

# HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

## BÀI 4: PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN



### HỆ THỐNG BÀI TẬP CÂU HỎI 4 MỆNH ĐỀ TRẢ LỜI ĐÚNG/SAI.

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Cho phương trình lượng giác  $\sin x = -\frac{1}{2}$ .

- a) Phương trình đã cho tương đương  $\sin x = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$
- b) Phương trình đã cho có nghiệm là:  $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ .
- c) Phương trình đã cho có nghiệm âm lớn nhất bằng  $-\frac{\pi}{3}$
- d) Số nghiệm của phương trình trong khoảng  $(-\pi; \pi)$  là ba nghiệm

**Lời giải**

| a) Sai | b) Đúng | c) Sai | d) Sai |
|--------|---------|--------|--------|
|--------|---------|--------|--------|

a) Sai: Ta có:  $\sin x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$

b) Đúng: Phương trình đã cho  $\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \pi - \left(-\frac{\pi}{6}\right) + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

Vậy phương trình có nghiệm là:  $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ .

c) Sai: Phương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng  $-\frac{\pi}{6}$

d) Sai: Khi  $x \in (-\pi; \pi)$  phương trình có hai nghiệm

**Câu 2:** Cho phương trình lượng giác  $2\sin x = \sqrt{2}$ .

- a) Phương trình đã cho tương đương  $\sin x = \sin\frac{\pi}{4}$
- b) Phương trình đã cho có nghiệm là:  $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi; x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ .
- c) Phương trình đã cho có nghiệm dương nhỏ nhất bằng  $\frac{\pi}{4}$
- d) Số nghiệm của phương trình trong khoảng  $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$  là hai nghiệm



Lời giải

| a) Đúng | b) Sai | c) Đúng | d) Sai |
|---------|--------|---------|--------|
|---------|--------|---------|--------|

a) Đúng: Ta có:  $2\sin x = \sqrt{2} \Leftrightarrow \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{4}$

b) Sai: Phương trình đã cho  $\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \pi - \frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Vậy phương trình có nghiệm là:  $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi; x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}).$

b) Đúng: Phương trình có nghiệm dương nhỏ nhất bằng  $\frac{\pi}{4}$

d) Sai: Số nghiệm của phương trình trong khoảng  $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$  là một nghiệm

**Câu 3:** Cho phương trình lượng giác  $2\cos x = \sqrt{3}$ .

a) Phương trình có nghiệm  $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

b) Trong đoạn  $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$  phương trình có 4 nghiệm

c) Tổng các nghiệm của phương trình trong đoạn  $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$  bằng  $\frac{25\pi}{6}$

d) Trong đoạn  $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$  phương trình có nghiệm lớn nhất bằng  $\frac{13\pi}{6}$

Lời giải

| a) Sai | b) Sai | c) Đúng | d) Đúng |
|--------|--------|---------|---------|
|--------|--------|---------|---------|

a) Sai: Ta có:  $2\cos x = \sqrt{3} \Leftrightarrow \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}).$

b) Sai: Vì  $x \in \left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$  nên  $x \in \left\{\frac{\pi}{6}; \frac{11\pi}{6}; \frac{13\pi}{6}\right\}.$

Vậy nghiệm  $x$  thỏa mãn đề bài là:  $x \in \left\{\frac{\pi}{6}; \frac{11\pi}{6}; \frac{13\pi}{6}\right\}.$

c) Đúng:  $\frac{\pi}{6} + \frac{11\pi}{6} + \frac{13\pi}{6} = \frac{25\pi}{6}$

d) Đúng: Trong đoạn  $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$  phương trình có nghiệm lớn nhất bằng  $\frac{13\pi}{6}$

**Câu 4:** Cho phương trình  $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right).$

a) Phương trình đã cho có nghiệm  $\begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

b) Trong khoảng  $(0; \pi)$  phương trình có 2 nghiệm



- c) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng  $(0; \pi)$  bằng  $\frac{7\pi}{6}$
- d) Trong khoảng  $(0; \pi)$  phương trình có nghiệm lớn nhất bằng  $\frac{5\pi}{6}$

**Lời giải**

| a) Đúng | b) Đúng | c) Sai | d) Đúng |
|---------|---------|--------|---------|
|---------|---------|--------|---------|

a) Đúng: Ta có:  $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{4} = x + \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ 2x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} - x + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$

b) Đúng: Vì  $x \in (0; \pi)$  nên  $x \in \left\{\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right\}$

Vậy phương trình có hai nghiệm thuộc khoảng  $(0; \pi)$  là  $x = \frac{\pi}{6}; x = \frac{5\pi}{6}$ .

c) Sai:  $\frac{\pi}{6} + \frac{5\pi}{6} = \pi$

d) Đúng. Trong khoảng  $(0; \pi)$  phương trình có nghiệm lớn nhất bằng  $\frac{5\pi}{6}$

**Câu 5:** Cho phương trình lượng giác  $\sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

a) Phương trình có nghiệm  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{3} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$

b) Phương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng  $-\frac{2\pi}{9}$

c) Trên khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$  phương trình đã cho có 3 nghiệm

d) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$  bằng  $\frac{7\pi}{9}$

**Lời giải**

| a) Sai | b) Đúng | c) Sai | d) Đúng |
|--------|---------|--------|---------|
|--------|---------|--------|---------|

a) Sai: Phương trình có nghiệm  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{3} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$

b) Đúng: Ta có:  $\sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 3x + \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$



$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ 3x = \pi + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{2\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{3} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

c) Sai: Vì  $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$  nên  $x = \frac{\pi}{3}, x = \frac{4\pi}{9}$ .

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm thuộc khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ .

d) Đúng:  $\frac{\pi}{3} + \frac{4\pi}{9} = \frac{7\pi}{9}$ .

**Câu 6:** Cho phương trình lượng giác  $3 - \sqrt{3} \tan\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = 0$ .

a) Phương trình đã cho có nghiệm  $x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ .

b) Phương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng  $-\frac{\pi}{3}$

c) Khi  $-\frac{\pi}{4} < x < \frac{2\pi}{3}$  thì phương trình có ba nghiệm

d) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng  $\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{2\pi}{3}\right)$  bằng  $\frac{\pi}{6}$

**Lời giải**

| a) Sai | b) Sai | c) Sai | d) Đúng |
|--------|--------|--------|---------|
|--------|--------|--------|---------|

a) Sai: Phương trình tương đương với:  $\tan\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ .

b) Sai: Phương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng  $-\frac{\pi}{6}$

c) Sai: Vì  $-\frac{\pi}{4} < x < \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow -\frac{\pi}{4} < \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2} < \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow -\frac{7\pi}{12} < \frac{k\pi}{2} < \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow -\frac{7}{6} < k < \frac{2}{3}$

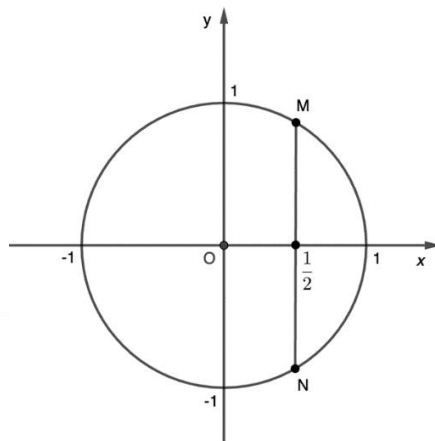
Do  $k \in \mathbb{Z}$  nên  $k \in \{-1; 0\}$ . Với  $k = -1$  thì  $x = -\frac{\pi}{6}$ , với  $k = 0$  thì  $x = \frac{\pi}{3}$ .

Vậy  $x = -\frac{\pi}{6}$  và  $x = \frac{\pi}{3}$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

d) Đúng:  $-\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6}$

**Câu 7:** Trên đường tròn lượng giác lấy 2 điểm M, N có hoành độ  $\frac{1}{2}$  (tham khảo hình vẽ dưới đây). Xét phương trình lượng giác  $2 \cos x = \sqrt{3} (*)$ .





- a) Điểm  $M, N$  trong hình vẽ trên biểu diễn các nghiệm của phương trình (\*).
- b) Phương trình (\*) tương đương với phương trình  $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .
- c) Một nghiệm của phương trình (\*) có là  $\frac{\pi}{3}$ .
- d) Trong khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$  phương trình (\*) có một nghiệm duy nhất.

**Lời giải**

|        |         |         |         |
|--------|---------|---------|---------|
| a) Sai | b) Đúng | c) Đúng | d) Đúng |
|--------|---------|---------|---------|

a) Mà trên đường tròn lượng giác điểm  $M, N$  biểu diễn các nghiệm của phương trình  $\cos x = \frac{1}{2}$

b) Phương trình (\*) tương đương với phương trình  $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

c) Ta có (\*)  $\Leftrightarrow \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

Phương trình (\*) có một nghiệm là  $\frac{\pi}{3}$ .

d) Trong khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$  phương trình (\*) có một nghiệm duy nhất là  $\frac{\pi}{3}$ .

**Câu 8:** Cho phương trình lượng giác  $\sin x = -\frac{1}{2}$ .

a) Phương trình tương đương  $\sin x = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$ .

b) Số nghiệm của phương trình trong khoảng  $(-\pi; \pi)$  là ba nghiệm.

c) Phương trình có nghiệm là  $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ .

d) Phương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng  $-\frac{\pi}{3}$ .

**Lời giải**

|        |        |         |        |
|--------|--------|---------|--------|
| a) Sai | b) Sai | c) Đúng | d) Sai |
|--------|--------|---------|--------|



a) Ta có:  $\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$  nên phương trình tương đương  $\sin x = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$ .

b) Ta có:  $\sin x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$ .

Vì  $x \in (-\pi; \pi)$  nên  $x \in \left\{-\frac{\pi}{6}; -\frac{5\pi}{6}\right\}$ .

Vậy phương trình có hai nghiệm trong khoảng  $(-\pi; \pi)$ .

c) Ta có:  $\sin x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$ .

Nên phương trình có nghiệm là  $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ).

d) Cho  $x < 0$  ta có  $\begin{cases} -\frac{\pi}{6} + k_1 2\pi < 0 \\ \frac{7\pi}{6} + k_2 2\pi < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k_1 < -\frac{1}{12} \\ k_2 < -\frac{7}{12} \end{cases}$ .

Mà  $k_1, k_2 \in \mathbb{Z}$  nên chọn  $k_1 = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{\pi}{6}$  và chọn  $k_2 = -1 \Rightarrow x_2 = -\frac{5\pi}{6}$ .

Vậy nghiệm âm lớn nhất của phương trình là  $x = -\frac{\pi}{6}$ .

**Câu 9:** Cho phương trình lượng giác  $2\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \sqrt{3} = 0$  (\*).

a) Phương trình (\*) tương đương  $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$ .

b) Nghiệm của phương trình (\*) là:  $x = -\frac{\pi}{12} + k2\pi, x = \frac{7\pi}{12} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

c) Đồ thị hàm số  $y = 2\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \sqrt{3}$  giao với trục hoành tại gốc toạ độ.

d) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng  $(-\pi; \pi)$  bằng  $-\frac{\pi}{12}$ .

**Lời giải**

|         |        |        |        |
|---------|--------|--------|--------|
| a) Đúng | b) Sai | c) Sai | d) Sai |
|---------|--------|--------|--------|

a) Đúng.

$$2\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos\frac{\pi}{6}.$$

b) Sai.



$$2 \cos \left( x + \frac{\pi}{4} \right) - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \cos \left( x + \frac{\pi}{4} \right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \cos \left( x + \frac{\pi}{4} \right) = \cos \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k2\pi \\ x = -\frac{5\pi}{12} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

c) Sai.

$$y(0) = 2 \cos \frac{\pi}{4} - \sqrt{3} = \sqrt{2} - \sqrt{3}.$$

d) Sai.

$$\text{Phương trình } 2 \cos \left( x + \frac{\pi}{4} \right) - \sqrt{3} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k2\pi \\ x = -\frac{5\pi}{12} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

$$-\pi < -\frac{\pi}{12} + k2\pi < \pi \Leftrightarrow -\frac{11}{24} < k < \frac{13}{24} \Rightarrow k = 0. \quad \text{Do đó } x \in \left\{ -\frac{\pi}{12} \right\}.$$

$$-\pi < -\frac{5\pi}{12} + k2\pi < \pi \Leftrightarrow -\frac{7}{24} < k < \frac{17}{24} \Rightarrow k = 0 \Rightarrow x \in \left\{ -\frac{5\pi}{12} \right\}.$$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng  $(-\pi; \pi)$  là  $-\frac{\pi}{12} + \left( -\frac{5\pi}{12} \right) = -\frac{\pi}{2}$ .

**Câu 10:** Cho phương trình lượng giác:  $2 \cos \left( x + \frac{\pi}{3} \right) - 1 = 0$

a) Phương trình đã cho có các nghiệm  $x = k2\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ) và  $x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ).

b) Phương trình đã cho có nghiệm âm lớn nhất  $x = -\frac{2\pi}{3}$

c) Đồ thị hàm số  $y = 2 \cos \left( x + \frac{\pi}{3} \right) - 1$  giao với trục hoành tại gốc tọa độ

d) Số nghiệm của phương trình đã cho trong khoảng  $(-\pi; \pi)$  là 3

**Lời giải**

|         |         |         |        |
|---------|---------|---------|--------|
| a) Đúng | b) Đúng | c) Đúng | d) Sai |
|---------|---------|---------|--------|

a) Xét phương trình

$$2 \cos \left( x + \frac{\pi}{3} \right) - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos \left( x + \frac{\pi}{3} \right) = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

Vậy phương trình đã cho có các nghiệm  $x = k2\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ) và  $x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ )

b)

- Xét nghiệm  $x = k2\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ) cho  $x = k2\pi < 0 \Leftrightarrow k < 0 \Rightarrow k = -1; -2; -3; \dots (k \in \mathbb{Z})$

Nghiệm âm lớn nhất của nghiệm  $x = k2\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ) là  $x = -2\pi$



- Xét nghiệm  $x = \frac{-2\pi}{3} + k2\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ) cho  $x = \frac{-2\pi}{3} + k2\pi < 0 \Leftrightarrow k < \frac{1}{3} \Rightarrow k = 0, -1, -2, -3, \dots (k \in \mathbb{Z})$

Nghiệm âm lớn nhất của nghiệm  $x = \frac{-2\pi}{3} + k2\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ) là  $x = \frac{-2\pi}{3}$

Vậy phương trình  $2 \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 1 = 0$  có nghiệm âm lớn nhất  $x = \frac{-2\pi}{3}$

c) Xét điểm  $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$  thay vào hàm số  $y = 2 \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 1$  ta được  $0 = 0$  đúng nên đồ thị hàm số

$y = 2 \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 1$  giao với trục hoành tại gốc tọa độ

d) - Xét nghiệm  $x = k2\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ) cho  $-\pi < k2\pi < \pi \Leftrightarrow \frac{-1}{2} < k < \frac{1}{2} \Rightarrow k = 0 (k \in \mathbb{Z})$

Nghiệm khoảng  $(-\pi; \pi)$  của nghiệm  $x = k2\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ) là  $x = 0$

- Xét nghiệm  $x = \frac{-2\pi}{3} + k2\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ) cho  $-\pi < \frac{-2\pi}{3} + k2\pi < \pi \Leftrightarrow \frac{-1}{6} < k < \frac{5}{6} \Rightarrow k = 0 (k \in \mathbb{Z})$

Nghiệm khoảng  $(-\pi; \pi)$  của nghiệm  $x = \frac{-2\pi}{3} + k2\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ) là  $x = \frac{-2\pi}{3}$

**Câu 11:** Cho phương trình lượng giác  $2 \sin x - \sqrt{2} = 0$ .

a) Phương trình tương đương với phương trình  $\sin x = \sin \frac{\pi}{4}$ .

b) Phương trình có nghiệm là  $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi; x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ).

c) Phương trình có nghiệm âm lớn nhất là  $-\frac{\pi}{4}$ .

d) Số nghiệm của phương trình trong khoảng  $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$  là hai nghiệm.

**Lời giải**

|         |         |        |        |
|---------|---------|--------|--------|
| a) Đúng | b) Đúng | c) Sai | d) Sai |
|---------|---------|--------|--------|

**a) Đúng.** Phương trình tương đương với phương trình  $\sin x = \sin \frac{\pi}{4}$ .

$$2 \sin x - \sqrt{2} = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{4}.$$

**b) Đúng.** Phương trình có nghiệm là  $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi; x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ).

$$2 \sin x - \sqrt{2} = 0 \Leftrightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

**c) Sai.** Phương trình có nghiệm âm lớn nhất là  $-\frac{\pi}{4}$ .

Do  $x$  là nghiệm âm lớn nhất nên



**Trường hợp 1:**  $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi < 0 \Leftrightarrow k < \frac{-1}{8} \Rightarrow k = -1 \Rightarrow x = \frac{-7\pi}{4}$ .

**Trường hợp 2:**  $x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi < 0 \Leftrightarrow k < \frac{-3}{8} \Rightarrow k = -1 \Rightarrow x = \frac{-5\pi}{4}$

Trong hai nghiệm  $\frac{-7\pi}{4}$  và  $\frac{-5\pi}{4}$  thì nghiệm âm lớn nhất là  $\frac{-5\pi}{4}$ .

Phương trình có nghiệm âm lớn nhất là  $-\frac{5\pi}{4}$ .

**d) Sai.** Số nghiệm của phương trình trong khoảng  $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$  là hai nghiệm.

$$x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$$

+)  $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$ : Ta có  $\frac{-\pi}{2} < \frac{\pi}{4} + k2\pi < \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \frac{-3}{8} < k < \frac{1}{8}$ .

Mà  $k \in \mathbb{Z}$  nên  $k = 0$ :  $x = \frac{\pi}{4}$

+)  $x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi$ : Ta có  $\frac{-\pi}{2} < \frac{3\pi}{4} + k2\pi < \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \frac{-5}{8} < k < \frac{-1}{8}$ .

Mà  $k \in \mathbb{Z}$  nên không có giá trị nào của  $k$  thỏa mãn.

Vậy số nghiệm của phương trình trong khoảng  $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$  là một nghiệm.

**Câu 12:** Cho phương trình  $\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$ .

a) Số vị trí biểu diễn các nghiệm của phương trình đã cho trên đường tròn lượng giác là 4.

b) Phương trình đã cho có 2 nghiệm trên khoảng  $(0; \pi)$ .

c) Tổng tất cả các nghiệm của phương trình đã cho trên khoảng  $(0; \pi)$  bằng 0.

d) Phương trình đã cho có 4 nghiệm trên khoảng  $(0; \pi)$ .

**Lời giải**

| a) Đúng | b) Đúng | c) Sai | d) Đúng |
|---------|---------|--------|---------|
|---------|---------|--------|---------|

$$\text{Phương trình } \Leftrightarrow \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2x + \frac{\pi}{3} = \pi - \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

a) Đúng: Số vị trí biểu diễn các nghiệm của phương trình  $\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$  trên đường tròn lượng giác là 4.

b) Đúng: Phương trình đã cho có 2 nghiệm trên khoảng  $(0; \pi)$  là  $\frac{\pi}{4}, \frac{11\pi}{12}$ .

c) Sai: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình đã cho trên khoảng  $(0; \pi)$  bằng  $\frac{7\pi}{6}$ .



d) Đúng: Phương trình đã cho có 4 nghiệm trên khoảng  $(0; 2\pi)$  là  $\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{11\pi}{12}, \frac{23\pi}{12}$ .

**Câu 13:** Cho phương trình  $\sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

a) Tổng nghiệm âm lớn nhất và nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình bằng  $-\frac{\pi}{6}$

b) Nghiệm âm lớn nhất là  $x = -\frac{13\pi}{36}$ .

c) Số nghiệm nghiệm của phương trình đã cho trên khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$  là 3.

d) Nghiệm dương nhỏ nhất là  $x = \frac{7\pi}{36}$ .

**Lời giải**

|         |         |        |         |
|---------|---------|--------|---------|
| a) Đúng | b) Đúng | c) Sai | d) Đúng |
|---------|---------|--------|---------|

$$\text{Ta có } \sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 3x - \frac{\pi}{4} = \pi - \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x = \frac{7\pi}{12} + k2\pi \\ 3x = \frac{11\pi}{12} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7\pi}{36} + \frac{k2\pi}{3} \\ x = \frac{11\pi}{36} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{TH1. Với } x = \frac{7\pi}{36} + \frac{k2\pi}{3} \xrightarrow{\text{Cho}} \begin{cases} x > 0 \Leftrightarrow k > -\frac{7}{24} \Rightarrow k_{\min} = 0 \rightarrow x = \frac{7\pi}{36} \\ x < 0 \Leftrightarrow k < -\frac{7}{24} \Rightarrow k_{\max} = -1 \rightarrow x = -\frac{17\pi}{36} \end{cases}$$

$$\text{TH2. Với } x = \frac{11\pi}{36} + \frac{k2\pi}{3} \xrightarrow{\text{Cho}} \begin{cases} x > 0 \Leftrightarrow k > -\frac{11}{24} \Rightarrow k_{\min} = 0 \rightarrow x = \frac{11\pi}{36} \\ x < 0 \Leftrightarrow k < -\frac{11}{24} \Rightarrow k_{\max} = -1 \rightarrow x = -\frac{13\pi}{36} \end{cases}$$

So sánh bốn nghiệm âm lớn nhất là  $x = -\frac{13\pi}{36}$  và nghiệm dương nhỏ nhất là  $x = \frac{7\pi}{36}$ . Khi đó

$$\text{tổng hai nghiệm này bằng } -\frac{13\pi}{36} + \frac{7\pi}{36} = -\frac{\pi}{6}.$$

**Câu 14:** Cho phương trình  $\cos x + \sqrt{3} \sin x = \sqrt{2}$ .

a) Số vị trí biểu diễn các nghiệm của phương trình đã cho trên đường tròn lượng giác là 4.

b) Phương trình đã cho có 2 nghiệm trên khoảng  $(0; \pi)$ .

c) Tổng tất cả các nghiệm của phương trình đã cho trên khoảng  $(0; \pi)$  bằng 0.

d) Nghiệm dương nhỏ nhất lớn hơn 1.

**Lời giải**

|        |         |        |        |
|--------|---------|--------|--------|
| a) Sai | b) Đúng | c) Sai | d) Sai |
|--------|---------|--------|--------|



$$\text{a) } \cos x + \sqrt{3} \sin x = \sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \cos \left( x - \frac{\pi}{3} \right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x - \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7\pi}{12} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{12} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

a) Sai: Số vị trí biểu diễn các nghiệm của phương trình đã cho trên đường tròn lượng giác là 2.

b) Đúng: Phương trình đã cho có 2 nghiệm trên khoảng  $(0; \pi)$  là  $x = \frac{7\pi}{12}, x = \frac{\pi}{12}$ .

c) Sai: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình đã cho trên khoảng  $(0; \pi)$  bằng  $\frac{2\pi}{3}$ .

d) Sai: Nghiệm dương nhỏ nhất là  $\frac{\pi}{12} < 1$ .

**Câu 15:** Cho phương trình lượng giác  $\sin 2x = -\frac{1}{2}$  (\*).

a) Phương trình (\*) tương đương  $\sin 2x = \sin \frac{\pi}{6}$

b) Trong khoảng  $(0; \pi)$  phương trình có 3 nghiệm

c) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng  $(0; \pi)$  bằng  $\frac{3\pi}{2}$

d) Trong khoảng  $(0; \pi)$  phương trình có nghiệm lớn nhất bằng  $\frac{11\pi}{12}$

**Lời giải**

| a) Sai | b) Sai | c) Đúng | d) Đúng |
|--------|--------|---------|---------|
|--------|--------|---------|---------|

$$\sin 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin 2x = \sin \frac{-\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{-\pi}{6} + k2\pi \\ 2x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{7\pi}{12} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$0 < x < \pi \Rightarrow \begin{cases} 0 < \frac{-\pi}{12} + k\pi < \pi \\ 0 < \frac{7\pi}{12} + k\pi < \pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} k=1 \\ k=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{11\pi}{12} \\ x = \frac{7\pi}{12} \end{cases}.$$

**Câu 16:** Cho phương trình lượng giác  $\tan(2x - 15^\circ) = 1$  (\*).

a) Phương trình (\*) có nghiệm  $x = 30^\circ + k90^\circ$  ( $k \in \mathbb{Z}$ )

b) Phương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng  $-30^\circ$

c) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng  $(-180^\circ; 90^\circ)$  bằng  $180^\circ$

d) Trong khoảng  $(-180^\circ; 90^\circ)$  phương trình có nghiệm lớn nhất bằng  $60^\circ$

**Lời giải**

| a) Đúng | b) Sai | c) Sai | d) Sai |
|---------|--------|--------|--------|
|---------|--------|--------|--------|

$$\tan(2x - 15^\circ) = 1 \Leftrightarrow x = 30^\circ + k90^\circ \quad (k \in \mathbb{Z})$$



$$-180^\circ < x < 90^\circ \Rightarrow -180^\circ < 30^\circ + k90^\circ < 90^\circ (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow k = \{-2; -1; 0\}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -150^\circ \\ x = -60^\circ \\ x = 30^\circ \end{cases}$$

**Câu 17:** Cho phương trình lượng giác  $\cot 3x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ .

- a) Phương trình đã cho tương đương  $\cot 3x = \cot\left(\frac{-\pi}{6}\right)$
- b) Phương trình đã cho có nghiệm  $x = \frac{\pi}{9} + k\frac{\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$
- c) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng  $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$  bằng  $\frac{-5\pi}{9}$
- d) Trong khoảng  $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$  phương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng  $-\frac{\pi}{9}$

**Lời giải**

| a) Sai | b) Sai | c) Đúng | d) Đúng |
|--------|--------|---------|---------|
|--------|--------|---------|---------|

a) Sai:  $\cot 3x = -\frac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow \cot 3x = \cot\left(\frac{-\pi}{3}\right)$ .

b) Sai: Phương trình đã cho  $\Leftrightarrow 3x = \frac{-\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x = \frac{-\pi}{9} + k\frac{\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$

c) Đúng:  $-\frac{\pi}{2} < \frac{-\pi}{9} + k\frac{\pi}{3} < 0 (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \frac{-7}{6} < k < \frac{1}{3} \Rightarrow k = \{-1; 0\} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-\pi}{9} \\ x = \frac{-4\pi}{9} \end{cases}$

d) Đúng: Trong khoảng  $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$  phương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng  $-\frac{\pi}{9}$

**Câu 18:** Cho phương trình  $\cos^2 x = \frac{1}{2}$ .

- a)  $x = \frac{\pi}{4}$  là một nghiệm của phương trình.
- b) Tập nghiệm của phương trình là  $S = \left\{\frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .
- c) Phương trình có ba nghiệm trong đoạn  $[0; \pi]$ .
- d) Tổng các nghiệm của phương trình trong đoạn  $[0; \pi]$  là  $\frac{3\pi}{2}$ .

**Lời giải**

| a) Đúng | b) Đúng | c) Sai | d) Sai |
|---------|---------|--------|--------|
|---------|---------|--------|--------|

a) Ta có  $\cos^2\left(\frac{\pi}{4}\right) = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$ .

Suy ra a) đúng.



b)  $\cos^2 x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$

Suy ra b) đúng.

c)  $0 \leq x \leq \pi \Leftrightarrow 0 \leq \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \leq \pi \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq k \leq \frac{3}{2}$ .

Vì  $k \in \mathbb{Z}$  nên  $k = 0; 1$ .

Suy ra c) sai.

d) Vì  $x \in [0; \pi]$  nên  $x = \frac{\pi}{4}, x = \frac{3\pi}{4}$ . Do đó tổng các nghiệm của phương trình trong đoạn  $[0; \pi]$  bằng  $\pi$ .

Suy ra d) sai.

**Câu 19:** Cho phương trình  $\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$ .

a) Số vị trí biểu diễn các nghiệm của phương trình đã cho trên đường tròn lượng giác là 4.

b) Phương trình đã cho có 2 nghiệm trên khoảng  $(0; \pi)$ .

c) Tổng tất cả các nghiệm của phương trình đã cho trên khoảng  $(0; \pi)$  bằng 0.

d) Phương trình đã cho có 4 nghiệm trên khoảng  $(0; 2\pi)$ .

**Lời giải**

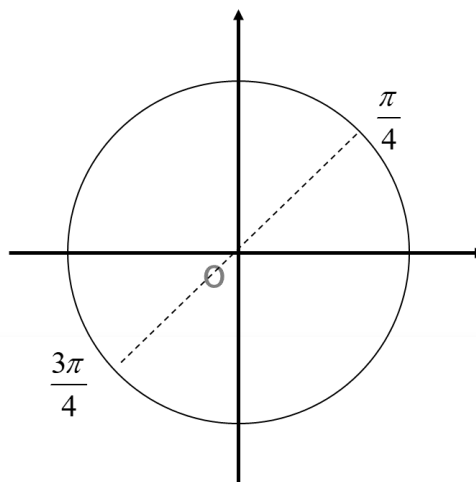
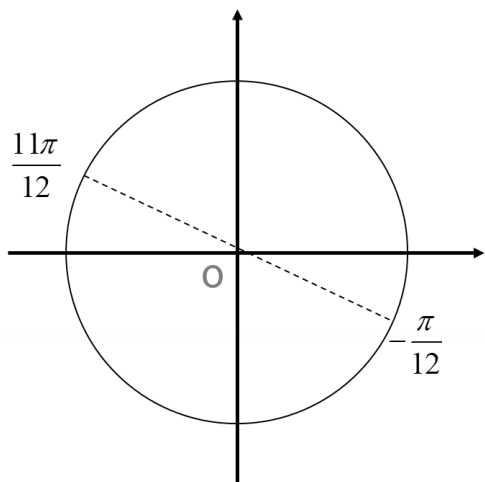
|         |         |        |         |
|---------|---------|--------|---------|
| a) Đúng | b) Đúng | c) Sai | d) Đúng |
|---------|---------|--------|---------|

Phương trình

$$\Leftrightarrow \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2x + \frac{\pi}{3} = \pi - \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Biểu diễn nghiệm  $x = -\frac{\pi}{12} + k\pi$  trên đường tròn lượng giác ta được 2 vị trí (hình 1).

Biểu diễn nghiệm  $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$  trên đường tròn lượng giác ta được 2 vị trí (hình 2).



a) Đúng: Số vị trí biểu diễn các nghiệm của phương trình  $\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$  trên đường tròn lượng giác là 4.



- b) Đúng: Phương trình đã cho có 2 nghiệm trên khoảng  $(0; \pi)$  là  $\frac{\pi}{4}, \frac{11\pi}{12}$ .
- c) Sai: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình đã cho trên khoảng  $(0; \pi)$  bằng  $\frac{7\pi}{6}$ .
- d) Đúng: Phương trình đã cho có 4 nghiệm trên khoảng  $(0; 2\pi)$  là  $\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{11\pi}{12}, \frac{23\pi}{12}$ .

**Câu 20:** Phương trình  $\sin 3x = \sin x$ .

- a)  $x = 0$  là một nghiệm của phương trình.
- b) Tập nghiệm của phương trình là  $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .
- c) Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình là  $x = \frac{\pi}{4}$ .
- d) Tổng các nghiệm thuộc đoạn  $\left[ -\pi; \frac{5\pi}{2} \right]$  của phương trình bằng  $\frac{29\pi}{4}$ .

**Lời giải**

| a) Đúng | b) Sai | c) Đúng | d) Đúng |
|---------|--------|---------|---------|
|---------|--------|---------|---------|

a) Với  $x = 0$  ta có  $\sin(3 \cdot 0) = \sin 0$  nên mệnh đề đúng.

$$b) \sin 3x = \sin x \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = x + k2\pi \\ 3x = \pi - x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

Suy ra b) sai.

c) Với  $x = k\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ) thì nghiệm dương nhỏ nhất là  $\pi$ .

Với  $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ) thì nghiệm dương nhỏ nhất là  $\frac{\pi}{4}$ .

Nên c) đúng.

d) Với  $x = k\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ), các nghiệm thuộc đoạn  $\left[ -\pi; \frac{5\pi}{2} \right]$  là  $x \in \{-\pi; 0; \pi; 2\pi\}$ .

Với  $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ), các nghiệm thuộc đoạn  $\left[ -\pi; \frac{5\pi}{2} \right]$

$$\text{là } x \in \left\{ \frac{-3\pi}{4}; \frac{-\pi}{4}; \frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}; \frac{9\pi}{4} \right\}.$$

Tổng các nghiệm thuộc đoạn  $\left[ -\pi; \frac{5\pi}{2} \right]$  của phương trình là

$$-\pi + 0 + \pi + 2\pi + \frac{-3\pi}{4} + \frac{-\pi}{4} + \frac{\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} + \frac{5\pi}{4} + \frac{7\pi}{4} + \frac{9\pi}{4} = \frac{29\pi}{4}.$$

Suy ra d) đúng.

**Câu 21:** Cho phương trình  $(2 \sin x - 1)(\cos x + 1) = 0$ .

- a)  $x = \frac{\pi}{6}$  là một nghiệm của phương trình.



b) Phương trình có nghiệm  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{cases}$ .

c) Nghiệm âm lớn nhất của phương trình là  $x = -\pi$

d) Tổng các nghiệm của phương trình thuộc nửa khoảng  $[-2\pi; 3\pi)$  bằng  $3\pi$ .

**Lời giải**

|         |        |         |         |
|---------|--------|---------|---------|
| a) Đúng | b) Sai | c) Đúng | d) Đúng |
|---------|--------|---------|---------|

a) Thay  $x = \frac{\pi}{6}$  thỏa mãn phương trình. Mệnh đề đúng.

b)  $(2\sin x - 1)(\cos x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{1}{2} \\ \cos x = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}) \\ x = \pi + k2\pi \end{cases}$

Mệnh đề sai.

c) Với  $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi < 0 \Rightarrow k \leq -1$ . Nghiệm âm lớn nhất là  $x = \frac{-11\pi}{6}$

Với  $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi < 0 \Rightarrow k \leq -1$ . Nghiệm âm lớn nhất là  $x = \frac{-7\pi}{6}$

Với  $x = \pi + k2\pi < 0 \Rightarrow k \leq -1$ . Nghiệm âm lớn nhất là  $x = -\pi$

Mệnh đề đúng

d) Theo ý trên ta thấy phương trình có nghiệm:  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}) \\ x = \pi + k2\pi \end{cases}$

TH 1: Với  $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \in [-2\pi; 3\pi) \Rightarrow -2\pi < \frac{\pi}{6} + k2\pi < 3\pi \Rightarrow -1 \leq k \leq 1 \Rightarrow T = \frac{\pi}{2}$

TH 2:  $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \in [-2\pi; 3\pi) \Rightarrow -2\pi \leq \frac{5\pi}{6} + k2\pi < 3\pi \Rightarrow -1 \leq k \leq 1 \Rightarrow T = \frac{5\pi}{2}$

TH 3:  $x = \pi + k2\pi \in [-2\pi; 3\pi) \Rightarrow -2\pi \leq \pi + k2\pi < 3\pi \Rightarrow -1 \leq k < 1 \Rightarrow T = 0$

**Câu 22:** Cho phương trình lượng giác  $\sqrt{2} - 2\sin(45^\circ - 2x) = 0$

a) Phương trình tương đương với  $\sin(45^\circ - 2x) = \sin 45^\circ$

b) Đồ thị hàm số  $y = \sqrt{2} - 2\sin(45^\circ - 2x)$  cắt trục hoành tại điểm gốc tọa độ

c) Phương trình có nghiệm là:  $x = -k180^\circ; x = -45^\circ - k180^\circ (k \in \mathbb{Z})$ .



d) Trên khoảng  $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$  phương trình đã cho có một nghiệm

**Lời giải**

|         |         |         |        |
|---------|---------|---------|--------|
| a) Đúng | b) Đúng | c) Đúng | d) Sai |
|---------|---------|---------|--------|

Ta có:

$$\sqrt{2} - 2 \sin(45^\circ - 2x) = 0 \Leftrightarrow \sin(45^\circ - 2x) = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \sin(45^\circ - 2x) = \sin 45^\circ$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 45^\circ - 2x = 45^\circ + k360^\circ \\ 45^\circ - 2x = 180^\circ - 45^\circ + k360^\circ \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -k180^\circ \\ x = -45^\circ - k180^\circ \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy phương trình có nghiệm là:  $x = -k180^\circ; x = -45^\circ - k180^\circ (k \in \mathbb{Z})$ .

Trên khoảng  $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$  phương trình đã cho có hai nghiệm

**Câu 23:** Cho hai đồ thị hàm số  $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$  và  $y = \sin x$ .

a) Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số:  $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin x$

b) Hoành độ giao điểm của hai đồ thị là  $x = \frac{3\pi}{8} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

c) Khi  $x \in [0; 2\pi]$  thì hai đồ thị hàm số cắt nhau tại ba điểm

d) Khi  $x \in [0; 2\pi]$  thì tọa độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là:  $\left(\frac{5\pi}{8}; \sin \frac{5\pi}{8}\right), \left(\frac{7\pi}{8}; \sin \frac{7\pi}{8}\right)$ .

**Lời giải**

|         |         |        |        |
|---------|---------|--------|--------|
| a) Đúng | b) Đúng | c) Sai | d) Sai |
|---------|---------|--------|--------|

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số:

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin x \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{4} = x + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{4} = \pi - x + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x = \frac{3\pi}{8} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

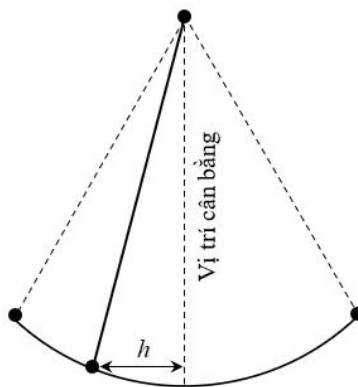
$$\text{Vì } x \in [0; 2\pi] \Rightarrow x \in \left\{\frac{3\pi}{8}; \frac{11\pi}{8}\right\}.$$

$$\text{Với } x = \frac{3\pi}{8} \Rightarrow y = \sin \frac{3\pi}{8} \approx 0,92 \text{ với } x = \frac{11\pi}{8} \Rightarrow y = \sin \frac{11\pi}{8} \approx -0,92.$$

$$\text{Vậy tọa độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là: } \left(\frac{3\pi}{8}; \sin \frac{3\pi}{8}\right), \left(\frac{11\pi}{8}; \sin \frac{11\pi}{8}\right).$$

**Câu 24:** Một vật dao động xung quanh vị trí cân bằng theo phương trình  $x = 1,5 \cos\left(\frac{t\pi}{4}\right)$ ; trong đó  $t$  là thời gian được tính bằng giây và quãng đường  $h = |x|$  được tính bằng mét là khoảng cách theo phương ngang của chất điểm đối với vị trí cân bằng.





- a) Vật ở xa vị trí cân bằng nhất nghĩa là  $h = 1,5 \text{ m}$  .  
 b) Trong 10 giây đầu tiên, có hai thời điểm vật ở xa vị trí cân bằng nhất  
 c) Khi vật ở vị trí cân bằng thì  $\cos\left(\frac{t\pi}{4}\right) = 0$   
 d) Trong khoảng từ 0 đến 20 giây thì vật đi qua vị trí cân bằng 4 lần?

**Lời giải**

|         |        |         |        |
|---------|--------|---------|--------|
| a) Đúng | b) Sai | c) Đúng | d) Sai |
|---------|--------|---------|--------|

Ta có  $h = |x| = \left|1,5 \cos\left(\frac{t\pi}{4}\right)\right| \leq 1,5$  .

- a) Đúng: Vật ở xa vị trí cân bằng nhất nghĩa là  $h = 1,5 \text{ m}$  .

$$\text{Khi đó } \cos\left(\frac{t\pi}{4}\right) = \pm 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{t\pi}{4} = k2\pi \\ \frac{t\pi}{4} = \pi + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} t = 8k \\ t = 4 + 8k \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) .$$

- b) Sai: Vậy trong 10 giây đầu tiên thì vật ở xa vị trí cân bằng nhất tại các thời điểm:  
 $t = 0, t = 4, t = 8$  (giây).

c) Đúng: Khi vật ở vị trí cân bằng thì  $x = 0 \Leftrightarrow 1,5 \cos\left(\frac{t\pi}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow \cos\left(\frac{t\pi}{4}\right) = 0$   

$$\Leftrightarrow \frac{t\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow t = 2 + 4k \quad (k \in \mathbb{Z}) .$$

- d) Sai: Vậy trong khoảng từ 0 đến 20 giây thì vật ở vị trí cân bằng tại các thời điểm  $t = 2 ; t = 6$   
 $t = 10 ; t = 14, t = 18$  (giây); tức là có 5 lần vật qua vị trí cân bằng.

**Câu 25:** Hằng ngày, mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu  $h(m)$  của mực nước

trong kênh tại thời điểm  $t(h)$  ( $0 \leq t \leq 24$ ) được cho bởi công thức  $h = 3 \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right) + 12$  .

- a) Độ sâu của mực nước trong kênh nhỏ nhất bằng  $9 \text{ m}$  .  
 b) Độ sâu của mực nước trong kênh lớn nhất bằng  $15 \text{ m}$  .  
 c) Trong 1 ngày có đúng 3 thời điểm mà độ sâu của mực nước trong kênh đạt giá trị lớn nhất.  
 d) Độ sâu của mực nước trong kênh tại thời điểm 12(h) bằng  $13 \text{ m}$ .

**Lời giải**

|         |         |        |        |
|---------|---------|--------|--------|
| a) Đúng | b) Đúng | c) Sai | d) Sai |
|---------|---------|--------|--------|

a) Đúng. Độ sâu của mực nước trong kênh nhỏ nhất bằng  $9 \text{ m}$  .



Độ sâu của mực nước trong kênh nhỏ nhất khi  $\cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right) = -1 \Leftrightarrow \frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3} = (2k+1)\pi$

Thử ta thấy tồn tại  $t = 4, \dots$  thỏa mãn. Khi đó độ sâu là 9m.

**b) Đúng.** Độ sâu của mực nước trong kênh lớn nhất bằng 15m.

Độ sâu của mực nước trong kênh nhỏ nhất khi

$$\cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3} = k2\pi \Leftrightarrow \begin{cases} t = 10 \\ t = 22 \end{cases}$$

Khi đó độ sâu là 15m.

**c) Sai.** Trong 1 ngày có đúng 3 thời điểm mà độ sâu của mực nước trong kênh đạt giá trị lớn nhất.

Độ sâu của mực nước trong kênh nhỏ nhất khi

$$\cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3} = k2\pi \Leftrightarrow \begin{cases} t = 10 \\ t = 22 \end{cases}$$

Vậy có hai thời điểm thỏa mãn độ sâu lớn nhất.

**d) Sai.** Độ sâu của mực nước trong kênh tại thời điểm 12(h) bằng 13m.

Thay  $t = 12(h) \Rightarrow h = 13,5m$ .

**Câu 26:** Giả sử một vật dao động điều hoà xung quanh vị trí cân bằng theo phương trình

$$x = 3\cos\left(2t - \frac{\pi}{3}\right)$$

Ở đây, thời gian  $t$  tính bằng giây.

**a)** Tại thời điểm  $t = 0$  là vật có li độ  $x = \frac{3}{2}$

**b)** Vật đạt biên độ cực đại lần đầu tiên tại thời điểm  $t = \frac{\pi}{2}$

**c)** Vật bắt đầu chuyển động đến khi đi qua vị trí cân bằng lần đầu tiên trong khoảng thời gian là  $\frac{5\pi}{12}$  giây.

**d)** Trong thời gian từ 0 đến 30 giây, vật đi qua vị trí cân bằng 18 lần.

**Lời giải**

|                |               |                |               |
|----------------|---------------|----------------|---------------|
| <b>a) Đúng</b> | <b>b) Sai</b> | <b>c) Đúng</b> | <b>d) Sai</b> |
|----------------|---------------|----------------|---------------|

**a) Đúng.**

**b) Sai.** Vật đạt biên độ cực đại lần đầu tiên tại thời điểm  $t$  sao cho  $2t - \frac{\pi}{3} = 0 \Leftrightarrow t = \frac{\pi}{6}$ .

**c) Đúng.** Vật đi qua vị trí cân bằng lần đầu tiên tại thời điểm  $2t - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow t = \frac{5\pi}{12}$

**d) Sai.**

Vị trí cân bằng của vật dao động điều hòa là vị trí vật đứng yên, khi đó  $x = 0$ .

Xét phương trình  $3\cos\left(2t - \frac{\pi}{3}\right) = 0$  ta có:

$$3\cos\left(2t - \frac{\pi}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow \cos\left(2t - \frac{\pi}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow 2t - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow t = \frac{5\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$$



Trong thời gian từ 0 đến 30 giây, tức là  $0 \leq t \leq 30$  hay  $0 \leq \frac{5\pi}{12} + k\frac{\pi}{2} \leq 30$

$$\Leftrightarrow -\frac{5}{6} \leq k \leq \frac{360-5\pi}{6\pi}.$$

Mà  $k \in \mathbb{Z}$  nên  $k \in \{0; 1; 2; 3; \dots; 17; 18\}$ .

Vậy trong khoảng thời gian từ 0 đến 30 giây, vật đi qua vị trí cân bằng 19 lần.

**Câu 27:** Cho phương trình  $\cos^3(3x) + \cos^3 x = 0$ . (1)

a)  $\cos(\pi - x) = \cos x$ .

b)  $(1) \Leftrightarrow (\cos 3x)^3 = (-\cos x)^3$ . (2)

c)  $(2) \Leftrightarrow \cos 3x = \cos(\pi - x)$ .

d) Phương trình (1) có đúng 6 nghiệm phân biệt thuộc đoạn  $[0; 2\pi]$ .

**Lời giải**

|        |         |        |         |
|--------|---------|--------|---------|
| a) Sai | b) Đúng | c) Sai | d) Đúng |
|--------|---------|--------|---------|

a) Sai.

Vì  $\pi - x$  và  $x$  là hai góc bù nhau nên  $\cos(\pi - x) = -\cos x$ .

b) Đúng.

$$\cos^3(3x) = -\cos^3 x \Leftrightarrow (\cos 3x)^3 = (-\cos x)^3. (2)$$

c) Sai.

$$(2) \Leftrightarrow \cos 3x = -\cos x \Leftrightarrow \cos 3x = \cos(\pi - x).$$

d) Đúng.

$$(2) \Leftrightarrow \cos 3x = -\cos x \Leftrightarrow \cos 3x = \cos(\pi - x)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x = \pi - x + k2\pi \\ 3x = -(\pi - x) + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = \pi + k2\pi \\ 2x = -\pi + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \\ x = -\frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

$$x \in [0; 2\pi] \Rightarrow 0 \leq \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \leq 2\pi \Rightarrow -\frac{1}{2} \leq k \leq \frac{7}{2} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k = 0; 1; 2; 3$$

$$x \in [0; 2\pi] \Rightarrow 0 \leq -\frac{\pi}{2} + k\pi \leq 2\pi \Rightarrow \frac{1}{2} \leq k \leq \frac{5}{2} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k = 1; 2$$

Vậy phương trình (1) có đúng 6 nghiệm phân biệt thuộc đoạn  $[0; 2\pi]$ .

**Câu 28:** Phương trình  $\sqrt{3} \sin x + \cos x = \frac{1}{\cos x}$ .

a)  $x = \pi$  là một nghiệm của phương trình.

b) Tập nghiệm của phương trình là  $S = \left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

c) Nghiệm âm lớn nhất của phương trình là  $x = \frac{-2\pi}{3}$ .

d) Tổng các nghiệm thuộc đoạn  $\left[ -\pi; \frac{7\pi}{2} \right]$  của phương trình bằng  $\frac{34\pi}{3}$ .

**Lời giải**



|         |        |         |        |
|---------|--------|---------|--------|
| a) Đúng | b) Sai | c) Đúng | d) Sai |
|---------|--------|---------|--------|

a) Với  $x = \pi$  ta có  $\sqrt{3} \sin \pi + \cos \pi = \frac{1}{\cos \pi} \Leftrightarrow \sqrt{3} \cdot 0 - 1 = \frac{1}{-1}$  nên mệnh đề đúng.

b)

$$\sqrt{3} \sin x + \cos x = \frac{1}{\cos x} \Leftrightarrow \sqrt{3} \tan x + 1 = 1 + \tan^2 x \Leftrightarrow \tan^2 x - \sqrt{3} \tan x = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \tan x = 0 \\ \tan x = \sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

Suy ra b) sai.

c) Với  $x = k\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ) thì nghiệm âm lớn nhất là  $-\pi$ .

Với  $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ) thì nghiệm âm lớn nhất là  $-\frac{2\pi}{3}$ .

Nên c) đúng.

d) Với  $x = k\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ), các nghiệm thuộc đoạn  $\left[-\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$  là  $x \in \{-\pi; 0; \pi; 2\pi; 3\pi\}$ .

Với  $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ), các nghiệm thuộc đoạn  $\left[-\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$  là  $x \in \left\{-\frac{2\pi}{3}; \frac{\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}; \frac{7\pi}{3}; \frac{10\pi}{3}\right\}$ .

Tổng các nghiệm thuộc đoạn  $\left[-\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$  của phương trình là

$$-\pi + 0 + \pi + 2\pi + 3\pi + \frac{-2\pi}{3} + \frac{\pi}{3} + \frac{4\pi}{3} + \frac{7\pi}{3} + \frac{10\pi}{3} = \frac{35\pi}{3}.$$

Suy ra d) sai.

**Câu 29:** Cho phương trình  $2\sin^2 x - 5\sin x + 2 = 0$ .

a) Đặt  $t = \sin x$  thì phương trình có dạng  $2t^2 - 5t + 2 = 0$ .

b) Phương trình có nghiệm  $x = \frac{\pi}{6}$ .

c) Tập nghiệm của phương trình là  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ .

d) Phương trình có 5 nghiệm thuộc khoảng  $(-2\pi; 2\pi)$ .

**Lời giải**

|         |         |        |        |
|---------|---------|--------|--------|
| a) Đúng | b) Đúng | c) Sai | d) Sai |
|---------|---------|--------|--------|

a) Đặt  $t = \sin x$  thì phương trình có dạng  $2t^2 - 5t + 2 = 0$  nên là mệnh đề đúng.

b) Thay  $x = \frac{\pi}{6}$  vào phương trình ta thấy 2 vế bằng nhau  $0 = 0$  nên mệnh đề đúng.

c) Đặt  $t = \sin x$ ,  $t \in [-1; 1]$



Khi đó phương trình có dạng:  $2t^2 - 5t + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 & (L) \\ t = \frac{1}{2} & (TMĐK) \end{cases}$

Với  $t = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$

Vậy phương trình có nghiệm:  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

Nên mệnh đề sai

d) Theo ý trên ta thấy phương trình có nghiệm:  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$

TH 1:  $\frac{\pi}{6} + k2\pi \in (-2\pi; 2\pi) \Rightarrow -2\pi < \frac{\pi}{6} + k2\pi < 2\pi \Leftrightarrow -\frac{13}{12} < k < \frac{11}{12}$

Vì  $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k \in \{-1; 0\} \Rightarrow x \in \left\{-\frac{11\pi}{6}; \frac{\pi}{6}\right\}$

TH 2:  $\frac{5\pi}{6} + k2\pi \in (-2\pi; 2\pi) \Rightarrow -2\pi < \frac{5\pi}{6} + k2\pi < 2\pi \Leftrightarrow -\frac{17}{12} < k < \frac{7}{12}$

Vì  $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k \in \{-1; 0\} \Rightarrow x \in \left\{-\frac{7\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right\}$

Vậy phương trình có 4 nghiệm thuộc khoảng  $(-2\pi; 2\pi)$ .

Nên mệnh đề sai.

