

HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

BÀI 4: PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 3. PHƯƠNG TRÌNH $\tan x = m$

Câu 115: Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\tan x = m$, ($m \in \mathbb{R}$).

- A. $x = \arctan m + k\pi$ hoặc $x = \pi - \arctan m + k\pi$, ($k \in \mathbb{Z}$).
 B. $x = \pm \arctan m + k\pi$, ($k \in \mathbb{Z}$).
 C. $x = \arctan m + k2\pi$, ($k \in \mathbb{Z}$).
 D. $x = \arctan m + k\pi$, ($k \in \mathbb{Z}$).

Lời giải

Ta có: $\tan x = m \Leftrightarrow x = \arctan m + k\pi$, ($k \in \mathbb{Z}$).

Câu 116: Phương trình $\tan x = \sqrt{3}$ có tập nghiệm là

- A. $\left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $\emptyset$. C. $\left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $\left\{ \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải

Ta có $\tan x = \sqrt{3} \Leftrightarrow \tan x = \tan \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

Câu 117: Số điểm biểu diễn nghiệm của phương trình $\tan 2x = 1$ trên đường tròn lượng giác là

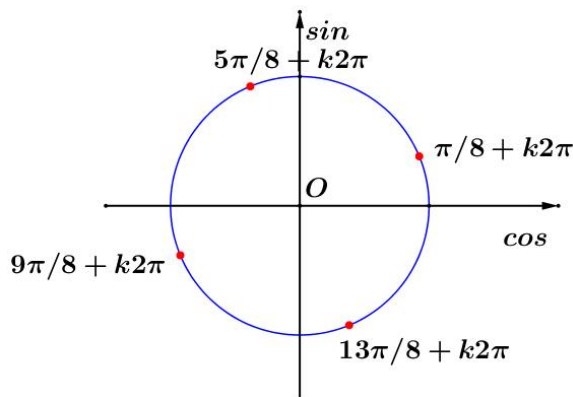
- A. 6. B. 2. C. 8. D. 4.

Lời giải

Ta có $\tan 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{4} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Biểu diễn trên đường tròn lượng giác ta được





Vậy số điểm biểu diễn nghiệm của phương trình $\tan 2x = 1$ là 4.

Cách khác

Họ cung $\alpha + \frac{k2\pi}{n} (k, n \in \mathbb{Z})$ có n điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác nên

$x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} = \frac{\pi}{8} + \frac{k2\pi}{4} (k \in \mathbb{Z})$ có 4 điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giá **C**.

Câu 118: Nghiệm của phương trình $\tan(x+1) = 1$ là

- A.** $x = 1 + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $x = -1 + \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.
C. $x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $x = -1 + \frac{\pi}{4} + k.180^\circ (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Ta có: $\tan(x+1) = 1 \Leftrightarrow x+1 = \frac{\pi}{4} + k\pi \Leftrightarrow x = -1 + \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 119: Nghiệm của phương trình $\tan 3x = \tan x$ là

- A.** $x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **C.** $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = \frac{k\pi}{6}, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Ta có $\tan 3x = \tan x \Leftrightarrow 3x = x + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$

Trình bày lại

$$\text{ĐK: } \begin{cases} \cos 3x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} (*)$$

Ta có $\tan 3x = \tan x \Leftrightarrow 3x = x + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. Kết hợp điều kiện (*) suy ra $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Câu 120: Phương trình $\tan(3x - 15^\circ) = \sqrt{3}$ có các nghiệm là:

- A.** $x = 60^\circ + k180^\circ$. **B.** $x = 75^\circ + k180^\circ$. **C.** $x = 75^\circ + k60^\circ$. **D.**

$x = 25^\circ + k60^\circ$.



Lời giải

Ta có: $\tan(3x - 15^\circ) = \sqrt{3} \Leftrightarrow \tan(3x - 15^\circ) = \tan 60^\circ \Leftrightarrow 3x - 15^\circ = 60^\circ + k180^\circ$
 $\Leftrightarrow x = 25^\circ + k60^\circ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 121: Phương trình lượng giác: $\sqrt{3} \cdot \tan x + 3 = 0$ có nghiệm là:

- A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$. B. $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi$. C. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$. **D. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$.**

Lời giải

$$\sqrt{3} \cdot \tan x + 3 = 0 \Leftrightarrow \tan x = -\sqrt{3} \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{3} + k\pi.$$

Câu 122: Giải phương trình: $\tan^2 x = 3$ có nghiệm là:

- A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$. B. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$. **C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi$.** D. vô nghiệm.

Lời giải

$$\tan^2 x = 3 \Leftrightarrow \tan x = \pm \sqrt{3} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 123: Nghiệm của phương trình $\sqrt{3} + 3 \tan x = 0$ là:

- A. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi$.** B. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$. C. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$. D. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Lời giải

$$\sqrt{3} + 3 \tan x = 0 \Leftrightarrow \tan x = -\frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 124: Giải phương trình $\sqrt{3} \tan 2x - 3 = 0$.

- A. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = \frac{\pi}{3} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$.
 C. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. **D. $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$.**

Lời giải

$$\sqrt{3} \tan 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \tan 2x = \sqrt{3} \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{3} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 125: Họ nghiệm của phương trình: $\tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - 1 = 0$ là

- A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.** B. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
 C. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Ta có $\tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - 1 = 0 \Leftrightarrow \tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$.



Vậy nghiệm của phương trình là $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 126: Tổng các nghiệm phương trình $\tan(2x - 15^\circ) = 1$ trên khoảng $(-90^\circ; 90^\circ)$ bằng

- A. 30° . B. -60° . C. 0° . D. -30° .

Lời giải

Ta có phương trình $\tan(2x - 15^\circ) = 1 \Leftrightarrow 2x - 15^\circ = 45^\circ + k180^\circ \Leftrightarrow x = 30^\circ + k90^\circ$ với $k \in \mathbb{Z}$.

$$\text{Xét: } -90^\circ < 30^\circ + k90^\circ < 90^\circ \Leftrightarrow -\frac{4}{3} < k < \frac{2}{3} \Rightarrow \begin{cases} k = -1 \\ k = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -60^\circ \\ x_2 = 30^\circ \end{cases}.$$

Vậy $x_1 + x_2 = -30^\circ$.

Câu 127: Số nghiệm của phương trình $\tan 3x - \tan x = 0$ trên nửa khoảng $[0; 2\pi)$ bằng:

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} \cos 3x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) (*)$$

$$\text{Ta có: } \tan 3x - \tan x = 0 \Leftrightarrow \tan 3x = \tan x \Leftrightarrow 3x = x + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{2}, m \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Vì } 0 \leq x < 2\pi \Leftrightarrow 0 \leq \frac{k\pi}{2} < 2\pi \Leftrightarrow 0 \leq m < 4. \text{ Mà } m \in \mathbb{Z} \text{ nên } m = \{0; 1; 2; 3\}.$$

$$\text{Khi đó nghiệm } x \text{ nhận giá trị tương ứng trên nửa khoảng } [0; \pi) \text{ là: } x = \left\{0; \frac{\pi}{2}; \pi; \frac{3\pi}{2}\right\}.$$

Vậy số nghiệm cần tìm là 4.

Câu 128: Phương trình $\tan x + 1 = 0$ có nghiệm là

- A. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = -\frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.
C. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, x = -\frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \tan x + 1 = 0 \Leftrightarrow \tan x = -1 \Leftrightarrow \tan x = \tan\left(-\frac{\pi}{4}\right) \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 129: Tính tổng các nghiệm trong đoạn $[0; 30]$ của phương trình: $\tan x = \tan 3x$

- A. 55π . B. $\frac{171\pi}{2}$. C. 45π . D. $\frac{190\pi}{2}$.

Lời giải



Điều kiện để phương trình có nghĩa $\begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \cos 3x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x \neq \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \end{cases} (*)$

Khi đó, phương trình $3x = x + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{2}$ so sánh với đk

$$\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{cases}, x \in [0; 30] \Rightarrow k = \{0; \dots; 4\} \Rightarrow x \in \{0; \pi; 2\pi; \dots; 9\pi\}$$

Vậy, tổng các nghiệm trong đoạn $[0; 30]$ của phương trình là: 45π .

Câu 130: Trong các nghiệm dương bé nhất của các phương trình sau, phương trình nào có nghiệm dương nhỏ nhất?

- A.** $\tan 2x = 1$. **B.** $\tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{3}$. **C.** $\cot x = 0$. **D.** $\cot x = -\sqrt{3}$.

Lời giải

A. $\tan 2x = 1 \Leftrightarrow \tan 2x = \tan \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{4} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$.

B. $\tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{3} \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{3} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{7\pi}{12} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

$\Rightarrow$ Nghiệm dương bé nhất là $x = \frac{7\pi}{12}$.

C. $\cot x = 0 \Leftrightarrow \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow$ Nghiệm dương bé nhất là $x = \frac{\pi}{2}$.

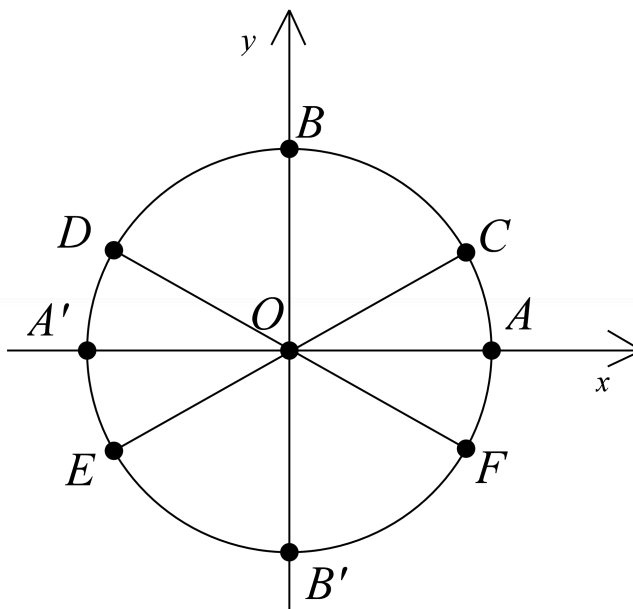
D. $\cot x = -\sqrt{3} \Leftrightarrow \cot x = \cot\left(-\frac{\pi}{6}\right) \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Chọn $k = 1 \Rightarrow$ Nghiệm dương bé nhất là $x = \frac{5\pi}{6}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất là $x = \frac{\pi}{8}$ nên ta chọn đáp án **A.**

Câu 131: Nghiệm của phương trình $\tan x = \frac{-\sqrt{3}}{3}$ được biểu diễn trên đường tròn lượng giác ở hình bên là những điểm nào?





A. Điểm F , điểm D .

B. Điểm C , điểm F .

C. Điểm C , điểm D , điểm E , điểm F .

D. Điểm E , điểm F .

Lời giải

$$\tan x = \frac{-\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Với } 0 < x < 2\pi \Rightarrow x = -\frac{\pi}{3} \text{ hoặc } x = \frac{2\pi}{3}.$$

Câu 132: Số nghiệm của phương trình $\tan x = \tan \frac{3\pi}{11}$ trên khoảng $\left(\frac{\pi}{4}; 2\pi\right)$ là?

A. 4.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \tan x = \tan \frac{3\pi}{11} \Leftrightarrow x = \frac{3\pi}{11} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Do } x \in \left(\frac{\pi}{4}; 2\pi\right) \rightarrow \frac{\pi}{4} < \frac{3\pi}{11} + k\pi < 2\pi \xrightarrow[\text{casio}]{\text{sapxi}} -0,027 \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k \in \{0; 1\}.$$

Câu 133: Tổng các nghiệm của phương trình $\tan 5x - \tan x = 0$ trên nửa khoảng $[0; \pi)$ bằng:

A. $\frac{5\pi}{2}$.

B. π .

C. $\frac{3\pi}{2}$.

D. 2π .

Lời giải:

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{10} + k\frac{\pi}{5} \\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ta có: } \tan 5x - \tan x = 0 \Leftrightarrow \tan 5x = \tan x \Leftrightarrow 5x = x + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{4} (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{Kết hợp điều kiện ta được nghiệm của phương trình là: } x = k\pi; x = \frac{\pi}{4} + k\pi; x = \frac{3\pi}{4} + k\pi$$



Trung tâm BDVH Unix Thăng Long - Website: trungtamunix.edu.vn

Thầy Lê Việt toán Thăng Long “Khai Mở Tư duy – Kiến Tạo Vận Mệnh” (zalo):0835.221183

Vì $x \in [0; \pi)$ suy ra các nghiệm của phương trình trên $[0; \pi)$ là $\left\{0; \frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right\}$

Suy ra $0 + \frac{\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} = \pi$

Câu 134: Tính tổng các nghiệm của phương trình $\tan(2x - 15^\circ) = 1$ trên khoảng $(-90^\circ; 90^\circ)$ bằng.

- A. 0° . B. -30° . C. 30° . D. -60° .

Lời giải.

Ta có $\tan(2x - 15^\circ) = 1 \Leftrightarrow 2x - 15^\circ = 45^\circ + k180^\circ \Leftrightarrow x = 30^\circ + k90^\circ (k \in \mathbb{Z})$.

Do $x \in (-90^\circ; 90^\circ) \rightarrow -90^\circ < 30^\circ + k90^\circ < 90^\circ \Leftrightarrow -\frac{4}{3} < k < \frac{2}{3}$

$\xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} \begin{cases} k = -1 \rightarrow x = -60^\circ \\ k = 0 \rightarrow x = 30^\circ \end{cases} \rightarrow -60^\circ + 30^\circ = -30^\circ$.

DẠNG 4. PHƯƠNG TRÌNH $\cot x = m$

Câu 135: Giải phương trình $\cot x = 3$.

- A. $x \in \emptyset$. B. $x = 3 + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.
C. $x = \operatorname{arccot} 3 + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = \operatorname{arccot} 3 + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Ta có: $\cot x = 3 \Leftrightarrow x = \operatorname{arccot} 3 + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 136: Nghiệm của phương trình $\cot(x + 2) = 1$ là:

- A. $x = 2 + \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = -2 + \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = -2 - \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = 2 + \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

$\cot(x + 2) = 1 \Leftrightarrow \cot(x + 2) = \cot \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow x = -2 + \frac{\pi}{4} + k\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Câu 137: Tập nghiệm của phương trình $\cot x = \sqrt{3}$

- A. $\left\{\frac{-5\pi}{6} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$. B. $\left\{\pm \frac{\pi}{6} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$.
C. $\left\{\frac{\pi}{3} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$. D. $\left\{\frac{\pi}{6} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Ta có: $\cot x = \sqrt{3} \Leftrightarrow \cot x = \cot \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x = \frac{-5\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 138: Giải phương trình $\cot(3x - 1) = -\sqrt{3}$



A. $x = \frac{1}{3} - \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = \frac{5\pi}{8} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = \frac{1}{3} + \frac{\pi}{18} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = \frac{1}{3} + \frac{5\pi}{18} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}.$

Lời giải

Ta có $\cot(3x-1) = -\sqrt{3} \Leftrightarrow 3x-1 = \frac{5\pi}{6} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{1}{3} + \frac{5\pi}{18} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 139: Giải phương trình $\cot \frac{2x}{3} = \sqrt{3}.$

A. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$

B. $x = \frac{\pi}{4} + \frac{2k\pi}{3} (k \in \mathbb{Z}).$

C. $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k3\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}).$

D.

$x = \frac{\pi}{2} + \frac{3k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}).$

Lời giải

Ta có: $\cot \frac{2x}{3} = \sqrt{3} \Leftrightarrow \cot \frac{2x}{3} = \cot \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \frac{2x}{3} = \frac{\pi}{6} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + \frac{k3\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 140: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\cot x = \sqrt{3}$ trên đoạn $[0; 2\pi]$ bằng.

A. $\frac{\pi}{6}.$

B. $\frac{7\pi}{6}.$

C. $\frac{5\pi}{6}.$

D. $\frac{4\pi}{3}.$

Lời giải

Ta có $\cot x = \sqrt{3} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\pi, (k \in \mathbb{Z}).$

Mà $x \in [0; 2\pi]$ nên phương trình có các nghiệm thỏa mãn là $x = \frac{\pi}{6}, x = \frac{7\pi}{6}.$

Vậy tổng các nghiệm là $\frac{4\pi}{3}.$

Câu 141: Phương trình lượng giác $3 \cot x - \sqrt{3} = 0$ có nghiệm là:

A. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi.$

B. Vô nghiệm.

C. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi.$

D. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi.$

Lời giải

Ta có $3 \cot x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \cot x = \frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow \cot x = \cot \left(\frac{\pi}{3} \right) \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k\pi, (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 142: Phương trình $2 \cot x - \sqrt{3} = 0$ có nghiệm là

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

B. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$



C. $x = \operatorname{arccot} \frac{\sqrt{3}}{2} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z}).$

D. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z}).$

Lời giải

Ta có $2 \cot x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \cot x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x = \operatorname{arccot} \frac{\sqrt{3}}{2} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

Câu 143: Giải phương trình $\cot(3x-1) = -\sqrt{3}$.

A. $x = \frac{1}{3} + \frac{5\pi}{18} + k\frac{\pi}{3} \ (k \in \mathbb{Z}).$

B. $x = \frac{1}{3} + \frac{\pi}{18} + k\frac{\pi}{3} \ (k \in \mathbb{Z}).$

C. $x = \frac{5\pi}{18} + k\frac{\pi}{3} \ (k \in \mathbb{Z}).$

D.

$x = \frac{1}{3} - \frac{\pi}{6} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z}).$

Lời giải.

Ta có $\cot(3x-1) = -\sqrt{3} \Leftrightarrow \cot(3x-1) = \cot\left(-\frac{\pi}{6}\right).$

$\Leftrightarrow 3x-1 = \frac{-\pi}{6} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{1}{3} - \frac{\pi}{18} + k\frac{\pi}{3} \xrightarrow{k=1} x = \frac{1}{3} + \frac{\pi}{18}.$

Câu 144: Số nghiệm của phương trình $3 \cot 3x - \sqrt{3} = 0$ trên khoảng $\left(-\frac{2\pi}{9}; \frac{\pi}{9}\right)$ là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

+) Ta có $\tan 3x = \frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow 3x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{9} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}.$

+) $x \in \left(-\frac{2\pi}{9}; \frac{\pi}{9}\right) \Leftrightarrow -\frac{2\pi}{9} < \frac{\pi}{9} + \frac{k\pi}{3} < \frac{\pi}{9} \Leftrightarrow -\frac{\pi}{3} < \frac{k\pi}{3} < 0 \Leftrightarrow -1 < k < 0.$

Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên không có giá trị nào của k thỏa mãn.

Vậy phương trình đã cho không có nghiệm nào trên khoảng $\left(-\frac{2\pi}{9}; \frac{\pi}{9}\right).$

Câu 145: Nghiệm của phương trình $\cot\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$ có dạng $x = -\frac{\pi}{m} + \frac{k\pi}{n}$, với $k \in \mathbb{Z}$ và $m, n \in \mathbb{N}^*$.

Khi đó $m - n$ bằng

A. -5.

B. 5.

C. 3.

D. -3.

Lời giải

Ta có $\cot\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3} \Leftrightarrow \cot\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \cot \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + k\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, (k \in \mathbb{Z}).$

Vậy $\begin{cases} m=6 \\ n=1 \end{cases} \Rightarrow m-n=5.$



Câu 146: Số nghiệm của phương trình $\cot 20x = 1$ trên đoạn $[-50\pi; 0]$ là

A. 980.

B. 1001.

C. 1000.

D. 981.

Lời giải

$$\text{Ta có } \cot 20x = 1 \Leftrightarrow 20x = \frac{\pi}{4} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{80} + k\frac{\pi}{20}, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Với } x = \frac{\pi}{80} + k\frac{\pi}{20}, -50\pi \leq x \leq 0 \text{ suy ra } -50\pi \leq \frac{\pi}{80} + k\frac{\pi}{20} \leq 0 \Leftrightarrow -50\pi - \frac{\pi}{80} \leq k\frac{\pi}{20} \leq -\frac{\pi}{80}$$

$$\Leftrightarrow -1000 - \frac{1}{4} \leq k \leq -\frac{1}{4}, k \in \mathbb{Z}. \text{ Do đó } k \in \{-1000, -999, \dots, -1\}.$$

Vậy phương trình đã cho có 1000 nghiệm trên $[-50\pi; 0]$.

Câu 147: Hỏi trên đoạn $[0; 2018\pi]$, phương trình $\sqrt{3} \cot x - 3 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 2018.

B. 6340.

C. 6339.

D. 2017.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \sqrt{3} \cot x - 3 = 0 \Leftrightarrow \cot x = \sqrt{3} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Vì } x \in [0; 2018\pi] \text{ nên ta có: } 0 \leq \frac{\pi}{6} + k\pi \leq 2018\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{6} \leq k \leq -\frac{1}{6} + 2018.$$

$$\text{Vì } k \in \mathbb{Z} \text{ nên } k \in \{0; 1; 2; \dots; 2017\}.$$

Vậy phương trình đã cho có 2018 nghiệm.

Câu 148: Phương trình $\cot 3x = \cot x$ có các nghiệm là:

A. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Lời giải

$$\text{ĐKXĐ: } \begin{cases} \sin 3x \neq 0 \\ \sin x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq k\frac{\pi}{3} \\ x \neq k\pi \end{cases}$$

Phương trình tương đương:

$$\frac{\cos 3x}{\sin 3x} = \frac{\cos x}{\sin x} \Leftrightarrow \sin x \cos 3x - \cos x \sin 3x = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = 0 \Leftrightarrow x = k\frac{\pi}{2}$$

$$\text{Kết hợp điều kiện ta được các nghiệm của phương trình: } x = \frac{\pi}{2} + k\pi$$

DẠNG 5. MỘT SỐ BÀI TOÁN TỔNG HỢP

Câu 149: Trong các phương trình sau, phương trình nào vô nghiệm?

A. $\tan x = 99.$

B. $\cos\left|2x - \frac{\pi}{2}\right| = \frac{2\pi}{3}.$

C. $\cot 2018x = 2017.$

D. $\sin 2x = -\frac{3}{4}.$



Lời giải

Chọn B

Vì $\frac{2\pi}{3} > 1$ là nên phương trình $\cos\left|2x - \frac{\pi}{2}\right| = \frac{2\pi}{3}$ vô nghiệm.

Câu 150: Phương trình $\sin x = \cos x$ có số nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; \pi]$ là:

A. 3

B. 5

C. 2

D. 4

Lời giải

Chọn C

Ta có $\sin x = \cos x \Leftrightarrow \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{4} = k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

Trong $[-\pi; \pi]$ phương trình có hai nghiệm

Câu 151: Giải phương trình $\left(2\cos\frac{x}{2} - 1\right)\left(\sin\frac{x}{2} + 2\right) = 0$

A. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$

B. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$

C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k4\pi, (k \in \mathbb{Z})$

D. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k4\pi, (k \in \mathbb{Z})$

Lời giải

Chọn D

Vì $-1 \leq \sin\frac{x}{2} \leq 1, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow \sin\frac{x}{2} + 2 > 0$

Vậy phương trình tương đương

$$2\cos\frac{x}{2} - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos\frac{x}{2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{x}{2} = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$$

$$\Leftrightarrow x = \pm \frac{2\pi}{3} + k4\pi, (k \in \mathbb{Z})$$

Câu 152: Phương trình $8.\cos 2x.\sin 2x.\cos 4x = -\sqrt{2}$ có nghiệm là

A. $\begin{cases} x = \frac{-\pi}{32} + k\frac{\pi}{4} \\ x = \frac{5\pi}{32} + k\frac{\pi}{4} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{16} + k\frac{\pi}{8} \\ x = \frac{3\pi}{16} + k\frac{\pi}{8} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{8} \\ x = \frac{3\pi}{8} + k\frac{\pi}{8} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{32} + k\frac{\pi}{4} \\ x = \frac{3\pi}{32} + k\frac{\pi}{4} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Lời giải

Ta có:



$$8. \cos 2x. \sin 2x. \cos 4x = -\sqrt{2} \Leftrightarrow 4. \sin 4x. \cos 4x = -\sqrt{2} \Leftrightarrow 2. \sin 8x = -\sqrt{2} \Leftrightarrow \sin 8x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \sin 8x = \sin \left(-\frac{\pi}{4} \right) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{32} + k\frac{\pi}{4} \\ x = \frac{5\pi}{32} + k\frac{\pi}{4} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy phương trình có nghiệm $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{32} + k\frac{\pi}{4} \\ x = \frac{5\pi}{32} + k\frac{\pi}{4} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 153: Tìm số nghiệm của phương trình $\sin(\cos 2x) = 0$ trên $[0; 2\pi]$.

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

Ta có $\sin(\cos 2x) = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$

Vì $\cos 2x \in [-1; 1] \Rightarrow k = 0 \Rightarrow \cos 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k_1\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k_1\frac{\pi}{2} (k_1 \in \mathbb{Z}).$

$x \in [0; 2\pi] \Rightarrow k_1 \in \{0; 1; 2; 3\}.$

Vậy phương trình có 4 nghiệm trên $[0; 2\pi]$.

Câu 154: Trong khoảng $(0; \pi)$, phương trình $\cos 4x + \sin x = 0$ có tập nghiệm là S . Hãy xác định S .

A. $S = \left\{ \frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}; \frac{3\pi}{10}; \frac{7\pi}{10} \right\}.$

B. $S = \left\{ \frac{\pi}{6}; \frac{3\pi}{10} \right\}.$

C. $S = \left\{ \frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{10}; \frac{7\pi}{10} \right\}.$

D. $S = \left\{ \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}; \frac{3\pi}{10}; \frac{7\pi}{10} \right\}.$

Lời giải

Ta có $\cos 4x + \sin x = 0 \Leftrightarrow \cos 4x = -\sin x \Leftrightarrow \cos 4x = \sin(-x) \Leftrightarrow \cos 4x = \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x = \frac{\pi}{2} + x + k2\pi \\ 4x = -\frac{\pi}{2} - x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = -\frac{\pi}{10} + k\frac{2\pi}{5} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Vì $x \in (0; \pi)$ nên $S = \left\{ \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}; \frac{3\pi}{10}; \frac{7\pi}{10} \right\}.$

Câu 155: Phương trình $\sin 2x = \cos x$ có nghiệm là

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$



C.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

D.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Lời giải

$$\sin 2x = \cos x \Leftrightarrow \sin 2x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 156: Phương trình $\sin x = \cos x$ có bao nhiêu nghiệm $x \in (0; 5\pi)$?

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

Ta có $\sin x = \cos x \Leftrightarrow \tan x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Vì $x \in (0; 5\pi)$ nên ta có $0 < \frac{\pi}{4} + k\pi < 5\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow -\frac{1}{4} < k < \frac{19}{4}, k \in \mathbb{Z}$.

Do đó, $k \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$.

Suy ra phương trình có 5 nghiệm thuộc $(0; 5\pi)$ là $\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{9\pi}{4}, \frac{13\pi}{4}, \frac{17\pi}{4}$.

Câu 157: Nghiệm của phương trình $\sin 3x = \cos x$ là

A. $x = k\pi; x = k\frac{\pi}{2}$. B. $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}; x = \frac{\pi}{4} + k\pi$.

C. $x = k2\pi; x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

D. $x = k\pi; x = \frac{\pi}{4} + k\pi$.

Lời giải

$$\sin 3x = \cos x \Leftrightarrow \sin 3x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = \frac{\pi}{2} - x + k2\pi \\ 3x = \pi - \frac{\pi}{2} + x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases}$$

Câu 158: Phương trình $\sin 2x + \cos x = 0$ có tổng các nghiệm trong khoảng $(0; 2\pi)$ bằng

A. 2π .

B. 3π .

C. 5π .

D. 6π .

Lời giải

$$\sin 2x + \cos x = 0 \Leftrightarrow 2\sin x \cos x + \cos x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ 2\sin x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z}) \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$$



$$x \in (0; 2\pi) \Rightarrow x = \left\{ \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}; \frac{11\pi}{6}; \frac{7\pi}{6} \right\}$$

$$\Rightarrow S = 5\pi.$$

Câu 159: Số nghiệm chung của hai phương trình $4\cos^2 x - 3 = 0$ và $2\sin x + 1 = 0$ trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$ bằng

A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$ phương trình $2\sin x + 1 = 0 \Leftrightarrow \sin x = -\frac{1}{2}$ có hai nghiệm là $-\frac{\pi}{6}$ và $\frac{7\pi}{6}$.

Cả hai nghiệm này đều thỏa phương trình $4\cos^2 x - 3 = 0$.

Vậy hai phương trình có 2 nghiệm chung.

Câu 160: Giải phương trình $\sin x \sin 7x = \sin 3x \sin 5x$.

A. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \frac{k\pi}{6}, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{k\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Ta có: $\sin x \sin 7x = \sin 3x \sin 5x \Leftrightarrow \cos 6x - \cos 8x = \cos 2x - \cos 8x$.

$$\Leftrightarrow \cos 6x = \cos 2x \Leftrightarrow \begin{cases} 6x = 2x + k2\pi \\ 6x = -2x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{k\pi}{4} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 161: Tìm số nghiệm của phương trình $\sin x = \cos 2x$ thuộc đoạn $[0; 20\pi]$.

A. 20.

B. 40.

C. 30.

D. 60.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \sin x = \cos 2x \Leftrightarrow \sin x = 1 - 2\sin^2 x \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{1}{2} \\ \sin x = -1 \end{cases}$$

$$\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$$

Xét $x \in [0; 20\pi]$:

$$\text{Với } x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, \text{ ta có } 0 \leq \frac{\pi}{6} + k2\pi \leq 20\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{12} \leq k \leq \frac{119}{12}, \text{ do } k \in \mathbb{Z} \text{ nên.}$$



Với $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$, ta có $0 \leq \frac{5\pi}{6} + k2\pi \leq 20\pi \Leftrightarrow -\frac{5}{12} \leq k \leq \frac{115}{12}$, do $k \in \mathbb{Z}$ nên.

Với $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$, ta có $0 \leq -\frac{\pi}{2} + k2\pi \leq 20\pi \Leftrightarrow \frac{1}{4} \leq k \leq \frac{41}{4}$, do $k \in \mathbb{Z}$ nên.

Vậy phương trình đã cho có 30 nghiệm thuộc đoạn $[0; 20\pi]$.

Câu 162: Số vị trí biểu diễn các nghiệm của phương trình $\tan 3x + \cot\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = 0$ trên đường tròn lượng giác là?

A. 4.

B. 2.

C. 0.

D. 1.

Lời giải

$$\text{ĐK: } \begin{cases} \cos 3x \neq 0 \\ \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} (*)$$

$$\text{Ta có } \tan 3x = -\cot\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow \tan 3x = -\tan(-x)$$

$$\Leftrightarrow \tan 3x = \tan x$$

$$\Leftrightarrow 3x = x + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$$

Kết hợp điều kiện (*) suy ra $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$ nghĩa là có 2 điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giá C.

Câu 163: Phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos x = 0$ có tập nghiệm được biểu diễn bởi bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác?

A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos x = 0 \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow x + \frac{\pi}{4} = \pi - x + \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow 2x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{5\pi}{8} + k\pi.$$

Cung $x = \frac{5\pi}{8} + k\pi$ biểu diễn được hai điểm trên đường tròn lượng giác.

Câu 164: Tìm tập nghiệm S của phương trình $\cos x \cdot \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = 0$.

A. $S = \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$. B. $S = \{k180^\circ; 75^\circ + k90^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$.



C. $S = \left\{ k\pi; \frac{5\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

D. $S = \{100^\circ + k180^\circ; 30^\circ + k90^\circ, k \in \mathbb{Z}\}.$

Lời giải

Ta có: $\cos x \cdot \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ 2x - \frac{\pi}{3} = k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là: $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Câu 165: Giải phương trình $5\sin x - \sin 2x = 0$

A. $x = k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$ B. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$

C. $x = k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$ D. Phương trình vô nghiệm.

Lời giải

$$5\sin x - \sin 2x = 0 \Leftrightarrow 5\sin x - 2\sin x \cdot \cos x = 0 \Leftrightarrow \sin x(5 - 2\cos x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ 5 - 2\cos x = 0 \end{cases}$$

+) $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$

+) $5 - 2\cos x = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{5}{2}$

Câu 166: Giải phương trình $\sin(\pi - x) - \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) = 0$

A. $S = \{k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}.$ B. $S = \left\{ k2\pi, \frac{\pi}{3} + \frac{k2\pi}{3} | k \in \mathbb{Z} \right\}.$

C. $S = \left\{ k\pi, \frac{\pi}{3} + \frac{k2\pi}{3} | k \in \mathbb{Z} \right\}.$ D. $S = \left\{ \frac{\pi}{3} + \frac{k2\pi}{3} | k \in \mathbb{Z} \right\}$

Lời giải

$$\sin(\pi - x) - \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) = 0 \Leftrightarrow \sin x - \sin 2x = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = \sin x \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = x + k2\pi \\ 2x = \pi - x + k2\pi \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 167: Nghiệm âm lớn nhất của phương trình $\cos\left(4x - \frac{\pi}{6}\right) + \sin^2 x = \cos^2 x$

A. $-\frac{35}{36}\pi.$

B. $-\frac{11}{36}\pi.$

C. $-\frac{11\pi}{12}.$

D. $-\frac{\pi}{12}.$

Lời giải



$$\cos\left(4x - \frac{\pi}{6}\right) + \sin^2 x = \cos^2 x \Leftrightarrow \cos\left(4x - \frac{\pi}{6}\right) = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(4x - \frac{\pi}{6}\right) = \cos 2x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x - \frac{\pi}{6} = 2x + k2\pi \\ 4x - \frac{\pi}{6} = -2x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{36} + k\frac{\pi}{3} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Ta có mỗi họ nghiệm lần lượt có các nghiệm âm lớn nhất là:

$$x_1 = \frac{\pi}{12} - \pi = -\frac{11\pi}{12}; \quad x_2 = \frac{\pi}{36} - \frac{\pi}{3} = -\frac{11\pi}{36}$$

Vậy nghiệm âm lớn nhất của phương trình là $x = -\frac{11}{36}\pi$.

Câu 168: Các họ nghiệm của phương trình $\sin 2x - \sqrt{3} \sin x = 0$ là:

A. $\begin{cases} x = k\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases}$ B. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi$ C. $\begin{cases} x = k\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$

Lời giải

Ta có $\sin 2x - \sqrt{3} \sin x = 0 \Leftrightarrow \sin x (2 \cos x - \sqrt{3}) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$$

Câu 169: Giải phương trình $\cot x + \sin x \left(1 + \tan x \cdot \tan \frac{x}{2}\right) = 4$

Lời giải

$$\text{ĐK: } \begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos \frac{x}{2} \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin 2x \neq 0 \\ \cos \frac{x}{2} \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \neq \frac{k\pi}{2}, \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\cot x + \sin x \left(1 + \tan x \cdot \tan \frac{x}{2}\right) = 4$$

$$\Leftrightarrow \frac{\cos x}{\sin x} + \sin x \left(1 + \frac{\sin x}{\cos x} \cdot \frac{\sin \frac{x}{2}}{\cos \frac{x}{2}}\right) = 4 \Leftrightarrow \frac{\cos x}{\sin x} + \sin x \left(\frac{\cos x \cdot \cos \frac{x}{2} + \sin x \cdot \sin \frac{x}{2}}{\cos x \cdot \cos \frac{x}{2}}\right) = 4$$



$$\Leftrightarrow \frac{\cos x}{\sin x} + \sin x \left(\frac{\cos \left(x - \frac{x}{2} \right)}{\cos x \cdot \cos \frac{x}{2}} \right) = 4 \Leftrightarrow \frac{\cos x}{\sin x} + \frac{\sin x}{\cos x} = 4 \Leftrightarrow 4 \sin x \cos x = 1$$

$$\Leftrightarrow \sin 2x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{12} + k\pi \end{cases}, \quad (k \in \mathbb{Z}) \text{ Thỏa mãn điều kiện}$$

Vậy, nghiệm của phương trình là $x = \frac{\pi}{12} + k\pi$; $x = \frac{5\pi}{12} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$)

Câu 170: Số điểm phân biệt biểu diễn các nghiệm phương trình $\sin 2x - \sin x = 0$ trên đường tròn lượng giác là

A. 4

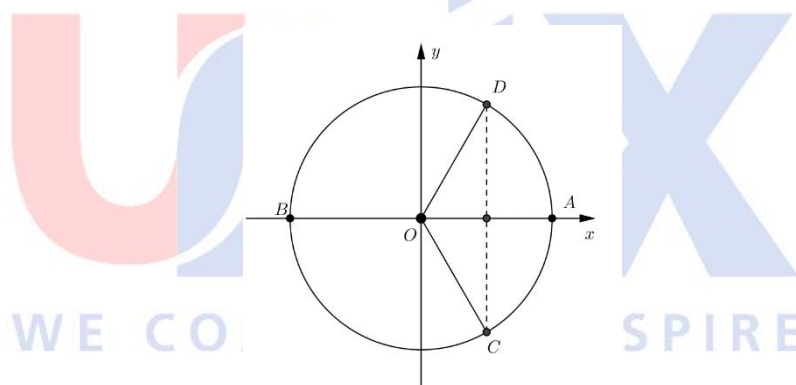
B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Ta có: $\sin 2x - \sin x = 0 \Leftrightarrow 2 \sin x \cos x - \sin x = 0 \Leftrightarrow \sin x (2 \cos x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x = \frac{1}{2} \end{cases}$



Các điểm biểu diễn tập nghiệm trên đường tròn lượng giác như sau:

+ Các điểm A, B biểu diễn cho nghiệm của phương trình $\sin x = 0$.

+ Các điểm C, D biểu diễn cho nghiệm của phương trình $\cos x = \frac{1}{2}$.

Vậy có tất cả 4 điểm biểu diễn nghiệm của phương trình.

Câu 171: Số nghiệm phương trình $\frac{\sin 3x}{\cos x + 1} = 0$ thuộc đoạn $[2\pi; 4\pi]$ là

A. 7.

B. 6.

C. 4.

D. 5.

Lời giải

Điều kiện: $\cos x + 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pi + k2\pi$.

Ta có $\frac{\sin 3x}{\cos x + 1} = 0 \Rightarrow \sin 3x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$.



So với điều kiện nghiệm của phương trình là $x = \frac{k\pi}{3}$ với $k \in \mathbb{Z}, k \neq 3(2l+1)$

Vì $2\pi \leq x \leq 4\pi \Leftrightarrow 2\pi \leq \frac{k\pi}{3} \leq 4\pi \Leftrightarrow 6 \leq k \leq 12$ nên ta chọn $k \in \{6, 7, 8, 10, 11, 12\}$.

Câu 172: Giải phương trình sau: $4\sin x = \frac{\sqrt{3}}{\cos x} - \frac{2\sqrt{3}\sin 3x}{\sin 2x}$

Lời giải

Điều kiện: $\sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$.

$$\text{Ta có: } 4\sin x = \frac{\sqrt{3}}{\cos x} - \frac{2\sqrt{3}\sin 3x}{\sin 2x}$$

$$\Leftrightarrow 4\sin^2 x \cos x = \sqrt{3} \sin x - \sqrt{3} \sin 3x$$

$$\Leftrightarrow 2(1 - \cos 2x) \cos x = \sqrt{3} \sin x - \sqrt{3} \sin 3x$$

$$\Leftrightarrow 2\cos x - 2\cos 2x \cos x = \sqrt{3} \sin x - \sqrt{3} \sin 3x$$

$$\Leftrightarrow 2\cos x - (\cos 3x + \cos x) = \sqrt{3} \sin x - \sqrt{3} \sin 3x$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3} \sin 3x - \cos 3x = \sqrt{3} \sin x - \cos x$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(3x - \frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k\frac{\pi}{2} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

So với điều kiện, suy ra phương trình có 1 họ nghiệm: $x = \frac{\pi}{3} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 173: Cho phương trình: $\frac{(1-2\sin x)\cos x}{(1+2\sin x)(1-\sin x)} = \sqrt{3}$. Phương trình có bao nhiêu nghiệm trên khoảng $(-2021\pi; 2021\pi)$?

Lời giải

$$\text{ĐK: } \begin{cases} \sin x \neq 1 \\ \sin x \neq -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\frac{(1-2\sin x)\cos x}{(1+2\sin x)(1-\sin x)} = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \cos x - \sin 2x = \sqrt{3} - \sqrt{3}\sin x + 2\sqrt{3}\sin x - 2\sqrt{3}\sin^2 x$$



CHUYÊN ĐỀ I – TOÁN – 11 – HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

$$\Leftrightarrow \cos x - \sin 2x = \sqrt{3} \sin x + \sqrt{3} \cos 2x$$

$$\Leftrightarrow \cos x - \sqrt{3} \sin x = \sin 2x + \sqrt{3} \cos 2x$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(\frac{\pi}{6} - x\right) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{18} + \frac{k2\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện ta có $x = -\frac{\pi}{18} + \frac{k2\pi}{3}$

$$x \in (-2021\pi; 2021\pi) \text{ nên } -2021\pi < -\frac{\pi}{18} + \frac{k2\pi}{3} < 2021\pi \Leftrightarrow -2021 < -\frac{1}{18} + \frac{k2}{3} < 2021$$

$$\Rightarrow -3031,42 < k < 3031,58. \text{ Do } k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k \in \{-3031; -3028; \dots; 3031\}$$

$$\Rightarrow k \in \{-3031; -3030; \dots; 3031\}$$

Vậy có $3031 - (-3031) + 1 = 6063$ nghiệm thỏa mãn.

