



HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

BÀI 2. CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC



HỆ THỐNG BÀI TẬP CÂU HỎI 4 MỆNH ĐỀ TRẢ LỜI ĐÚNG/SAI.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho $\sin \alpha = -\frac{12}{13}, \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.

a) $\cos\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) = \frac{5 - 12\sqrt{3}}{26}$.

b) $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{5\sqrt{3} - 12}{12\sqrt{3} + 1}$.

c) $\sin\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) = \frac{12\sqrt{3} + 12}{26}$.

d) $\cot\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{48 - 25\sqrt{3}}{11}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

Ta có: $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi \Rightarrow \cos \alpha > 0; \tan \alpha < 0; \cot \alpha < 0$.

Vì $\sin \alpha = -\frac{12}{13} \Rightarrow \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \left(\frac{12}{13}\right)^2} = \frac{5}{13}$.

Suy ra $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\frac{12}{5}; \cot \alpha = -\frac{5}{12}$.

a) Đúng: Vì $\cos\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) = \cos \frac{\pi}{3} \cos \alpha + \sin \frac{\pi}{3} \sin \alpha = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{13} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \left(-\frac{12}{13}\right) = \frac{5 - 12\sqrt{3}}{26}$.

b) Sai: $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\tan \alpha + \tan \frac{\pi}{3}}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \frac{\pi}{3}} = \frac{-\frac{12}{5} + \sqrt{3}}{1 + \frac{12}{5} \cdot \sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3} - 12}{12\sqrt{3} + 5} \neq \frac{5\sqrt{3} - 12}{12\sqrt{3} + 1}$.

c) Sai: $\sin\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) = \sin \frac{\pi}{3} \cos \alpha + \cos \frac{\pi}{3} \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{5}{13} + \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{12}{13}\right) = \frac{5\sqrt{3} - 12}{26}$.



d) Sai: $\cot\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)} = \frac{12\sqrt{3}+5}{5\sqrt{3}-12} = \frac{119\sqrt{3}-120}{69}$.

Câu 2: Cho $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\frac{1}{3}$, với $x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

a) $\sin 2x = -\frac{4\sqrt{2}}{9}$.

b) $\cos 2x = -\frac{4\sqrt{2}}{9}$.

c) $\tan 2x = -\frac{4\sqrt{2}}{7}$.

d) $\sin x + \cos x = 1$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

Cho $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\frac{1}{3} \Rightarrow \sin x = \frac{1}{3}$

Với $x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ ta có $\cos x < 0 \Rightarrow \cos x = -\sqrt{1 - \sin^2 x} = -\sqrt{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

a) Đúng: Vì $\sin 2x = 2 \sin x \cos x = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{2\sqrt{2}}{3}\right) = -\frac{4\sqrt{2}}{9}$

b) Sai: $\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x = 1 - 2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{7}{9}$

c) Đúng: $\tan 2x = \frac{\sin 2x}{\cos 2x} = \frac{-\frac{4\sqrt{2}}{9}}{\frac{7}{9}} = -\frac{4\sqrt{2}}{7}$.

d) Sai: $\sin x + \cos x = \frac{1}{3} - \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{1-2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 3: Cho $\cos a = \frac{3}{4}$; $\sin a > 0$; $\sin b = \frac{3}{5}$; $\cos b < 0$.

a) Giá trị của $\tan a = \frac{\sqrt{7}}{3}$.

b) Giá trị của $\cot b = -\frac{2}{3}$.

c) Giá trị của $\cos 2a + \cos 2b$ thuộc khoảng $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

d) Giá trị của $\cos(a+b)$ thuộc khoảng $\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{3}\right)$.

Lời giải



a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

Cho $\cos a = \frac{3}{4}$; $\sin a > 0$; $\sin b = \frac{3}{5}$; $\cos b < 0$.

a) Ta có $\tan^2 a + 1 = \frac{1}{\cos^2 a} \Rightarrow \tan a = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 a} - 1} = \sqrt{\frac{16}{9} - 1} = \frac{\sqrt{7}}{3}$ nên mệnh đề đúng.

b) Ta có $\cot^2 b + 1 = \frac{1}{\sin^2 b} \Rightarrow \cot b = -\sqrt{\frac{1}{\sin^2 b} - 1} = -\sqrt{\frac{25}{9} - 1} = -\frac{4}{3}$ nên mệnh đề sai.

c) Ta có $\cos 2a + \cos 2b = 2\cos^2 a - 1 + 1 - 2\sin^2 b = 2 \cdot \frac{9}{16} - 2 \cdot \frac{9}{25} = \frac{81}{200} = 0,405 \notin \left(\frac{1}{2}; 1\right)$ nên mệnh đề sai.

d) Ta có : $\begin{cases} \cos a = \frac{3}{4} \\ \sin a > 0 \end{cases} \Rightarrow \sin a = \sqrt{1 - \cos^2 a} = \frac{\sqrt{7}}{4}$ và $\begin{cases} \sin b = \frac{3}{5} \\ \cos b < 0 \end{cases} \Rightarrow \cos b = -\sqrt{1 - \sin^2 b} = -\frac{4}{5}$.

Suy ra $\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b = \frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) - \frac{\sqrt{7}}{4} \cdot \frac{3}{5} = -\frac{3}{5} \left(1 + \frac{\sqrt{7}}{4}\right) \notin \left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{3}\right)$ nên mệnh đề sai.

Câu 4: Cho $\tan a = \frac{1}{2}$, $0 < a < \frac{\pi}{2}$; $\tan b = \frac{1}{3}$, $0 < b < \frac{\pi}{2}$.

a) $\cot a = 2$.

b) $\tan(a+b) = 1$.

c) $\tan(a-b) = 7$.

d) $\sin(a-2b) = -\frac{2\sqrt{5}}{25}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Đúng. Ta có $\tan a \cdot \cot a = 1 \Rightarrow \cot a = \frac{1}{\tan a} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$.

b) Đúng. Ta có $\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = 1$.

c) Sai. Ta có $\tan(a-b) = \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b} = \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{1}{7}$.

d) Đúng. Ta có

$$\cos^2 a = \frac{1}{1 + \tan^2 a} = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{4}{5} \Rightarrow \begin{cases} \cos a = \frac{2\sqrt{5}}{5} \text{ (N)} \\ \cos a = -\frac{2\sqrt{5}}{5} \text{ (L)} \end{cases} \Rightarrow \sin a = \tan a \cdot \cos a = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$



$$\cos^2 b = \frac{1}{1 + \tan^2 b} = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{9}{10} \Rightarrow \begin{cases} \cos b = \frac{3\sqrt{10}}{10} \text{ (N)} \\ \cos b = -\frac{3\sqrt{10}}{10} \text{ (L)} \end{cases} \Rightarrow \sin b = \tan b \cdot \cos b = \frac{\sqrt{10}}{10}.$$

Suy ra

$$\sin(a - 2b) = \sin a \cos 2b - \cos a \sin 2b = \sin a (1 - 2\sin^2 b) - \cos a \cdot 2 \sin b \cos b = -\frac{2\sqrt{5}}{25}$$

Câu 5: Biết $\sin a = \frac{8}{17}$, $\tan b = \frac{5}{12}$ và a, b là các góc nhọn.

a) $\tan a = \frac{8}{15}$

b) $\sin(a - b) = \frac{21}{221}$

c) $\cos(a + b) = \frac{14}{22}$

d) $\tan 2(a + b) = \frac{171}{140}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Vì a, b là các góc nhọn nên $\cos a > 0, \cos b > 0$.

Ta có: $\cos a = \sqrt{1 - \sin^2 a} = \frac{15}{17} \Rightarrow \tan a = \frac{\sin a}{\cos a} = \frac{8}{15}$ nên là mệnh đề đúng.

b) $\cos b = \sqrt{\frac{1}{1 + \tan^2 b}} = \frac{12}{13} \Rightarrow \sin b = \cos b \tan b = \frac{5}{13}$. Khi đó:

$\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b = \frac{8}{17} \cdot \frac{12}{13} - \frac{15}{17} \cdot \frac{5}{13} = \frac{21}{221}$ nên là mệnh đề đúng.

c) $\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b = \frac{15}{17} \cdot \frac{12}{13} - \frac{8}{17} \cdot \frac{5}{13} = \frac{140}{221}$ nên là mệnh đề sai.

d) $\tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b} = \frac{\frac{8}{15} + \frac{5}{12}}{1 - \frac{8}{15} \cdot \frac{5}{12}} = \frac{171}{140}$.

$\tan 2(a + b) = \frac{2 \tan(a + b)}{1 - \tan^2(a + b)} = \frac{2 \cdot \frac{171}{140}}{1 - \left(\frac{171}{140}\right)^2} \approx -5$ nên là mệnh đề sai.

Câu 6: Cho biết $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

a) $\cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$

b) $\sin 2\alpha = -\frac{4\sqrt{2}}{9}$



c) $\cos 2\alpha = \frac{7}{9}$

d) $\cot 2\alpha = \frac{7\sqrt{2}}{8}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

Vì $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\cos \alpha < 0$.

Ta có: $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9} \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$

$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{2\sqrt{2}}{3}\right) = -\frac{4\sqrt{2}}{9}$

$\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 1 - 2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{7}{9}$

$\tan 2\alpha = \frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha} = -\frac{4\sqrt{2}}{7}; \cot 2\alpha = \frac{1}{\tan 2\alpha} = -\frac{7\sqrt{2}}{8}$

Câu 7: Cho biết $\cos 2\alpha = -\frac{1}{4}$ và $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

a) $\sin \alpha < 0, \cos \alpha < 0$

b) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{10}}{4}$

c) $\cos \alpha = \frac{\sqrt{6}}{4}$

d) $\cot \alpha = \frac{\sqrt{15}}{5}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

Vì $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ nên $\sin \alpha < 0, \cos \alpha < 0$.

Ta có: $\cos 2\alpha = -\frac{1}{4} \Rightarrow 1 - 2 \sin^2 \alpha = -\frac{1}{4} \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{5}{8} \Rightarrow \sin \alpha = -\frac{\sqrt{10}}{4};$

$\cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \frac{10}{16}} = -\frac{\sqrt{6}}{4};$

$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\sqrt{15}}{3}$

$\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{\sqrt{15}}{5}$

Câu 8: Cho biết $\sin \alpha = \frac{3}{5}, \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

a) $\cos \alpha < 0$



b) $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$

c) $\tan \alpha = \frac{3}{4}$

d) $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{48 - \sqrt{3}}{11}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

Vì $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \Rightarrow \cos \alpha < 0$.

Ta có $\cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\frac{4}{5}$

$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\frac{3}{4}$.

Ta có: $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\tan \alpha + \tan \frac{\pi}{3}}{1 - \tan \alpha \tan \frac{\pi}{3}} = \frac{\tan \alpha + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3} \tan \alpha}$.

Suy ra: $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{-\frac{3}{4} + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}\left(-\frac{3}{4}\right)} = \frac{-3 + 4\sqrt{3}}{4 + 3\sqrt{3}} = \frac{48 - 25\sqrt{3}}{11}$.

Câu 9: Cho biết $\sin \alpha = -\frac{12}{13}$, $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.

a) $\cos \alpha > 0$

b) $\cos \alpha = \frac{5}{13}$

c) $\tan \alpha = -\frac{12}{5}$

d) $\cos\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) = \frac{5 - \sqrt{3}}{26}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

Ta có: $\cos\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) = \cos \frac{\pi}{3} \cos \alpha + \sin \frac{\pi}{3} \sin \alpha$

$= \frac{1}{2} \cos \alpha + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \left(-\frac{12}{13}\right) = \frac{1}{2} \cos \alpha - \frac{6\sqrt{3}}{13}$.

Vì $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi \Rightarrow \cos \alpha > 0$.

Ta có $\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{5}{13}$.

Suy ra: $\cos\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{13} - \frac{6\sqrt{3}}{13} = \frac{5 - 12\sqrt{3}}{26}$.



Câu 10: Cho biết $\sin x = \frac{1}{\sqrt{3}}$ và $0 < x < \frac{\pi}{2}$:

a) $\cos x > 0$

b) $\cos x = \frac{\sqrt{6}}{3}$

c) $\tan x = \frac{\sqrt{3}}{3}$

d) $\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{6}-3}{8}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Vì $0 < x < \frac{\pi}{2}$ nên $\cos x > 0$.

Ta có: $\sin x = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \cos x = \sqrt{1 - \sin^2 x} = \sqrt{1 - \frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

$\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos x \cos \frac{\pi}{3} - \sin x \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{6}-3}{6}$.

Câu 11: Cho biết $\cos x = -\frac{12}{13}$ và $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$:

a) $\sin x > 0$

b) $\sin x = -\frac{5}{13}$

c) $\cot x = \frac{5}{12}$

d) $\sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = \frac{5-12\sqrt{3}}{26}$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

Vì $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ nên $\sin x < 0$.

Ta có: $\cos x = -\frac{12}{13} \Rightarrow \sin x = -\sqrt{1 - \cos^2 x} = -\sqrt{1 - \left(-\frac{12}{13}\right)^2} = -\frac{5}{13}$.

$\sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = \sin \frac{\pi}{3} \cos x - \cos \frac{\pi}{3} \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \left(-\frac{12}{13}\right) - \frac{1}{2} \left(-\frac{5}{13}\right) = \frac{5-12\sqrt{3}}{26}$

Câu 12: Cho biết $\tan x = \sqrt{2}$ và $0 < x < 90^\circ$.

a) $\cos x > 0$

b) $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{3}$



c) $\sin x = \frac{\sqrt{6}}{3}$

d) $\cos(x - 30^\circ) = \frac{3 - \sqrt{6}}{6}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

Vì $0 < x < 90^\circ$ nên $\cos x > 0$.

Ta có: $\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x = 1 + 2 = 3 \Rightarrow \cos^2 x = \frac{1}{3} \Rightarrow \cos x = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Mặt khác: $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \Rightarrow \sin x = \tan x \cos x = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

$\cos(x - 30^\circ) = \cos x \cos 30^\circ + \sin x \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3 + \sqrt{6}}{6}$

Câu 13: Biết $\sin a = \frac{8}{17}$, $\tan b = \frac{5}{12}$ và a, b là các góc nhọn.

a) $\tan a = \frac{8}{15}$

b) $\sin(a - b) = \frac{21}{221}$

c) $\cos(a + b) = \frac{14}{22}$

d) $\tan(a + b) = \frac{17}{14}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

Vì a, b là các góc nhọn nên $\cos a > 0, \cos b > 0$.

Ta có: $\cos a = \sqrt{1 - \sin^2 a} = \frac{15}{17} \Rightarrow \tan a = \frac{\sin a}{\cos a} = \frac{8}{15}$;

$\cos b = \sqrt{\frac{1}{1 + \tan^2 b}} = \frac{12}{13} \Rightarrow \sin b = \cos b \tan b = \frac{5}{13}$. Khi đó:

$\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b = \frac{8}{17} \cdot \frac{12}{13} - \frac{15}{17} \cdot \frac{5}{13} = \frac{21}{221}$.

$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b = \frac{15}{17} \cdot \frac{12}{13} - \frac{8}{17} \cdot \frac{5}{13} = \frac{140}{221}$

$\tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b} = \frac{\frac{8}{15} + \frac{5}{12}}{1 - \frac{8}{15} \cdot \frac{5}{12}} = \frac{171}{140}$.

Câu 14: Biết $0 < a, b < \frac{\pi}{2}$, $a + b = \frac{\pi}{4}$ và $\tan a \tan b = 3 - 2\sqrt{2}$.



- a) $\tan a + \tan b = -2 + 2\sqrt{2}$.
 b) $\tan a = -1 + \sqrt{2}$
 c) $\tan b = -1 - \sqrt{2}$
 d) $\tan a - \tan b = -2 - 2\sqrt{2}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

$$\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b} \Rightarrow \tan a + \tan b = \tan(a+b)(1 - \tan a \tan b) \text{ mà } a+b = \frac{\pi}{4} \text{ và}$$

$$\tan a \tan b = 3 - 2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \tan a + \tan b = \tan \frac{\pi}{4} [1 - (3 - 2\sqrt{2})] = -2 + 2\sqrt{2}.$$

Đặt $S = \tan a + \tan b$; $P = \tan a \tan b$.

Khi đó $\tan a, \tan b$ là nghiệm của phương trình

$$X^2 - SX + P = 0 \Leftrightarrow X^2 - (2\sqrt{2} - 2)X + 3 - 2\sqrt{2} = 0$$

$$\Leftrightarrow X = -1 + \sqrt{2}. \text{ Suy ra } \tan a = \tan b = -1 + \sqrt{2}.$$

Câu 15: Biết $\tan \alpha = 2$.

- a) $\cot \alpha = -\frac{1}{2}$
 b) $\cos 2\alpha = -\frac{3}{5}$
 c) $\sin 2\alpha = \frac{4}{5}$
 d) $\tan 2\alpha = -\frac{4}{3}$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

$$\text{Ta có: } \cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = \frac{2}{\tan^2 \alpha + 1} - 1 = \frac{2}{5} - 1 = -\frac{3}{5};$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2 \tan \alpha \cos^2 \alpha = \frac{2 \tan \alpha}{\tan^2 \alpha + 1} = \frac{4}{5}; \tan 2\alpha = \frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha} = -\frac{4}{3}.$$

Câu 16: Cho $\sin \alpha = \frac{2}{3}, \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

- a) $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3}$
 b) $\tan \alpha = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$
 c) $\cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) = \frac{\sqrt{5} - 2\sqrt{3}}{6}$



d) $\cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \frac{\sqrt{10} - 2\sqrt{2}}{6}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

$\sin \alpha = \frac{2}{3}, \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$

Ta có: $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{5}{9} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{\sqrt{5}}{3}$

Vì $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3}$

$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$

$\cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) = \cos \frac{\pi}{3} \cos \alpha - \sin \frac{\pi}{3} \sin \alpha = \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{\sqrt{5}}{3}\right) - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{-\sqrt{5} - 2\sqrt{3}}{6}$

$\cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \cos \frac{\pi}{4} \cos \alpha + \sin \frac{\pi}{4} \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \left(-\frac{\sqrt{5}}{3}\right) + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{-\sqrt{10} + 2\sqrt{2}}{6}$

Câu 17: Cho $\cot x = -\sqrt{3}, \frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$.

a) $\sin x = -\frac{\sqrt{10}}{10}$

b) $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{10}$

c) $\sin\left(\frac{4\pi}{3} - x\right) = \frac{-\sqrt{10}}{5}$

d) $\tan\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

$\cot x = -\sqrt{3}, \frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$

$\frac{1}{\sin^2 x} = 1 + \cot^2 x = 1 + (-\sqrt{3})^2 = 10 \Rightarrow \sin^2 x = \frac{1}{10} \Rightarrow \sin x = \pm \frac{\sqrt{10}}{10}$

Vì $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$ nên $\sin x = -\frac{\sqrt{10}}{10}$

$\cos x = \cot x \cdot \sin x = -\sqrt{3} \cdot \left(-\frac{\sqrt{10}}{10}\right) = \frac{\sqrt{30}}{10}$



$$\sin\left(\frac{4\pi}{3} - x\right) = \sin\frac{4\pi}{3}\cos x - \cos\frac{4\pi}{3}\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \left(\frac{\sqrt{30}}{10}\right) - \frac{-1}{2} \cdot \frac{-\sqrt{10}}{10} = \frac{-\sqrt{10}}{5}$$

$$\tan x = \frac{1}{\cot x} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\tan\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\tan x + \tan\frac{\pi}{3}}{1 - \tan x \cdot \tan\frac{\pi}{3}} = \frac{\frac{-\sqrt{3}}{3} + \sqrt{3}}{1 - \frac{-\sqrt{3}}{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 18: Biết: $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ và $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

a) $\sin 2\alpha = \frac{\sqrt{2}}{9}$

b) $\cos 2\alpha = \frac{7}{9}$

c) $\tan 2\alpha = \frac{\sqrt{2}}{7}$

d) $\cot 2\alpha = \frac{7\sqrt{2}}{2}$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
--------	---------	--------	--------

Ta có: $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ và $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

$$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{8}{9} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

Vì $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ nên $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{4\sqrt{2}}{9}$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)^2 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{7}{9}$$

$$\tan 2\alpha = \frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha} = \frac{\frac{4\sqrt{2}}{9}}{\frac{7}{9}} = \frac{4\sqrt{2}}{7}$$

$$\cot 2\alpha = \frac{\cos 2\alpha}{\sin 2\alpha} = \frac{\frac{7}{9}}{\frac{4\sqrt{2}}{9}} = \frac{7}{4\sqrt{2}}$$

Câu 19: Cho $\cos \alpha = \frac{2}{5}$, $2\pi < \alpha < \frac{5\pi}{2}$.

a) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{21}}{5}$

b) $\sin 2\alpha = \frac{4\sqrt{21}}{25}$



c) $\cos 2\alpha = -\frac{17}{25}$

d) $\tan 2\alpha = \frac{-4\sqrt{21}}{17}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------

$$\cos \alpha = \frac{2}{5}, 2\pi < \alpha < \frac{5\pi}{2}.$$

$$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{21}{25} \Rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{\sqrt{21}}{5}$$

Vì $2\pi < \alpha < \frac{5\pi}{2}$ nên $\sin \alpha = \frac{\sqrt{21}}{5}$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2 \cdot \frac{\sqrt{21}}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4\sqrt{21}}{25}$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \left(\frac{2}{5}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{21}}{5}\right)^2 = -\frac{17}{25}$$

$$\tan 2\alpha = \frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha} = \frac{\frac{4\sqrt{21}}{25}}{-\frac{17}{25}} = \frac{-4\sqrt{21}}{17}.$$

Câu 20: Biết: $\cos 2\alpha = \frac{5}{9}, 0^\circ < \alpha < 90^\circ$.

a) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$

b) $\cos \alpha = \frac{\sqrt{7}}{3}$

c) $\tan \alpha = \frac{\sqrt{14}}{2}$

d) $\cot \alpha = \frac{\sqrt{14}}{2}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

Ta có: $\cos 2\alpha = \frac{5}{9}, 0^\circ < \alpha < 90^\circ$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} = \frac{1 - \frac{5}{9}}{2} = \frac{2}{9} \Rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{\sqrt{2}}{3}$$

Vì $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ nên $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$

$$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^2 = \frac{7}{9} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{\sqrt{7}}{3}$$



Vì $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ nên $\cos \alpha = \frac{\sqrt{7}}{3}$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{3}}{\frac{\sqrt{7}}{3}} = \frac{\sqrt{14}}{7}$$

$$\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{\sqrt{14}}{2}.$$

Câu 21: Cho $\sin x = \frac{1}{5}, \frac{\pi}{2} < x < \pi$.

a) $\sin 2x = \frac{4\sqrt{6}}{5}$.

b) $\cos 2x = \frac{23}{25}$.

c) $\tan 2x = \frac{20\sqrt{6}}{3}$.

d) $\cot 2x = \frac{23\sqrt{6}}{120}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
--------	---------	--------	--------

$$\frac{\pi}{2} < x < \pi \Rightarrow \frac{2\pi}{2} < 2x < 2\pi \Rightarrow \pi < 2x < 2\pi \Rightarrow \sin 2x < 0.$$

$$\frac{\pi}{2} < x < \pi \Rightarrow \cos x < 0$$

$$\sin x = \frac{1}{5} \Rightarrow \cos x = -\sqrt{1 - \sin^2 x} = -\frac{2\sqrt{6}}{5}.$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x = 2 \cdot \frac{1}{5} \cdot \left(-\frac{2\sqrt{6}}{5}\right) = -\frac{4\sqrt{6}}{5}.$$

$$\frac{\pi}{2} < x < \pi \Rightarrow \frac{2\pi}{2} < 2x < 2\pi \Rightarrow \pi < 2x < 2\pi \Rightarrow \cos 2x > 0.$$

$$\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x = 1 - 2 \cdot \frac{1}{25} = \frac{23}{25}.$$

$$\tan 2x = \frac{\sin 2x}{\cos 2x} = \frac{-\frac{4\sqrt{6}}{5}}{\frac{23}{25}} = -\frac{20\sqrt{6}}{3}, \cot 2x = \frac{\cos 2x}{\sin 2x} = \frac{\frac{23}{25}}{-\frac{4\sqrt{6}}{5}} = -\frac{23\sqrt{6}}{120}.$$

Câu 22: Cho $\cos x = \frac{1}{5}, \frac{\pi}{2} < x < \pi$.

a) $\sin \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{10}}{4}$

b) $\cos \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{15}}{4}$



c) $\tan \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{6}}{3}$

d) $\cot \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2}$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

$$\frac{\pi}{2} < x < \pi \Rightarrow \frac{\pi}{4} < \frac{x}{2} < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin \frac{x}{2} > 0.$$

$$\sin \frac{x}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}} = \sqrt{\frac{1 - \frac{1}{5}}{2}} = \frac{\sqrt{10}}{5}$$

$$\frac{\pi}{2} < x < \pi \Rightarrow \frac{\pi}{4} < \frac{x}{2} < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos \frac{x}{2} > 0.$$

$$\cos \frac{x}{2} = \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}} = \sqrt{\frac{1 + \frac{1}{5}}{2}} = \frac{\sqrt{15}}{5}$$

$$\tan \frac{x}{2} = \frac{\sin \frac{x}{2}}{\cos \frac{x}{2}} = \frac{\frac{\sqrt{10}}{5}}{\frac{\sqrt{15}}{5}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\cot \frac{x}{2} = \frac{\cos \frac{x}{2}}{\sin \frac{x}{2}} = \frac{\frac{\sqrt{15}}{5}}{\frac{\sqrt{10}}{5}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

Câu 23: Cho $\sin x = -\frac{4}{5}$ và $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$.

a) $\cos 2x = -\frac{\sqrt{7}}{5}$

b) $\sin \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{5}}{5}$

c) $\tan \frac{x}{2} = \frac{1}{2}$

d) $C = \frac{2 \sin 2x - \cos 2x}{\tan 2x + \cos 2x} = \frac{-287}{551}$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

a) Sai. $\cos 2x = -\frac{\sqrt{7}}{5}$



Có $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x = 1 - \frac{32}{25} = -\frac{7}{25}$.

b) **Đúng.** $\sin \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

Có $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25}$. Do $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$ nên $\cos x > 0 \Rightarrow \cos x = \frac{3}{5}$.

Ta cũng có $\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2} = \frac{1}{5}$ mà $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi \Leftrightarrow \frac{3\pi}{4} < \frac{x}{2} < \pi \Rightarrow \sin \frac{x}{2} > 0$ nên chọn $\sin \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

c) **Sai.** $\tan \frac{x}{2} = \frac{1}{2}$.

Theo trên ta có $\sin x = 2\sin \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{2} \Rightarrow \cos \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{2\sin \frac{x}{2}} = \frac{-2\sqrt{5}}{5}$.

Vậy $\tan \frac{x}{2} = \frac{\sin \frac{x}{2}}{\cos \frac{x}{2}} = -\frac{1}{2}$.

d) **Đúng.** $C = \frac{2\sin 2x - \cos 2x}{\tan 2x + \cos 2x} = \frac{-287}{551}$.

Có $C = \frac{2\sin 2x - \cos 2x}{\tan 2x + \cos 2x} = \frac{4\sin x \cdot \cos x - (2\cos^2 x - 1)}{\frac{2\sin x \cdot \cos x}{2\cos^2 x - 1} + (2\cos^2 x - 1)} = \frac{-287}{551}$.

Câu 24: Biết $\sin 2\alpha = -\frac{4}{5}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{4}$.

a) $A = \cos 2\alpha = \frac{3}{5}$

b) $B = (1 + 3\sin^2 \alpha)(1 - 4\cos^2 \alpha) = \frac{17}{25}$

c) $C = \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = \frac{7}{25}$

d) $D = \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{-7\sqrt{2}}{10}$

Lời giải

a) **Sai.** $A = \cos 2\alpha = \frac{3}{5}$

Ta có $\cos^2 2\alpha = 1 - \sin^2 2\alpha = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25}$.



Vì $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{4} \Rightarrow \pi < 2\alpha < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \cos 2\alpha < 0 \Rightarrow \cos 2\alpha = -\frac{3}{5}$

b) Đúng. $B = (1 + 3 \sin^2 \alpha)(1 - 4 \cos^2 \alpha) = \frac{17}{25}$

Ta có $B = \left(1 + 3 \cdot \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}\right) \left(1 - 4 \cdot \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}\right) = \left(\frac{5}{2} - \frac{3}{2} \cos 2\alpha\right) (-1 - 2 \cos 2\alpha)$.

Thay $\cos 2\alpha = -\frac{3}{5}$ vào P , ta được $P = \left(\frac{5}{2} - \frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{3}{5}\right)\right) \left(-1 - 2 \cdot \left(-\frac{3}{5}\right)\right) = \frac{17}{25}$.

c) Sai. $C = \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = \frac{7}{25}$

Áp dụng $a^4 + b^4 = (a^2 + b^2)^2 - 2a^2b^2$.

Ta có $C = \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 - 2 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2\alpha = \frac{17}{25}$.

d) Đúng. $D = \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{-7\sqrt{2}}{10}$

Ta có $\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin 2x \cos \frac{\pi}{4} + \cos 2x \sin \frac{\pi}{4} = \left(\frac{-4}{5}\right) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \left(\frac{-3}{5}\right) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{-7\sqrt{2}}{10}$

Câu 25: Biết $\tan x = -\frac{1}{2}$ và $\frac{\pi}{2} < x < \pi$.

a) $\cot x = -2$

b) $\cos x = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

c) $\sin x + \cos x = -\frac{\sqrt{5}}{5}$

d) $M = \frac{2 \sin^2 x + 3 \sin x \cdot \cos x - 4 \cos^2 x}{5 \cos^2 x - \sin^2 x} = -\frac{8}{19}$

Lời giải

a) Đúng. $\cot x = -2$.

Vì $\tan x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \cot x = -2$ nên mệnh đề ĐÚNG

b) Sai. $\cos x = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Có $\tan x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \cos^2 x = \frac{1}{1 + \tan^2 x} = \frac{4}{5}$.

Mà $\frac{\pi}{2} < x < \pi \Rightarrow \begin{cases} \sin x > 0 \\ \cos x < 0 \end{cases} \Rightarrow \cos x = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$. Mệnh đề b) SAI.



c) **Đúng.** $\sin x + \cos x = -\frac{\sqrt{5}}{5}$.

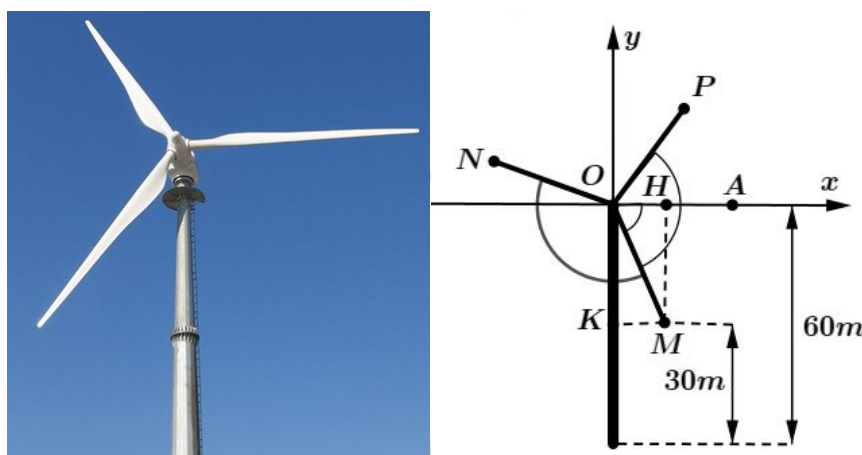
$\sin x = \tan x \cdot \cos x = \frac{\sqrt{5}}{5} \Rightarrow \sin x + \cos x = -\frac{\sqrt{5}}{5}$ nên mệnh đề ĐÚNG.

d) **Sai.** $M = \frac{2\sin^2 x + 3\sin x \cdot \cos x - 4\cos^2 x}{5\cos^2 x - \sin^2 x} = -\frac{8}{19}$

Chia cả tử và mẫu của M cho $\cos^2 x$ ta

có $M = \frac{2\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + 3\frac{\sin x \cdot \cos x}{\cos^2 x} - 4}{5 - \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}} = \frac{2 \cdot \frac{1}{4} + 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) - 4}{5 - \frac{1}{4}} = -\frac{20}{19}$ nên mệnh đề SAI.

Câu 26: Trong hình vẽ dưới đây, ba điểm M, N, P nằm ở đầu các cánh quạt của tuabin gió. Biết các cánh quạt dài 31 m, độ cao của điểm M so với mặt đất là 30 m, góc giữa các cánh quạt là $\frac{2\pi}{3}$ và số góc (OA, OM) là α .



a) $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{61}}{31}$

b) Giá trị sin của góc lượng giác (OA, ON) là một số âm

c) Chiều cao của điểm N so với mặt đất (theo đơn vị mét) khoảng 89,76 m.

d) Chiều cao của điểm P so với mặt đất (theo đơn vị mét) khoảng 52,87 m.

Lời giải

Từ điểm M kẻ MH vuông góc với Ox , MK vuông góc với Oy .

Ta có: $MH = 60 - 30 = 30$ m khi đó hoành độ điểm M là 30.

Mặt khác hoành độ điểm M là: $x_M = 31 \cdot \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{30}{31} \Rightarrow \sin \alpha = -\sqrt{1 - \left(\frac{30}{31}\right)^2} = -\frac{\sqrt{61}}{31}$

Vì các cánh quạt tạo thành 3 góc bằng nhau nên $\widehat{MOP} = \widehat{NOP} = \widehat{MON} = 120^\circ$



$$\begin{aligned}\Rightarrow \widehat{AOP} &= \widehat{MOP} - \widehat{MOA} \Rightarrow \sin \widehat{AOP} = \sin(\widehat{MOP} - \widehat{MOA}) \\ &= \sin \widehat{MOP} \cdot \cos \widehat{MOA} - \cos \widehat{MOP} \cdot \sin \widehat{MOA} = \sin \frac{2\pi}{3} \cdot \cos \alpha - \cos \frac{2\pi}{3} \cdot \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{30}{31} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{61}}{31} \approx 0,96.\end{aligned}$$

Vì vậy chiều cao của điểm P so với mặt đất khoảng: $31 \cdot \sin \alpha + 60 = 89,76(\text{m})$

Ta có: $\cos \widehat{AOP} \approx \sqrt{1 - 0,96^2} = 0,28$ suy ra $\widehat{AON} = \widehat{AOP} + \widehat{PON}$

$$\Rightarrow \sin \widehat{AON} = \sin(\widehat{AOP} + \widehat{PON}) = \sin \widehat{AOP} \cdot \cos \widehat{PON} + \cos \widehat{AOP} \cdot \sin \widehat{PON}$$

$$= 0,96 \cdot \cos \frac{2\pi}{3} - 0,28 \cdot \sin \frac{2\pi}{3} = 0,96 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 0,28 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \approx -0,23.$$

$$\Rightarrow \sin(OA, ON) = \sin \widehat{AON} \approx -0,23.$$

Vì vậy chiều cao của điểm N so với mặt đất khoảng: $31 \cdot \sin \alpha + 60 = 52,87(\text{m})$

a) Đúng: $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{61}}{31}$

b) Đúng: Giá trị sin của các góc lượng giác (OA, ON) là một số âm

c) Sai: Chiều cao của các điểm N và P so với mặt đất (theo đơn vị mét) khoảng 52,87 m.

d) Sai: Chiều cao của các điểm P so với mặt đất (theo đơn vị mét) khoảng 89,76 m.

