



CHƯƠNG

I

HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

BÀI 4: PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN



HỆ THỐNG BÀI TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 1. PHƯƠNG TRÌNH $\sin x = m$

Câu 1: Phương trình $2.\sin x - 1 = 0$ có tập nghiệm là

A. $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi; \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

B. $S = \left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi; -\frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

C. $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi; -\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

D. $S = \left\{ \frac{1}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Lời giải

Ta có: $2.\sin x - 1 = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

Câu 2: Tất cả các nghiệm của phương trình $\sin x = \sin \frac{\pi}{3}$ là

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

C. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$ **D.** $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Lời giải

Áp dụng công thức: $\sin x = \sin a \Leftrightarrow \begin{cases} x = a + k2\pi \\ x = \pi - a + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 3: Nghiệm của phương trình $2 \sin x + 1 = 0$ là

A. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi.$

B. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi.$



C. $x = \pi + k2\pi; x = \frac{\pi}{8} + k2\pi.$

D. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi.$

Lời giải

Ta có: $2\sin x + 1 = 0 \Leftrightarrow \sin x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \pi + \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$

Vậy phương trình có nghiệm là $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi.$

Câu 4: Nghiệm của phương trình $\sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) + 1 = 0$ là

A. $x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = \frac{5\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = -\frac{7\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Lời giải

$\sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) + 1 = 0 \Leftrightarrow \sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = -1 \Leftrightarrow \frac{\pi}{3} - x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{5\pi}{6} - k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Với $k \in \mathbb{Z}, x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$ cũng là nghiệm của phương trình.

Câu 5: Phương trình $\sin\left(\frac{2x}{3} - \frac{\pi}{3}\right) = 0$ có nghiệm là

A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$ B. $x = k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$

C. $x = \frac{2\pi}{3} + \frac{k3\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

D. $x = \frac{\pi}{2} + \frac{k3\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

Lời giải

Phương trình $\sin\left(\frac{2x}{3} - \frac{\pi}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{2x}{3} - \frac{\pi}{3} = k\pi \Leftrightarrow \frac{2x}{3} = \frac{\pi}{3} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + \frac{k3\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 6: Nghiệm của phương trình $\sin x = \sin(-2)$ là:

A. $\begin{cases} x = -2 + k2\pi \\ x = 2 + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

B. $\begin{cases} x = -2 + k2\pi \\ x = \pi - 2 + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

C. $\begin{cases} x = -2 + k\pi \\ x = \pi - 2 + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

D. $\begin{cases} x = -2 + k2\pi \\ x = \pi + 2 + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

Lời giải

$\sin x = \sin(-2) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 + k2\pi \\ x = \pi + 2 + k2\pi \end{cases} \text{ với } k \in \mathbb{Z}.$



Câu 7: Họ nghiệm của phương trình $\sin x = \sin \frac{\pi}{5}$ là

A.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{5} + k\pi \\ x = \frac{4\pi}{5} + l\pi \end{cases}, k, l \in \mathbb{Z}.$$

B.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{5} + k2\pi \\ x = \frac{4\pi}{5} + l2\pi \end{cases}, k, l \in \mathbb{Z}.$$

C.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{5} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{5} + l2\pi \end{cases}, k, l \in \mathbb{Z}.$$

D.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{5} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{5} + l\pi \end{cases}, k, l \in \mathbb{Z}.$$

Lời giải

Áp dụng công thức nghiệm của phương trình $\sin x = \sin \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + l2\pi \end{cases}, k, l \in \mathbb{Z}.$

Ta có $\sin x = \sin \frac{\pi}{5} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{5} + k2\pi \\ x = \frac{4\pi}{5} + l2\pi \end{cases}, k, l \in \mathbb{Z}.$

Câu 8: Phương trình $\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = 0$ có nghiệm là

A. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Lời giải

Ta có $\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow 2x - \frac{\pi}{3} = k\pi, k \in \mathbb{Z}$

$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 9: Tập nghiệm của phương trình $\sin x = \sin \frac{5\pi}{3}$ là

A. $S = \left\{ \frac{5\pi}{3} + k2\pi; \frac{-2\pi}{3} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$

B. $S = \left\{ \frac{5\pi}{3} + k2\pi; \frac{7\pi}{3} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}.$

C. $S = \left\{ \frac{5\pi}{3} + k2\pi; \frac{-5\pi}{3} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}.$

D. $S = \left\{ \frac{5\pi}{3} + k\pi; \frac{-2\pi}{3} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Lời giải

Áp dụng công thức nghiệm, ta có

$$\sin x = \sin \frac{5\pi}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5\pi}{3} + k2\pi \\ x = \pi - \frac{5\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{-2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$



Câu 10: Phương trình $\sin x = \sin 80^\circ$ có tập nghiệm là

- A.** $S = \{80^\circ + k360^\circ, 100^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$. **B.** $S = \{80^\circ + k360^\circ, -80^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$.
C. $S = \{40^\circ + k360^\circ, 140^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$. **D.** $S = \{80^\circ + k180^\circ, 100^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \sin x = \sin 80^\circ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 80^\circ + k360^\circ \\ x = 180^\circ - 80^\circ + k360^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 80^\circ + k360^\circ \\ x = 100^\circ + k360^\circ \end{cases} \text{ với } k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 11: Tập nghiệm của phương trình $\sin 2x = -1$ là

- A.** $S = \left\{-\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. **B.** $S = \left\{-\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
C. $S = \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. **D.** $S = \left\{-\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \sin 2x = -1 \Leftrightarrow 2x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 12: Họ nghiệm của phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ là

- A.** $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $\begin{cases} x = \frac{1}{2} + k2\pi \\ x = \pi - \frac{1}{2} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

$$\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \pi - \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

Câu 13: Nghiệm của phương trình $\sin \frac{x}{2} = 1$ là

- A.** $x = \pi + k4\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **C.** $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

$$\text{Phương trình tương đương } \sin \frac{x}{2} = 1 \Leftrightarrow \frac{x}{2} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pi + k4\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Câu 14: Phương trình $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$ có nghiệm là

- A.** $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$. **B.** $x = \frac{5\pi}{6} + k\pi$. **C.** $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$. **D.** $x = \frac{\pi}{3} + 2\pi$.



Lời giải

$$\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 1 \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 15: Tìm nghiệm của phương trình $\sin 2x = 1$.

- A.** $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$. **B.** $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$. **C.** $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$. **D.** $x = \frac{k\pi}{2}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \sin 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi.$$

Câu 16: Tìm nghiệm của phương trình $2\sin x - 3 = 0$.

A. $x \in \emptyset$.

B.
$$\begin{cases} x = \arcsin\left(\frac{3}{2}\right) + k2\pi \\ x = \pi - \arcsin\left(\frac{3}{2}\right) + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

C.
$$\begin{cases} x = \arcsin\left(\frac{3}{2}\right) + k2\pi \\ x = -\arcsin\left(\frac{3}{2}\right) + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

D. $x \in \mathbb{R}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } 2\sin x - 3 = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{3}{2} > 1 \text{ nên phương trình vô nghiệm.}$$

Câu 17: Phương trình $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ có nghiệm là:

A. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$.

B. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$.

C.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k\pi \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$$

Lời giải

$$\text{Ta có } \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, \text{ với } k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 18: Tập nghiệm của phương trình $\sin x = \sin 30^\circ$ là

A. $S = \{30^\circ + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\} \cup \{150^\circ + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

B. $S = \{\pm 30^\circ + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

C. $S = \{\pm 30^\circ + k360^\circ \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $S = \{30^\circ + 360^\circ \mid k \in \mathbb{Z}\} \cup \{150^\circ + 360^\circ \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \sin x = \sin 30^\circ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 30^\circ + k360^\circ \\ x = 180^\circ - 30^\circ + k360^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 30^\circ + k360^\circ \\ x = 150^\circ + k360^\circ \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$



Câu 19: Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 1$.

A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Ta có $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 1 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 20: Phương trình $2\sin x - 1 = 0$ có tập nghiệm là:

A. $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi; \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $S = \left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi; -\frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi; -\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $S = \left\{ \frac{1}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải

Ta có: $2\sin x - 1 = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$.

Câu 21: Phương trình $2\sin x + 1 = 0$ có nghiệm là:

A. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = -\frac{7\pi}{6} + k\pi \end{cases}$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $2\sin x + 1 = 0 \Leftrightarrow \sin x = -\frac{1}{2} = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$

Câu 22: Phương trình $2\sin x - \sqrt{3} = 0$ có tập nghiệm là:

A. $\left\{ \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $\left\{ \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $\left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi, \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $\left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi, \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải



$$2\sin x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi, \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

Câu 23: Tổng các nghiệm của phương trình $2\sin(x + 40^\circ) = \sqrt{3}$ trên khoảng $(-180^\circ; 180^\circ)$ là

A. 20° .

B. 100° .

C. 80° .

D. 120° .

Lời giải

Ta có: $2\sin(x + 40^\circ) = \sqrt{3} \Leftrightarrow \sin(x + 40^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 40^\circ = 60^\circ + k360^\circ \\ x + 40^\circ = 120^\circ + k360^\circ \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20^\circ + k360^\circ \\ x = 80^\circ + k360^\circ \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

Theo đề bài:

$$-180^\circ < 20^\circ + k360^\circ < 180^\circ \Leftrightarrow -\frac{5}{9} < k < \frac{4}{9} \Rightarrow k = 0 \Rightarrow x = 20^\circ.$$

$$-180^\circ < 80^\circ + k360^\circ < 180^\circ \Leftrightarrow -\frac{13}{18} < k < \frac{5}{18} \Rightarrow k = 0 \Rightarrow x = 80^\circ.$$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình là $20^\circ + 80^\circ = 100^\circ$.

Câu 24: Tìm tổng các nghiệm của phương trình $\cos\left(5x - \frac{\pi}{6}\right) = \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ trên $[0; \pi]$.

A. $\frac{47\pi}{18}$.

B. $\frac{4\pi}{18}$.

C. $\frac{45\pi}{18}$.

D. $\frac{7\pi}{18}$.

Lời giải

Ta có:

$$\cos\left(5x - \frac{\pi}{6}\right) = \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 5x - \frac{\pi}{6} = 2x - \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 5x - \frac{\pi}{6} = -2x + \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{18} + \frac{k2\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{14} + \frac{k2\pi}{7} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Vì $x \in [0; \pi]$ nên ta có :

+) Với $x = -\frac{\pi}{18} + \frac{k2\pi}{3} \Rightarrow 0 \leq -\frac{\pi}{18} + \frac{k2\pi}{3} \leq \pi \Leftrightarrow \frac{1}{12} \leq k \leq \frac{19}{12}$, do $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k = 1$ nên $x = \frac{11\pi}{18}$.

+) Với $x = \frac{\pi}{14} + \frac{k2\pi}{7} \Rightarrow 0 \leq \frac{\pi}{14} + \frac{k2\pi}{7} \leq \pi \Leftrightarrow -\frac{1}{4} \leq k \leq \frac{13}{4}$, do $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k \in \{0; 1; 2; 3\}$ nên

$$x \in \left\{ \frac{\pi}{14}; \frac{5\pi}{14}; \frac{9\pi}{14}; \frac{13\pi}{14} \right\}.$$

Tổng tất cả các nghiệm là: $\frac{11\pi}{18} + \frac{\pi}{14} + \frac{5\pi}{14} + \frac{9\pi}{14} + \frac{13\pi}{14} = \frac{47\pi}{18}$.



Câu 25: Số nghiệm phương trình $\frac{\sin 3x}{\cos x + 1} = 0$ thuộc đoạn $[2\pi; 4\pi]$ là

A. 7.

B. 6.

C. 4.

D. 5.

Lời giải

Điều kiện: $\cos x + 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pi + k2\pi$.

Ta có $\frac{\sin 3x}{\cos x + 1} = 0 \Rightarrow \sin 3x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$.

So với điều kiện nghiệm của phương trình là $x = \frac{k\pi}{3}$ với $k \in \mathbb{Z}, k \neq 3(2l+1)$

Vì $2\pi \leq x \leq 4\pi \Leftrightarrow 2\pi \leq \frac{k\pi}{3} \leq 4\pi \Leftrightarrow 6 \leq k \leq 12$ nên ta chọn $k \in \{6, 7, 8, 10, 11, 12\}$.

Câu 26: Phương trình $2\sin x + \sqrt{3} = 0$ có tổng nghiệm dương nhỏ nhất và nghiệm âm lớn nhất bằng

A. $\frac{4\pi}{3}$.

B. 2π .

C. $\frac{\pi}{3}$.

D. π .

Lời giải

* Ta có: $2\sin x + \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2} = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{4\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

* Xét $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ ta được nghiệm dương nhỏ nhất là $x_1 = \frac{5\pi}{3}$ và nghiệm âm lớn nhất là $x_2 = -\frac{\pi}{3}$.

* Xét $x = \frac{4\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ ta được nghiệm dương nhỏ nhất là $x_3 = \frac{4\pi}{3}$ và nghiệm âm lớn nhất là $x_4 = -\frac{2\pi}{3}$.

* So sánh x_1 và x_3 ta suy ra nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình đã cho là $x_3 = \frac{4\pi}{3}$.

So sánh x_2 và x_4 ta suy ra nghiệm âm lớn nhất của phương trình đã cho là $x_2 = -\frac{\pi}{3}$.

* Ta có $x_2 + x_3 = -\frac{\pi}{3} + \frac{4\pi}{3} = \pi$.

Câu 27: Với những giá trị nào của x thì giá trị của các hàm số $y = \sin 3x$ và $y = \sin x$ bằng nhau?

A. $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

B. $x = k\frac{\pi}{4} (k \in \mathbb{Z}).$



C. $x = k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$.

D. $\begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm:

$$\sin 3x = \sin x \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = x + k2\pi \\ 3x = \pi - x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 28: Số nghiệm của phương trình $\sin x = 0$ trên đoạn $[0; \pi]$ là

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. Vô số.

Lời giải

Ta có $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

$x \in [0; \pi] \Leftrightarrow 0 \leq k\pi \leq \pi \Leftrightarrow 0 \leq k \leq 1$ mà $k \in \mathbb{Z}$ nên $k = 0; k = 1$. Suy ra $x = 0; x = \pi$.

Vậy phương trình $\sin x = 0$ có 2 nghiệm trên đoạn $[0; \pi]$.

Câu 29: Tập nghiệm của phương trình $2\sin 2x + 1 = 0$ là

A. $S = \left\{ -\frac{\pi}{12} + k\pi, \frac{7\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $S = \left\{ -\frac{\pi}{6} + k2\pi, \frac{7\pi}{12} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $S = \left\{ -\frac{\pi}{12} + k2\pi, \frac{7\pi}{12} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $S = \left\{ -\frac{\pi}{6} + k\pi, \frac{7\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải

Ta có: $2\sin 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin 2x = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{7\pi}{12} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{ -\frac{\pi}{12} + k\pi, \frac{7\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 30: Nghiệm của phương trình $3\sin\left(4x + \frac{1}{2}\right) - 1 = 0$ là:

A. $\begin{cases} x = \frac{1}{8} - \frac{1}{4}\arcsin\frac{1}{3} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{8} - \frac{1}{4}\arcsin\frac{1}{3} + k\frac{\pi}{2} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

B. $\begin{cases} x = -\frac{1}{8} - \frac{1}{4}\arcsin\frac{1}{3} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{4}\arcsin\frac{1}{3} + k\frac{\pi}{2} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$



C.
$$\begin{cases} x = -\frac{1}{8} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

D.

$$\begin{cases} x = -\frac{1}{8} + \frac{1}{4}\arcsin\frac{1}{3} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{8} - \frac{1}{4}\arcsin\frac{1}{3} + k\frac{\pi}{2} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Lời giải

$$3\sin\left(4x + \frac{1}{2}\right) - 1 = 0 \Leftrightarrow \sin\left(4x + \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + \frac{1}{2} = \arcsin\frac{1}{3} + 2k\pi \\ 4x + \frac{1}{2} = \pi - \arcsin\frac{1}{3} + 2k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{8} + \frac{1}{4}\arcsin\frac{1}{3} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{8} - \frac{1}{4}\arcsin\frac{1}{3} + k\frac{\pi}{2} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

Câu 31: Tập nghiệm của phương trình $\sin x = \sin(x - 60^\circ)$ là

B. $\left\{\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}.$

B. $\left\{\frac{2\pi}{3} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}.$

C. $\{120^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}\}.$

D. $\{60^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$

Lời giải

$$\sin x = \sin(x - 60^\circ) \Leftrightarrow \begin{cases} x = x - 60^\circ + k360^\circ \\ x = 180^\circ - (x - 60^\circ) + k360^\circ \end{cases} \Leftrightarrow x = 120^\circ + k180^\circ (k \in \mathbb{Z})$$

Câu 32: Số nghiệm của phương trình $\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ trong khoảng $(0; 3\pi)$ là

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 6.

Lời giải

$$\text{Ta có } \sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sin 2x = \sin \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases} k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Xét } x = \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z}): 0 < x < 3\pi \Leftrightarrow 0 < \frac{\pi}{6} + k\pi < 3\pi \Leftrightarrow \frac{-1}{6} < k < \frac{17}{6}.$$

$$\text{Mà } k \in \mathbb{Z} \text{ nên } \begin{cases} k = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{6} \\ k = 1 \Rightarrow x = \frac{7\pi}{6} \\ k = 2 \Rightarrow x = \frac{13\pi}{6} \end{cases}$$



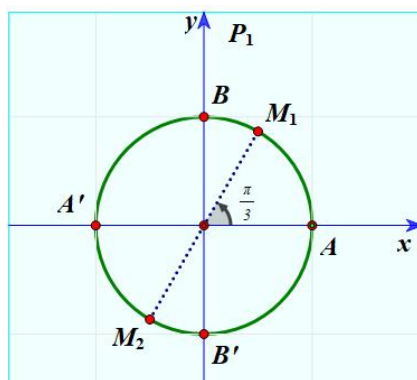
Xét $x = \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$: $0 < x < 3\pi \Leftrightarrow 0 < \frac{\pi}{3} + k\pi < 3\pi \Leftrightarrow \frac{-1}{3} < k < \frac{8}{3}$.

Mà $k \in \mathbb{Z}$ nên

$$\begin{cases} k=0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{3} \\ k=1 \Rightarrow x = \frac{4\pi}{3} \\ k=2 \Rightarrow x = \frac{7\pi}{3} \end{cases}$$

Vậy phương trình $\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ có 6 nghiệm trong khoảng $(0; 3\pi)$.

Câu 33: Cung lượng giác có điểm biểu diễn là M_1, M_2 như hình vẽ là nghiệm của phương trình lượng giác nào sau đây?



- A.** $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 0$. **B.** $\sin x = 0$. **C.** $\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 0$. **D.** $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 0$.

Lời giải

Cung lượng giác có điểm biểu diễn là M_1, M_2 có số đo là: $\frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Và phương trình $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{3} = k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 34: Số nghiệm thuộc khoảng $(0; 2\pi)$ của phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \sin 2x = 0$ là

- A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \sin 2x = 0 \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = -\sin 2x \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin(-2x)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{3} = -2x + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{3} = \pi + 2x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = -\frac{2\pi}{3} - k2\pi \end{cases}$$



Các nghiệm thuộc khoảng $(0; 2\pi)$ của phương trình là:
 $-\frac{\pi}{9} + \frac{2\pi}{3}; -\frac{\pi}{9} + 2\pi; -\frac{\pi}{9} + \frac{2\pi}{3}; -\frac{\pi}{9} + 2\pi; -\frac{2\pi}{3} + 2\pi$ hay $\frac{5\pi}{9}; \frac{11\pi}{9}; \frac{17\pi}{9}; \frac{4\pi}{3}$.

Vậy có 4 nghiệm thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 35: Số nghiệm thực của phương trình $2\sin x - 1 = 0$ trên đoạn $\left[-\frac{3\pi}{2}; 10\pi\right]$ là:

A. 11.

B. 9.

C. 20.

D. 21.

Lời giải

$$\text{Phương trình tương đương: } \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases},$$

$$+ \text{ Với } x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \text{ ta có } -\frac{3\pi}{2} \leq \frac{\pi}{6} + k2\pi \leq 10\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow -\frac{5}{6} \leq k \leq \frac{59}{12}, k \in \mathbb{Z}$$

$\Rightarrow 0 \leq k \leq 4, k \in \mathbb{Z}$. Do đó phương trình có 5 nghiệm.

$$+ \text{ Với } x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \text{ ta có } -\frac{3\pi}{2} \leq \frac{5\pi}{6} + k2\pi \leq 10\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow -\frac{7}{6} \leq k \leq \frac{55}{12}, k \in \mathbb{Z}$$

$\Rightarrow -1 \leq k \leq 4, k \in \mathbb{Z}$. Do đó, phương trình có 6 nghiệm.

+ Rõ ràng các nghiệm này khác nhau từng đôi một, vì nếu

$$\frac{\pi}{6} + k2\pi = \frac{5\pi}{6} + k'2\pi \Leftrightarrow k - k' = \frac{1}{3}.$$

Vậy phương trình có 11 nghiệm trên đoạn $\left[-\frac{3\pi}{2}; 10\pi\right]$.

Câu 36: Số vị trí biểu diễn các nghiệm của phương trình $\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$ trên đường tròn lượng giác là

A. 4.

B. 3.

C. 6.

D. 1.

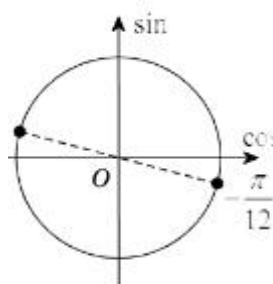
Lời giải

$$\text{Phương trình } \Leftrightarrow \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2x + \frac{\pi}{3} = \pi - \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

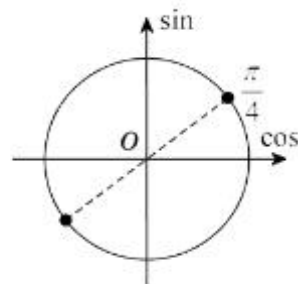
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

Biểu diễn nghiệm $x = -\frac{\pi}{12} + k\pi$ trên đường tròn lượng giác ta được 2 vị trí.

Biểu diễn nghiệm $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ trên đường tròn lượng giác ta được 2 vị trí.



Hình 1



Hình 2

Vậy có tất cả 4 vị trí biểu diễn các nghiệm của phương trình.

Câu 37: Tập nghiệm của phương trình $\sin(\pi x) = \cos\left|\frac{\pi}{3} + \pi x\right|$ là:

- A. $\left\{\frac{\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. B. $\left\{\frac{1}{12} + k, k \in \mathbb{Z}\right\}$. C. $\left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. D. $\left\{\frac{1}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Ta có:

$$\sin(\pi x) = \cos\left|\frac{\pi}{3} + \pi x\right| \Leftrightarrow \sin(\pi x) = \sin\left|\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} - \pi x\right| \Leftrightarrow \sin(\pi x) = \sin\left|\frac{\pi}{6} - \pi x\right|$$

$$\begin{cases} \pi x = \frac{\pi}{6} - \pi x + k2\pi \\ \pi x = \pi - \frac{\pi}{6} + \pi x + k2\pi \quad (VL) \end{cases} \Rightarrow x = \frac{1}{12} + k, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 38: Phương trình $\sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

Lời giải

$$\text{Ta có } \sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 3x + \frac{\pi}{3} = \pi + \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{2\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{3} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{TH1: } x = -\frac{2\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3} \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow 0 < -\frac{2\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3} < \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{3} < k < \frac{13}{12}. \text{ Do } k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k = 1.$$

Suy ra trường hợp này có nghiệm $x = \frac{4\pi}{9}$ thỏa mãn.



TH2: $x = \frac{\pi}{3} + k \frac{2\pi}{3} \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow 0 < \frac{\pi}{3} + k \frac{2\pi}{3} < \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < k < \frac{1}{4}$. Do $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k = 0$.

Suy ra trường hợp này có nghiệm $x = \frac{\pi}{3}$ thỏa mãn.

Vậy phương trình chỉ có 2 nghiệm thuộc khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 39: Số nghiệm của phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$ với $\pi \leq x \leq 5\pi$ là

- A. 1. B. 0. C. 2. **D. 3.**

Lời giải

Ta có $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Nên $\pi \leq x \leq 5\pi \Leftrightarrow \pi \leq \frac{\pi}{4} + k2\pi \leq 5\pi \Leftrightarrow \frac{3}{8} \leq k \leq \frac{19}{8}$

Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{1; 2; 3\}$.

Câu 40: Có bao nhiêu nghiệm phương trình $\sin 2x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ trong khoảng $(0; \pi)$

- A. 4. B. 3. **C. 2.** D. 1.

Lời giải

$$\sin 2x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{-\pi}{4} + k2\pi \\ 2x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-\pi}{8} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{8} + k\pi \end{cases}$$

Vì $0 < x < \pi \Leftrightarrow 0 < \frac{-\pi}{8} + k\pi < \pi \Leftrightarrow \frac{1}{8} < k < \frac{9}{8} \rightarrow k = 1 \rightarrow x = \frac{7\pi}{8}$

Vì $0 < x < \pi \Leftrightarrow 0 < \frac{5\pi}{8} + k\pi < \pi \Leftrightarrow \frac{-5}{8} < k < \frac{3}{8} \rightarrow k = 0 \rightarrow x = \frac{5\pi}{8}$

Câu 41: Số nghiệm thuộc đoạn $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$ của phương trình $2\sin x = 1$ là

- A. 4. B. 1. C. 2. **D. 3.**

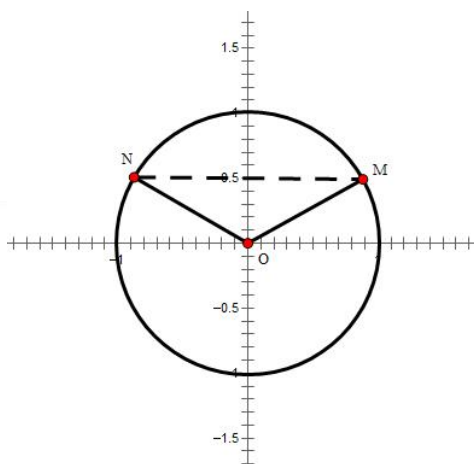
Lời giải

Phương trình $2\sin x = 1 \Leftrightarrow \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k.2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + l.2\pi \end{cases} \quad (k, l \in \mathbb{Z})$

Vì $x \in \left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$ nên $k = 0, k = 1$ và $l = 0$.



Câu 42: Phương trình nào dưới đây có tập nghiệm biểu diễn trên đường tròn lượng giác là 2 điểm M, N ?



- A. $2 \sin 2x = 1$. B. $2 \cos 2x = 1$. C. $2 \sin x = 1$. D. $2 \cos x = 1$.

Lời giải

Chọn C

Ta thấy 2 điểm M và N là các giao điểm của đường thẳng vuông góc với trục tung tại điểm $\frac{1}{2}$ với đường tròn lượng giác $\Rightarrow M$ và N là các điểm biểu diễn tập nghiệm của phương trình lượng giác cơ bản: $\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2 \sin x = 1 \Rightarrow$ Đáp án. **C**.

Câu 43: Cho phương trình $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right)$. Tính tổng các nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ của phương trình trên.

- A. $\frac{7\pi}{2}$. B. π . C. $\frac{3\pi}{2}$. D. $\frac{\pi}{4}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{4} = x + \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ 2x - \frac{\pi}{4} = \pi - x - \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

+ Xét $x = \pi + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Do $0 < x < \pi \Leftrightarrow 0 < \pi + k2\pi < \pi \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < k < 0$. Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên không có giá trị k .

+ Xét $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3}$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Do $0 < x < \pi \Leftrightarrow 0 < \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} < \pi \Leftrightarrow -\frac{1}{4} < k < \frac{5}{4}$. Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên có hai giá trị k là: $k = 0; k = 1$.



• Với $k = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}$.

• Với $k = 1 \Rightarrow x = \frac{5\pi}{6}$.

Do đó trên khoảng $(0; \pi)$ phương trình đã cho có hai nghiệm $x = \frac{\pi}{6}$ và $x = \frac{5\pi}{6}$.

Vậy tổng các nghiệm của phương trình đã cho trong khoảng $(0; \pi)$ là: $\frac{\pi}{6} + \frac{5\pi}{6} = \pi$.

Câu 44: Tìm số nghiệm của phương trình $\sin(\cos 2x) = 0$ trên $[0; 2\pi]$.

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

Ta có $\sin(\cos 2x) = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

Vì $\cos 2x \in [-1; 1] \Rightarrow k = 0 \Rightarrow \cos 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k_1\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k_1 \frac{\pi}{2} \ (k_1 \in \mathbb{Z})$.

$x \in [0; 2\pi] \Rightarrow k_1 \in \{0; 1; 2; 3\}$.

Vậy phương trình có 4 nghiệm trên $[0; 2\pi]$.

Câu 45: Phương trình $\sin\left|3x + \frac{\pi}{3}\right| = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $\left|0; \frac{\pi}{2}\right|$?

A. 3.

B. 4.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Ta có $\sin\left|3x + \frac{\pi}{3}\right| = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)$

$$\begin{cases} 3x + \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 3x + \frac{\pi}{3} = \pi + \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{2\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{3} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

+) TH1: $x = -\frac{2\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3} \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow 0 < -\frac{2\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3} < \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{3} < k < \frac{13}{12}$. Do $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k = 1$.

Suy ra trường hợp này có nghiệm $x = \frac{4\pi}{9}$ thỏa mãn.

+) TH2: $x = \frac{\pi}{3} + k\frac{2\pi}{3} \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow 0 < \frac{\pi}{3} + k\frac{2\pi}{3} < \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < k < \frac{1}{4}$. Do $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k = 0$. Suy ra

trường hợp này có nghiệm $x = \frac{\pi}{3}$ thỏa mãn.



Vậy phương trình chỉ có 2 nghiệm thuộc khoảng $|0; \frac{\pi}{2}|$.

Câu 46: Số nghiệm của phương trình $2\sin x - \sqrt{3} = 0$ trên đoạn $[0; 2\pi]$.

A. 3.

B. 1.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Tự luận

$$2\sin x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \pi - \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

- Xét $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$

$$0 \leq x \leq 2\pi \Leftrightarrow 0 \leq \frac{\pi}{3} + k2\pi \leq 2\pi \Leftrightarrow -\frac{\pi}{3} \leq k2\pi \leq \frac{5\pi}{3} \Leftrightarrow -\frac{1}{6} \leq k \leq \frac{5}{6} \Rightarrow k = 0$$

Chỉ có một nghiệm $x = \frac{\pi}{3} \in [0; 2\pi]$

- Xét $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi$

$$0 \leq x \leq 2\pi \Leftrightarrow 0 \leq \frac{2\pi}{3} + k2\pi \leq 2\pi \Leftrightarrow -\frac{2\pi}{3} \leq k2\pi \leq \frac{4\pi}{3} \Leftrightarrow -\frac{1}{3} \leq k \leq \frac{2}{3} \Rightarrow k = 0$$

Chỉ có một nghiệm $x = \frac{2\pi}{3} \in [0; 2\pi]$

Vậy phương trình có 2 nghiệm thuộc đoạn $[0; 2\pi]$.

Câu 47: Số nghiệm thực của phương trình $2\sin x + 1 = 0$ trên đoạn $\left[-\frac{3\pi}{2}; 10\pi\right]$ là:

A. 12.

B. 11.

C. 20.

D. 21.

Lời giải

$$\text{Phương trình tương đương: } \sin x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$$

+ Với $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ ta có $-\frac{3\pi}{2} \leq -\frac{\pi}{6} + k2\pi \leq 10\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \frac{-2}{3} \leq k \leq \frac{61}{12}, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow 0 \leq k \leq 5, k \in \mathbb{Z}$. Do đó phương trình có 6 nghiệm.

+ Với $x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ ta có $-\frac{3\pi}{2} \leq \frac{7\pi}{6} + k2\pi \leq 10\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \frac{-4}{3} \leq k \leq \frac{53}{12}, k \in \mathbb{Z}$



$\Rightarrow -1 \leq k \leq 4, k \in \mathbb{Z}$. Do đó, phương trình có 6 nghiệm.

+ Rõ ràng các nghiệm này khác nhau từng đôi một, vì nếu

$$-\frac{\pi}{6} + k2\pi = \frac{7\pi}{6} + k'2\pi \Leftrightarrow k - k' = \frac{2}{3}.$$

Vậy phương trình có 12 nghiệm trên đoạn $\left[-\frac{3\pi}{2}; 10\pi\right]$.

Câu 48: Phương trình $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right)$ có tổng các nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ bằng

A. $\frac{7\pi}{2}$.

B. π .

C. $\frac{3\pi}{2}$.

D. $\frac{\pi}{4}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{4} = x + \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ 2x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} - x + l2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + l\frac{2\pi}{3} \end{cases} (k, l \in \mathbb{Z}).$$

Họ nghiệm $x = \pi + k2\pi$ không có nghiệm nào thuộc khoảng $(0; \pi)$.

$$x = \frac{\pi}{6} + l\frac{2\pi}{3} \in (0; \pi) \Rightarrow 0 < \frac{\pi}{6} + l\frac{2\pi}{3} < \pi \Leftrightarrow l \in \{0; 1\}.$$

Vậy phương trình có hai nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ là $x = \frac{\pi}{6}$ và $x = \frac{5\pi}{6}$. Từ đó suy ra tổng các nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ của phương trình này bằng π .

Câu 49: Tính tổng S của các nghiệm của phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

A. $S = \frac{5\pi}{6}$.

B. $S = \frac{\pi}{3}$.

C. $S = \frac{\pi}{2}$.

D. $S = \frac{\pi}{6}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Vì } x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \text{ nên } x = \frac{\pi}{6} \Rightarrow S = \frac{\pi}{6}.$$

Câu 50: Phương trình $\sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$?

A. 3.

B. 4.

C. 1.

D. 2.

Lời giải



$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) &= -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 3x + \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ 3x = \pi + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) &\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{2\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{3} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

$$\text{Vì } x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \text{ nên } x = \frac{\pi}{3}, x = \frac{4\pi}{9}.$$

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm thuộc khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 51: Cho phương trình $2 \sin x - \sqrt{3} = 0$. Tổng các nghiệm thuộc $[0; \pi]$ của phương trình là:

- A.** π . **B.** $\frac{\pi}{3}$. **C.** $\frac{2\pi}{3}$. **D.** $\frac{4\pi}{3}$.

Lời giải

$$2 \sin x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}.$$

Các nghiệm của phương trình trong đoạn $[0; \pi]$ là $\frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}$ nên có tổng là $\frac{\pi}{3} + \frac{2\pi}{3} = \pi$.

Câu 52: Phương trình $\sin 2x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ có hai công thức nghiệm dạng $\alpha + k\pi, \beta + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) với α, β thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. Khi đó, $\alpha + \beta$ bằng

- A.** $\frac{\pi}{2}$. **B.** $-\frac{\pi}{2}$. **C.** π . **D.** $-\frac{\pi}{3}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \sin 2x = -\frac{\sqrt{3}}{2} = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = \frac{4\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}.$$

Vậy $\alpha = -\frac{\pi}{6}$ và $\beta = -\frac{\pi}{3}$. Khi đó $\alpha + \beta = -\frac{\pi}{2}$.

Câu 53: Tính tổng S của các nghiệm của phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

- A.** $S = \frac{5\pi}{6}$. **B.** $S = \frac{\pi}{3}$. **C.** $S = \frac{\pi}{2}$. **D.** $S = \frac{\pi}{6}$.

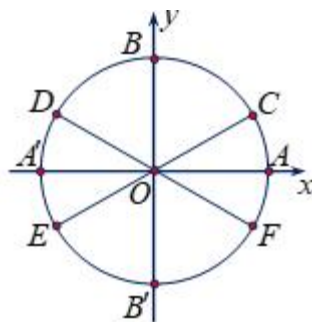
Lời giải



Ta có: $\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

Vì $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ nên $x = \frac{\pi}{6} \Rightarrow S = \frac{\pi}{6}.$

Câu 54: Nghiệm của phương trình $2\sin x + 1 = 0$ được biểu diễn trên đường tròn lượng giác ở hình bên là những điểm nào?



A. Điểm D , điểm C . **B.** Điểm E , điểm F . **C.** Điểm C , điểm F . **D.** Điểm E , điểm D .

Lời giải

Ta có $2\sin x + 1 = 0 \Leftrightarrow \sin x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$

Với $k = 0 \Rightarrow x = -\frac{\pi}{6}$ hoặc $x = \frac{7\pi}{6}.$

Điểm biểu diễn của $x = -\frac{\pi}{6}$ là F , điểm biểu diễn $x = \frac{7\pi}{6}$ là E .

Câu 55: Số nghiệm của phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$ thuộc đoạn $[\pi; 2\pi]$ là:

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Ta có $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Suy ra số nghiệm thuộc $[\pi; 2\pi]$ của phương trình là 1.

Câu 56: Phương trình $2\sin x - 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm $x \in (0; 2\pi)$?

A. 2 nghiệm. **B.** 1 nghiệm. **C.** 4 nghiệm. **D.** Vô số nghiệm.

Lời giải



Ta có: $2 \sin x - 1 = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Do $x \in (0; 2\pi)$ nên ta có $x = \frac{\pi}{6}; x = \frac{5\pi}{6}.$

Câu 57: Phương trình $\sin 5x - \sin x = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn $[-2018\pi; 2018\pi]$?

- A.** 20179. **B.** 20181. **C.** 16144. **D.** 16145.

Lời giải

Ta có

$$\sin 5x - \sin x = 0 \Leftrightarrow \sin 5x = \sin x \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = x + k2\pi \\ 5x = \pi - x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3} \end{cases} (*)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = k\frac{\pi}{2} & (k \in \mathbb{Z}) \\ x = \frac{5\pi}{6} + m\pi & (m \in \mathbb{Z}) \\ x = \frac{\pi}{6} + n\pi & (n \in \mathbb{Z}) \end{cases}$$

Vì $x \in [-2018\pi; 2018\pi]$ nên $\begin{cases} -2018\pi \leq k\frac{\pi}{2} \leq 2018\pi \\ -2018\pi \leq \frac{5\pi}{6} + m\pi \leq 2018\pi \\ -2018\pi \leq \frac{\pi}{6} + n\pi \leq 2018\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4036 \leq k \leq 4036 \\ -\frac{12113}{6} \leq m \leq \frac{12103}{6} \\ -\frac{12109}{6} \leq n \leq \frac{12107}{6} \end{cases}$

Do đó có 8073 giá trị k , 4036 giá trị m , 4036 giá trị n , suy ra số nghiệm cần tìm là 16145. nghiệm.

Câu 58: Số nghiệm thuộc đoạn $0; \frac{5\pi}{2}$ của phương trình $2 \sin x - 1 = 0$ là:

- A.** 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

+ Phương trình tương đương $\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$

+ Với $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z}).$



Vì $x \in 0; \frac{5\pi}{2}$ nên $0 \leq \frac{\pi}{6} + k2\pi \leq \frac{5\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$ $\frac{1}{12} \leq k \leq \frac{7}{6}$, $k \in \mathbb{Z}$ $k \in \{0; 1\}$.

Suy ra: $x \in \frac{\pi}{6}; \frac{13\pi}{6}$.

+ Với $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$, ($k \in \mathbb{Z}$).

Vì $x \in 0; \frac{5\pi}{2}$ nên $0 \leq \frac{5\pi}{6} + k2\pi \leq \frac{5\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$ $\frac{5}{12} \leq k \leq \frac{5}{6}$, $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k = 0$.

Suy ra: $x = \frac{5\pi}{6}$.

Do đó $x \in \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}; \frac{13\pi}{6}$.

Vậy số nghiệm của phương trình là 3.

Câu 59: Cho phương trình $2 \sin x - \sqrt{3} = 0$. Tổng các nghiệm thuộc $[0; \pi]$ của phương trình là:

A. $\frac{4\pi}{3}$.

B. π .

C. $\frac{\pi}{3}$.

D. $\frac{2\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn B

$$2 \sin x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$$

Các nghiệm của phương trình trong đoạn $[0; \pi]$ là $\frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}$ nên có tổng là $\frac{\pi}{3} + \frac{2\pi}{3} = \pi$.

Câu 60: Tính tổng S của các nghiệm của phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

A. $S = \frac{\pi}{6}$.

B. $S = \frac{\pi}{3}$.

C. $S = \frac{\pi}{2}$.

D. $S = \frac{5\pi}{6}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Vì $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ nên $x = \frac{\pi}{6} \Rightarrow S = \frac{\pi}{6}$.

Câu 61: Số nghiệm thực của phương trình $2 \sin x + 1 = 0$ trên đoạn $\left[-\frac{3\pi}{2}; 10\pi\right]$ là:



A. 12.

B. 11.

C. 20.

D. 21.

Lời giải

Chọn A

Phương trình tương đương: $\sin x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$

+ Với $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ ta có $-\frac{3\pi}{2} \leq -\frac{\pi}{6} + k2\pi \leq 10\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \frac{-2}{3} \leq k \leq \frac{61}{12}, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow 0 \leq k \leq 5, k \in \mathbb{Z}$. Do đó phương trình có 6 nghiệm.

+ Với $x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ ta có $-\frac{3\pi}{2} \leq \frac{7\pi}{6} + k2\pi \leq 10\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \frac{-4}{3} \leq k \leq \frac{53}{12}, k \in \mathbb{Z}$

$\Rightarrow -1 \leq k \leq 4, k \in \mathbb{Z}$. Do đó, phương trình có 6 nghiệm.

+ Rõ ràng các nghiệm này khác nhau từng đôi một, vì nếu

$$-\frac{\pi}{6} + k2\pi = \frac{7\pi}{6} + k'2\pi \Leftrightarrow k - k' = \frac{2}{3}.$$

Vậy phương trình có 12 nghiệm trên đoạn $\left[-\frac{3\pi}{2}; 10\pi\right]$.

Câu 62: Phương trình: $2\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - \sqrt{3} = 0$ có mấy nghiệm thuộc khoảng $(0; 3\pi)$.

A. 8.

B. 6.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có $2\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow 2\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x - \frac{\pi}{3} = \pi - \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}. \text{ Vì } x \in (0; 3\pi) \text{ nên } x \in \left\{\frac{\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}; \frac{7\pi}{3}; \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right\}.$$

Câu 63: Nghiệm của phương trình $\sin 2x = \sin x$ là

A. $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

B. $\begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$

C. $\begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$ D. $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

Lời giải

Ta có $\sin 2x = \sin x \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = x + k2\pi \\ 2x = \pi - x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$



DẠNG 2. PHƯƠNG TRÌNH $\cos x = m$

Câu 64: Nghiệm của phương trình $\cos x = \frac{1}{2}$ là

- A. $x = \pm \frac{\pi}{2} + k2\pi$. B. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$. C. $x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi$. D. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \cos x = \cos \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 65: Nghiệm của phương trình $2\cos(x-15^\circ)-1=0$ là

- A. $\begin{cases} x = 75^\circ + k360^\circ \\ x = 135^\circ + k360^\circ \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$. B. $\begin{cases} x = 60^\circ + k360^\circ \\ x = -60^\circ + k360^\circ \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.
 C. $\begin{cases} x = 45^\circ + k360^\circ \\ x = -45^\circ + k360^\circ \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$. D. $\begin{cases} x = 75^\circ + k360^\circ \\ x = -45^\circ + k360^\circ \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

$$2\cos(x-15^\circ)-1=0 \Leftrightarrow \cos(x-15^\circ)=\frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos(x-15^\circ)=\cos 60^\circ$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-15^\circ = 60^\circ + k360^\circ \\ x-15^\circ = -60^\circ + k360^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 75^\circ + k360^\circ \\ x = -45^\circ + k360^\circ \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 66: Giải phương trình $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

- A. $x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$.
 C. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 67: Nghiệm của phương trình $\cos x = \cos \frac{\pi}{12}$ là

- A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k2\pi \\ x = \frac{11\pi}{12} + l2\pi \end{cases} \quad (k, l \in \mathbb{Z})$. B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{12} + l2\pi \end{cases} \quad (k, l \in \mathbb{Z})$.
 C. $x = \frac{\pi}{12} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = \frac{11\pi}{12} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải



Ta có $\cos x = \cos \frac{\pi}{12} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{12} + l2\pi \end{cases} (k, l \in \mathbb{Z}).$

Câu 68: Nghiệm của phương trình $\cos 2x = 0$ là

- A.** $x = k\pi (k \in \mathbb{Z}).$ **B.** $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}).$
C. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$ **D.** $x = k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}).$

Lời giải

Ta có: $\cos 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 69: Phương trình $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ có tập nghiệm là :

- A.** $\left\{ x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}.$ **B.** $\left\{ x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}.$
C. $\left\{ x = \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}.$ **D.** $\left\{ x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Lời giải

$\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \left(\frac{5\pi}{6} \right) \Leftrightarrow x = \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Câu 70: Phương trình $\cos x = -\frac{1}{2}$ có các nghiệm là

- A.** $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$ **B.** $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$
C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$ **D.** $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Lời giải

$\cos x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 71: Tập nghiệm của phương trình $\cos 3x + \sin \frac{2\pi}{3} = 0$ là

- A.** $\left\{ \pm \frac{5\pi}{16} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$ **B.** $\left\{ \pm \frac{2\pi}{9} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$
C. $\left\{ \pm \frac{5\pi}{9} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$ **D.** $\left\{ \pm \frac{5\pi}{12} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Lời giải

Phương trình $\cos 3x + \sin \frac{2\pi}{3} = 0, (1)$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$



$$(1) \Leftrightarrow \cos 3x = -\sin \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow \cos 3x = \cos \frac{5\pi}{6}$$

$$\Leftrightarrow 3x = \pm \frac{5\pi}{6} + k.2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pm \frac{5\pi}{18} + \frac{k.2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 72: Trong các phương trình sau, phương trình nào có nghiệm?

A. $\cos x = 3.$

B. $\sin 2x = -2.$

C. $\cos\left|2x - \frac{\pi}{3}\right| = -1.$

D. $\cos(2x-1) = \frac{\sqrt{7}}{2}.$

Lời giải

Phương trình lượng giác cơ bản dạng $\sin u = \alpha$, $\cos u = a$ có nghiệm khi và chỉ khi $|a| \leq 1$. Nên ta chọn đáp án **C.**

Câu 73: Phương trình nào sau đây có nghiệm?

A. $\sin 2021x - 2 = 0.$

B. $\cos(2x + 2021) = 3.$

C. $\sin^2 x + 1 = 0.$

D. $\cos(2x + 2021) = -1.$

Lời giải

Phương trình $\sin x = a$ và $\cos x = a$ có nghiệm khi và chỉ khi $|a| \leq 1$.

Đổi chiếu các đáp án ta thấy chỉ có đáp án D là phương trình có nghiệm.

Câu 74: Nghiệm của phương trình $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ là:

A. $\begin{cases} x = k.2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

B. $\begin{cases} x = k\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

C. $\begin{cases} x = k\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k.2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

D. $\begin{cases} x = k.2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k.2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Phương trình } \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x = k.2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k.2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 75: Nghiệm của phương trình $\cos x = -\frac{1}{2}$ là

A. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k.2\pi$

B. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi$

C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k.2\pi$

D. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k.2\pi$

Lời giải

Chọn A



Ta có: $\cos x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \left| \frac{2\pi}{3} \right| \Leftrightarrow x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 76: Giải phương trình $\cos x = 1$.

- A. $x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
 C. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.**

Lời giải

Chọn D

Ta có $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 77: Phương trình $\cos x = \cos \frac{\pi}{3}$ có tất cả các nghiệm là:

- A. $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ B. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$
C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ D. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

Lời giải

Chọn C

Phương trình $\cos x = \cos \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

Câu 78: Phương trình $\cos x = 0$ có nghiệm là:

- A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.** B. $x = k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.
 C. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Chọn A

Theo công thức nghiệm đặc biệt thì $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. Do đó **Chọn A**

Câu 79: Nghiệm của phương trình $\cos \left(x + \frac{\pi}{4} \right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ là

- A. $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. B. $\begin{cases} x = k\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.
 C. $\begin{cases} x = k\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. **D. $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.**

Lời giải



Phương trình $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 80: Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\cos \frac{x}{3} = 0$.

- A.** $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \frac{3\pi}{2} + k6\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = \frac{3\pi}{2} + k3\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

$$\cos \frac{x}{3} = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{3} = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{3\pi}{2} + 3k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 81: Phương trình $2 \cos x - 1 = 0$ có nghiệm là:

- A.** $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

$$\text{Phương trình } 2 \cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 82: Phương trình $2 \cos x - \sqrt{2} = 0$ có tất cả các nghiệm là

- A.** $\begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$ **B.** $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$
C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$ **D.** $\begin{cases} x = \frac{7\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{7\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

Lời giải

$$2 \cos x - \sqrt{2} = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 83: Giải phương trình $2 \cos x - 1 = 0$

- A.** $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$



C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

Lời giải

TXĐ: $D = \mathbb{R}$. Ta có $2\cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 84: Nghiệm của phương trình $\cos x = -1$ là:

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Phương trình $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 85: Phương trình $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ có tập nghiệm là

A. $\left\{ x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}.$

B. $\left\{ x = \pm \frac{\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}.$

C. $\left\{ x = \pm \frac{3\pi}{4} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}.$

D. $\left\{ x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Lời giải

$\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) \Leftrightarrow x = \pm \frac{3\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{ x = \pm \frac{3\pi}{4} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Câu 86: Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi.$

B. $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi.$

C. $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi.$

D. $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi.$

Lời giải

Ta có: $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi (k \in \mathbb{Z}).$

$\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$

$\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 87: Phương trình lượng giác: $2\cos x + \sqrt{2} = 0$ có nghiệm là

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases}.$

B. $\begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}.$

C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}.$

D. $\begin{cases} x = \frac{7\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{7\pi}{4} + k2\pi \end{cases}.$

Lời giải



Phương trình tương đương với $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2} = \cos \frac{3\pi}{4} \Rightarrow x = \pm \frac{3\pi}{4} + k2\pi$

Câu 88: Tìm công thức nghiệm của phương trình $2\cos(x+\alpha)=1$.

A.
$$\begin{cases} x = -\alpha + \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\alpha + \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

B.
$$\begin{cases} x = -\alpha + \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

C.
$$\begin{cases} x = -\alpha + \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \alpha - \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

D.
$$\begin{cases} x = -\alpha + \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\alpha - \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Lời giải

$$2\cos(x+\alpha)=1 \Leftrightarrow \cos(x+\alpha)=\frac{1}{2} \Leftrightarrow x+\alpha=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\alpha + \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\alpha - \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 89: Tìm tổng các nghiệm của phương trình $\cos\left(5x-\frac{\pi}{6}\right)=\cos\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$ trên $[0;\pi]$.

A. $\frac{47\pi}{18}$.

B. $\frac{4\pi}{18}$.

C. $\frac{45\pi}{18}$.

D. $\frac{7\pi}{18}$.

Lời giải

Ta có:

$$\cos\left(5x-\frac{\pi}{6}\right)=\cos\left(2x-\frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 5x-\frac{\pi}{6}=2x-\frac{\pi}{3}+k2\pi \\ 5x-\frac{\pi}{6}=-2x+\frac{\pi}{3}+k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{18} + \frac{k2\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{14} + \frac{k2\pi}{7} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Vì $x \in [0;\pi]$ nên ta có :

+) Với $x = -\frac{\pi}{18} + \frac{k2\pi}{3} \Rightarrow 0 \leq -\frac{\pi}{18} + \frac{k2\pi}{3} \leq \pi \Leftrightarrow \frac{1}{12} \leq k \leq \frac{19}{12}$, do $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k=1$ nên $x = \frac{11\pi}{18}$.

+) Với $x = \frac{\pi}{14} + \frac{k2\pi}{7} \Rightarrow 0 \leq \frac{\pi}{14} + \frac{k2\pi}{7} \leq \pi \Leftrightarrow -\frac{1}{4} \leq k \leq \frac{13}{4}$, do $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k \in \{0;1;2;3\}$ nên

$$x \in \left\{ \frac{\pi}{14}; \frac{5\pi}{14}; \frac{9\pi}{14}; \frac{13\pi}{14} \right\}.$$

Tổng tất cả các nghiệm là: $\frac{11\pi}{18} + \frac{\pi}{14} + \frac{5\pi}{14} + \frac{9\pi}{14} + \frac{13\pi}{14} = \frac{47\pi}{18}$.

Câu 90: Phương trình $8\sin^2\left(\frac{x}{2}\right)\cos^2\left(\frac{x}{2}\right)-1=0$ tương đương với phương trình nào sau đây?

A. $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $\cos 2x = 0$.

C. $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải



Ta có: $8\sin^2\left(\frac{x}{2}\right)\cos^2\left(\frac{x}{2}\right)-1=0 \Leftrightarrow 2\left(2\sin\left(\frac{x}{2}\right)\cos\left(\frac{x}{2}\right)\right)^2-1=0 \Leftrightarrow 2\sin^2 x-1=0$
 $\Leftrightarrow 1-2\sin^2 x=0 \Leftrightarrow \cos 2x=0$.

Câu 91: Họ các nghiệm của phương trình $\cos 3x = \frac{1}{2}$ là

- A.** $x = \pm \frac{\pi}{9} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \pm \frac{\pi}{9} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Ta có $\cos 3x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 3x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{9} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 92: Tổng các nghiệm của phương trình $\cos\left(x + \frac{\pi}{5}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ trong khoảng $\left(-\frac{\pi}{3}; \frac{3\pi}{2}\right)$ là

- A.** $\frac{21\pi}{20}$. **B.** $\frac{\pi}{2}$. **C.** $\frac{8\pi}{5}$. **D.** $\frac{13\pi}{20}$.

Lời giải

Ta có phương trình

$$\cos\left(x + \frac{\pi}{5}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{5}\right) = \cos \frac{3\pi}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{5} = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{5} = \frac{-3\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{11\pi}{20} + k2\pi \\ x = \frac{-19\pi}{20} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Với $x = \frac{11\pi}{20} + k2\pi, x \in \left(-\frac{\pi}{3}; \frac{3\pi}{2}\right) \Rightarrow -\frac{53}{120} < k < \frac{19}{40}; k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{11\pi}{20}$.

Với $x = \frac{-19\pi}{20} + k2\pi, x \in \left(-\frac{\pi}{3}; \frac{3\pi}{2}\right) \Rightarrow \frac{37}{120} < k < \frac{49}{40}; k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k = 1 \Rightarrow x_2 = \frac{21\pi}{20}$.

Vậy tổng các nghiệm là $x_1 + x_2 = \frac{11\pi}{20} + \frac{21\pi}{20} = \frac{8\pi}{5}$.

Câu 93: Tập nghiệm của phương trình $(1 - \sqrt{2} \cos x)(2022 + \sin^2 x) = 0$ là

- A.** $\left\{\frac{\pi}{4} + k\pi; -\frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\left\{\frac{\pi}{4} + k2\pi; -\frac{\pi}{4} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.
C. $\left\{\frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\left\{-\frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

$$(1 - \sqrt{2} \cos x)(2022 + \sin^2 x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - \sqrt{2} \cos x = 0 \\ 2022 + \sin^2 x = 0 \text{ (VN)} \end{cases} \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$



$$\Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $\left\{ \frac{\pi}{4} + k2\pi; -\frac{\pi}{4} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Câu 94: Phương trình lượng giác: $2\cos x + \sqrt{2} = 0$ có nghiệm là:

- A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{-3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{-5\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{-\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$

Lời giải

$$\text{Ta có } 2\cos x + \sqrt{2} = 0 \Leftrightarrow \cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{-3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}.$$

Câu 95: Tất cả nghiệm của phương trình $2\cos x = -1$ là

- A. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z}).$ B. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z}).$
 C. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z}).$ D. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z}).$

Lời giải

$$2\cos x = -1 \Leftrightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 96: Tổng các nghiệm thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ của phương trình $4\sin^2 2x - 1 = 0$ bằng:

- A. $\pi.$ B. $\frac{\pi}{3}.$ C. $0.$ D. $\frac{\pi}{6}.$

Lời giải

$$\text{Ta có: } 4\sin^2 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow 2(1 - \cos 4x) - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos 4x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2} \ (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Do } x = \pm \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2} \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{\pi}{12} \\ x_2 = -\frac{\pi}{12} \\ x_3 = -\frac{5\pi}{12} \\ x_4 = \frac{5\pi}{12} \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0.$$

Câu 97: Phương trình $\sqrt{2}\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 1$ có số nghiệm thuộc đoạn $[0; 2\pi]$ là

- A. 1 B. 2 C. 0 D. 3



Lời giải

Phương trình:

$$\sqrt{2}\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 1 \Leftrightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

Vì $x \in [0; 2\pi]$ nên $x \in \left\{\frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}\right\}$. Vậy số nghiệm phương trình là 2

Câu 98: Biết các nghiệm của phương trình $\cos 2x = -\frac{1}{2}$ có dạng $x = \frac{\pi}{m} + k\pi$ và $x = -\frac{\pi}{n} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$; với m, n là các số nguyên dương. Khi đó $m+n$ bằng

A. 4.

B. 3.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

Chọn D

$$\cos 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos 2x = \cos \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Rightarrow m+n = 3+3 = 6.$$

Câu 99: Phương trình $\sqrt{2}\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 1$ có số nghiệm thuộc đoạn $[0; 2\pi]$ là

A. 1

B. 2

C. 0

D. 3

Lời giải

Chọn B

Phương trình:

$$\sqrt{2}\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 1 \Leftrightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

Vì $x \in [0; 2\pi]$ nên $x \in \left\{\frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}\right\}$. Vậy số nghiệm phương trình là 2

Câu 100: Nghiệm lớn nhất của phương trình $2\cos 2x - 1 = 0$ trong đoạn $[0; \pi]$ là:

A. $x = \pi$.

B. $x = \frac{11\pi}{12}$.

C. $x = \frac{2\pi}{3}$.

D. $x = \frac{5\pi}{6}$.



Lời giải

$$\text{Phương trình } 2\cos 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases}.$$

$$\text{Xét } x \in [0; \pi] \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq \frac{\pi}{6} + k\pi \leq \pi \\ 0 \leq -\frac{\pi}{6} + k\pi \leq \pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{1}{6} \leq k \leq \frac{5}{6} \\ \frac{1}{6} \leq k \leq \frac{7}{6} \end{cases} \text{ mà } k \in \mathbb{Z} \text{ suy ra } \begin{cases} k = 0 \\ k = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} \\ x = \frac{5\pi}{6} \end{cases}.$$

Vậy nghiệm lớn nhất của phương trình $2\cos 2x - 1 = 0$ trong đoạn $[0; \pi]$ là $x = \frac{5\pi}{6}$.

Câu 101: Cho hai phương trình $\cos 3x - 1 = 0$; $\cos 2x = -\frac{1}{2}$. Tập các nghiệm của phương trình đồng thời là nghiệm của phương trình là

A. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ **D.** $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \cos 3x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos 3x = 1 \Leftrightarrow x = k \frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\cos 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow 2x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Biểu diễn các nghiệm trên đường tròn lượng giác ta có tập các nghiệm của phương trình đồng thời là nghiệm của phương trình là $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 102: Số nghiệm của phương trình $2\cos x = \sqrt{3}$ trên đoạn $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$ là

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

$$2\cos x = \sqrt{3} \Leftrightarrow \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Mà } x \in \left[0; \frac{5\pi}{2}\right] \text{ và } k \in \mathbb{Z} \text{ nên } x \in \left\{\frac{\pi}{6}; \frac{11\pi}{6}; \frac{13\pi}{6}\right\}.$$

Câu 103: Số nghiệm của phương trình $\cos x = \frac{1}{2}$ thuộc đoạn $[-2\pi; 2\pi]$ là?

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải



Ta có $\cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

Xét $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$, do $x \in [-2\pi; 2\pi]$ và $k \in \mathbb{Z}$ nên $-2\pi \leq \frac{\pi}{3} + k2\pi \leq 2\pi \Rightarrow k = -1; k = 0.$

Xét $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi$, do $x \in [-2\pi; 2\pi]$ và $k \in \mathbb{Z}$ nên $-2\pi \leq -\frac{\pi}{3} + k2\pi \leq 2\pi \Rightarrow k = 1; k = 0.$

Vậy phương trình có 4 nghiệm trên đoạn $[-2\pi; 2\pi]$.

Câu 104: Phương trình $\cos 2x + \cos x = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $(-\pi; \pi)$?

- A.** 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Ta có $\cos 2x + \cos x = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = \cos(\pi + x) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

Vì $-\pi < x < \pi \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{3} \end{cases}.$

Câu 105: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\cos 2x - \cos x = 0$ trên khoảng $(0; 2\pi)$ bằng T . Khi đó T có giá trị là:

- A.** $T = \frac{7\pi}{6}$. **B.** $T = 2\pi$. **C.** $T = \frac{4\pi}{3}$. **D.** $T = \pi$.

Lời giải

Ta có: $\cos 2x - \cos x = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = \cos x$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = x + k2\pi \\ 2x = -x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{k2\pi}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{k2\pi}{3}; (k \in \mathbb{Z}).$

Vì $x \in (0; 2\pi)$ nên $0 < \frac{k2\pi}{3} < 2\pi \Leftrightarrow 0 < k < 3.$

Do $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{1; 2\} \Rightarrow x = \frac{2\pi}{3}; x = \frac{4\pi}{3}.$

Vậy $T = \frac{2\pi}{3} + \frac{4\pi}{3} = 2\pi.$

Câu 106: Số nghiệm của phương trình $2\cos x = \sqrt{3}$ trên đoạn $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$ là

- A.** 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.



Lời giải

Chọn D

$$2 \cos x = \sqrt{3} \Leftrightarrow \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Mà $x \in \left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$ và $k \in \mathbb{Z}$ nên $x \in \left\{\frac{\pi}{6}; \frac{11\pi}{6}; \frac{13\pi}{6}\right\}.$

Câu 107: Tìm tập nghiệm S của phương trình $\cos x \cdot \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = 0.$

A. $S = \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}.$

B. $S = \{k180^\circ; 75^\circ + k90^\circ, k \in \mathbb{Z}\}.$

C. $S = \left\{k\pi; \frac{5\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}.$

D. $S = \{100^\circ + k180^\circ; 30^\circ + k90^\circ, k \in \mathbb{Z}\}.$

Lời giải

Ta có: $\cos x \cdot \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ 2x - \frac{\pi}{3} = k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là: $S = \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}.$

Câu 108: Giải phương trình $3\cos^2 x = 5\cos x$

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$

B. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$

C. $x = \pi + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$

D. $x = k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$

Lời giải

$$3\cos^2 x = 5\cos x \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \cos x = \frac{5}{3} \end{cases}$$

+) $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$

+) $\cos x = \frac{5}{3}$

Câu 109: Giải phương trình $5\sin x - \sin 2x = 0$

A. $x = k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$ **B.** $x = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$

C. $x = k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$

D. Phương trình vô nghiệm.

Lời giải



$$5 \sin x - \sin 2x = 0 \Leftrightarrow 5 \sin x - 2 \sin x \cdot \cos x = 0 \Leftrightarrow \sin x (5 - 2 \cos x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ 5 - 2 \cos x = 0 \end{cases}$$

$$+) \sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$+) 5 - 2 \cos x = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{5}{2}$$

Câu 110: Giải phương trình $\sin(\pi - x) - \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) = 0$

A. $S = \{k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$. **B.** $S = \left\{k2\pi, \frac{\pi}{3} + \frac{k2\pi}{3} | k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. $S = \left\{k\pi, \frac{\pi}{3} + \frac{k2\pi}{3} | k \in \mathbb{Z}\right\}$. **D.** $S = \left\{\frac{\pi}{3} + \frac{k2\pi}{3} | k \in \mathbb{Z}\right\}$

Lời giải

$$\begin{aligned} \sin(\pi - x) - \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) &= 0 \Leftrightarrow \sin x - \sin 2x = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = \sin x \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = x + k2\pi \\ 2x = \pi - x + k2\pi \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

Câu 111: Nghiệm âm lớn nhất của phương trình $\cos\left(4x - \frac{\pi}{6}\right) + \sin^2 x = \cos^2 x$

A. $-\frac{35}{36}\pi$. **B.** $-\frac{11}{36}\pi$. **C.** $-\frac{11\pi}{12}$. **D.** $-\frac{\pi}{12}$.

Lời giải

$$\cos\left(4x - \frac{\pi}{6}\right) + \sin^2 x = \cos^2 x \Leftrightarrow \cos\left(4x - \frac{\pi}{6}\right) = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(4x - \frac{\pi}{6}\right) = \cos 2x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x - \frac{\pi}{6} = 2x + k2\pi \\ 4x - \frac{\pi}{6} = -2x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{36} + k\frac{\pi}{3} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Ta có mỗi họ nghiệm lần lượt có các nghiệm âm lớn nhất là:

$$x_1 = \frac{\pi}{12} - \pi = -\frac{11\pi}{12}; \quad x_2 = \frac{\pi}{36} - \frac{\pi}{3} = -\frac{11\pi}{36}$$

Vậy nghiệm âm lớn nhất của phương trình là $x = -\frac{11}{36}\pi$.

Câu 112: Trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; 2\pi\right)$, phương trình $\cos\left(\frac{\pi}{6} - 2x\right) = \sin x$ có bao nhiêu nghiệm?



A. 4.

B. 5.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

$$\text{Ta có } \cos\left(\frac{\pi}{6} - 2x\right) = \sin x \Leftrightarrow \cos\left(\frac{\pi}{6} - 2x\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{6} - 2x = \frac{\pi}{2} - x + k2\pi \\ \frac{\pi}{6} - 2x = -\frac{\pi}{2} + x + k2\pi \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} - k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{9} - \frac{k2\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

$$x \in \left(\frac{\pi}{2}; 2\pi\right) \Rightarrow x \in \left\{\frac{5\pi}{3}; \frac{8\pi}{9}; \frac{14\pi}{9}\right\}.$$

Vậy phương trình đã cho có 3 nghiệm trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; 2\pi\right)$.

Câu 113: Số điểm biểu diễn nghiệm của phương trình $\sin 4x(2 \cos x - \sqrt{2}) = 0$ trên đường tròn lượng giác là

A. 4.

B. 6.

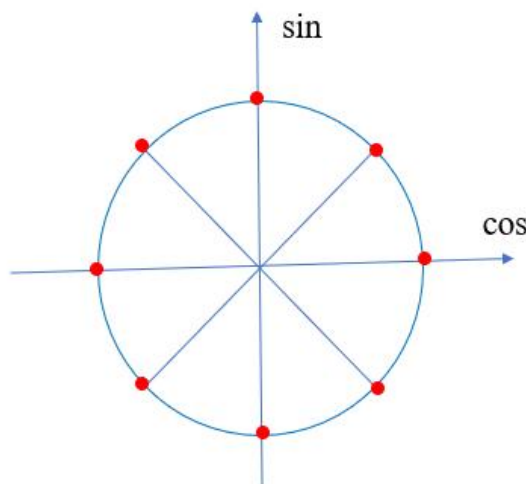
C. 8.

D. 10.

Lời giải

$$\sin 4x(2 \cos x - \sqrt{2}) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin 4x = 0 \\ 2 \cos x - \sqrt{2} = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x = k\pi \\ \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{k\pi}{4} \\ x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$



Vậy có 8 điểm biểu diễn nghiệm của phương trình trên trên đường tròn lượng giác.

Câu 114: Các họ nghiệm của phương trình $\sin 2x - \sqrt{3} \sin x = 0$ là:

- A. $\begin{cases} x = k\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases}$ B. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi$ C. $\begin{cases} x = k\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$

Lời giải

$$\text{Ta có } \sin 2x - \sqrt{3} \sin x = 0 \Leftrightarrow \sin x (2 \cos x - \sqrt{3}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$$