$$

Câu 23: Trên đường tròn với điểm gốc là A . Điểm M thuộc đường tròn sao cho cung lượng giác AM có số đo 60° . Gọi N là điểm đối xứng với điểm M qua trục Oy . Tìm số đo của cung AN .

Trả lời: 120°

Lời giải

Ta có:



$$\text{Ta có: } \widehat{AOM} = 60^\circ, \widehat{MON} = 60^\circ \text{ nên } \widehat{AON} = 120^\circ.$$

$$\text{Khi đó số đo cung } AN \text{ bằng } 120^\circ.$$



Câu 24: Một bánh xe có 72 răng. Số đo góc mà bánh xe đã quay được khi di chuyển 10 răng là bao nhiêu?



Trả lời: 50°

Lời giải

Ta có:

01 bánh răng tương ứng với $\frac{360^\circ}{72} = 5^\circ \Rightarrow 10$ bánh răng là 50° .

Câu 25: Trong 20 giây bánh xe của xe gắn máy quay được 60 vòng. Tính độ dài quãng đường xe gắn máy đã đi được trong vòng 3 phút, biết rằng bán kính bánh xe gắn máy bằng $6,5\text{cm}$ (lấy $\pi = 3,1416$).

Trả lời: $22054,032\text{cm}$

Lời giải

Ta có:

3 phút xe đi được $\frac{3 \times 60}{20} \times 60 = 540$ vòng.

Độ dài 1 vòng bằng chu vi bánh xe là: $2\pi R = 2 \times 3,1416 \times 6,5 = 40,8408\text{cm}$.

Vậy quãng đường xe đi được là $540 \times 40,8408 = 22054,032\text{cm}$.

Câu 26: Một đồng hồ treo tường, kim giờ dài $10,57\text{cm}$ và kim phút dài $13,34\text{cm}$. Trong 30 phút mũi kim giờ vạch lên cung tròn có độ dài bằng bao nhiêu?

Trả lời: $\approx 2,77\text{cm}$

Lời giải

Ta có:

6 giờ thì kim giờ vạch lên 1 cung có số đo π nên 30 phút kim giờ vạch lên 1 cung có số đo là $\frac{1}{12}\pi$, suy ra độ dài cung tròn mà nó vạch lên là $l = R\alpha = 10,57 \times \frac{3,14}{12} \approx 2,77\text{cm}$.

Chú ý: 1 cung tròn bán kính R có góc tương ứng $\alpha(\text{rad})$ thì độ dài cung tròn là: $l = \alpha R$.

Câu 27: Đổi số đo của các góc sau đây sang radian: -78° .



Trả lời: $\frac{-13\pi}{30} rad$

Lời giải

$$-78^\circ = \frac{-78\pi}{180} = \frac{-13\pi}{30} rad.$$

LỜI GIẢI

Câu 28: Cho $\cos x = \frac{1}{2}$. Tính giá trị biểu thức $P = 3\sin^2 x + 4\cos^2 x$.

Trả lời: $\frac{13}{4}$

Lời giải

Ta có: $\cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.

Khi đó: $P = 3\sin^2 x + 4\cos^2 x = 3 \cdot \frac{3}{4} + 4 \cdot \frac{1}{4} = \frac{13}{4}$.

Câu 29: Biểu thức sau: $T = 2\sin\left(\frac{9\pi}{2} - x\right) + 3\cos(19\pi - x) = k\cos x$. Khi đó $k = ?$

Trả lời: -1

Lời giải

Ta có: $T = 2\sin\left(4\pi + \frac{\pi}{2} - x\right) + 3\cos(18\pi + \pi - x)$

$$= 2\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 3\cos(\pi - x) = 2\cos x - 3\cos x = -\cos x$$

Câu 30: Biểu thức sau: $S = \frac{\sin\left(\frac{15\pi}{2} - x\right) - 2\cos(x - \pi)}{\cos\left(\frac{5\pi}{2} - x\right)} = k\cot x$. Khi đó $k = ?$

Trả lời: 1

Lời giải

Ta có: $S = \frac{\sin\left(7\pi + \frac{\pi}{2} - x\right) - 2\cos(\pi - x)}{\cos\left(2\pi + \frac{\pi}{2} - x\right)}$



$$\begin{aligned} & \frac{\sin\left(\pi + \frac{\pi}{2} - x\right) + 2\cos x}{\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)} \\ &= \frac{-\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 2\cos x}{\sin x} = \frac{-\cos x + 2\cos x}{\sin x} = \frac{\cos x}{\sin x} = \cot x \end{aligned}$$

Câu 31: Cho tam giác ABC , khi đó biểu thức $\frac{\sin^3 \frac{\widehat{B}}{2}}{\cos\left(\frac{\widehat{A} + \widehat{C}}{2}\right)} + \frac{\cos^3 \frac{\widehat{B}}{2}}{\sin\left(\frac{\widehat{A} + \widehat{C}}{2}\right)} - \frac{\cos(\widehat{A} + \widehat{C})}{\sin B} \tan \widehat{B}$ bằng?

Trả lời: 2

Lời giải

Vì $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$ nên $\widehat{A} + \widehat{C} = 180^\circ - \widehat{B}$.

$$\begin{aligned} VT &= \frac{\sin^3 \frac{\widehat{B}}{2}}{\cos\left(\frac{180^\circ - \widehat{B}}{2}\right)} + \frac{\cos^3 \frac{\widehat{B}}{2}}{\sin\left(\frac{180^\circ - \widehat{B}}{2}\right)} - \frac{\cos(180^\circ - \widehat{B})}{\sin \widehat{B}} \tan \widehat{B} \\ &= \frac{\sin^3 \frac{\widehat{B}}{2}}{\sin \frac{\widehat{B}}{2}} + \frac{\cos^3 \frac{\widehat{B}}{2}}{\cos \frac{\widehat{B}}{2}} - \frac{-\cos \widehat{B}}{\sin \widehat{B}} \tan \widehat{B} \\ &= \sin^2 \frac{\widehat{B}}{2} + \cos^2 \frac{\widehat{B}}{2} + \cot \widehat{B} \cdot \tan \widehat{B} = 1 + 1 = 2 = VP \end{aligned}$$

Câu 32: Biểu thức $A = \tan\left(\frac{17\pi}{2} - x\right) + 2\cot(5\pi + x) = k \cot x$, khi đó: $k = ?$

Trả lời: 3

Lời giải

$$A = \tan\left(8\pi + \frac{\pi}{2} - x\right) + 2\cot x = \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 2\cot x = \cot x + 2\cot x = 3\cot x$$

Câu 33: Biểu thức $B = \frac{2\sin(x - 4\pi) + \cos\left(x - \frac{5\pi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)} = k \tan x$, khi đó: $k = ?$

Trả lời: -3

Lời giải



$$B = \frac{2 \sin x + \cos \left(x - \frac{\pi}{2} - 2\pi \right)}{\sin \left(\pi + \frac{\pi}{2} - x \right)} = \frac{2 \sin x + \cos \left(x - \frac{\pi}{2} \right)}{-\sin \left(\frac{\pi}{2} - x \right)} = \frac{2 \sin x + \cos \left(\frac{\pi}{2} - x \right)}{-\cos x}$$

$$= \frac{2 \sin x + \sin x}{-\cos x} = -3 \tan x.$$

Câu 34: Cho $\cot \alpha = \frac{1}{3}$. Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{3 \sin \alpha + 4 \cos \alpha}{2 \sin \alpha - 5 \cos \alpha}$.

Trả lời: 13

Lời giải

Vì $\cot \alpha = \frac{1}{3}$ nên $\sin \alpha \neq 0$. Chia cả tử và mẫu của biểu thức A cho $\sin \alpha$, ta có:

$$A = \frac{3 + 4 \cot \alpha}{2 - 5 \cot \alpha} = \frac{3 + 4 \cdot \frac{1}{3}}{2 - 5 \cdot \frac{1}{3}} = 13.$$

Câu 35: Cho $\cos \alpha = \frac{3}{4}$. Tính giá trị của biểu thức $B = \frac{\tan \alpha + 3 \cot \alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha}$.

Trả lời: $\frac{17}{8}$

Lời giải

$$\text{Ta có: } \cos \alpha = \frac{3}{4} \Rightarrow 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} = \frac{16}{9} \Rightarrow \tan^2 \alpha = \frac{7}{9}.$$

$$\text{Khi đó: } B = \frac{\tan \alpha + \frac{3}{\tan \alpha}}{\tan \alpha + \frac{1}{\tan \alpha}} = \frac{\tan^2 \alpha + 3}{\tan^2 \alpha + 1} = \frac{\frac{7}{9} + 3}{\frac{7}{9} + 1} = \frac{17}{8}.$$

Câu 36: Cho $\tan \alpha = \sqrt{2}$. Tính giá trị của biểu thức $C = \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin^3 \alpha + 3 \cos^3 \alpha + 2 \sin \alpha}$.

Trả lời: $\frac{3(\sqrt{2}-1)}{8\sqrt{2}+3}$

Lời giải

Vì $\tan \alpha = \sqrt{2}$ nên $\cos \alpha \neq 0$. Chia cả tử và mẫu của biểu thức C cho $\cos^3 \alpha$, ta được:



$$C = \frac{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha} - \frac{1}{\cos^2 \alpha}}{\tan^3 \alpha + 3 + 2 \cdot \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha}} = \frac{\tan \alpha (1 + \tan^2 \alpha) - (1 + \tan^2 \alpha)}{\tan^3 \alpha + 3 + 2 \tan \alpha (1 + \tan^2 \alpha)}$$

$$= \frac{(1 + \tan^2 \alpha)(\tan \alpha - 1)}{3 \tan^3 \alpha + 2 \tan \alpha + 3} = \frac{(1 + 2)(\sqrt{2} - 1)}{3 \cdot 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 3} = \frac{3(\sqrt{2} - 1)}{8\sqrt{2} + 3}$$

Câu 37: Biết $\sin a + \cos a = \sqrt{2}$. Tính giá trị của $\sin^4 a + \cos^4 a$.

Trả lời: $\frac{1}{2}$

Lời giải

Ta có:

$$\begin{aligned} \sin a + \cos a = \sqrt{2} &\Rightarrow 2 = (\sin a + \cos a)^2 = \sin^2 a + 2 \sin a \cos a + \cos^2 a \\ &= 1 + 2 \sin a \cos a \Rightarrow \sin a \cos a = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\text{Khi đó: } \sin^4 a + \cos^4 a = (\sin^2 a + \cos^2 a)^2 - 2 \sin^2 a \cos^2 a = 1 - 2 \left(\frac{1}{2} \right)^2 = \frac{1}{2}.$$

Câu 38: Cho $\tan \alpha + \cot \alpha = m$. Tìm m để $\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = 7$.

Trả lời: $m = \pm 3$

Lời giải

$$\text{Ta có: } 7 = \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = (\tan \alpha + \cot \alpha)^2 - 2 \tan \alpha \cot \alpha = m^2 - 2.$$

$$\text{Suy ra } m^2 = 9 \Rightarrow m = \pm 3.$$

Câu 39: Đơn giản các biểu thức sau (giả sử mỗi biểu thức sau luôn có nghĩa): $C = \frac{\cos^2 x - \sin^2 y}{\sin^2 x \sin^2 y} - \cot^2 x \cot^2 y$.

Trả lời: -1

Lời giải

$$\begin{aligned} C &= \frac{\cos^2 x - \sin^2 y - \cos^2 x \cos^2 y}{\sin^2 x \sin^2 y} = \frac{\cos^2 x (1 - \cos^2 y) - \sin^2 y}{\sin^2 x \sin^2 y} \\ &= \frac{\cos^2 x \sin^2 y - \sin^2 y}{\sin^2 x \sin^2 y} = \frac{\sin^2 y (\cos^2 x - 1)}{\sin^2 x \sin^2 y} = \frac{-\sin^2 x}{\sin^2 x} = -1 \end{aligned}$$

Câu 40: Trong tam giác ABC ta có: $\cos \widehat{A} + \cos(\widehat{B} + \widehat{C}) + \tan \frac{\widehat{A} + \widehat{B}}{2} = k \cot \frac{\widehat{C}}{2}$. Khi đó: $k = ?$

Trả lời: 1

Lời giải



Vì $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$ nên $\widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ - \widehat{A}$ và $\frac{\widehat{A} + \widehat{B}}{2} = \frac{180^\circ - \widehat{C}}{2}$.

Do đó:

$$\begin{aligned} \cos \widehat{A} + \cos(\widehat{B} + \widehat{C}) + \tan \frac{\widehat{A} + \widehat{B}}{2} &= \cos \widehat{A} + \cos(180^\circ - \widehat{A}) + \tan \frac{180^\circ - \widehat{C}}{2} \\ &= \cos \widehat{A} - \cos \widehat{A} + \tan \left(90^\circ - \frac{\widehat{C}}{2} \right) = \cot \frac{\widehat{C}}{2} \end{aligned}$$

Câu 41: Cho biểu thức $f(x) = 3(\sin^4 x + \cos^4 x) - 2(\sin^6 x + \cos^6 x)$ tính $f(1)$

Trả lời: 1

Lời giải

Ta có: $\sin^4 x + \cos^4 x = 1 - 2\sin^2 x \cos^2 x$, $\sin^6 x + \cos^6 x = 1 - 3\sin^2 x \cos^2 x$.

Suy ra: $f(x) = 3(1 - 2\sin^2 x \cos^2 x) - 2(1 - 3\sin^2 x \cos^2 x) = 1$.

Vậy biểu thức $f(x)$ không phụ thuộc vào x .

Câu 42: Cho biểu thức $g(x) = \frac{-2\cot^2 x - \cos^2 x}{\cot^2 x} + \frac{\sin x \cos x}{\cot x}$ với $x \neq 0, x \neq \frac{\pi}{2}, x \neq \pi$.

Tính $g\left(\frac{2024\pi}{2023}\right)$

Trả lời: -2

Lời giải

$$\begin{aligned} g(x) &= -2 - \frac{\cos^2 x}{\cot^2 x} + \frac{\sin x \cos x}{\frac{\cos x}{\sin x}} \\ &= -2 - \frac{\cos^2 x}{\frac{\cos^2 x}{\sin^2 x}} + \sin^2 x = -2 - \sin^2 x + \sin^2 x = -2. \end{aligned}$$

Vậy biểu thức $g(x)$ không phụ thuộc vào x .

Câu 43: Một bánh xe đạp quay được 25 vòng trong 10 giây.

a) Tính theo đơn vị radian độ lớn của góc mà một chất điểm trên bánh xe quay được sau 6 giây.

b) Tính độ dài quãng đường mà người đi xe thực hiện được trong 2,35 phút, biết rằng bán kính bánh xe bằng 340mm. (Tính theo đơn vị mét, kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Trả lời: a) 30π b) 753,04(m)



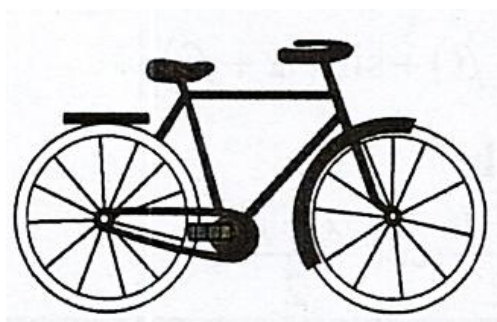
a) Số vòng bánh xe thực hiện được sau 6 giây là $\frac{6.25}{10} = 15$; góc thu được tương ứng là $15.2\pi = 30\pi$ (rad).

b) Sau 2,35 phút (= 141 giây), số vòng mà bánh xe thực hiện được là:

$$\frac{141.25}{10} = 352,5 \text{ vòng. Bán kính bánh xe: } R = 340 \text{ mm} = 0,34 \text{ m.}$$

Quãng đường mà người đi xe đạp thực hiện được sau 2,35 phút là:

$$352,5 \cdot 2\pi R = 352,5 \cdot 2\pi \cdot 0,34 = \frac{2397}{10} \pi \approx 753,04(m).$$



Câu 44: Cho hai góc nhọn a và b . Biết $\cos a = \frac{1}{3}$ và $\cos b = \frac{1}{4}$. Tính giá trị của:

$$P = (\cos a \cdot \cos b)^2 - (\sin a \cdot \sin b)^2.$$

Trả lời: $-\frac{119}{144}$

Lời giải

Ta có:

$$\begin{aligned} P &= (\cos a \cos b)^2 - (\sin a \sin b)^2 = (\cos a \cos b)^2 - (1 - \cos^2 a)(1 - \cos^2 b) \\ &= \left(\frac{1}{12}\right)^2 - \frac{8}{9} \cdot \frac{15}{16} = -\frac{119}{144} \end{aligned}$$

Câu 45: Cho $\tan x = -\frac{4}{3}$ và $\frac{\pi}{2} < x < \pi$. Tính giá trị của biểu thức $M = \frac{\sin^2 x - \cos x}{\sin x - \cos^2 x}$.

Trả lời:

Lời giải

$$\text{Ta có: } \tan x = -\frac{4}{3} \Rightarrow \cos^2 x = \frac{1}{1 + \tan^2 x} = \frac{9}{25} \Rightarrow \cos x = \pm \frac{3}{5}.$$

$$\text{Vì } \frac{\pi}{2} < x < \pi \Rightarrow \cos x = -\frac{3}{5} \Rightarrow \sin x = \tan x \cdot \cos x = \frac{4}{5} \Rightarrow M = \frac{\sin^2 x - \cos x}{\sin x - \cos^2 x} = \frac{31}{11}.$$

Câu 46: Cho $3 \cos \alpha - \sin \alpha = 1, 0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Tính giá trị của $\tan \alpha$.



Trả lời: $\frac{4}{3}$

Lời giải

Ta có $3\cos\alpha - \sin\alpha = 1 \Leftrightarrow 3\cos\alpha = \sin\alpha + 1 \rightarrow 9\cos^2\alpha = (\sin\alpha + 1)^2$

$\Leftrightarrow 9\cos^2\alpha = \sin^2\alpha + 2\sin\alpha + 1 \Leftrightarrow 9(1 - \sin^2\alpha) = \sin^2\alpha + 2\sin\alpha + 1$

$\Leftrightarrow 10\sin^2\alpha + 2\sin\alpha - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin\alpha = -1 \\ \sin\alpha = \frac{4}{5} \end{cases}$

- $\sin\alpha = -1$: không thỏa mãn vì $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.

- $\sin\alpha = \frac{4}{5} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{3}{5} \rightarrow \tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{4}{3}$.

Câu 47: Cho $\sin\alpha - \cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$. Tính giá trị của $P = \sqrt{\sin^4\alpha + \cos^4\alpha}$.

Trả lời: $\frac{\sqrt{17}}{5}$

Lời giải

Ta có: $\sin\alpha - \cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{5}} \rightarrow (\sin\alpha - \cos\alpha)^2 = \frac{1}{5}$

$\Leftrightarrow 1 - 2\sin\alpha\cos\alpha = \frac{1}{5} \Leftrightarrow \sin\alpha\cos\alpha = \frac{2}{5}$.

Ta có: $P = \sqrt{\sin^4\alpha + \cos^4\alpha} = \sqrt{(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha)^2 - 2\sin^2\alpha\cos^2\alpha}$

$= \sqrt{1 - 2(\sin\alpha\cos\alpha)^2} = \frac{\sqrt{17}}{5}$.

Câu 48: Cho biểu thức $A = \frac{(1 - \tan^2 x)^2}{4\tan^2 x} - \frac{1}{4\sin^2 x \cos^2 x}$ khi $x = \frac{2024\pi}{2023}$ thì A bằng bao nhiêu?

Trả lời: -1

Lời giải

Ta có:

$$A = \frac{\left(1 - \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}\right)^2}{4\tan^2 x} - \frac{1}{4\sin^2 x \cos^2 x} = \frac{(\cos^2 x - \sin^2 x)^2}{4\sin^2 x \cos^2 x} - \frac{1}{4\sin^2 x \cos^2 x}$$

$$A = \frac{(\cos^2 x - \sin^2 x + 1)(\cos^2 x - \sin^2 x - 1)}{4\sin^2 x \cos^2 x} = \frac{2\cos^2 x \cdot (-2\sin^2 x)}{4\sin^2 x \cos^2 x} = -1.$$



Câu 49: Cho biểu thức $B = \left[\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin(10\pi + x) \right]^2 + \left[\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \cos(8\pi - x) \right]^2$ khi $x = \frac{2024\pi}{2023}$ thì B bằng bao nhiêu?

Trả lời: 2

Lời giải

Ta có:

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x, \sin(10\pi + x) = \sin x, \cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = -\sin x, \cos(8\pi - x) = \cos x$$

$$\text{Thay vào } B = \left[\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin(10\pi + x) \right]^2 + \left[\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \cos(8\pi - x) \right]^2$$

$$\text{Ta có: } B = (\cos x + \sin x)^2 + (-\sin x + \cos x)^2 = 2.$$

Câu 50: Cho biểu thức $C = \cos^2 x + \cos^2\left(\frac{\pi}{3} + x\right) + \cos^2\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$ khi $x = \frac{2024\pi}{2023}$ thì C bằng bao nhiêu?

Trả lời: $\frac{3}{2}$

Lời giải

Ta có:

$$\begin{aligned} C &= \cos^2 x + \frac{1 + \cos\left(\frac{2\pi}{3} - 2x\right)}{2} + \frac{1 + \cos\left(\frac{2\pi}{3} + 2x\right)}{2} \\ &= \cos^2 x + 1 + \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)\cos(-2x) = \frac{1 + \cos 2x}{2} + 1 + \left(-\frac{1}{2}\right)\cos 2x = \frac{3}{2}. \end{aligned}$$

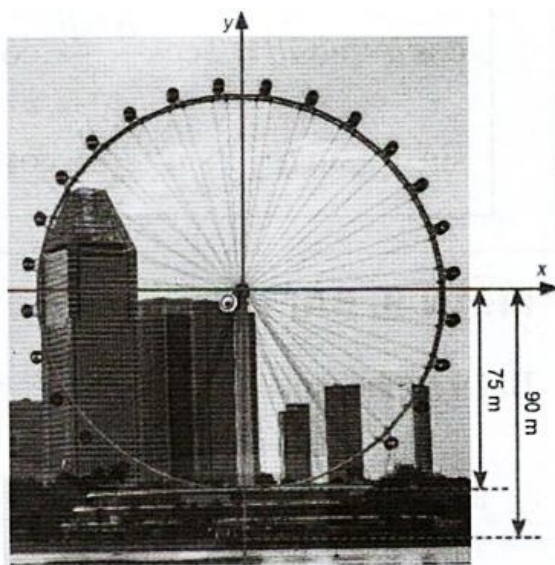
Câu 51: Cho biểu thức $D = (\sin^4 x + \cos^4 x - 1)(\tan^2 x + \cot^2 x + 2)$ khi $x = \frac{2024\pi}{2023}$ thì D bằng bao nhiêu?

Trả lời: -2

Lời giải

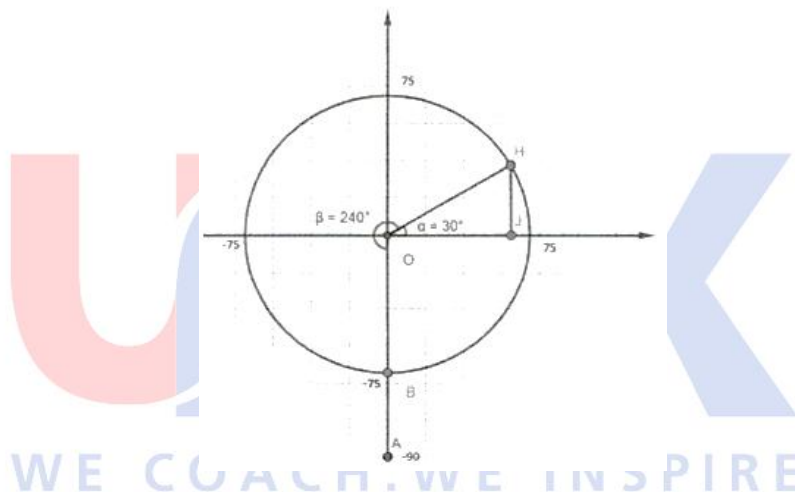
$$\begin{aligned} \text{Ta có: } & (\sin^4 x + \cos^4 x - 1)(\tan^2 x + \cot^2 x + 2) \\ &= (1 - 2\sin^2 x \cdot \cos^2 x - 1)\left(\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} + 2\right) \\ &= (-2\sin^2 x \cdot \cos^2 x)\left(\frac{\sin^4 x + \cos^4 x + 2\sin^2 x \cdot \cos^2 x}{\sin^2 x \cos^2 x}\right) = (-2)(\sin^2 x + \cos^2 x)^2 = -2 \end{aligned}$$

Câu 52: Một chiếc đu quay có bán kính $75m$, tâm của vòng quay ở độ cao $90m$, thời gian thực hiện mỗi vòng quay của đu quay là 30 phút. Nếu một người vào cabin tại vị trí thấp nhất của vòng quay, thì sau 20 phút quay, người đó ở độ cao bao nhiêu mét?



Trả lời: $127,5(m)$

Lời giải



Do tính đối xứng, dù đu quay chuyển động theo chiều kim đồng hồ hay ngược chiều kim đồng hồ, ta đều thấy rằng độ cao của người đó là như nhau sau cùng một khoảng thời gian. Ở đây ta xét đu quay chuyển động theo chiều kim đồng hồ. Gắn đu quay có bán kính $75m$, tâm của vòng quay ở độ cao $90m$ vào hệ trục tọa độ Oxy ta được hình bên:

Sau 20 phút quay cabin đi được một góc là $\frac{20}{30} \cdot 360^\circ = 240^\circ$ tức là đến vị trí điểm H .

Khi đó góc $\widehat{HOJ} = 30^\circ$ và $HJ = 30^\circ \cdot OH = 37,5(m)$.

Vậy sau 20 phút quay, người đó ở độ cao $37,5 + 90 = 127,5(m)$.

Câu 53: Tính $\cos x$ biết $\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \sin \frac{\pi}{2} = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$.

Trả lời: $\frac{1}{2}$

Lời giải



$$\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \sin\frac{\pi}{2} = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow -\cos\left(\frac{\pi}{2} + x - \frac{\pi}{2}\right) + 1 = \cos x$$

$$\Leftrightarrow -\cos x + 1 = \cos x \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2}.$$

Câu 54: Tính $\sin x$ biết $\cot(x + 540^\circ) - \tan(x - 90^\circ) = \sin^2(725^\circ) + \cos^2(365^\circ)$.

Trả lời: $\pm \frac{2}{\sqrt{5}}$

Lời giải

$$\begin{aligned} \cot(x + 540^\circ) - \tan(x - 90^\circ) &= \sin^2(725^\circ) + \cos^2(365^\circ) \\ \Leftrightarrow \cot(x + 180^\circ + 360^\circ) - \tan(x - 90^\circ) &= \sin^2(725^\circ + (-1) \cdot 360^\circ) + \cos^2(365^\circ) \\ \Leftrightarrow \cot(x + 180^\circ) + \cot(90^\circ + x - 90^\circ) &= \sin^2(365^\circ) + \cos^2(365^\circ) \\ \Leftrightarrow \cot x + \cot x = 1 &\Leftrightarrow \cot x = \frac{1}{2} \\ \sin x &= \pm \sqrt{\frac{1}{1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2}} = \pm \frac{2}{\sqrt{5}}. \end{aligned}$$

Câu 55: Tính $M = \sqrt{\sin^4 \alpha + 4 \cos^2 \alpha} + \sqrt{\cos^4 \alpha + 4 \sin^2 \alpha}$ khi $\alpha = \frac{8}{7}\pi$

Trả lời: 3

Lời giải

$$\begin{aligned} M &= \sqrt{\sin^4 \alpha + 4 \cos^2 \alpha} + \sqrt{\cos^4 \alpha + 4 \sin^2 \alpha} \\ &= \sqrt{(2 - \sin^2 \alpha)^2} + \sqrt{(2 - \cos^2 \alpha)^2} = |2 - \sin^2 \alpha| + |2 - \cos^2 \alpha| \\ &= 2 - \sin^2 \alpha + 2 - \cos^2 \alpha = 4 - 1 = 3. \end{aligned}$$

Câu 56: Tính $N = \sin^2 \alpha \cdot \tan^2 \alpha + 4 \sin^2 \alpha - \tan^2 \alpha + 3 \cos^2 \alpha$ khi $\alpha = \frac{8}{7}\pi$

Trả lời: 3

Lời giải

$$\begin{aligned} N &= \sin^2 \alpha \cdot \tan^2 \alpha + 4 \sin^2 \alpha - \tan^2 \alpha + 3 \cos^2 \alpha = \tan^2 \alpha (\sin^2 \alpha - 1) + 4 \sin^2 \alpha + 3 \cos^2 \alpha \\ &= -\tan^2 \alpha \cos^2 \alpha + 4 \sin^2 \alpha + 3 \cos^2 \alpha = -\sin^2 \alpha + 4 \sin^2 \alpha + 3 \cos^2 \alpha = 3. \end{aligned}$$

Câu 57: Tính $S = \sin^2 5^\circ + \sin^2 10^\circ + \sin^2 15^\circ + \dots + \sin^2 80^\circ + \sin^2 85^\circ$.

Trả lời: $\frac{17}{2}$

Lời giải

Ta có



$$\sin^2 5^\circ + \sin^2 85^\circ = \cos^2 85^\circ + \sin^2 85^\circ = 1.$$

$$\sin^2 10^\circ + \sin^2 80^\circ = \cos^2 80^\circ + \sin^2 80^\circ = 1.$$

...

$$\sin^2 40^\circ + \sin^2 45^\circ = \cos^2 45^\circ + \sin^2 45^\circ = 1.$$

Tổng số có 8 cặp dư ra $\sin^2 45^\circ$ nên $S = 8 + \frac{1}{2} = \frac{17}{2}$.

Câu 58: Một bánh xe có đường kính kể cả lốp xe là 55cm . Nếu xe chạy với tốc độ 50km/h thì trong một giây bánh xe quay được bao nhiêu vòng? (Kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Trả lời: 8,04

Tốc độ xe là: $50\text{km/h} = \frac{50.100000}{3600}\text{cm/s} = \frac{12500}{9}\text{cm/s}$.

Mỗi vòng bánh xe có chiều dài: $2\pi R = 2\pi \cdot \frac{55}{2} = 55\pi(\text{cm})$.

Vậy mỗi giây thì bánh xe lăn được số vòng là $\frac{12500}{9} : (55\pi) \approx 8,04$ (vòng).

Câu 59: Một bánh xe đạp quay được 25 vòng trong 10 giây. Tính độ dài quãng đường mà người đi xe thực hiện được trong 2,35 phút, biết rằng bán kính bánh xe bằng 340mm . (Tính theo đơn vị mét, kết quả được làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

Trả lời: 753

Sau 2,35 phút (141 giây), số vòng mà bánh xe thực hiện được là: $\frac{141.25}{10} = 352,5$ vòng.

Bán kính bánh xe: $R = 340\text{mm} = 0,34\text{m}$.

Quãng đường mà người đi xe đạp thực hiện được sau 2,35 phút là:

$$352,5.2\pi R = 352,5.2\pi.0,34 = \frac{2397}{10}\pi \approx 753(\text{m}).$$

Câu 60: Một cái đồng hồ treo tường có đường kính bằng 60cm , ta xem vành ngoài chiếc đồng hồ là một đường tròn với các điểm A, B, C lần lượt tương ứng với vị trí các số $2, 9, 4$. Tính tổng độ dài các cung nhỏ AB và AC (kết quả tính theo đơn vị centimet và làm tròn đến hàng phần trăm).



Lời giải

Trả lời: 109,96



Bán kính đường tròn là $R = \frac{60}{2} = 30cm$.

Ta có: $\widehat{AOB} = 150^\circ = \frac{150\pi}{180}rad = \frac{5\pi}{6}rad$; suy ra độ dài cung nhỏ AB là

$$l_{\widehat{AB}} = R \cdot \widehat{AOB} = 30 \cdot \frac{5\pi}{6} = 25\pi.$$

Ta có: $\widehat{AOC} = 60^\circ = \frac{60\pi}{180}rad = \frac{\pi}{3}rad$; suy ra độ dài cung nhỏ AC là

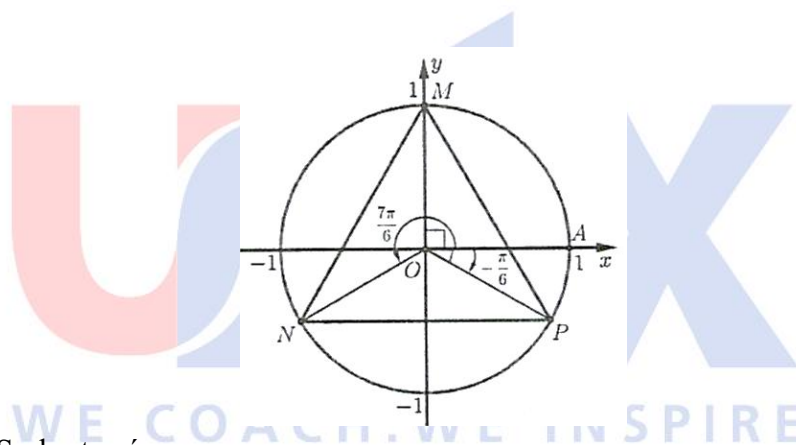
$$l_{\widehat{AC}} = R \cdot \widehat{AOC} = 30 \cdot \frac{\pi}{3} = 10\pi$$

Khi đó $l_{\widehat{AB}} + l_{\widehat{AC}} = 25\pi + 10\pi = 35\pi \approx 109,96$

Câu 61: Gọi M, N, P là các điểm trên đường tròn lượng giác sao cho số đo các góc lượng giác $(OA, OM), (OA, ON), (OA, OP)$ lần lượt bằng $\frac{\pi}{2}, \frac{7\pi}{6}, -\frac{\pi}{6}$ và $MN = NP = 2$. Tính diện tích tam giác MNP . *Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2.*

Lời giải

Trả lời: 3,46



Theo hệ thức Sa-lơ, ta có:

$$(OA, OM) + (OM, ON) = (OA, ON) \Leftrightarrow \frac{\pi}{2} + (OM, ON) = \frac{7\pi}{6} \Leftrightarrow (OM, ON) = \frac{2\pi}{3}.$$

Ta có $\widehat{MON} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{MPN} = 60^\circ$ (1) (số đo góc nội tiếp bằng nửa số đo góc ở tâm chắn cùng một cung).

$$\text{Ta có: } (OA, OP) = -\frac{\pi}{6} + 2\pi = \frac{11\pi}{6}.$$

Theo hệ thức Sa-lơ:

$$(OA, ON) + (ON, OP) = (OA, OP) \Leftrightarrow \frac{7\pi}{6} + (ON, OP) = \frac{11\pi}{6} \Leftrightarrow (ON, OP) = \frac{2\pi}{3}.$$

Ta có $\widehat{NOP} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{NMP} = 60^\circ$ (2) (số đo góc nội tiếp bằng nửa số đo góc ở tâm chắn cùng một cung).

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \triangle MNP$ là tam giác đều.

$$\text{Vậy } S_{MNP} = MN \cdot NP \cdot \sin(\widehat{MNP}) = 2 \cdot 2 \cdot \sin(60^\circ) = 2\sqrt{3} \approx 3,46$$