



HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

BÀI 2. CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 1. ÁP DỤNG CÔNG THỨC CỘNG

Câu 1: Trong các công thức sau, công thức nào đúng?

A. $\sin(a - b) = \sin a \cdot \cos b - \cos a \cdot \sin b.$

B. $\cos(a - b) = \cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b.$

C. $\sin(a + b) = \sin a \cdot \cos b - \cos a \cdot \sin b.$

D. $\cos(a + b) = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b.$

Lời giải

Công thức cộng: $\sin(a - b) = \sin a \cdot \cos b - \cos a \cdot \sin b.$

Câu 2: Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\tan(x - y) = \frac{\tan x + \tan y}{\tan x \tan y}.$

B. $\tan(x - y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \tan y}.$

C. $\tan(x - y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 - \tan x \tan y}.$

D. $\tan(x - y) = \frac{\tan x - \tan y}{\tan x \tan y}.$

Lời giải

Ta có $\tan(x - y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \tan y}.$

Câu 3: Trong các công thức sau, công thức nào **đúng**?

A. $\sin(a + b) = \sin a \cdot \cos b - \cos a \cdot \sin b .$

B. $\cos(a + b) = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b .$

C. $\sin(a - b) = \sin a \cdot \cos b + \cos a \cdot \sin b .$

D. $\cos(a - b) = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b .$

Lời giải

Theo công thức cộng ta có:

$\Rightarrow \cos(a \pm b) = \cos a \cdot \cos b \mp \sin a \cdot \sin b .$

$\Rightarrow \sin(a \pm b) = \sin a \cdot \cos b \pm \cos a \cdot \sin b .$

Câu 4: Phát biểu nào sau đây **đúng**?

A. $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \cdot \tan \beta}.$

B. $\tan(\alpha + \beta) = \frac{1 + \tan \alpha \cdot \tan \beta}{\tan \alpha - \tan \beta}.$

C. $\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \cdot \tan \beta}.$

D. $\tan(\alpha - \beta) = \frac{1 - \tan \alpha \cdot \tan \beta}{\tan \alpha + \tan \beta}.$

Lời giải



Theo công thức cộng ta có: $\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \cdot \tan \beta}$.

Câu 5: Biểu thức $\sin x \cos y - \cos x \sin y$ bằng

- A.** $\cos(x - y)$. **B.** $\cos(x + y)$. **C.** $\sin(x - y)$. **D.** $\sin(y - x)$.

Lời giải

Áp dụng công thức cộng lượng giác ta có đáp án.

C.

Câu 6: Chọn khẳng định sai trong các khẳng định sau:

- A.** $\cos(a + b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$. **B.** $\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$.
C. $\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$. **D.** $\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a$.

Lời giải

Ta có công thức đúng là: $\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$.

Câu 7: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A.** $\sin a - \sin b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}$. **B.** $\cos(a - b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$.
C. $\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$. **D.** $2 \cos a \cos b = \cos(a - b) + \cos(a + b)$.

Lời giải

Câu A, D là công thức biến đổi đúng

Câu C là công thức cộng đúng

Câu B sai vì $\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$.

Câu 8: Biểu thức $\frac{\sin(a + b)}{\sin(a - b)}$ bằng biểu thức nào sau đây?

- A.** $\frac{\sin(a + b)}{\sin(a - b)} = \frac{\sin a + \sin b}{\sin a - \sin b}$. **B.** $\frac{\sin(a + b)}{\sin(a - b)} = \frac{\sin a - \sin b}{\sin a + \sin b}$.
C. $\frac{\sin(a + b)}{\sin(a - b)} = \frac{\tan a + \tan b}{\tan a - \tan b}$. **D.** $\frac{\sin(a + b)}{\sin(a - b)} = \frac{\cot a + \cot b}{\cot a - \cot b}$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \text{Ta có : } \frac{\sin(a + b)}{\sin(a - b)} &= \frac{\sin a \cos b + \cos a \sin b}{\sin a \cos b - \cos a \sin b} \\ &= \frac{\tan a + \tan b}{\tan a - \tan b}. \end{aligned}$$

Câu 9: Cho $\tan \alpha = 2$. Tính $\tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$.

- A.** $-\frac{1}{3}$. **B.** 1. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải



Ta có $\tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan \alpha - \tan \frac{\pi}{4}}{1 + \tan \alpha \tan \frac{\pi}{4}} = \frac{2-1}{1+2} = \frac{1}{3}$.

Câu 10: Cho hai góc α, β thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{5}{13}$, $\left(\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi\right)$ và $\cos \beta = \frac{3}{5}$, $\left(0 < \beta < \frac{\pi}{2}\right)$. Tính giá trị đúng của $\cos(\alpha - \beta)$.

A. $\frac{16}{65}$.

B. $-\frac{18}{65}$.

C. $\frac{18}{65}$.

D. $-\frac{16}{65}$.

Lời giải

Ta có: $\sin \alpha = \frac{5}{13}$, $\left(\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi\right)$ nên $\cos \alpha = -\sqrt{1 - \left(\frac{5}{13}\right)^2} = -\frac{12}{13}$.

$\cos \beta = \frac{3}{5}$, $\left(0 < \beta < \frac{\pi}{2}\right)$ nên $\sin \beta = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{4}{5}$.

$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta = -\frac{12}{13} \cdot \frac{3}{5} + \frac{5}{13} \cdot \frac{4}{5} = -\frac{16}{65}$.

Câu 11: Cho góc lượng giác α $\left(\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi\right)$. Xét dấu $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right)$ và $\tan(-\alpha)$. Chọn kết quả đúng.

A. $\begin{cases} \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) < 0 \\ \tan(-\alpha) < 0 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) > 0 \\ \tan(-\alpha) < 0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) < 0 \\ \tan(-\alpha) > 0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) > 0 \\ \tan(-\alpha) > 0 \end{cases}$.

Lời giải

Ta có $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \Rightarrow \begin{cases} \pi < \alpha + \frac{\pi}{2} < \frac{3\pi}{2} \\ -\pi < -\alpha < -\frac{\pi}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) < 0 \\ \tan(-\alpha) > 0 \end{cases}$.

Câu 12: Rút gọn biểu thức: $\sin(a - 17^\circ) \cdot \cos(a + 13^\circ) - \sin(a + 13^\circ) \cdot \cos(a - 17^\circ)$, ta được:

A. $\sin 2a$.

B. $\cos 2a$.

C. $-\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Ta có: $\sin(a - 17^\circ) \cdot \cos(a + 13^\circ) - \sin(a + 13^\circ) \cdot \cos(a - 17^\circ) = \sin[(a - 17^\circ) - (a + 13^\circ)]$
 $= \sin(-30^\circ) = -\frac{1}{2}$.

Câu 13: Cho hai góc α và β thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, $\left(\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi\right)$ và $\cos \beta = \frac{12}{13}$, $\left(0 < \beta < \frac{\pi}{2}\right)$. Giá trị của $\sin(\alpha - \beta)$ là



A. $-\frac{56}{65}$.

B. $\frac{56}{65}$.

C. $\frac{16}{65}$.

D. $-\frac{16}{65}$.

Lời giải

Ta có: $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\cos \alpha < 0 \Rightarrow \cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\frac{4}{5}$.

Lại có: $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ nên $\sin \beta > 0 \Rightarrow \sin \beta = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{5}{13}$.

Vậy $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta = \frac{3}{5} \cdot \frac{12}{13} - \left(-\frac{4}{5}\right) \cdot \frac{5}{13} = \frac{56}{65}$.

Câu 14: Tính giá trị $\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right)$ biết $\sin \alpha = \frac{1}{3}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

A. $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

B. $-\frac{1+2\sqrt{6}}{6}$.

C. $\frac{1-2\sqrt{6}}{6}$.

D. $\frac{1+2\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải

Vì $\sin \alpha = \frac{1}{3}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Do đó $\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) = \cos \alpha \cdot \cos \frac{\pi}{6} + \sin \alpha \cdot \sin \frac{\pi}{6} = -\frac{2\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1-2\sqrt{6}}{6}$.

Câu 15: Cho $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ với $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Biết giá trị của $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{a\sqrt{5} - b\sqrt{15}}{10}$ với $a, b \in \mathbb{N}$ và $(a, b) = 1$. Tính $a + b$.

A. 4.

B. 10.

C. 7.

D. 3.

Lời giải

Ta có: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Leftrightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{5} \Leftrightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

Ta có: $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \cos \alpha - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{5}}{5} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2\sqrt{5}}{5} = \frac{\sqrt{5}}{10} - \frac{2\sqrt{15}}{10} = \frac{\sqrt{5} - 2\sqrt{15}}{10}$.

Suy ra $a = 1$, $b = 2 \Rightarrow a + b = 3$.

Câu 16: Với α là số thực bất kỳ, rút gọn biểu thức $A = \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + \sin(\alpha - \pi)$.

A. $A = 2 \sin \alpha$.

B. $A = 2 \cos \alpha$.

C. $A = 1$.

D. $A = 0$.

Lời giải

Ta có: $\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$; $\sin(\alpha - \pi) = -\sin \alpha$.

Do đó $A = 0$.



Câu 17: Cho x, y là các góc nhọn, $\cot x = \frac{4}{3}$, $\cot y = 7$. Tổng $x + y$ bằng

A. $\frac{\pi}{3}$.

B. $\frac{\pi}{4}$.

C. $\frac{\pi}{6}$.

D. $\frac{2\pi}{3}$.

Lời giải

Ta có: $\cot x = \frac{4}{3} \Leftrightarrow \tan x = \frac{3}{4}$; $\cot y = 7 \Leftrightarrow \tan y = \frac{1}{7}$.

$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \cdot \tan y} = 1, \text{ suy ra } x + y = \frac{\pi}{4}.$$

Câu 18: Cho hai góc nhọn a và b với $\sin a = \frac{1}{3}$, $\sin b = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Giá trị của $\sin 2(a + b)$ là

A. $\frac{7\sqrt{3} - 4\sqrt{2}}{18}$.

B. $\frac{7\sqrt{3} + 4\sqrt{2}}{18}$.

C. $\frac{7\sqrt{3} - 2\sqrt{2}}{18}$.

D. $\frac{7\sqrt{3} + 2\sqrt{2}}{18}$.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} 0 < a < \frac{\pi}{2} \\ \sin a = \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow \cos a = \frac{2\sqrt{2}}{3}$; $\begin{cases} 0 < b < \frac{\pi}{2} \\ \sin b = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Rightarrow \cos b = \frac{1}{2}$.

$$\begin{aligned} \sin 2(a + b) &= 2 \sin(a + b) \cdot \cos(a + b) = 2(\sin a \cos b + \sin b \cos a)(\cos a \cos b - \sin a \sin b) \\ &= \frac{7\sqrt{3} - 4\sqrt{2}}{18}. \end{aligned}$$

Câu 19: Biết $\sin a = \frac{5}{13}$, $\cos b = \frac{3}{5}$, $\left(\frac{\pi}{2} < a < \pi, 0 < b < \frac{\pi}{2}\right)$. Hãy tính $\sin(a + b)$.

A. $-\frac{33}{65}$.

B. $\frac{63}{65}$.

C. $\frac{56}{65}$.

D. 0.

Lời giải

Ta có: $\cos a = \pm \sqrt{1 - \sin^2 a}$

Do $\frac{\pi}{2} < a < \pi \Rightarrow \cos a < 0 \Rightarrow \cos a = -\sqrt{1 - \left(\frac{5}{13}\right)^2} = -\frac{12}{13}$.

Ta có: $\sin b = \pm \sqrt{1 - \cos^2 b}$

Do $0 < b < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin b > 0 \Rightarrow \sin b = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{4}{5}$.

Vậy $\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b = \frac{5}{13} \cdot \frac{3}{5} + \left(-\frac{12}{13}\right) \cdot \frac{4}{5} = -\frac{33}{65}$.



Câu 20: Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5}, \left(\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi\right)$. Tính $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)$.

- A. $\frac{48+25\sqrt{3}}{11}$. B. $\frac{8-5\sqrt{3}}{11}$. C. $\frac{8-\sqrt{3}}{11}$. D. $\frac{48-25\sqrt{3}}{11}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \tan\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\tan \alpha + \tan \frac{\pi}{3}}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \frac{\pi}{3}} = \frac{\tan \alpha + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3} \tan \alpha}$$

$$\text{Mà } \sin \alpha = \frac{3}{5} \Rightarrow \cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \frac{9}{25}} = -\frac{4}{5}, \Rightarrow \tan \alpha = -\frac{3}{4}.$$

$$\text{Vậy } \tan\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\tan \alpha + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3} \tan \alpha} = \frac{-\frac{3}{4} + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3} \cdot \frac{3}{4}} = \frac{-3 + 4\sqrt{3}}{4 + 3\sqrt{3}} = \frac{48 - 25\sqrt{3}}{11}.$$

Câu 21: Rút gọn biểu thức: $\sin(a - 17^\circ) \cdot \cos(a + 13^\circ) - \sin(a + 13^\circ) \cdot \cos(a - 17^\circ)$, ta được:

- A. $\sin 2a$. B. $\cos 2a$. C. $-\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \sin(a - 17^\circ) \cdot \cos(a + 13^\circ) - \sin(a + 13^\circ) \cdot \cos(a - 17^\circ) &= \sin[(a - 17^\circ) - (a + 13^\circ)] \\ &= \sin(-30^\circ) = -\frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Câu 22: Giá trị của biểu thức $\cos \frac{37\pi}{12}$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$. C. $-\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$. D. $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \cos \frac{37\pi}{12} &= \cos\left(2\pi + \pi + \frac{\pi}{12}\right) = \cos\left(\pi + \frac{\pi}{12}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}\right) \\ &= -\left(\cos \frac{\pi}{3} \cdot \cos \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{3} \cdot \sin \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}. \end{aligned}$$

Câu 23: Đẳng thức nào sau đây là đúng.

- A. $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \cos \alpha + \frac{1}{2}$. B. $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \sin \alpha - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \alpha$.
 C. $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha - \frac{1}{2} \cos \alpha$. D. $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \cos \alpha - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \cos \alpha \cdot \cos \frac{\pi}{3} - \sin \alpha \cdot \sin \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} \cos \alpha - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha.$$



Câu 24: Cho $\tan \alpha = 2$. Tính $\tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$.

A. $-\frac{1}{3}$.

B. 1.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan \alpha - \tan \frac{\pi}{4}}{1 + \tan \alpha \tan \frac{\pi}{4}} = \frac{2 - 1}{1 + 2} = \frac{1}{3}.$$

Câu 25: Kết quả nào sau đây sai?

A. $\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

B. $\sin x - \cos x = -\sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

C. $\sin 2x + \cos 2x = \sqrt{2} \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$.

D. $\sin 2x + \cos 2x = \sqrt{2} \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \sin 2x + \cos 2x = \sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \sin 2x + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos 2x \right)$$

$$= \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} \sin 2x + \sin \frac{\pi}{4} \cos 2x \right)$$

$$= \sqrt{2} \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \neq \sqrt{2} \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$$

Câu 26: Cho $\sin x = \frac{3}{5}$ với $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ khi đó $\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ bằng.

A. $\frac{2}{7}$.

B. $-\frac{1}{7}$.

C. $-\frac{2}{7}$.

D. $\frac{1}{7}$.

Lời giải

$$\text{Từ } \sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \cos x = \pm \sqrt{1 - \sin^2 x} = \pm \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \pm \frac{4}{5}.$$

$$\text{Vì } \frac{\pi}{2} < x < \pi \text{ nên } \cos x = -\frac{4}{5} \text{ do đó } \tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = -\frac{3}{4}.$$

$$\text{Ta có: } \tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan x + \tan \frac{\pi}{4}}{1 - \tan x \tan \frac{\pi}{4}} = \frac{-\frac{3}{4} + 1}{1 + \frac{3}{4}} = \frac{1}{7}.$$

Câu 27: Cho $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$ với $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Giá trị của $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)$ bằng



A. $\frac{2-\sqrt{6}}{2\sqrt{6}}$.

B. $\sqrt{6}-3$.

C. $\frac{1}{\sqrt{6}}-\frac{1}{2}$.

D. $\sqrt{6}-\frac{1}{2}$.

Lời giải

Ta có: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Leftrightarrow \cos^2 \alpha = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

Ta có: $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}\cos \alpha - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin \alpha = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{6}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{6}} - \frac{1}{2} = \frac{2-\sqrt{6}}{2\sqrt{6}}$.

Câu 28: Cho hai góc α, β thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{5}{13}$, $\left(\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi\right)$ và $\cos \beta = \frac{3}{5}$, $\left(0 < \beta < \frac{\pi}{2}\right)$. Tính giá trị đúng của $\cos(\alpha - \beta)$.

A. $\frac{16}{65}$.

B. $-\frac{18}{65}$.

C. $\frac{18}{65}$.

D. $-\frac{16}{65}$.

Lời giải

$\sin \alpha = \frac{5}{13}$, $\left(\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi\right)$ nên $\cos \alpha = -\sqrt{1 - \left(\frac{5}{13}\right)^2} = -\frac{12}{13}$.

$\cos \beta = \frac{3}{5}$, $\left(0 < \beta < \frac{\pi}{2}\right)$ nên $\sin \beta = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{4}{5}$.

$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta = -\frac{12}{13} \cdot \frac{3}{5} + \frac{5}{13} \cdot \frac{4}{5} = -\frac{16}{65}$.

Câu 29: Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$. Tính giá trị $\cos\left(\alpha - \frac{21\pi}{4}\right)$?

A. $\frac{\sqrt{2}}{10}$.

B. $-\frac{7\sqrt{2}}{10}$.

C. $\frac{-\sqrt{2}}{10}$.

D. $\frac{7\sqrt{2}}{10}$.

Lời giải

Ta có: $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = \frac{16}{25} \Leftrightarrow \cos \alpha = \pm \frac{4}{5}$. Do $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right) \Rightarrow \cos \alpha < 0$ nên $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$.

Vậy: $\cos\left(\alpha - \frac{21\pi}{4}\right) = \cos \alpha \cos \frac{21\pi}{4} + \sin \alpha \sin \frac{21\pi}{4} = \frac{-4}{5} \left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right) + \frac{3}{5} \left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{10}$.

Câu 30: Biểu thức $M = \cos(-53^\circ) \cdot \sin(-337^\circ) + \sin 307^\circ \cdot \sin 113^\circ$ có giá trị bằng:

A. $-\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} M &= \cos(-53^\circ) \cdot \sin(-337^\circ) + \sin 307^\circ \cdot \sin 113^\circ \\ &= \cos(-53^\circ) \cdot \sin(23^\circ - 360^\circ) + \sin(-53^\circ + 360^\circ) \cdot \sin(90^\circ + 23^\circ) \\ &= \cos(-53^\circ) \cdot \sin 23^\circ + \sin(-53^\circ) \cdot \cos 23^\circ = \sin(23^\circ - 53^\circ) = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}. \end{aligned}$$



Câu 31: Rút gọn biểu thức: $\cos 54^\circ \cdot \cos 4^\circ - \cos 36^\circ \cdot \cos 86^\circ$, ta được:

- A. $\cos 50^\circ$. B. $\cos 58^\circ$. C. $\sin 50^\circ$. D. $\sin 58^\circ$.

Lời giải.

Ta có: $\cos 54^\circ \cdot \cos 4^\circ - \cos 36^\circ \cdot \cos 86^\circ = \cos 54^\circ \cdot \cos 4^\circ - \sin 54^\circ \cdot \sin 4^\circ = \cos 58^\circ$.

Câu 32: Cho hai góc nhọn a và b với $\tan a = \frac{1}{7}$ và $\tan b = \frac{3}{4}$. Tính $a + b$.

- A. $\frac{\pi}{3}$. B. $\frac{\pi}{4}$. C. $\frac{\pi}{6}$. D. $\frac{2\pi}{3}$.

Lời giải.

$$\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b} = 1, \text{ suy ra } a+b = \frac{\pi}{4}$$

Câu 33: Cho x, y là các góc nhọn, $\cot x = \frac{3}{4}$, $\cot y = \frac{1}{7}$. Tổng $x + y$ bằng:

- A. $\frac{\pi}{4}$. B. $\frac{3\pi}{4}$. C. $\frac{\pi}{3}$. D. π .

Lời giải.

Ta có :

$$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \cdot \tan y} = \frac{\frac{4}{3} + 7}{1 - \frac{4}{3} \cdot 7} = -1, \text{ suy ra } x+y = \frac{3\pi}{4}.$$

Câu 34: Biểu thức $A = \cos^2 x + \cos^2\left(\frac{\pi}{3} + x\right) + \cos^2\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$ không phụ thuộc x và bằng:

- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{3}{2}$. D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải.

Ta có :

$$A = \cos^2 x + \cos^2\left(\frac{\pi}{3} + x\right) + \cos^2\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = \cos^2 x + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x - \frac{1}{2}\sin x\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x + \frac{1}{2}\sin x\right)^2 = \frac{3}{2}.$$

Câu 35: Biết $\sin \beta = \frac{4}{5}$, $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ và $\alpha \neq k\pi$. Giá trị của biểu thức:

$$A = \frac{\sqrt{3} \sin(\alpha + \beta) - \frac{4 \cos(\alpha + \beta)}{\sqrt{3}}}{\sin \alpha} \text{ không phụ thuộc vào } \alpha \text{ và bằng}$$

- A. $\frac{\sqrt{5}}{3}$. B. $\frac{5}{\sqrt{3}}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{5}$. D. $\frac{3}{\sqrt{5}}$.

Lời giải.



Ta có $\begin{cases} 0 < \beta < \frac{\pi}{2} \\ \sin \beta = \frac{4}{5} \end{cases} \Rightarrow \cos \beta = \frac{3}{5}$, thay vào biểu thức $A = \frac{\sqrt{3} \sin(\alpha + \beta) - \frac{4 \cos(\alpha + \beta)}{\sqrt{3}}}{\sin \alpha} = \frac{5}{\sqrt{3}}$.

Câu 36: Nếu $\tan \frac{\beta}{2} = 4 \tan \frac{\alpha}{2}$ thì $\tan \frac{\beta - \alpha}{2}$ bằng:

A. $\frac{3 \sin \alpha}{5 - 3 \cos \alpha}$.

B. $\frac{3 \sin \alpha}{5 + 3 \cos \alpha}$.

C. $\frac{3 \cos \alpha}{5 - 3 \cos \alpha}$.

D. $\frac{3 \cos \alpha}{5 + 3 \cos \alpha}$.

Lời giải.

Ta có:

$$\tan \frac{\beta - \alpha}{2} = \frac{\tan \frac{\beta}{2} - \tan \frac{\alpha}{2}}{1 + \tan \frac{\beta}{2} \cdot \tan \frac{\alpha}{2}} = \frac{3 \tan \frac{\alpha}{2}}{1 + 4 \tan^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{3 \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2}}{1 + 3 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{3 \sin \alpha}{5 - 3 \cos \alpha}.$$

Câu 37: Cho $\cos a = \frac{3}{4}$; $\sin a > 0$; $\sin b = \frac{3}{5}$; $\cos b < 0$. Giá trị của $\cos(a + b)$ bằng:

A. $\frac{3}{5} \left(1 + \frac{\sqrt{7}}{4} \right)$.

B. $-\frac{3}{5} \left(1 + \frac{\sqrt{7}}{4} \right)$.

C. $\frac{3}{5} \left(1 - \frac{\sqrt{7}}{4} \right)$.

D. $-\frac{3}{5} \left(1 - \frac{\sqrt{7}}{4} \right)$.

Lời giải.

Ta có :

$$\begin{cases} \cos a = \frac{3}{4} \\ \sin a > 0 \end{cases} \Rightarrow \sin a = \sqrt{1 - \cos^2 a} = \frac{\sqrt{7}}{4}.$$

$$\begin{cases} \sin b = \frac{3}{5} \\ \cos b < 0 \end{cases} \Rightarrow \cos b = -\sqrt{1 - \sin^2 b} = -\frac{4}{5}.$$

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b = \frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{4}{5} \right) - \frac{\sqrt{7}}{4} \cdot \frac{3}{5} = -\frac{3}{5} \left(1 + \frac{\sqrt{7}}{4} \right).$$

Câu 38: Biết $\cos\left(a - \frac{b}{2}\right) = \frac{1}{2}$ và $\sin\left(a - \frac{b}{2}\right) > 0$; $\sin\left(\frac{a}{2} - b\right) = \frac{3}{5}$ và $\cos\left(\frac{a}{2} - b\right) > 0$. Giá trị $\cos(a + b)$ bằng:

A. $\frac{24\sqrt{3} - 7}{50}$.

B. $\frac{7 - 24\sqrt{3}}{50}$.

C. $\frac{22\sqrt{3} - 7}{50}$.

D. $\frac{7 - 22\sqrt{3}}{50}$.

Lời giải.

Ta có :



$$\begin{cases} \cos\left(a - \frac{b}{2}\right) = \frac{1}{2} \\ \sin\left(a - \frac{b}{2}\right) > 0 \end{cases} \Rightarrow \sin\left(a - \frac{b}{2}\right) = \sqrt{1 - \cos^2\left(a - \frac{b}{2}\right)} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\begin{cases} \sin\left(\frac{a}{2} - b\right) = \frac{3}{5} \\ \cos\left(\frac{a}{2} - b\right) \end{cases} \Rightarrow \cos\left(\frac{a}{2} - b\right) = \sqrt{1 - \sin^2\left(\frac{a}{2} - b\right)} = \frac{4}{5}.$$

$$\cos \frac{a+b}{2} = \cos\left(a - \frac{b}{2}\right) \cos\left(\frac{a}{2} - b\right) + \sin\left(a - \frac{b}{2}\right) \sin\left(\frac{a}{2} - b\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5} + \frac{3}{5} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3} + 4}{10}.$$

$$\cos(a+b) = 2 \cos^2 \frac{a+b}{2} - 1 = \frac{24\sqrt{3} - 7}{50}.$$

Câu 39: Rút gọn biểu thức: $\cos(120^\circ - x) + \cos(120^\circ + x) - \cos x$ ta được kết quả là

- A. 0. B. $-\cos x$. C. $-2 \cos x$. D. $\sin x - \cos x$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \cos(120^\circ - x) + \cos(120^\circ + x) - \cos x &= -\frac{1}{2} \cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x - \frac{1}{2} \cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x - \cos x \\ &= -2 \cos x \end{aligned}$$

Câu 40: Cho $\sin a = \frac{3}{5}$; $\cos a < 0$; $\cos b = \frac{3}{4}$; $\sin b > 0$. Giá trị $\sin(a - b)$ bằng:

- A. $-\frac{1}{5} \left(\sqrt{7} + \frac{9}{4} \right)$. B. $-\frac{1}{5} \left(\sqrt{7} - \frac{9}{4} \right)$. C. $\frac{1}{5} \left(\sqrt{7} + \frac{9}{4} \right)$. D. $\frac{1}{5} \left(\sqrt{7} - \frac{9}{4} \right)$.

Lời giải.

Ta có :

$$\begin{cases} \sin a = \frac{3}{5} \\ \cos a < 0 \end{cases} \Rightarrow \cos a = -\sqrt{1 - \sin^2 a} = -\frac{4}{5}.$$

$$\begin{cases} \cos b = \frac{3}{4} \\ \sin b > 0 \end{cases} \Rightarrow \sin b = \sqrt{1 - \cos^2 b} = \frac{\sqrt{7}}{4}.$$

$$\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{4} - \left(-\frac{4}{5} \right) \cdot \frac{\sqrt{7}}{4} = \frac{1}{5} \left(\sqrt{7} + \frac{9}{4} \right).$$

Câu 41: Biết $\alpha + \beta + \gamma = \frac{\pi}{2}$ và $\cot \alpha$, $\cot \beta$, $\cot \gamma$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Tích số $\cot \alpha \cdot \cot \gamma$ bằng:

- A. 2. B. -2. C. 3. D. -3.

Lời giải.



Ta có :

$$\alpha + \beta + \gamma = \frac{\pi}{2}, \text{ suy ra } \cot \beta = \tan(\alpha + \gamma) = \frac{\tan \alpha + \tan \gamma}{1 - \tan \alpha \tan \gamma} = \frac{\cot \alpha + \cot \gamma}{\cot \alpha \cot \gamma - 1} = \frac{2 \cot \beta}{\cot \alpha \cot \gamma - 1}$$

$$\Rightarrow \cot \alpha \cot \gamma = 3.$$

DẠNG 2. ÁP DỤNG CÔNG THỨC NHÂN ĐÔI – HẠ BẬC

Câu 42: Đẳng thức nào **không đúng** với mọi x ?

A. $\cos^2 3x = \frac{1 + \cos 6x}{2}$. **B.** $\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x$.

C. $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$. **D.** $\sin^2 2x = \frac{1 + \cos 4x}{2}$.

Lời giải

Ta có $\sin^2 2x = \frac{1 - \cos 4x}{2}$.

Câu 43: Trong các công thức sau, công thức nào **sai**?

A. $\cot 2x = \frac{\cot^2 x - 1}{2 \cot x}$.

B. $\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x}$.

C. $\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$.

D. $\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$

Lời giải.

Công thức đúng là $\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$.

Câu 44: Trong các công thức sau, công thức nào **sai**?

A. $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$.

B. $\cos 2a = \cos^2 a + \sin^2 a$.

C. $\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$.

D. $\cos 2a = 1 - 2 \sin^2 a$.

Lời giải.

Ta có $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a = 2 \cos^2 a - 1 = 1 - 2 \sin^2 a$.

Câu 45: Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$.

B. $\cos 2a = \cos^2 a + \sin^2 a$.

C. $\cos 2a = 2 \cos^2 a + 1$.

D. $\cos 2a = 2 \sin^2 a - 1$.

Lời giải

Câu 46: Cho góc lượng giác a . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là khẳng định sai?

A. $\cos 2a = 1 - 2 \sin^2 a$. **B.** $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$.

C. $\cos 2a = 1 - 2 \cos^2 a$. **D.** $\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$.

Lời giải

Ta có: $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a = 1 - 2 \sin^2 a = 2 \cos^2 a - 1$.

Câu 47: Khẳng định nào dưới đây **SAI**?

A. $2 \sin^2 a = 1 - \cos 2a$. **B.** $\cos 2a = 2 \cos a - 1$.

C. $\sin 2a = 2 \sin a \cos a$. **D.** $\sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$.



Lời giải

Chọn B

Có $\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$ nên đáp án **B** sai.

Câu 48: Chọn đảo án đúng.

A. $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$. **B.** $\sin 2x = \sin x \cos x$. **C.** $\sin 2x = 2 \cos x$. **D.** $\sin 2x = 2 \sin x$.

Lời giải

Chọn A

Câu 49: Cho $\cos x = \frac{4}{5}$, $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$. Giá trị của $\sin 2x$ là

A. $\frac{24}{25}$. **B.** $-\frac{24}{25}$. **C.** $-\frac{1}{5}$. **D.** $\frac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25} \Rightarrow \sin x = -\frac{3}{5}$ vì $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; 0\right) \Rightarrow \sin x < 0$.

Vậy $\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x = 2 \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \frac{4}{5} = -\frac{24}{25}$.

Câu 50: Cho $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$, $\cos 2\alpha$ nhận giá trị nào trong các giá trị sau

A. $-\frac{1}{9}$. **B.** $-\frac{4}{3}$. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** $-\frac{2}{3}$.

Lời giải

Ta có: $\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = 2 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^2 - 1 = \frac{-1}{9}$.

Câu 51: Biết $\cos(a-b) = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b$. Với $a = -b$ thì $\cos 2a$ bằng

A. $\cos^2 a + \sin^2 a$. **B.** $-\cos^2 a - \sin^2 a$. **C.** $\cos^2 a - \sin^2 a$. **D.** $\sin^2 a - \cos^2 a$.

Lời giải

Khi $a = -b \Rightarrow \cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$.

Câu 52: Với α là số thực bất kỳ, trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$. **B.** $\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$.

C. $\cos 2\alpha = -2 \sin^2 \alpha + 1$. **D.** $\cos 2\alpha = \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha$.

Lời giải

Ta có: $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$; $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha$.

Do đó A, B, C đúng; D sai.



- Câu 53:** Biết rằng $\sin 18^\circ = \frac{a+b\sqrt{5}}{c}$, với $a, b, c \in \mathbb{Z}$, $c \neq 0$ và $\frac{a}{c}, \frac{b}{c}$ là các phân số tối giản. Giá trị của biểu thức $S = a + b + c$ là
- A.** $S = 2$. **B.** $S = 4$. **C.** $S = 3$. **D.** $S = 1$.

Lời giải

Ta có $\cos 36^\circ = \sin 54^\circ \Leftrightarrow 1 - 2\sin^2 18^\circ = 3\sin 18^\circ - 4\sin^3 18^\circ$.

$$\Leftrightarrow 4\sin^3 18^\circ - 2\sin^2 18^\circ - 3\sin 18^\circ + 1 = 0 \Leftrightarrow (\sin 18^\circ - 1)(4\sin^2 18^\circ + 2\sin 18^\circ - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin 18^\circ = 1 \\ \sin 18^\circ = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

Vì $0^\circ < 18^\circ < 90^\circ$ nên $0 < \sin 18^\circ < 1$, do đó $\sin 18^\circ = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$.

Suy ra $a = -1, b = 1, c = 2$. Vậy $S = a + b + c = 2$.

- Câu 54:** Cho $\sin 2\alpha = -\frac{4}{5}$ và $\frac{3\pi}{4} < \alpha < \pi$. Giá trị của $\sin \alpha$ là

- A.** $\frac{2}{5}$. **B.** $\frac{1}{5}$. **C.** $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Ta có:

$$\frac{3\pi}{4} < \alpha < \pi \Rightarrow \sin \alpha > 0.$$

$$\frac{3\pi}{2} < 2\alpha < 2\pi \Rightarrow \cos 2\alpha > 0.$$

$$\cos^2 2\alpha = 1 - \sin^2 2\alpha = 1 - \left(-\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{9}{25} \Rightarrow \cos 2\alpha = \frac{3}{5}.$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} = \frac{1 - \frac{3}{5}}{2} = \frac{1}{5} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

- Câu 55:** Cho $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$; $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ thì $\sin 2\alpha$ bằng

- A.** $-\frac{24}{25}$. **B.** $\frac{24}{25}$. **C.** $\frac{4}{5}$. **D.** $-\frac{4}{5}$.

Lời giải

Vì $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\sin \alpha > 0$; $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$.

Ta có $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \sin \alpha = \frac{4}{5}$.



$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2 \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{-3}{5} = \frac{-24}{25}.$$

Câu 56: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $\cos 3x + \cos x = 2 \cos 2x \cdot \cos x$.

B. $\cos 3x - \cos x = 2 \sin 2x \cdot \sin x$.

C. $\sin 3x - \sin x = 2 \cos 2x \cdot \sin x$.

D. $\sin 3x + \sin x = 2 \sin 2x \cdot \cos x$.

Lời giải

$$\cos 3x - \cos x = -2 \sin 2x \cdot \sin x$$

Câu 57: Với α là số thực bất kỳ, mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A. $\cos 2\alpha + \cos 4\alpha = 2 \cos 2\alpha \cdot \cos 6\alpha$.

B. $\sin 2\alpha + \sin 4\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos 3\alpha$.

C. $\cos 2\alpha - \cos 4\alpha = -2 \sin 3\alpha \cdot \sin \alpha$.

D. $\sin 2\alpha - \sin 4\alpha = -2 \cos 3\alpha \cdot \sin \alpha$.

Lời giải

Ta có:

$$\cos 2\alpha + \cos 4\alpha = 2 \cos \frac{2\alpha + 4\alpha}{2} \cos \frac{2\alpha - 4\alpha}{2} = 2 \cos 3\alpha \cos \alpha. \text{ Do đó A sai.}$$

$$\sin 2\alpha + \sin 4\alpha = 2 \sin \frac{2\alpha + 4\alpha}{2} \cos \frac{2\alpha - 4\alpha}{2} = 2 \sin 3\alpha \cos \alpha. \text{ Do đó B sai.}$$

$$\cos 2\alpha - \cos 4\alpha = -2 \sin \frac{2\alpha + 4\alpha}{2} \sin \frac{2\alpha - 4\alpha}{2} = 2 \sin 3\alpha \sin \alpha. \text{ Do đó C sai.}$$

$$\sin 2\alpha - \sin 4\alpha = 2 \cos \frac{2\alpha + 4\alpha}{2} \sin \frac{2\alpha - 4\alpha}{2} = -2 \cos 3\alpha \sin \alpha. \text{ Do đó D đúng.}$$

Câu 58: Số khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

(I) $\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) + \cos(a+b)]$.

(II) $\sin a \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) - \cos(a+b)]$.

(III) $\cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$.

(VI) $\sin a - \sin b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$.

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Khẳng định (VI) sai nên có 3 khẳng định đúng.

Câu 59: Nếu $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$ thì $\sin 2x$ bằng

A. $\frac{3}{4}$.

B. $\frac{3}{8}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{-3}{4}$.

Lời giải



Chọn D

Ta có $\sin x + \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin^2 x + 2 \sin x \cos x + \cos^2 x = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \sin 2x = \frac{-3}{4}$

Câu 60: Biết rằng $\sin^6 x + \cos^6 x = a + b \sin^2 2x$, với a, b là các số thực. Tính $T = 3a + 4b$.

A. $T = -7$.

B. $T = 1$.

C. $T = 0$.

D. $T = 7$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\sin^6 x + \cos^6 x = (\sin^2 x + \cos^2 x)^3 - 3 \sin^2 x \cos^2 x (\sin^2 x + \cos^2 x)$

$= 1 - 3 \sin^2 x \cos^2 x = 1 - \frac{3}{4} \sin^2 2x$.

Vậy $a = 1, b = -\frac{3}{4}$. Do đó $T = 3a + 4b = 0$.

Câu 61: Cho $\sin 2\alpha = \frac{3}{4}$. Tính giá trị biểu thức $A = \tan \alpha + \cot \alpha$

A. $A = \frac{4}{3}$.

B. $A = \frac{2}{3}$.

C. $A = \frac{8}{3}$.

D. $A = \frac{16}{3}$.

Lời giải

Chọn C

$A = \tan \alpha + \cot \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{1}{\frac{1}{2} \sin 2\alpha} = \frac{1}{\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}} = \frac{8}{3}$.

Câu 62: Cho a, b là hai góc nhọn. Biết $\cos a = \frac{1}{3}, \cos b = \frac{1}{4}$. Giá trị của biểu thức $\cos(a+b)\cos(a-b)$ bằng

A. $-\frac{119}{144}$.

B. $-\frac{115}{144}$.

C. $-\frac{113}{144}$.

D. $-\frac{117}{144}$.

Lời giải

Chọn A

Từ $\cos a = \frac{1}{3} \Rightarrow \cos 2a = 2 \cos^2 a - 1 = -\frac{7}{9}$

$\cos b = \frac{1}{4} \Rightarrow \cos 2b = 2 \cos^2 b - 1 = -\frac{7}{8}$

Ta có $\cos(a+b)\cos(a-b) = \frac{1}{2}(\cos 2a + \cos 2b) = \frac{1}{2}\left(-\frac{7}{9} - \frac{7}{8}\right) = -\frac{119}{144}$.

Câu 63: Cho số thực α thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{1}{4}$. Tính $(\sin 4\alpha + 2 \sin 2\alpha) \cos \alpha$



A. $\frac{25}{128}$.

B. $\frac{1}{16}$.

C. $\frac{255}{128}$.

D. $\frac{225}{128}$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có } (\sin 4\alpha + 2 \sin 2\alpha) \cos \alpha &= 2 \sin 2\alpha (\cos 2\alpha + 1) \cos \alpha = 4 \sin \alpha \cos \alpha (1 - 2 \sin^2 \alpha + 1) \cos \alpha \\ &= 4 \sin \alpha (1 - \sin^2 \alpha) (2 - 2 \sin^2 \alpha) = 8 (1 - \sin^2 \alpha)^2 \sin \alpha = 8 \left(1 - \frac{1}{16}\right)^2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{225}{128}. \end{aligned}$$

Câu 64: Cho $\cot a = 15$, giá trị $\sin 2a$ có thể nhận giá trị nào dưới đây:

A. $\frac{11}{113}$.

B. $\frac{13}{113}$.

C. $\frac{15}{113}$.

D. $\frac{17}{113}$.

Lời giải.

Chọn C

$$\cot a = 15 \Rightarrow \frac{1}{\sin^2 a} = 226 \Rightarrow \begin{cases} \sin^2 a = \frac{1}{226} \\ \cos^2 a = \frac{225}{226} \end{cases} \Rightarrow \sin 2a = \pm \frac{15}{113}.$$

DẠNG 3. ÁP DỤNG CÔNG THỨC BIẾN ĐỔI TÍCH THÀNH TỔNG, TỔNG THÀNH TÍCH

Câu 65: Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) + \cos(a+b)]$.

B. $\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a-b) - \cos(a+b)]$.

C. $\sin a \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) - \cos(a+b)]$.

D. $\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a-b) + \sin(a+b)]$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a+b) + \sin(a-b)].$$

Câu 66: Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào **sai**?

A. $\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$.

B. $\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a+b) + \cos(a-b)]$.

C. $\sin(a-b) = \sin a \cos b - \sin b \cos a$.

D. $\cos a + \cos b = 2 \cos(a+b) \cos(a-b)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}.$$

Câu 67: Công thức nào sau đây là **sai**?

A. $\cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$.

B. $\cos a - \cos b = -2 \sin \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}$.

C. $\sin a + \sin b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$.

D. $\sin a - \sin b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$.

Lời giải



Chọn D

Ta có $\sin a - \sin b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cdot \sin \frac{a-b}{2}$.

Câu 68: Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sin 3x + \cos 2x - \sin x}{\cos x + \sin 2x - \cos 3x}$ ($\sin 2x \neq 0; 2 \sin x + 1 \neq 0$) ta được:

- A.** $A = \cot 6x$. **B.** $A = \cot 3x$.
C. $A = \cot 2x$. **D.** $A = \tan x + \tan 2x + \tan 3x$.

Lời giải

Chọn C

$$A = \frac{\sin 3x + \cos 2x - \sin x}{\cos x + \sin 2x - \cos 3x} = \frac{2 \cos 2x \sin x + \cos 2x}{2 \sin 2x \sin x + \sin 2x} = \frac{\cos 2x(1 + 2 \sin x)}{\sin 2x(1 + 2 \sin x)} = \cot 2x.$$

Câu 69: Rút gọn biểu thức $P = \sin\left(a + \frac{\pi}{4}\right) \sin\left(a - \frac{\pi}{4}\right)$.

- A.** $-\frac{3}{2} \cos 2a$. **B.** $\frac{1}{2} \cos 2a$. **C.** $-\frac{2}{3} \cos 2a$. **D.** $-\frac{1}{2} \cos 2a$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\sin\left(a + \frac{\pi}{4}\right) \sin\left(a - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2} \left[\cos \frac{\pi}{2} - \cos 2a \right] = -\frac{1}{2} \cos 2a$.

Câu 70: Biến đổi biểu thức $\sin \alpha - 1$ thành tích.

- A.** $\sin \alpha - 1 = 2 \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right)$. **B.** $\sin \alpha - 1 = 2 \sin\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{4}\right)$.
C. $\sin \alpha - 1 = 2 \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)$. **D.** $\sin \alpha - 1 = 2 \sin\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$.

Lời giải

Chọn B

$$\sin \alpha - 1 = \sin \alpha - \sin \frac{\pi}{2} = 2 \cos \frac{\alpha + \frac{\pi}{2}}{2} \sin \frac{\alpha - \frac{\pi}{2}}{2} = 2 \cos\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \sin\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{4}\right).$$

Câu 71: Rút gọn biểu thức $P = \frac{\cos a + 2 \cos 3a + \cos 5a}{\sin a + 2 \sin 3a + \sin 5a}$.

- A.** $P = \tan a$. **B.** $P = \cot a$. **C.** $P = \cot 3a$. **D.** $P = \tan 3a$.

Lời giải

Chọn C

$$P = \frac{\cos a + 2 \cos 3a + \cos 5a}{\sin a + 2 \sin 3a + \sin 5a} = \frac{2 \cos 3a \cos a + 2 \cos 3a}{2 \sin 3a \cos a + 2 \sin 3a}$$



$$= \frac{2 \cos 3a (\cos a + 1)}{2 \sin 3a (\cos a + 1)} = \frac{\cos 3a}{\sin 3a} = \cot 3a.$$

Câu 72: Tính giá trị biểu thức $P = \sin 30^\circ \cdot \cos 60^\circ + \sin 60^\circ \cdot \cos 30^\circ$.

- A.** $P = 1$. **B.** $P = 0$. **C.** $P = \sqrt{3}$. **D.** $P = -\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $P = \sin(30^\circ + 60^\circ) = \sin 90^\circ = 1$.

Câu 73: Giá trị đúng của $\cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7}$ bằng:

- A.** $\frac{1}{2}$. **B.** $-\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $-\frac{1}{4}$.

Lời giải.

Chọn B

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7} &= \frac{\sin \frac{\pi}{7} \left(\cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7} \right)}{\sin \frac{\pi}{7}} \\ &= \frac{\sin \frac{3\pi}{7} + \sin \left(-\frac{\pi}{7} \right) + \sin \frac{5\pi}{7} + \sin \left(-\frac{3\pi}{7} \right) + \sin \pi + \sin \left(-\frac{5\pi}{7} \right)}{2 \sin \frac{\pi}{7}} = \frac{\sin \left(-\frac{\pi}{7} \right)}{2 \sin \frac{\pi}{7}} = -\frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Câu 74: Giá trị đúng của $\tan \frac{\pi}{24} + \tan \frac{7\pi}{24}$ bằng:

- A.** $2(\sqrt{6} - \sqrt{3})$. **B.** $2(\sqrt{6} + \sqrt{3})$. **C.** $2(\sqrt{3} - \sqrt{2})$. **D.** $2(\sqrt{3} + \sqrt{2})$.

Lời giải.

Chọn A

$$\tan \frac{\pi}{24} + \tan \frac{7\pi}{24} = \frac{\sin \frac{\pi}{3}}{\cos \frac{\pi}{24} \cdot \cos \frac{7\pi}{24}} = \frac{\sqrt{3}}{\cos \frac{\pi}{3} + \cos \frac{\pi}{4}} = 2(\sqrt{6} - \sqrt{3}).$$

Câu 75: Biểu thức $A = \frac{1}{2 \sin 10^\circ} - 2 \sin 70^\circ$ có giá trị đúng bằng:

- A.** 1. **B.** -1. **C.** 2. **D.** -2.

Lời giải.

Chọn A

$$A = \frac{1}{2 \sin 10^\circ} - 2 \sin 70^\circ = \frac{1 - 4 \sin 10^\circ \cdot \sin 70^\circ}{2 \sin 10^\circ} = \frac{2 \sin 80^\circ}{2 \sin 10^\circ} = \frac{2 \sin 10^\circ}{2 \sin 10^\circ} = 1.$$

Câu 76: Tích số $\cos 10^\circ \cdot \cos 30^\circ \cdot \cos 50^\circ \cdot \cos 70^\circ$ bằng:

- A.** $\frac{1}{16}$. **B.** $\frac{1}{8}$. **C.** $\frac{3}{16}$. **D.** $\frac{1}{4}$.



Lời giải.

Chọn C

$$\begin{aligned}\cos 10^\circ \cdot \cos 30^\circ \cdot \cos 50^\circ \cdot \cos 70^\circ &= \cos 10^\circ \cdot \cos 30^\circ \cdot \frac{1}{2} (\cos 120^\circ + \cos 20^\circ) \\ &= \frac{\sqrt{3}}{4} \left(-\frac{\cos 10^\circ}{2} + \frac{\cos 30^\circ + \cos 10^\circ}{2} \right) = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{\sqrt{3}}{16}.\end{aligned}$$

Câu 77: Tích số $\cos \frac{\pi}{7} \cdot \cos \frac{4\pi}{7} \cdot \cos \frac{5\pi}{7}$ bằng:

A. $\frac{1}{8}$.

B. $-\frac{1}{8}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $-\frac{1}{4}$.

Lời giải.

Chọn A

$$\begin{aligned}\cos \frac{\pi}{7} \cdot \cos \frac{4\pi}{7} \cdot \cos \frac{5\pi}{7} &= \frac{\sin \frac{2\pi}{7} \cdot \cos \frac{4\pi}{7} \cdot \cos \frac{5\pi}{7}}{2 \sin \frac{\pi}{7}} = -\frac{\sin \frac{2\pi}{7} \cdot \cos \frac{2\pi}{7} \cdot \cos \frac{4\pi}{7}}{2 \sin \frac{\pi}{7}} = -\frac{\sin \frac{4\pi}{7} \cdot \cos \frac{4\pi}{7}}{4 \sin \frac{\pi}{7}} \\ &= -\frac{\sin \frac{8\pi}{7}}{8 \sin \frac{\pi}{7}} = \frac{1}{8}.\end{aligned}$$

Câu 78: Giá trị đúng của biểu thức $A = \frac{\tan 30^\circ + \tan 40^\circ + \tan 50^\circ + \tan 60^\circ}{\cos 20^\circ}$ bằng:

A. $\frac{2}{\sqrt{3}}$.

B. $\frac{4}{\sqrt{3}}$.

C. $\frac{6}{\sqrt{3}}$.

D. $\frac{8}{\sqrt{3}}$.

Lời giải.

Chọn D

$$\begin{aligned}A &= \frac{\tan 30^\circ + \tan 40^\circ + \tan 50^\circ + \tan 60^\circ}{\cos 20^\circ} = \frac{\frac{\sin 70^\circ}{\cos 30^\circ \cdot \cos 40^\circ} + \frac{\sin 110^\circ}{\cos 50^\circ \cdot \cos 60^\circ}}{\cos 20^\circ} \\ &= \frac{1}{\cos 30^\circ \cdot \cos 40^\circ} + \frac{1}{\cos 50^\circ \cdot \cos 60^\circ} = \frac{2}{\sqrt{3} \cos 40^\circ} + \frac{2}{\cos 50^\circ} = 2 \left(\frac{\cos 50^\circ + \sqrt{3} \cos 40^\circ}{\sqrt{3} \cos 40^\circ \cdot \cos 50^\circ} \right) \\ &= 2 \left(\frac{\sin 40^\circ + \sqrt{3} \cos 40^\circ}{\sqrt{3} \cos 40^\circ \cdot \cos 50^\circ} \right) = 4 \frac{\sin 100^\circ}{\frac{\sqrt{3}}{2} (\cos 10^\circ + \cos 90^\circ)} = \frac{8 \cos 10^\circ}{\sqrt{3} \cos 10^\circ} = \frac{8}{\sqrt{3}}.\end{aligned}$$

Câu 79: Cho hai góc nhọn a và b . Biết $\cos a = \frac{1}{3}$, $\cos b = \frac{1}{4}$. Giá trị $\cos(a+b) \cdot \cos(a-b)$ bằng:

A. $-\frac{113}{144}$.

B. $-\frac{115}{144}$.

C. $-\frac{117}{144}$.

D. $-\frac{119}{144}$.

Lời giải.

Chọn D

Ta có :



$$\cos(a+b) \cdot \cos(a-b) = \frac{1}{2}(\cos 2a + \cos 2b) = \cos^2 a + \cos^2 b - 1 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 - 1 = -\frac{119}{144}.$$

Câu 80: Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sin x + \sin 2x + \sin 3x}{\cos x + \cos 2x + \cos 3x}$

A. $A = \tan 6x$.

B. $A = \tan 3x$.

C. $A = \tan 2x$.

D. $A = \tan x + \tan 2x + \tan 3x$.

Lời giải.

Chọn C

Ta có :

$$A = \frac{\sin x + \sin 2x + \sin 3x}{\cos x + \cos 2x + \cos 3x} = \frac{2 \sin 2x \cdot \cos x + \sin 2x}{2 \cos 2x \cdot \cos x + \cos 2x} = \frac{\sin 2x (2 \cos x + 1)}{\cos 2x (2 \cos x + 1)} = \tan 2x.$$

Câu 81: Biến đổi biểu thức $\sin a + 1$ thành tích.

A. $\sin a + 1 = 2 \sin\left(\frac{a}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(\frac{a}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$.

B. $\sin a + 1 = 2 \cos\left(\frac{a}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \sin\left(\frac{a}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$.

C. $\sin a + 1 = 2 \sin\left(a + \frac{\pi}{2}\right) \cos\left(a - \frac{\pi}{2}\right)$.

D. $\sin a + 1 = 2 \cos\left(a + \frac{\pi}{2}\right) \sin\left(a - \frac{\pi}{2}\right)$.

Lời giải.

Chọn D

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \sin a + 1 &= 2 \sin \frac{a}{2} \cos \frac{a}{2} + \sin^2 \frac{a}{2} + \cos^2 \frac{a}{2} = \left(\sin \frac{a}{2} + \cos \frac{a}{2}\right)^2 = 2 \sin^2 \left(\frac{a}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \\ &= 2 \sin\left(\frac{a}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{a}{2}\right) = 2 \sin\left(\frac{a}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(\frac{a}{2} - \frac{\pi}{4}\right). \end{aligned}$$

DẠNG 4. KẾT HỢP CÁC CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

Câu 82: Cho góc α thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ và $\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{2}{\sqrt{5}}$. Tính giá trị của biểu thức $A = \tan\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$.

A. $A = \frac{1}{3}$.

B. $A = -\frac{1}{3}$.

C. $A = 3$.

D. $A = -3$.

Lời giải

Chọn A

Vì góc α thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\frac{\pi}{4} < \frac{\alpha}{2} < \frac{\pi}{2}$ suy ra $\cos \frac{\alpha}{2} > 0$.

$$\text{Do } \sin \frac{\alpha}{2} = \frac{2}{\sqrt{5}} \text{ nên } \cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt{1 - \sin^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}.$$

$$\text{Biểu thức } A = \tan\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan \frac{\alpha}{2} - 1}{\tan \frac{\alpha}{2} + 1}.$$



Do đó $\tan \frac{\alpha}{2} = 2$.

Vậy biểu thức $A = \frac{2-1}{2+1} = \frac{1}{3}$.

Câu 83: Cho $\cos x = \frac{1}{3} \left(-\frac{\pi}{2} < x < 0 \right)$. Giá trị của $\tan 2x$ là

- A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$. B. $\frac{4\sqrt{2}}{7}$. C. $-\frac{\sqrt{5}}{2}$. D. $-\frac{4\sqrt{2}}{7}$.

Lời giải

Chọn B

$$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9} \Rightarrow \sin x = -\frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

$$\Rightarrow \tan x = -2\sqrt{2} \Rightarrow \tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = \frac{-4\sqrt{2}}{-7} = \frac{4\sqrt{2}}{7}.$$

Câu 84: Cho $\cos x = 0$. Tính $A = \sin^2 \left(x - \frac{\pi}{6} \right) + \sin^2 \left(x + \frac{\pi}{6} \right)$.

- A. $\frac{3}{2}$. B. 2. C. 1. D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1 = -1$. Sử dụng công thức hạ bậc và công thức biến đổi tổng thành tích ta được:

$$A = \frac{1 - \cos \left(2x - \frac{\pi}{3} \right) + 1 - \cos \left(2x + \frac{\pi}{3} \right)}{2} = 1 - \cos 2x \cos \frac{\pi}{3} = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

Câu 85: Cho biết $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$. Giá trị của biểu thức $P = \frac{\cot \alpha + 3 \tan \alpha}{2 \cot \alpha + \tan \alpha}$ bằng bao nhiêu?

- A. $P = \frac{19}{13}$. B. $P = \frac{25}{13}$. C. $P = -\frac{25}{13}$. D. $P = -\frac{19}{13}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \cos \alpha = -\frac{2}{3} \Rightarrow \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1 = \frac{1}{\left(-\frac{2}{3} \right)^2} - 1 = \frac{5}{4}$$



$$P = \frac{\cot \alpha + 3 \tan \alpha}{2 \cot \alpha + \tan \alpha} = \frac{\frac{1}{\tan \alpha} + 3 \tan \alpha}{\frac{2}{\tan \alpha} + \tan \alpha} = \frac{1 + 3 \tan^2 \alpha}{2 + \tan^2 \alpha} = \frac{1 + 3 \cdot \frac{5}{4}}{2 + \frac{5}{4}} = \frac{19}{13}$$

Câu 86: Cho $\sin \alpha \cdot \cos(\alpha + \beta) = \sin \beta$ với $\alpha + \beta \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$, $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + l\pi$, ($k, l \in \mathbb{Z}$). Ta có

A. $\tan(\alpha + \beta) = 2 \cot \alpha$. **B.** $\tan(\alpha + \beta) = 2 \cot \beta$.

C. $\tan(\alpha + \beta) = 2 \tan \beta$. **D.** $\tan(\alpha + \beta) = 2 \tan \alpha$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \sin \alpha \cdot \cos(\alpha + \beta) = \sin \beta \Leftrightarrow \frac{1}{2} [\sin(2\alpha + \beta) - \sin \beta] = \sin \beta$$

$$\Leftrightarrow \sin[(\alpha + \beta) + \alpha] = 3 \sin \beta \Leftrightarrow \sin(\alpha + \beta) \cos \alpha + \sin \alpha \cos(\alpha + \beta) = 3 \sin \beta$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha + \beta)} \cos \alpha + \sin \alpha = \frac{3 \sin \beta}{\cos(\alpha + \beta)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha + \beta)} = \frac{3 \sin \beta}{\cos \alpha \cos(\alpha + \beta)} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad (*)$$

$$\text{Mà } \frac{\sin \beta}{\cos(\alpha + \beta)} = \sin \alpha, \text{ suy ra } (*) \Leftrightarrow \tan(\alpha + \beta) = \frac{3 \sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = 2 \tan \alpha$$

$$\text{Vậy } \tan(\alpha + \beta) = 2 \tan \alpha.$$

Câu 87: Biết rằng $\frac{1}{\cos^2 x - \sin^2 x} + \frac{2 \cdot \tan x}{1 - \tan^2 x} = \frac{\cos(ax)}{b - \sin(ax)}$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Tính giá trị của biểu thức

$$P = a + b.$$

A. $P = 4$.

B. $P = 1$.

C. $P = 2$.

D. $P = 3$.

Lời giải

Chọn D

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } & \frac{1}{\cos^2 x - \sin^2 x} + \frac{2 \cdot \tan x}{1 - \tan^2 x} = \frac{1}{\cos 2x} + \frac{\frac{2 \sin x}{\cos x}}{1 - \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}} \\ & = \frac{1}{\cos 2x} + \frac{2 \sin x \cdot \cos x}{\cos^2 x - \sin^2 x} = \frac{1}{\cos 2x} + \frac{\sin 2x}{\cos 2x} = \frac{1 + \sin 2x}{\cos 2x} = \frac{(1 + \sin 2x) \cos 2x}{\cos^2 2x} \\ & = \frac{(1 + \sin 2x) \cos 2x}{1 - \sin^2 2x} \\ & = \frac{\cos 2x}{1 - \sin 2x}. \text{ Vậy } a = 2, b = 1. \text{ Suy ra } P = a + b = 3. \end{aligned}$$



Câu 88: Cho $\cos 2\alpha = \frac{2}{3}$. Tính giá trị của biểu thức $P = \cos \alpha \cdot \cos 3\alpha$.

A. $P = \frac{7}{18}$.

B. $P = \frac{7}{9}$.

C. $P = \frac{5}{9}$.

D. $P = \frac{5}{18}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có

$$P = \cos \alpha \cdot \cos 3\alpha = \frac{1}{2}(\cos 2\alpha + \cos 4\alpha) = \frac{1}{2}(2\cos^2 2\alpha + \cos 2\alpha - 1) = \frac{1}{2}\left[2\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \frac{2}{3} - 1\right] = \frac{5}{18}.$$

Câu 89: Cho $\tan x = 2$ $\left(\pi < x < \frac{3\pi}{2}\right)$. Giá trị của $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ là

A. $\frac{2 - \sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$.

B. $-\frac{2 + \sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$.

C. $\frac{2 + \sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$.

D. $\frac{-2 + \sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$.

Lời giải

Chọn B

$\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ suy ra $\sin x < 0, \cos x < 0$.

Ta có: $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \Leftrightarrow \cos^2 x = \frac{1}{1 + \tan^2 x} \Leftrightarrow \cos^2 x = \frac{1}{5} \Leftrightarrow \cos x = \pm \frac{1}{\sqrt{5}}$

Do $\cos x < 0$ nên nhận $\cos x = -\frac{1}{\sqrt{5}}$.

$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \Rightarrow \sin x = \tan x \cdot \cos x = -\frac{2}{\sqrt{5}}$

$\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin x \cdot \cos \frac{\pi}{3} + \cos x \cdot \sin \frac{\pi}{3} = \left(-\frac{2}{\sqrt{5}}\right) \cdot \frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{\sqrt{5}}\right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{2 + \sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$

Câu 90: Tổng $A = \tan 9^\circ + \cot 9^\circ + \tan 15^\circ + \cot 15^\circ + \tan 27^\circ + \cot 27^\circ$ bằng:

A. 4.

B. -4.

C. 8.

D. -8.

Lời giải.

Chọn C

$$\begin{aligned} A &= \tan 9^\circ + \cot 9^\circ + \tan 15^\circ + \cot 15^\circ + \tan 27^\circ + \cot 27^\circ \\ &= \tan 9^\circ + \cot 9^\circ - \tan 27^\circ - \cot 27^\circ + \tan 15^\circ + \cot 15^\circ \\ &= \tan 9^\circ + \tan 81^\circ - \tan 27^\circ - \tan 63^\circ + \tan 15^\circ + \cot 15^\circ. \end{aligned}$$

Ta có



$$\begin{aligned}\tan 9^\circ - \tan 27^\circ + \tan 81^\circ - \tan 63^\circ &= \frac{-\sin 18^\circ}{\cos 9^\circ \cdot \cos 27^\circ} + \frac{\sin 18^\circ}{\cos 81^\circ \cdot \cos 63^\circ} \\&= \sin 18^\circ \left(\frac{\cos 9^\circ \cdot \cos 27^\circ - \cos 81^\circ \cdot \cos 63^\circ}{\cos 81^\circ \cdot \cos 63^\circ \cdot \cos 9^\circ \cdot \cos 27^\circ} \right) = \frac{\sin 18^\circ (\cos 9^\circ \cdot \cos 27^\circ - \sin 9^\circ \cdot \sin 27^\circ)}{\cos 81^\circ \cdot \cos 63^\circ \cdot \cos 9^\circ \cdot \cos 27^\circ} \\&= \frac{4 \sin 18^\circ \cdot \cos 36^\circ}{(\cos 72^\circ + \cos 90^\circ)(\cos 36^\circ + \cos 90^\circ)} = \frac{4 \sin 18^\circ}{\cos 72^\circ} = 4.\end{aligned}$$

$$\tan 15^\circ + \cot 15^\circ = \frac{\sin^2 15^\circ + \cos^2 15^\circ}{\sin 15^\circ \cdot \cos 15^\circ} = \frac{2}{\sin 30^\circ} = 4.$$

Vậy $A = 8$.

Câu 91: Cho hai góc nhọn a và b với $\sin a = \frac{1}{3}$, $\sin b = \frac{1}{2}$. Giá trị của $\sin 2(a+b)$ là:

- A. $\frac{2\sqrt{2}+7\sqrt{3}}{18}$. B. $\frac{3\sqrt{2}+7\sqrt{3}}{18}$. C. $\frac{4\sqrt{2}+7\sqrt{3}}{18}$. D. $\frac{5\sqrt{2}+7\sqrt{3}}{18}$.

Lời giải.

$$\begin{aligned}\text{Ta có } \begin{cases} 0 < a < \frac{\pi}{2} \\ \sin a = \frac{1}{3} \end{cases} &\Rightarrow \cos a = \frac{2\sqrt{2}}{3}; \quad \begin{cases} 0 < b < \frac{\pi}{2} \\ \sin b = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \cos b = \frac{\sqrt{3}}{2}. \\ \sin 2(a+b) &= 2 \sin(a+b) \cdot \cos(a+b) = 2(\sin a \cdot \cos b + \sin b \cdot \cos a)(\cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b) \\ &= \frac{4\sqrt{2}+7\sqrt{3}}{18}.\end{aligned}$$

Câu 92: Biểu thức $A = \frac{2\cos^2 2\alpha + \sqrt{3}\sin 4\alpha - 1}{2\sin^2 2\alpha + \sqrt{3}\sin 4\alpha - 1}$ có kết quả rút gọn là:

- A. $\frac{\cos(4\alpha+30^\circ)}{\cos(4\alpha-30^\circ)}$. B. $\frac{\cos(4\alpha-30^\circ)}{\cos(4\alpha+30^\circ)}$. C. $\frac{\sin(4\alpha+30^\circ)}{\sin(4\alpha-30^\circ)}$. D. $\frac{\sin(4\alpha-30^\circ)}{\sin(4\alpha+30^\circ)}$.

Lời giải.

Ta có :

$$A = \frac{2\cos^2 2\alpha + \sqrt{3}\sin 4\alpha - 1}{2\sin^2 2\alpha + \sqrt{3}\sin 4\alpha - 1} = \frac{\cos 4\alpha + \sqrt{3}\sin 4\alpha}{\sqrt{3}\sin 4\alpha - \cos 4\alpha} = \frac{\sin(4\alpha+30^\circ)}{\sin(4\alpha-30^\circ)}.$$

Câu 93: Kết quả nào sau đây **SAI**?

- A. $\sin 33^\circ + \cos 60^\circ = \cos 3^\circ$. B. $\frac{\sin 9^\circ}{\sin 48^\circ} = \frac{\sin 12^\circ}{\sin 81^\circ}$.
 C. $\cos 20^\circ + 2\sin^2 55^\circ = 1 + \sqrt{2}\sin 65^\circ$. D. $\frac{1}{\cos 290^\circ} + \frac{1}{\sqrt{3}\sin 250^\circ} = \frac{4}{\sqrt{3}}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có : } \frac{\sin 9^\circ}{\sin 48^\circ} = \frac{\sin 12^\circ}{\sin 81^\circ} \Leftrightarrow \sin 9^\circ \cdot \sin 81^\circ - \sin 12^\circ \cdot \sin 48^\circ = 0$$



$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(\cos 72^\circ - \cos 90^\circ) - \frac{1}{2}(\cos 36^\circ - \cos 60^\circ) = 0 \quad \Leftrightarrow 2 \cos 72^\circ - 2 \cos 36^\circ + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4 \cos^2 36^\circ - 2 \cos 36^\circ - 1 = 0. \text{ Suy ra B đúng.}$$

Tương tự, ta cũng chứng minh được các biểu thức ở C và D đúng.

Biểu thức ở đáp án A sai.

Câu 94: Nếu $5 \sin \alpha = 3 \sin(\alpha + 2\beta)$ thì:

A. $\tan(\alpha + \beta) = 2 \tan \beta$. **B.** $\tan(\alpha + \beta) = 3 \tan \beta$.

C. $\tan(\alpha + \beta) = 4 \tan \beta$. **D.** $\tan(\alpha + \beta) = 5 \tan \beta$.

Lời giải.

Ta có :

$$5 \sin \alpha = 3 \sin(\alpha + 2\beta) \Leftrightarrow 5 \sin[(\alpha + \beta) - \beta] = 3 \sin[(\alpha + \beta) + \beta]$$

$$\Leftrightarrow 5 \sin(\alpha + \beta) \cos \beta - 5 \cos(\alpha + \beta) \sin \beta = 3 \sin(\alpha + \beta) \cos \beta + 3 \cos(\alpha + \beta) \sin \beta$$

$$\Leftrightarrow 2 \sin(\alpha + \beta) \cos \beta = 8 \cos(\alpha + \beta) \sin \beta \Leftrightarrow \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha + \beta)} = 4 \frac{\sin \beta}{\cos \beta} \Leftrightarrow \tan(\alpha + \beta) = 4 \tan \beta.$$

Câu 95: Cho biểu thức $A = \sin^2(a + b) - \sin^2 a - \sin^2 b$. Hãy chọn kết quả đúng:

A. $A = 2 \cos a \cdot \sin b \cdot \sin(a + b)$.

B. $A = 2 \sin a \cdot \cos b \cdot \cos(a + b)$.

C. $A = 2 \cos a \cdot \cos b \cdot \cos(a + b)$.

D. $A = 2 \sin a \cdot \sin b \cdot \cos(a + b)$.

Lời giải.

Ta có :

$$A = \sin^2(a + b) - \sin^2 a - \sin^2 b = \sin^2(a + b) - \frac{1 - \cos 2a}{2} - \frac{1 - \cos 2b}{2}$$

$$= \sin^2(a + b) - 1 + \frac{1}{2}(\cos 2a + \cos 2b) = -\cos^2(a + b) + \cos(a + b) \cos(a - b)$$

$$= \cos(a + b)[\cos(a - b) - \cos(a + b)] = 2 \sin a \sin b \cos(a + b).$$

Câu 96: Xác định hệ thức **SAI** trong các hệ thức sau ?

A. $\cos 40^\circ + \tan \alpha \cdot \sin 40^\circ = \frac{\cos(40^\circ - \alpha)}{\cos \alpha}$.

B. $\sin 15^\circ + \tan 30^\circ \cdot \cos 15^\circ = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

C. $\cos^2 x - 2 \cos a \cdot \cos x \cdot \cos(a + x) + \cos^2(a + x) = \sin^2 a$.

D. $\sin^2 x + 2 \sin(a - x) \cdot \sin x \cdot \cos a + \sin^2(a - x) = \cos^2 a$.

Lời giải.

Ta có :

$$\cos 40^\circ + \tan \alpha \cdot \sin 40^\circ = \cos 40^\circ + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \sin 40^\circ = \frac{\cos 40^\circ \cos \alpha + \sin 40^\circ \sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\cos(40^\circ - \alpha)}{\cos \alpha}.$$

A đúng.



$$\sin 15^\circ + \tan 30^\circ \cdot \cos 15^\circ = \frac{\sin 15^\circ \cdot \cos 30^\circ + \sin 30^\circ \cdot \cos 15^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{\sin 45^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{\sqrt{6}}{3}. \text{ B đúng.}$$

$$\begin{aligned} & \cos^2 x - 2 \cos a \cdot \cos x \cdot \cos(a+x) + \cos^2(a+x) \\ &= \cos^2 x + \cos(a+x) [-2 \cos a \cos x + \cos(a+x)] = \cos^2 x - \cos(a+x) \cos(a-x) \\ &= \cos^2 x - \frac{1}{2}(\cos 2a + \cos 2x) = \cos^2 x - \cos^2 a - \cos^2 x + 1 = \sin^2 a. \text{ C đúng.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sin^2 x + 2 \sin(a-x) \cdot \sin x \cdot \cos a + \sin^2(a-x) = \sin^2 x + \sin(a-x)(2 \sin x \cos a + \sin(a-x)) \\ &= \sin^2 x + \sin(a-x) \sin(a+x) = \sin^2 x + \frac{1}{2}(\cos 2x - \cos 2a) \\ &= \sin^2 x - \cos^2 a - \sin^2 x + 1 = \sin^2 a. \text{ D sai.} \end{aligned}$$

Câu 97: Cho α, β thỏa mãn $\sin \alpha + \sin \beta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ và $\cos \alpha + \cos \beta = \frac{\sqrt{6}}{2}$. Tính $\cos(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta)$.

A. $\frac{12 + \sqrt{3}}{6}$.

B. $\frac{4 + 3\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Ta có:

$$\sin \alpha + \sin \beta = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + 2 \sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = \frac{\sqrt{6}}{2} \Leftrightarrow \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + 2 \cos \alpha \cos \beta = \frac{3}{2} \quad (2)$$

Cộng vế theo vế (1) với (2) ta được

$$\begin{aligned} & \sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + 2 \sin \alpha \sin \beta + 2 \cos \alpha \cos \beta = 2 \\ & \Leftrightarrow 2 + 2(\sin \alpha \sin \beta + \cos \alpha \cos \beta) = 2 \Leftrightarrow 2 \cos(\alpha - \beta) = 0 \Leftrightarrow \cos(\alpha - \beta) = 0. \end{aligned}$$

Từ giả thiết ta lại có:

$$(\sin \alpha + \sin \beta)(\cos \alpha + \cos \beta) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \sin \alpha \cos \alpha + \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha + \sin \beta \cos \beta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(\sin 2\alpha + \sin 2\beta) + \sin(\alpha + \beta) = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Mặt khác } \sin 2\alpha + \sin 2\beta = 2 \sin(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta) = 0.$$



Suy ra $\sin(\alpha + \beta) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $\cos(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

- Câu 98:** Cho tam giác ABC . Tính giá trị của biểu thức $A = \sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C - 2\cos A \cos B \cos C$.
A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

$$\begin{aligned} \sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C &= \frac{1 - \cos 2A}{2} + \frac{1 - \cos 2B}{2} + 1 - \cos^2 C = 2 - \frac{\cos 2A + \cos 2B}{2} - \cos^2 C \\ &= 2 - \cos(A + B) \cos(A - B) - \cos^2 C \\ &= 2 - \cos(\pi - C) \cos(A - B) = 2 + \cos C \cos(A - B) - \cos^2 C \\ 2 \cos A \cos B \cos C &= (\cos(A + B) + \cos(A - B)) \cos C = (-\cos C + \cos(A - B)) \cos C \\ A &= 2 + \cos C \cos(A - B) - \cos^2 C + \cos^2 C - \cos C \cos(A - B) = 2 \end{aligned}$$

- Câu 99:** Cho $\sin x + \cos x = \frac{7}{5}$. Giá trị của biểu thức $A = \cos 4x - \sin^2 x - \frac{2 + \sin^2 x}{3 \tan^2 x + 2}$ bằng.
A. $-\frac{1152}{625}$. **B.** $-\frac{8}{25}$. **C.** $\frac{98}{625}$. **D.** $-\frac{98}{625}$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \sin x + \cos x &= \frac{7}{5} \Rightarrow \sin^2 x + 2 \sin x \cos x + \cos^2 x = \frac{49}{25} \Rightarrow 1 + \sin 2x = \frac{49}{25} \Rightarrow \sin 2x = \frac{24}{25} \\ A &= \cos 4x - \sin^2 x - \frac{2 + \sin^2 x}{3 \tan^2 x + 2} = \cos 4x - \sin^2 x - \frac{2 + 1 - \cos^2 x}{3 \tan^2 x + 3 - 1} \\ &= \cos 4x - \sin^2 x - \frac{3 - \cos^2 x}{3(\tan^2 x + 1) - 1} = \cos 4x - \sin^2 x - \frac{3 - \cos^2 x}{\frac{3}{\cos^2 x} - 1} \\ &= \cos 4x - \sin^2 x - \frac{(3 - \cos^2 x) \cos^2 x}{3 - \cos^2 x} = \cos 4x - \sin^2 x - \cos^2 x = 1 - 2 \sin^2 2x - 1 \\ &= -2 \sin^2 2x = -2 \left(\frac{24}{25} \right)^2 = -\frac{1152}{625} \end{aligned}$$

- Câu 100:** Biểu thức $4 \cos\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right) \sin\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) = m + n \sin^2 \alpha$, với $m, n \in \mathbb{Z}$. Khi đó $m^2 - n^2$ bằng
A. 7. **B.** 15. **C.** -7. **D.** -15.

Lời giải



Ta có $\frac{\pi}{3} - \alpha$ và $\frac{\pi}{6} + \alpha$ phụ nhau nên $\sin\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) = \cos\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right)$.

$$\text{Suy ra } 4\cos\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right)\sin\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) = 4\cos\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right)\cos\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right)$$

$$= 4 \cdot \frac{1}{2} \left\{ \cos\left(\frac{\pi}{6} - \alpha + \frac{\pi}{6} + \alpha\right) + \cos\left[\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right) - \left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right)\right] \right\}$$

$$= 2 \cdot \left[\cos\frac{\pi}{3} + \cos(-2\alpha) \right] = 2 \cdot \cos\frac{\pi}{3} + 2 \cdot \cos 2\alpha$$

$$= 2 \cdot \frac{1}{2} + 2 \cdot (1 - 2\sin^2 \alpha) = 1 + 2 - 4\sin^2 \alpha = 3 - 4\sin^2 \alpha.$$

DẠNG 5. MIN-MAX

Câu 101: Giá trị nhỏ nhất của $\sin^6 x + \cos^6 x$ là

A. 0.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{1}{8}$.

Lời giải

Ta có

$$\sin^6 x + \cos^6 x = (\sin^2 x + \cos^2 x)^3 - 3\sin^2 x \cos^2 x (\sin^2 x + \cos^2 x) = 1 - \frac{3}{4} \sin^2 2x \geq 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}.$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $\sin^2 2x = 1 \Leftrightarrow \cos 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 102: Giá trị lớn nhất của $M = \sin^4 x + \cos^4 x$ bằng:

A. 4.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

$$\text{Ta có } M = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x$$

$$\text{Vì } 0 \leq \sin^2 x \leq 1$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq -\frac{1}{2} \sin^2 2x \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x \leq 1.$$

Nên giá trị lớn nhất là 1.

Câu 103: Cho $M = 3 \sin x + 4 \cos x$. Chọn khẳng định đúng.

A. $-5 \leq M \leq 5$.

B. $M > 5$.

C. $M \geq 5$.

D. $M \leq 5$.

Lời giải



$$M = 5 \left(\frac{3}{5} \sin x + \frac{4}{5} \cos x \right) = 5 \sin(x + a) \text{ với } \cos a = \frac{3}{5}; \sin a = \frac{4}{5}.$$

Ta có: $-1 \leq \sin(x + a) \leq 1$

$$\Leftrightarrow -5 \leq 5 \sin(x + a) \leq 5.$$

Câu 104: Giá trị lớn nhất của $M = \sin^6 x - \cos^6 x$ bằng:

A. 2 .

B. 3

C. 0 .

D. 1.

Lời giải

Ta có.

$$M = (\sin^2 x - \cos^2 x)(\sin^4 x + \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x)$$

$$= -\cos 2x(1 - \sin^2 x \cos^2 x)$$

$$= -\cos 2x \left(1 - \frac{1}{4} \sin^2 2x \right)$$

$$= -\cos 2x \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cos^2 2x \right) \leq \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cos^2 2x \leq \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1 \text{ (do } \cos 2x \leq 1).$$

Nên giá trị lớn nhất là 1.

Câu 105: Cho biểu thức $M = \frac{1 + \tan x^3}{(1 + \tan x)^3}$, $\left(x \neq -\frac{\pi}{4} + k\pi, x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right)$, mệnh đề nào trong các mệnh đề sau **đúng**?

A. $M \leq 1$.

B. $M \geq \frac{1}{4}$.

C. $\frac{1}{4} \leq M \leq 1$.

D. $M < 1$.

Lời giải

Đặt $t = \tan x$, $t \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

$$\text{Ta có: } M = \frac{1+t^3}{(1+t)^3} = \frac{t^2-t+1}{t^2+2t+1} \Rightarrow (M-1)t^2 + (2M+1)t + M-1 = 0.$$

Với $M = 1$ thì có nghiệm $t = 0$.

Với $M \neq 1$ để có nghiệm khác -1 thì.

$$\Delta \geq 0 \Leftrightarrow (2M+1)^2 - 4(M-1)^2 \geq 0 \Leftrightarrow 12M-3 \geq 0 \Leftrightarrow M \geq \frac{1}{4}.$$

$$\text{Và } (M-1)(-1)^2 + (2M+1)(-1) + (-1) - 1 \neq 0 \Leftrightarrow M \neq 4.$$

Câu 106: Cho $M = 6\cos^2 x + 5\sin^2 x$. Khi đó giá trị lớn nhất của M là

A. 11.

B. 1.

C. 5 .

D. 6 .

Lời giải



$$M = 6(1 - \sin^2 x) + 5\sin^2 x = 6 - \sin^2 x$$

Ta có: $0 \leq \sin^2 x \leq 1, \forall x \in R$

$$\Leftrightarrow 0 \geq -\sin^2 x \geq -1, \forall x \in R$$

$$\Leftrightarrow 6 \geq 6 - \sin^2 x \geq 5, \forall x \in R.$$

Gía trị lớn nhất là 6 .

Câu 107: Giá trị lớn nhất của biểu thức $M = 7\cos^2 x - 2\sin^2 x$ là

A. -2 .

B. 5 .

C. 7 .

D. 16.

Lời giải

$$M = 7(1 - \sin^2 x) - 2\sin^2 x = 7 - 9\sin^2 x$$

Ta có: $0 \leq \sin^2 x \leq 1$

$$\Leftrightarrow 0 \geq -9\sin^2 x \geq -9, \forall x \in R$$

$$\Leftrightarrow 7 \geq 7 - 2\sin^2 x \geq -2.$$

Gía trị lớn nhất là 7 .

DẠNG 5. NHẬN DẠNG TAM GIÁC

Câu 108: Cho A, B, C là các góc của tam giác ABC thì.

A. $\sin 2A + \sin 2B > 2 \sin C$.

B. $\sin 2A + \sin 2B \leq 2 \sin C$.

C. $\sin 2A + \sin 2B \geq 2 \sin C$.

D. $\sin 2A + \sin 2B = 2 \sin C$.

Lời giải

Ta có: $\sin 2A + \sin 2B = 2 \sin(A+B) \cdot \cos(A-B) = 2 \sin(\pi - C) \cdot \cos(A-B)$

$$= 2 \sin C \cdot \cos(A-B) \leq 2 \sin C. \text{ Dấu đẳng thức xảy ra khi } \cos(A-B) = 1 \Leftrightarrow A = B.$$

Câu 109: Một tam giác ABC có các góc A, B, C thỏa mãn $\sin \frac{A}{2} \cos^3 \frac{B}{2} - \sin \frac{B}{2} \cos^3 \frac{A}{2} = 0$ thì tam giác

đó có gì đặc biệt?

A. Tam giác đó vuông. **B.** Tam giác đó đều.

C. Tam giác đó cân. **D.** Không có gì đặc biệt.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \sin \frac{A}{2} \cos^3 \frac{B}{2} - \sin \frac{B}{2} \cos^3 \frac{A}{2} = 0 \Leftrightarrow \frac{\sin \frac{A}{2}}{\cos^2 \frac{A}{2}} = \frac{\sin \frac{B}{2}}{\cos^2 \frac{B}{2}}.$$



$$\Leftrightarrow \tan \frac{A}{2} \left(1 + \tan^2 \frac{A}{2} \right) = \tan \frac{B}{2} \left(1 + \tan^2 \frac{B}{2} \right) \Leftrightarrow \tan \frac{A}{2} = \tan \frac{B}{2} \Leftrightarrow \frac{A}{2} = \frac{B}{2} \Leftrightarrow A = B.$$

Câu 110: Cho A, B, C là các góc của tam giác ABC thì $\cot A \cdot \cot B + \cot B \cdot \cot C + \cot C \cdot \cot A$ bằng :

A. $(\cot A \cdot \cot B \cdot \cot C)^2$. **B.** Một kết quả khác các kết quả đã nêu trên.

C. 1.

D. -1 .

Lời giải

Chọn C

Ta có

$$\cot A \cdot \cot B + \cot B \cdot \cot C + \cot C \cdot \cot A = \frac{1}{\tan A \cdot \tan B} + \frac{1}{\tan B \cdot \tan C} + \frac{1}{\tan C \cdot \tan A} = \frac{\tan A + \tan B + \tan C}{\tan A \cdot \tan B \cdot \tan C}.$$

Mặt khác

$$\begin{aligned} \tan A + \tan B + \tan C &= \tan(A+B)(1 - \tan A \cdot \tan B) + \tan C \\ &= \tan(\pi - C)(1 - \tan A \cdot \tan B) + \tan C = -\tan(C)(1 - \tan A \cdot \tan B) + \tan C = \tan C \cdot \tan A \cdot \tan B. \end{aligned}$$

$$\text{Nên } \cot A \cdot \cot B + \cot B \cdot \cot C + \cot C \cdot \cot A = 1.$$

Câu 111: Cho A, B, C là ba góc nhọn và $\tan A = \frac{1}{2}$; $\tan B = \frac{1}{5}$, $\tan C = \frac{1}{8}$. Tổng $A+B+C$ bằng

A. $\frac{\pi}{5}$.

B. $\frac{\pi}{4}$.

C. $\frac{\pi}{3}$.

D. $\frac{\pi}{6}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \cdot \tan B} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{5}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5}} = \frac{7}{9}.$$

$$\text{Suy ra } \tan(A+B+C) = \tan\left[(A+B)+C\right] = \frac{\tan(A+B) + \tan C}{1 - \tan(A+B) \cdot \tan C} = \frac{\frac{7}{9} + \frac{1}{8}}{1 - \frac{7}{9} \cdot \frac{1}{8}} = 1$$

$$\text{Vậy } A+B+C = \frac{\pi}{4}.$$

Câu 112: Biết A, B, C là các góc của tam giác ABC , khi đó.

A. $\cot\left(\frac{A+B}{2}\right) = \cot \frac{C}{2}$. **B.** $\cos\left(\frac{A+B}{2}\right) = \cos \frac{C}{2}$.

C. $\cos\left(\frac{A+B}{2}\right) = -\cos \frac{C}{2}$.

D. $\tan\left(\frac{A+B}{2}\right) = \cot \frac{C}{2}$.

Lời giải

Vì A, B, C là các góc của tam giác ABC nên $A+B+C = 180^\circ \Rightarrow C = 180^\circ - (A+B)$.



$$\Rightarrow \frac{C}{2} = 90^\circ - \frac{A+B}{2}. \text{ Do đó } \frac{C}{2} \text{ và } \frac{A+B}{2} \text{ là 2 góc phụ nhau.}$$

$$\Rightarrow \sin \frac{C}{2} = \cos \frac{A+B}{2}; \cos \frac{C}{2} = \sin \frac{A+B}{2}; \tan \frac{C}{2} = \cot \frac{A+B}{2}; \cot \frac{C}{2} = \tan \frac{A+B}{2}.$$

Câu 113: A, B, C , là ba góc của một tam giác. Hãy tìm hệ thức **sai**:

A. $\sin A = -\sin(2A + B + C).$

B. $\sin A = -\cos \frac{3A + B + C}{2}.$

C. $\cos C = \sin \frac{A + B + 3C}{2}.$

D. $\sin C = \sin(A + B + 2C).$

Lời giải

$$\sin(A + B + 2C) = \sin(180^\circ - C + 2C) = \sin(180^\circ + C) = -\sin C.$$

Câu 114: Cho A, B, C là các góc của tam giác ABC thì:

A. $\tan A + \tan B + \tan C = \tan A \cdot \tan B \cdot \tan C.$ **B.** $\tan A + \tan B + \tan C = -\tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2}.$

C. $\tan A + \tan B + \tan C = -\tan A \cdot \tan B \cdot \tan C.$ **D.** $\tan A + \tan B + \tan C = \tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2}.$

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \tan A + \tan B + \tan C &= (\tan A + \tan B) + \tan C = \frac{\sin(A+B)}{\cos A \cos B} + \frac{\sin C}{\cos C} \\ &= \sin C \cdot \left(\frac{-\cos(A+B) + \cos A \cos B}{\cos A \cos B \cos C} \right) = \frac{\sin A \sin B \sin C}{\cos A \cos B \cos C} = \tan A \cdot \tan B \cdot \tan C. \end{aligned}$$

Câu 115: Biết A, B, C là các góc của tam giác ABC , khi đó.

A. $\sin\left(\frac{A+B}{2}\right) = \cos \frac{C}{2}.$ **B.** $\sin\left(\frac{A+B}{2}\right) = -\cos \frac{C}{2}.$

C. $\sin\left(\frac{A+B}{2}\right) = \sin \frac{C}{2}.$ **D.** $\sin\left(\frac{A+B}{2}\right) = -\sin \frac{C}{2}.$

Lời giải

$$\text{Vì } A, B, C \text{ là các góc của tam giác } ABC \text{ nên } A + B + C = 180^\circ \Rightarrow C = 180^\circ - (A + B).$$

$$\Rightarrow \frac{C}{2} = 90^\circ - \frac{A+B}{2}. \text{ Do đó } \frac{C}{2} \text{ và } \frac{A+B}{2} \text{ là 2 góc phụ nhau.}$$

$$\Rightarrow \sin \frac{C}{2} = \cos \frac{A+B}{2}; \cos \frac{C}{2} = \sin \frac{A+B}{2}; \tan \frac{C}{2} = \cot \frac{A+B}{2}; \cot \frac{C}{2} = \tan \frac{A+B}{2}.$$

Câu 116: Nếu $a = 2b$ và $a + b + c = \pi$. Hãy chọn kết quả **đúng**.

A. $\sin b(\sin b + \sin c) = \sin 2a.$

B. $\sin b(\sin b + \sin c) = \sin^2 a.$

C. $\sin b(\sin b + \sin c) = \cos^2 a.$

D. $\sin b(\sin b + \sin c) = \cos 2a.$

Lời giải



$$a + b + c = \pi, a = 2b \Rightarrow b = \frac{a}{2}; c = \pi - \frac{3a}{2}$$

$$\begin{aligned} \sin b(\sin b + \sin c) &= \sin^2 b + \sin b \cdot \sin c = \frac{1 - \cos 2b}{2} + \frac{\cos(b-c) - \cos(b+c)}{2} \\ &= \frac{1 - \cos a - \cos(\pi - a) + \cos(2a - \pi)}{2} = \frac{1 - \cos 2a}{2} = \sin^2 a. \end{aligned}$$

Câu 117: Cho A, B, C là các góc của tam giác ABC thì:

- A.** $\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 4 \sin A \cdot \sin B \cdot \sin C$.
B. $\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 4 \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C$.
C. $\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = -4 \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C$.
D. $\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 4 \sin A \cdot \sin B \cdot \sin C$.

Lời giải

Ta có: $\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = (\sin 2A + \sin 2B) + \sin 2C$

$$\begin{aligned} &= 2 \sin(A+B) \cdot \cos(A-B) + 2 \sin C \cdot \cos C = 2 \sin C \cdot \cos(A-B) + 2 \sin C \cdot \cos C \\ &= 2 \sin C \cdot (\cos(A-B) + \cos C) = 4 \sin C \cdot \cos(A-B-C) \cdot \cos(A-B+C) \\ &= 4 \sin C \cdot \cos \frac{A-B-C}{2} \cdot \cos \frac{A-B+C}{2} = 4 \sin C \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - A\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - B\right) = 4 \sin C \cdot \sin A \cdot \sin B. \end{aligned}$$

Câu 118: A, B, C , là ba góc của một tam giác. Hãy chỉ hệ thức **sai**:

- A.** $\cot\left(\frac{4A+B+C}{2}\right) = -\tan \frac{3A}{2}$. **B.** $\cos\left(\frac{A-2B+C}{2}\right) = -\sin B$.
C. $\sin\left(\frac{A+B-3C}{2}\right) = \cos 2C$. **D.** $\tan\left(\frac{A+B+6C}{2}\right) = -\cot \frac{5C}{2}$.

Lời giải

$$\cos \frac{A-2B+C}{2} = \cos \frac{180^\circ - B - 2B}{2} = \cos\left(90^\circ - \frac{3B}{2}\right) = \sin \frac{3B}{2}.$$

Câu 119: Biết A, B, C là các góc của tam giác ABC khi đó.

- A.** $\cos C = \cos(A+B)$. **B.** $\tan C = \tan(A+B)$.
C. $\cot C = -\cot(A+B)$. **D.** $\sin C = -\sin(A+B)$.

Lời giải

Vì A, B, C là các góc của tam giác ABC nên $A + B + C = 180^\circ \Rightarrow C = 180^\circ - (A + B)$.

Do đó $(A + B)$ và C là 2 góc bù nhau.

$$\sin C = \sin(A+B); \cos C = -\cos(A+B).$$

$$\tan C = -\tan(A+B); \cot C = \cot(A+B)$$

Câu 120: Cho A, B, C là các góc của tam giác ABC thì $\cot A \cdot \cot B + \cot B \cdot \cot C + \cot C \cdot \cot A$ bằng

- A.** Một kết quả khác các kết quả đã nêu trên. **B.** 1.



C. -1 .

D. $(\cot A \cdot \cot B \cdot \cot C)^2$.

Lời giải

Ta có : $\cot A \cdot \cot B + \cot B \cdot \cot C + \cot C \cdot \cot A$.

$$= \frac{1}{\tan A \cdot \tan B} + \frac{1}{\tan B \cdot \tan C} + \frac{1}{\tan C \cdot \tan A} = \frac{\tan A + \tan B + \tan C}{\tan A \cdot \tan B \cdot \tan C}.$$

Mặt khác : $\tan A + \tan B + \tan C = \tan(A+B)(1 - \tan A \cdot \tan B) + \tan C$.

$$= \tan(\pi - C)(1 - \tan A \cdot \tan B) + \tan C.$$

$$= -\tan C(1 - \tan A \cdot \tan B) + \tan C = \tan C \tan A \cdot \tan B.$$

Nên $\cot A \cdot \cot B + \cot B \cdot \cot C + \cot C \cdot \cot A = 1$.

Câu 121: Cho A, B, C là các góc của tam giác ABC thì:

A. $\cot \frac{A}{2} + \cot \frac{B}{2} + \cot \frac{C}{2} = \cot \frac{A}{2} \cdot \cot \frac{B}{2} \cdot \cot \frac{C}{2}$.

B. $\cot \frac{A}{2} + \cot \frac{B}{2} + \cot \frac{C}{2} = -\cot \frac{A}{2} \cdot \cot \frac{B}{2} \cdot \cot \frac{C}{2}$.

C. $\cot \frac{A}{2} + \cot \frac{B}{2} + \cot \frac{C}{2} = \cot A \cdot \cot B \cdot \cot C$.

D. $\cot \frac{A}{2} + \cot \frac{B}{2} + \cot \frac{C}{2} = -\cot A \cdot \cot B \cdot \cot C$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \cot \frac{A}{2} + \cot \frac{B}{2} + \cot \frac{C}{2} &= \left(\cot \frac{A}{2} + \cot \frac{B}{2} \right) + \cot \frac{C}{2} = \frac{\sin\left(\frac{A}{2} + \frac{B}{2}\right) \cos \frac{C}{2}}{\sin \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{B}{2}} + \frac{\cos \frac{C}{2}}{\sin \frac{C}{2}} \\ &= \cos \frac{C}{2} \cdot \frac{\sin \frac{C}{2} + \sin \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{B}{2}}{\sin \frac{C}{2} \cdot \sin \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{B}{2}} = \cos \frac{C}{2} \cdot \frac{\cos\left(\frac{A}{2} + \frac{B}{2}\right) + \sin \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{B}{2}}{\sin \frac{C}{2} \cdot \sin \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{B}{2}} = \frac{\cos \frac{C}{2} \cdot \cos \frac{B}{2} \cdot \cos \frac{A}{2}}{\sin \frac{C}{2} \cdot \sin \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{B}{2}} \\ &= \cot \frac{A}{2} \cdot \cot \frac{B}{2} \cdot \cot \frac{C}{2}. \end{aligned}$$

Câu 122: Cho A, B, C là ba góc của một tam giác. Hãy chọn hệ thức đúng trong các hệ thức sau.

A. $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C = 1 + \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C$.

B. $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C = 1 - \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C$.

C. $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C = 1 + 2 \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C$.

D. $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C = 1 - 2 \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C$.

Lời giải

Ta có :



$$\begin{aligned}\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C &= \frac{1 + \cos 2A}{2} + \frac{1 + \cos 2B}{2} + \cos^2 C \\ &= 1 + \cos(A+B)\cos(A-B) + \cos^2 C = 1 - \cos C \cos(A-B) - \cos C \cos(A+B) \\ &= 1 - \cos C [\cos(A-B) + \cos(A+B)] = 1 + 2 \cos A \cos B \cos C.\end{aligned}$$

Câu 123: Hãy chỉ ra công thức sai, nếu A, B, C là ba góc của một tam giác.

- A.** $\cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2} - \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2} = \sin \frac{A}{2}$. **B.** $\cos B \cdot \cos C - \sin B \cdot \sin C + \cos A = 0$.
C. $\sin \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2} + \sin \frac{C}{2} \cos \frac{C}{2} = \cos \frac{A}{2}$. **D.** $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C - 2 \cos A \cos B \cos C = 1$.

Lời giải

$$\begin{aligned}\cos(A+B) &= -\cos C \Rightarrow \cos A \cos B + \cos C = \sin A \sin B \\ \Rightarrow \cos^2 A \cos^2 B + 2 \cos A \cos B \cos C + \cos^2 C &= \sin^2 A \sin^2 B = (1 - \cos^2 A)(1 - \cos^2 B) \\ &= 1 - \cos^2 A - \cos^2 B + \cos^2 A \cos^2 B \\ \Rightarrow \cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C + 2 \cos A \cos B \cos C &= 1\end{aligned}$$

Câu 124: Cho tam giác ABC có $\sin A = \frac{\sin B + \sin C}{\cos B + \cos C}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.** Tam giác ABC vuông tại A . **B.** Tam giác ABC cân tại A .
C. Tam giác ABC đều. **D.** Tam giác ABC là tam giác tù.

Lời giải

$$\begin{aligned}\text{Ta có } \sin A &= \frac{\sin B + \sin C}{\cos B + \cos C} \Leftrightarrow \sin A = \frac{2 \sin \frac{B+C}{2} \cos \frac{B-C}{2}}{2 \cos \frac{B+C}{2} \cos \frac{B-C}{2}} \Leftrightarrow \sin A = \frac{\cos \frac{A}{2}}{\sin \frac{A}{2}} \\ \Leftrightarrow 2 \sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2} &= \frac{\cos \frac{A}{2}}{\sin \frac{A}{2}} \Leftrightarrow 2 \sin^2 \frac{A}{2} = 1 \\ \Leftrightarrow \cos A &= 0 \Rightarrow A = 90^\circ \text{ suy ra tam giác } ABC \text{ vuông tại } A.\end{aligned}$$

Câu 125: Cho bất đẳng thức $\cos 2A + \frac{1}{64 \cos^4 A} - (2 \cos 2B + 4 \sin B) + \frac{13}{4} \leq 0$ với A, B, C là ba góc của tam giác ABC . Khẳng định đúng là:

- A.** $B+C=120^\circ$. **B.** $B+C=130^\circ$. **C.** $A+B=120^\circ$. **D.** $A+C=140^\circ$.

Lời giải

$$\begin{aligned}\text{Từ giả thiết suy ra: } 2 \cos^2 A + \frac{1}{64 \cos^4 A} - (2 - 4 \sin^2 B + 4 \sin B) + \frac{13}{4} &\leq 0 \\ \Leftrightarrow \cos^2 A + \cos^2 A + \frac{1}{64 \cos^4 A} + 4 \sin^2 B - 4 \sin B + 1 &\leq \frac{3}{4} (*)\end{aligned}$$



AD BĐT Cauchy thì $\cos^2 A + \cos^2 A + \frac{1}{64 \cos^4 A} \geq \frac{3}{4}$ (1)

Mặt khác $4 \sin^2 B - 4 \sin B + 1 = (2 \sin B - 1)^2 \geq 0$ (2)

Từ, và suy ra bất thỏa mãn khi và chỉ khi dấu bằng ở và xảy ra

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos^2 A = \frac{1}{64 \cos^4 A} \\ \sin B = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos A = \frac{1}{2} \\ \sin B = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \widehat{A} = 60^\circ \\ \widehat{B} = 30^\circ \\ \widehat{C} = 90^\circ \end{cases}$$

Nên $\widehat{B} + \widehat{C} = 120^\circ$ **Chọn A**

Câu 126: Cho A, B, C là các góc nhọn và $\tan A = \frac{1}{2}$, $\tan B = \frac{1}{5}$, $\tan C = \frac{1}{8}$. Tổng $A + B + C$ bằng:

- A. $\frac{\pi}{6}$. B. $\frac{\pi}{5}$. C. $\frac{\pi}{4}$. D. $\frac{\pi}{3}$.

Lời giải

$$\tan(A + B + C) = \frac{\tan(A + B) + \tan C}{1 - \tan(A + B) \cdot \tan C} = \frac{\frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \cdot \tan B} + \tan C}{1 - \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \cdot \tan B} \cdot \tan C} = 1 \text{ suy ra } A + B + C = \frac{\pi}{4}.$$

Câu 127: Cho A, B, C là ba góc của một tam giác. Hãy chỉ ra hệ thức SAI.

- A. $\sin \frac{A + B + 3C}{2} = \cos C$. B. $\cos(A + B - C) = -\cos 2C$.
 C. $\tan \frac{A + B - 2C}{2} = \cot \frac{3C}{2}$. D. $\cot \frac{A + B + 2C}{2} = \tan \frac{C}{2}$.

Lời giải

Ta có:

$$A + B + C = \pi \Rightarrow \frac{A + B + 3C}{2} = \frac{\pi}{2} + C \Rightarrow \sin \frac{A + B + 3C}{2} = \sin \left(\frac{\pi}{2} + C \right) = \cos C. \text{ A đúng.}$$

$$A + B - C = \pi - 2C \Rightarrow \cos(A + B - C) = \cos(\pi - 2C) = -\cos 2C. \text{ B đúng.}$$

$$\frac{A + B - 2C}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{3C}{2} \Rightarrow \tan \frac{A + B - 2C}{2} = \tan \left(\frac{\pi}{2} - \frac{3C}{2} \right) = \cot \frac{3C}{2}. \text{ C đúng.}$$

$$\frac{A + B + 2C}{2} = \frac{\pi}{2} + \frac{C}{2} \Rightarrow \cot \frac{A + B + 2C}{2} = \cot \left(\frac{\pi}{2} + \frac{C}{2} \right) = -\tan \frac{C}{2}. \text{ D sai.}$$

Câu 128: Cho A, B, C là ba góc của một tam giác. Hãy chỉ ra hệ thức SAI.

- A. $\cos \frac{A + B}{2} = \sin \frac{C}{2}$. B. $\cos(A + B + 2C) = -\cos C$.
 C. $\sin(A + C) = -\sin B$. D. $\cos(A + B) = -\cos C$.



Lời giải

Ta có:

$$\frac{A+B}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{C}{2} \Rightarrow \cos \frac{A+B}{2} = \cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{C}{2} \right) = \sin \frac{C}{2}. \text{ A đúng.}$$

$$A+B+2C = \pi + C \Rightarrow \cos(A+B+2C) = \cos(\pi + C) = -\cos C. \text{ B đúng.}$$

$$A+C = \pi - B \Rightarrow \sin(A+C) = \sin(\pi - B) = \sin B. \text{ C sai.}$$

$$A+B = \pi - C \Rightarrow \cos(A+B) = \cos(\pi - C) = -\cos C. \text{ D đúng.}$$

Câu 129: Cho A, B, C là ba góc của một tam giác không vuông. Hệ thức nào sau đây **SAI**?

A. $\cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2} - \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2} = \sin \frac{A}{2}.$

B. $\tan A + \tan B + \tan C = \tan A \cdot \tan B \cdot \tan C.$

C. $\cot A + \cot B + \cot C = \cot A \cdot \cot B \cdot \cot C.$

D. $\tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2} + \tan \frac{C}{2} \cdot \tan \frac{A}{2} = 1.$

Lời giải

Ta có :

$$+ \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2} - \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2} = \cos \left(\frac{B}{2} + \frac{C}{2} \right) = \cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{A}{2} \right) = \sin \frac{A}{2}. \text{ A đúng.}$$

$$+ \tan A + \tan B + \tan C = \tan A \cdot \tan B \cdot \tan C \Leftrightarrow -\tan A(1 - \tan B \tan C) = \tan B + \tan C$$

$$\Leftrightarrow \tan A = -\frac{\tan B + \tan C}{1 - \tan B \tan C} \Leftrightarrow \tan A = -\tan(B+C). \text{ B đúng.}$$

$$+ \cot A + \cot B + \cot C = \cot A \cdot \cot B \cdot \cot C \Leftrightarrow \cot A(\cot B \cot C - 1) = \cot B + \cot C$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\cot A} = \frac{\cot B \cot C - 1}{\cot B + \cot C} \Leftrightarrow \tan A = \cot(B+C). \text{ C sai.}$$

$$+ \tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2} + \tan \frac{C}{2} \cdot \tan \frac{A}{2} = 1 \Leftrightarrow \tan \frac{A}{2} \cdot \left(\tan \frac{B}{2} + \tan \frac{C}{2} \right) = 1 - \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\tan \frac{A}{2}} = \frac{\tan \frac{B}{2} + \tan \frac{C}{2}}{1 - \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2}} \Leftrightarrow \cot \frac{A}{2} = \tan \left(\frac{B}{2} + \frac{C}{2} \right). \text{ D đúng.}$$