



DÃY SỐ

CẤP SỐ CỘNG – CẤP SỐ NHÂN

BÀI 5: DÃY SỐ



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 1. BIỂU DIỄN DÃY SỐ, TÌM CÔNG THỨC TỔNG QUÁT

Câu 1: Cho dãy số có các số hạng đầu là: 9; 99; 999; 9999, ... Số hạng tổng quát của dãy số này là:

A. $u_n = \frac{n}{n+1}$

B. $u_n = 10^n - 1$.

C. $u_n = 9^n$

D. $u_n = 9n$

Lời giải

Nhận xét: $u_1 = 10^1 - 1$; $u_2 = 10^2 - 1$; $u_3 = 10^3 - 1$; $u_4 = 10^4 - 1$.

Câu 2: Cho dãy số $\frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{5}{7}, \dots$. Công thức tổng quát u_n nào là của dãy số đã cho?

A. $u_n = \frac{n}{n+1} \forall n \in \mathbb{N}^*$.

B. $u_n = \frac{n}{2^n} \forall n \in \mathbb{N}^*$.

C. $u_n = \frac{n+1}{n+3} \forall n \in \mathbb{N}^*$.

D. $u_n = \frac{2n}{2n+1} \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Lời giải

Viết lại dãy số: $\frac{2}{4}, \frac{3}{5}, \frac{4}{6}, \frac{5}{7}, \dots$

$$\Rightarrow u_n = \frac{n+1}{n+3} \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

Câu 3: Cho dãy số có các số hạng đầu là: 5; 10; 15; 20; 25; ... Số hạng tổng quát của dãy số này là:

A. $u_n = 5(n-1)$.

B. $u_n = 5n$.

C. $u_n = 5 + n$.

D. $u_n = 5.n + 1$.

Lời giải

Ta có:

$$5 = 5.1$$

$$10 = 5.2$$

$$15 = 5.3$$

$$20 = 5.4$$

$$25 = 5.5$$

Suy ra số hạng tổng quát $u_n = 5n$.



Câu 4: Cho dãy số có các số hạng đầu là: 8, 15, 22, 29, 36, ... Số hạng tổng quát của dãy số này là:

A. $u_n = 7n + 7$.

B. $u_n = 7.n$.

C. $u_n = 7.n + 1$.

D. u_n : Không viết được dưới dạng công thức.

Lời giải

Ta có:

$$8 = 7.1 + 1$$

$$15 = 7.2 + 1$$

$$22 = 7.3 + 1$$

$$29 = 7.4 + 1$$

$$36 = 7.5 + 1$$

Suy ra số hạng tổng quát $u_n = 7n + 1$.

Câu 5: Cho dãy số có các số hạng đầu là: $0; \frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \dots$ Số hạng tổng quát của dãy số này là:

A. $u_n = \frac{n+1}{n}$.

B. $u_n = \frac{n}{n+1}$.

C. $u_n = \frac{n-1}{n}$.

D. $u_n = \frac{n^2 - n}{n+1}$.

Lời giải

Ta có:

$$0 = \frac{0}{0+1}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{1+1}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{2}{2+1}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{3}{3+1}$$

$$\frac{4}{5} = \frac{4}{4+1}$$

Suy ra $u_n = \frac{n}{n+1}$.

Câu 6: Cho dãy số có các số hạng đầu là: $-1; 1; -1; 1; -1; \dots$ Số hạng tổng quát của dãy số này có dạng

A. $u_n = 1$.

B. $u_n = -1$.

C. $u_n = (-1)^n$.

D. $u_n = (-1)^{n+1}$.

Lời giải

Ta có:



Các số hạng đầu của dãy là $(-1)^1; (-1)^2; (-1)^3; (-1)^4; (-1)^5; \dots \Rightarrow u_n = (-1)^n$.

Câu 7: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = 3u_n \end{cases} (n \geq 1)$. Tìm công thức số hạng tổng quát của dãy số trên.

A. $u_n = 3^n$.

B. $u_n = 3^{n-1}$.

C. $u_n = 3^{n+1} - 2$.

D. $u_n = 3^n - 2$.

Lời giải

Ta có

$$u_1 = 1 = 3^0$$

$$u_2 = 3^1$$

$$u_3 = 3^2$$

...

Dự đoán $u_n = 3^{n-1}, n \in \mathbb{N}^*$. Ta dễ dàng chứng minh được công thức này bằng quy nạp

+ với $n = 1 \Rightarrow u_1 = 1$ suy ra khẳng định đúng

+ Giả sử $n = k \geq 2$ ta có $u_k = 3^{k-1}$. Ta phải chứng minh $u_{k+1} = 3^k$

Thật vậy, theo công thức truy hồi ta có $u_{k+1} = 3.u_k = 3.3^{k-1} = 3^k$

Vậy theo nguyên lý quy nạp ta đã chứng minh được $u_n = 3^{n-1}, n \in \mathbb{N}^*$

Câu 8: Cho dãy số viết dưới dạng khai triển là 1, 4, 9, 16, 25. Trong các công thức sau, công thức nào là công thức tổng quát của dãy số trên.

A. $u_n = 3n - 2$.

B. $u_n = n + 3$.

C. $u_n = n^2$.

D. $u_n = 2n^2 - 1$.

Lời giải

Ta có : $1 = 1^2$; $4 = 2^2$; $9 = 3^2$; $16 = 4^2$; $25 = 5^2$.

Vậy dãy 1, 4, 9, 16, 25 có công thức tổng quát của dãy $u_n = n^2$.

Câu 9: Cho dãy số có các số hạng đầu là 8, 13, 18, 23, 28, ... Số hạng tổng quát của dãy số này là

A. $u_n = 5n + 3$.

B. $u_n = 5n - 1$.

C. $u_n = 5n + 2$.

D. $u_n = 5n - 3$.

Lời giải

Cách 1.

$$\begin{cases} u_1 = 8 = 5.1 + 3 \\ u_2 = 13 = 5.2 + 3 \\ u_3 = 18 = 5.3 + 3 \\ u_4 = 23 = 5.4 + 3 \\ u_5 = 28 = 5.5 + 3 \\ \dots \end{cases} \Rightarrow \text{số hạng tổng quát của dãy số là } u_n = 5n + 3.$$

Cách 2.



- ♦ Nhận xét dãy số đã cho là một cấp số cộng có $u_1 = 8$, công sai $d = 5$.
- ♦ Vậy số hạng tổng quát của dãy số là $u_n = 8 + 5(n-1) = 5n + 3$.

Câu 10: Cho dãy số 3; 6; 9; 12; 15;... Số hạng tổng quát của dãy số là

- A. $u_n = 3(n-1)$. B. $u_n = 3n$. C. $u_n = 3 + n$. D. $u_n = 3n + 1$

Lời giải

Chọn B

Ta có $u_1 = 3 = 3.1$, $u_2 = 6 = 3.2$, $u_3 = 9 = 3.3$, $u_4 = 12 = 3.4$, $u_5 = 15 = 3.5, \dots \Rightarrow u_n = 3.n$.

Câu 11: Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát sau, dãy số nào là dãy số tăng?

- A. $u_n = 1 - 2n$. B. $u_n = 3$. C. $u_n = 2n$ D. $u_n = (-1)^n$.

Lời giải

Dãy số (u_n) được gọi là tăng nếu $u_{n+1} > u_n$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

Xét $u_n = 2n$, ta có:

$$u_{n+1} - u_n = 2(n+1) - 2n = 2 > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*. \text{ Chọn C}$$

Câu 12: Cho dãy số có các số hạng đầu là $0; \frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \dots$. Số hạng tổng quát của dãy số này là

- A. $u_n = \frac{n+1}{n}$. B. $u_n = \frac{n}{n+1}$. C. $u_n = \frac{n-1}{n}$. D. $u_n = \frac{n^2 - n}{n+1}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } u_1 = 0 = \frac{1-1}{1}, u_2 = \frac{1}{2} = \frac{2-1}{2}, u_3 = \frac{2}{3} = \frac{3-1}{3}, u_4 = \frac{3}{4} = \frac{4-1}{4}, u_5 = \frac{4}{5} = \frac{5-1}{5}, \dots, u_n = \frac{n-1}{n}.$$

Câu 13: Xét dãy số (u_n) là dãy số tăng gồm tất cả các số nguyên dương mà mỗi số hạng của nó khi chia cho 5 dư 1. Viết 3 số hạng đầu của dãy số. dãy số.

- A. 1, 5, 11. B. 1, 6, 11. C. 0, 6, 11. D. 1, 6, 12.

Lời giải

Ta có: $u_1 = 1$, $u_2 = 6$, $u_3 = 11$.

Câu 14: Cho dãy số (u_n) có các số hạng đầu là $\frac{1}{2}, \frac{1}{2^2}, \frac{1}{2^3}, \frac{1}{2^4}, \frac{1}{2^5}, \dots$. Số hạng tổng quát của dãy số này là

- A. $u_n = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2^{n+1}}$. B. $u_n = \frac{1}{2^{n+1}}$. C. $u_n = \frac{1}{2^n}$. D. $u_n = \frac{1}{2^{n-1}}$.

Lời giải

Dãy $u_n = \frac{1}{2^n}$ có khai triển là $\frac{1}{2}, \frac{1}{2^2}, \frac{1}{2^3}, \frac{1}{2^4}, \frac{1}{2^5}, \dots$



Câu 15: Cho (u_n) là dãy các số tự nhiên chia hết cho 5 viết theo thứ tự tăng dần và $u_1 = 5$. Dạng khai triển của dãy số (u_n) là

- A. 0, 5, 10, ..., $5n$, B. 5, 10, 15, ..., $5n$,
 C. 5, 15, 25, ..., $5n$, D. 1, 5, 10, ..., $5n$,

Lời giải

Dãy số với số hạng đầu $u_1 = 5$ và chia hết cho 5 nên dạng khai triển phải là 5, 10, 15, ..., $5n$, ...

Câu 16: Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = 3n - 5$. Tính u_3

- A. $u_3 = 4$. B. $u_3 = -2$. C. $u_3 = 3$. D. $u_3 = -5$.

Lời giải

Chọn A

$$u_3 = 3.3 - 5 = 4$$

Câu 17: Cho dãy số có các số hạng đầu là: 0.1; 0.01; 0.001; 0.0001... . Số hạng tổng quát của dãy số này có dạng?

- A. $u_n = \underbrace{0.00...01}_{n \text{ số } 0}$. B. $u_n = \underbrace{0.00...01}_{n-1 \text{ số } 0}$.
 C. $u_n = \frac{1}{10^{n-1}}$. D. $u_n = \frac{1}{10^{n+1}}$.

Lời giải

Ta có

$$u_1 = 0.1 = \frac{1}{10}$$

$$u_2 = 0.01 = \frac{1}{10^2}$$

$$u_3 = 0.001 = \frac{1}{10^3}$$

...

$$\text{Dự đoán } u_n = \frac{1}{10^n} = \underbrace{0.00...01}_{n \text{ số } 0}.$$

Câu 18: Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2 \end{cases} (n \geq 1)$. Xác định công thức của số hạng tổng quát.

- A. $u_n = 2n - 1$. B. $u_n = 3n - 2$. C. $u_n = 4n - 3$. D. $u_n = 8n - 7$.

Lời giải

Ta có



$$u_1 = 1$$

$$u_2 = 3$$

$$u_3 = 5$$

...

Dự đoán $u_n = 2n - 1, n \in \mathbb{N}^*$. Ta dễ dàng chứng minh được công thức dự đoán bằng quy nạp

Câu 19: Cho dãy số có các số hạng đầu là: $\frac{1}{3}; \frac{1}{3^2}; \frac{1}{3^3}; \frac{1}{3^4}; \frac{1}{3^5}; \dots$ Số hạng tổng quát của dãy số này là?

A. $u_n = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3^{n+1}}.$

B. $u_n = \frac{1}{3^{n+1}}.$

C. $u_n = \frac{1}{3^n}.$

D. $u_n = \frac{1}{3^{n-1}}.$

Lời giải

Từ các số hạng đầu tiên của dãy số ta dự đoán $u_n = \frac{1}{3^n}, n \in \mathbb{N}^*$

Câu 20: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n = \frac{(n-1)n}{2}.$

B. $u_n = 5 + \frac{(n-1)n}{2}.$

C. $u_n = 5 + \frac{(n+1)n}{2}.$

D. $u_n = 5 + \frac{(n+1)(n+2)}{2}.$

Lời giải

Theo công thức truy hồi ta có $u_{n+1} - u_n = n$. Khi đó

$$u_1 = 5$$

$$u_2 - u_1 = 1$$

$$u_3 - u_2 = 2$$

...

$$u_n - u_{n-1} = n - 1$$

Cộng vế theo vế các đẳng thức trên ta được $u_n = 5 + (1 + 2 + 3 + \dots + n - 1) = 5 + \frac{(n-1)n}{2}$

Câu 21: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = u_n - 2 \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này là:

A. $u_n = \frac{1}{2} + 2(n-1).$

B. $u_n = \frac{1}{2} - 2(n-1).$

C. $u_n = \frac{1}{2} - 2n.$

D. $u_n = \frac{1}{2} + 2n.$

Lời giải



$$\left\{ \begin{array}{l} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_2 = u_1 - 2 \\ u_3 = u_2 - 2 \\ \dots \\ u_n = u_{n-1} - 2 \end{array} \right. . \text{ Cộng hai vế ta được } u_n = \frac{1}{2} - 2 - 2 \dots - 2 = \frac{1}{2} - 2(n-1).$$

Câu 22: Cho dãy số có các số hạng đầu là: $-2; 0; 2; 4; 6; \dots$. Số hạng tổng quát của dãy số này có dạng?

- A.** $u_n = -2n$. **B.** $u_n = (-2) + n$. **C.** $u_n = (-2)(n+1)$. **D.** $u_n = (-2) + 2(n-1)$.

Lời giải

Dãy số là dãy số cách đều có khoảng cách là 2 và số hạng đầu tiên là (-2) nên $u_n = (-2) + 2(n-1)$.

Câu 23: Cho dãy số có các số hạng đầu là: $\frac{1}{3}; \frac{1}{3^2}; \frac{1}{3^3}; \frac{1}{3^4}; \frac{1}{3^5}; \dots$. Số hạng tổng quát của dãy số này là?

- A.** $u_n = \frac{1}{3} \frac{1}{3^{n+1}}$. **B.** $u_n = \frac{1}{3^{n+1}}$. **C.** $u_n = \frac{1}{3^n}$. **D.** $u_n = \frac{1}{3^{n-1}}$.

Lời giải

5 số hạng đầu là $\frac{1}{3_1}; \frac{1}{3_2}; \frac{1}{3_3}; \frac{1}{3_4}; \frac{1}{3_5}; \dots$ nên $u_n = \frac{1}{3^n}$.

Câu 24: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + (-1)^{2n} \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

- A.** $u_n = 1 + n$. **B.** $u_n = 1 - n$. **C.** $u_n = 1 + (-1)^{2n}$. **D.** $u_n = n$.

Lời giải

Ta có: $u_{n+1} = u_n + (-1)^{2n} = u_n + 1 \Rightarrow u_2 = 2; u_3 = 3; u_4 = 4; \dots$ Dễ dàng dự đoán được $u_n = n$.

Thật vậy, ta chứng minh được $u_n = n$ (*) bằng phương pháp quy nạp như sau:

+ Với $n = 1 \Rightarrow u_1 = 1$. Vậy (*) đúng với $n = 1$

+ Giả sử (*) đúng với mọi $n = k$ ($k \in \mathbb{N}^*$), ta có: $u_k = k$. Ta đi chứng minh (*) cũng đúng với $n = k + 1$, tức là: $u_{k+1} = k + 1$

+ Thật vậy, từ hệ thức xác định dãy số (u_n) ta có: $u_{k+1} = u_k + (-1)^{2k} = k + 1$. Vậy (*) đúng với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.



Câu 25: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + (-1)^{2n+1} \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

- A.** $u_n = 2 - n$. **B.** u_n không xác định. **C.** $u_n = 1 - n$. **D.** $u_n = -n$ với mọi n .

Lời giải

Ta có: $u_2 = 0; u_3 = -1; u_4 = -2$,. Dễ dàng dự đoán được $u_n = 2 - n$.

Câu 26: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n^2 \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

- A.** $u_n = 1 + \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$. **B.** $u_n = 1 + \frac{n(n-1)(2n+2)}{6}$.
C. $u_n = 1 + \frac{n(n-1)(2n-1)}{6}$. **D.** $u_n = 1 + \frac{n(n+1)(2n-2)}{6}$.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_2 = u_1 + 1^2 \\ u_3 = u_2 + 2^2 \\ \dots \\ u_n = u_{n-1} + (n-1)^2 \end{cases}$.

Cộng hai vế ta được $u_n = 1 + 1^2 + 2^2 + \dots + (n-1)^2 = 1 + \frac{n(n-1)(2n-1)}{6}$

Câu 27: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} - u_n = 2n - 1 \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

- A.** $u_n = 2 + (n-1)^2$. **B.** $u_n = 2 + n^2$. **C.** $u_n = 2 + (n+1)^2$. **D.** $u_n = 2 - (n-1)^2$.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_2 = u_1 + 1 \\ u_3 = u_2 + 3 \\ \dots \\ u_n = u_{n-1} + 2n - 3 \end{cases}$. Cộng hai vế ta được $u_n = 2 + 1 + 3 + 5 + \dots + (2n-3) = 2 + (n-1)^2$

Câu 28: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = -2 - \frac{1}{u_n} \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này là:

- A.** $u_n = -\frac{n-1}{n}$. **B.** $u_n = \frac{n+1}{n}$. **C.** $u_n = -\frac{n+1}{n}$. **D.** $u_n = -\frac{n}{n+1}$.

Lời giải



Ta có: $u_1 = -\frac{3}{2}; u_2 = -\frac{4}{3}; u_3 = -\frac{5}{4}; \dots$ Dễ dàng dự đoán được $u_n = -\frac{n+1}{n}$.

Câu 29: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = u_n - 2 \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này là:

- A.** $u_n = \frac{1}{2} + 2(n-1)$. **B.** $u_n = \frac{1}{2} - 2(n-1)$. **C.** $u_n = \frac{1}{2} - 2n$. **D.** $u_n = \frac{1}{2} + 2n$.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_2 = u_1 - 2 \\ u_3 = u_2 - 2 \\ \dots \\ u_n = u_{n-1} - 2 \end{cases}$. Cộng hai vế ta được $u_n = \frac{1}{2} - 2 - 2 \dots - 2 = \frac{1}{2} - 2(n-1)$.

Câu 30: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{2} \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này là:

- A.** $u_n = (-1) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$. **B.** $u_n = (-1) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$. **C.** $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$. **D.** $u_n = (-1) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_2 = \frac{u_1}{2} \\ u_3 = \frac{u_2}{2} \\ \dots \\ u_n = \frac{u_{n-1}}{2} \end{cases}$.

Nhân hai vế ta được $u_1 \cdot u_2 \cdot u_3 \dots u_n = (-1) \cdot \underbrace{\frac{u_1 u_2 u_3 \dots u_{n-1}}{2 \cdot 2 \cdot 2 \dots 2}}_{n-1 \text{ lần}} \Leftrightarrow u_n = (-1) \cdot \frac{1}{2^{n-1}} = (-1) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$.

Câu 31: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này:

- A.** $u_n = n^{n-1}$. **B.** $u_n = 2^n$. **C.** $u_n = 2^{n+1}$. **D.** $u_n = 2$.

Lời giải



Ta có:
$$\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_2 = 2u_1 \\ u_3 = 2u_2 \\ \dots \\ u_n = 2u_{n-1} \end{cases}$$
 . Nhân hai vế ta được $u_1.u_2.u_3...u_n = 2.2^{n-1}.u_1.u_2...u_{n-1} \Leftrightarrow u_n = 2^n$

Câu 32: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = 2u_n \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này:

A. $u_n = -2^{n-1}$.

B. $u_n = \frac{-1}{2^{n-1}}$.

C. $u_n = \frac{-1}{2^n}$.

D. $u_n = 2^{n-2}$.

Lời giải

Ta có:
$$\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_2 = 2u_1 \\ u_3 = 2u_2 \\ \dots \\ u_n = 2u_{n-1} \end{cases}$$
 . Nhân hai vế ta được $u_1.u_2.u_3...u_n = \frac{1}{2}.2^{n-1}.u_1.u_2...u_{n-1} \Leftrightarrow u_n = 2^{n-2}$

Câu 33: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = -2 - \frac{1}{u_n} \end{cases}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Tìm công thức số hạng tổng quát của dãy số.

A. $u_n = -\frac{3n-1}{n}$.

B. $u_n = -\frac{n}{n+1}$.

C. $u_n = \frac{n+1}{n}$.

D. $u_n = -\frac{n+1}{n}$.

Lời giải

Từ $u_{n+1} = -2 - \frac{1}{u_n} \Leftrightarrow u_{n+1}.u_n = -2u_n - 1 \Leftrightarrow u_{n+1}.u_n + u_n + u_{n+1} + 1 = u_{n+1} - u_n$

$\Leftrightarrow (u_{n+1} + 1)(u_n + 1) = u_{n+1} - u_n \Leftrightarrow \frac{u_{n+1} - u_n}{(u_{n+1} + 1)(u_n + 1)} = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{u_n + 1} - \frac{1}{u_{n+1} + 1} = 1$

Đặt $v_n = \frac{1}{u_n + 1}$. Khi đó $v_n - v_{n+1} = 1 \Leftrightarrow v_{n+1} - v_n = -1$

$\Leftrightarrow v_n = v_1 + (n-1)(-1) \Leftrightarrow v_n = \frac{1}{u_1 + 1} - n + 1 = -n \Leftrightarrow \frac{1}{u_n + 1} = -n$

$\Leftrightarrow u_n + 1 = -\frac{1}{n} \Leftrightarrow u_n = -\frac{1}{n} - 1 = -\frac{n+1}{n}$.



Câu 34: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + (-1)^{2n} \end{cases}$. Công thức tổng quát u_n nào dưới đây là của dãy số đã cho?

- A.** $u_n = n$. **B.** $u_n = 1 - n$. **C.** $u_n = 1 + (-1)^{2n}$. **D.** $u_n = 1 + n$.

Lời giải

Ta có: $u_{n+1} = u_n + (-1)^{2n} = u_n + 1 \Rightarrow u_2 = 2; u_3 = 3; u_4 = 4; \dots$

Dự đoán được $u_n = n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Ta chứng minh $u_n = n, \forall n \in \mathbb{N}^*$ (*) bằng phương pháp quy nạp:

+ Với $n = 1 \Rightarrow u_1 = 1$. Vậy (*) đúng với $n = 1$.

+ Giả sử (*) đúng với $n = k (k \in \mathbb{N}^*)$, tức là ta có: $u_k = k$.

+ Ta đi chứng minh (*) cũng đúng với $n = k + 1$, tức là cần chứng minh: $u_{k+1} = k + 1$.

Thật vậy, từ hệ thức xác định dãy số (u_n) ta có: $u_{k+1} = u_k + (-1)^{2k} = k + 1$.

Vậy (*) đúng với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

Câu 35: Cho dãy số (u_n) , với $u_1 = 6; u_n = u_{n-1} + 5 \forall n \geq 2$. Khi đó, u_n có thể được tính theo biểu thức nào dưới đây:

- A.** $u_n = 5(n-1)$. **B.** $u_n = 5^{n+1}$. **C.** $u_n = 5(n+1)$. **D.** $u_n = 5n + 1$.

Lời giải

Cách 1:

Thử $n = 1$, chỉ có công thức ở phương án D thỏa mãn $u_1 = 6$.

Cách 2:

Dãy số (u_n) là cấp số cộng với $u_1 = 6$, công sai $d = 5$ nên có số hạng tổng quát:

$$u_n = u_1 + (n-1)d = 6 + (n-1)5 = 5n + 1.$$

Câu 36: Cho dãy (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{2} + 2 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A.** $u_2 = \frac{5}{2}$. **B.** $u_3 = \frac{15}{4}$. **C.** $u_4 = \frac{31}{8}$. **D.** $u_5 = \frac{63}{16}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_2 = \frac{u_1}{2} + 2 = \frac{3}{2} + 2 = \frac{7}{2}; u_3 = \frac{u_2}{2} + 2 = \frac{7}{4} + 2 = \frac{15}{4} \\ u_4 = \frac{u_3}{2} + 2 = \frac{15}{8} + 2 = \frac{31}{8}; u_5 = \frac{u_4}{2} + 2 = \frac{31}{16} + 2 = \frac{63}{16}. \end{cases}$$

Nhận xét: Dùng chức năng “lập” trong MTCT để tính nhanh.



Câu 37: Cho dãy số (u_n) có dạng khai triển là $1, \frac{1}{5}, \frac{1}{5^2}, \frac{1}{5^3}, \frac{1}{5^4}, \dots$. Số hạng tổng quát u_n của dãy có thể cho bởi công thức nào sau đây?

A. $u_n = \frac{1}{5^n}$.

B. $u_n = \frac{1}{5^{n+1}}$.

C. $u_n = \frac{1}{5^{n-1}}$.

D. $u_n = \frac{1}{5^{n-2}}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$$u_1 = 1 = \frac{1}{5^0} = \frac{1}{5^{1-1}},$$

$$u_2 = \frac{1}{5} = \frac{1}{5^{2-1}},$$

$$u_3 = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{5^{3-1}},$$

$$u_4 = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{5^{4-1}} \dots$$

$$\text{Suy ra } u_n = \frac{1}{5^{n-1}}.$$

Câu 38: Cho dãy số (u_n) , với $u_n = (n-1)^{2023}$. Tìm số hạng u_{n+1} .

A. $u_{n+1} = (n+1)^{2023}$.

B. $u_{n+1} = (n+1)^{2022}$.

C. $u_{n+1} = (n-1)^{2023}$.

D. $u_{n+1} = n^{2023}$.

Lời giải

Ta có: $u_{n+1} = [(n+1)-1]^{2023} = n^{2023}$.

Câu 39: Gọi $S_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$. Ta có:

A. $S_n = \frac{n-1}{2n-1}$.

B. $S_n = \frac{2n}{2n+1}$.

C. $S_n = \frac{n}{2n+1}$.

D. $S_n = \frac{n+1}{2n+3}$.

Lời giải

Ta có:

$$S_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}.$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{(2n-1)} - \frac{1}{(2n+1)} \right)$$

Câu 40: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2n + 1, n \geq 1 \end{cases}$. Giá trị của n để $-u_n + 2017n + 2018 = 0$

là

A. Không có n .

B. 1009.

C. 2018.

D. 2017.



Lời giải

Ta có:

$$u_1 = 1$$

$$u_2 = u_1 + 2.1 + 1$$

$$u_3 = u_2 + 2.2 + 1$$

$$u_4 = u_3 + 2.3 + 1$$

....

$$u_n = u_{n-1} + 2(n-1) + 1$$

Cộng vế với vế các đẳng thức trên ta được:

$$u_n = 2(1 + 2 + 3 + \dots + n - 1) + n = 2 \cdot \frac{(n-1+1)(n-1)}{2} + n = n^2, \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

$$\text{Do đó: } -u_n + 2017n + 2018 = 0 \Leftrightarrow -n^2 + 2017n + 2018 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = -1 \\ n = 2018 \end{cases}$$

Vậy $n = 2018$.

Câu 41: Cho hai cấp số cộng $(u_n): 1; 6; 11; \dots$ và $(v_n): 4; 7; 10; \dots$. Mỗi cấp số có 2018 số. Hỏi có bao nhiêu số có mặt trong cả hai dãy số trên.

A. 403.

B. 401.

C. 402.

D. 504.

Lời giải

Dãy (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = 1 + 5(n-1) = 5n - 4, (1 \leq n \leq 2018)$.

Dãy (v_m) có số hạng tổng quát là $v_m = 4 + 3(m-1) = 3m + 1, (1 \leq m \leq 2018)$.

Một số có mặt trong cả hai dãy số trên nếu tồn tại $m, n \in \mathbb{N}$ thỏa mãn điều kiện:
$$\begin{cases} 1 \leq m, n \leq 2018 \\ u_m = u_n (*) \end{cases}.$$

$$\text{Ta có } (*) \Leftrightarrow 5n - 4 = 3m + 1 \Leftrightarrow 5(n-1) = 3m (**)$$

Từ $(**)$ suy ra $m:5$, mặt khác $1 \leq m \leq 2018$ nên ta được tập các giá trị của m là $\{5; 10; \dots; 2015\}$.

Xét với $m = 2015$ thì $n = \frac{3 \cdot 2015}{5} + 1 = 1210 < 2018$, thỏa điều kiện $1 \leq n \leq 2018$.

Do tập $\{5; 10; \dots; 2015\}$ có 403 số nên có tất cả 403 số có mặt trong cả hai dãy đã cho.

Câu 42: Cho dãy số (u_n) thỏa $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_n = 2u_{n-1} + n^2 - n - 3, \forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2 \end{cases}$. Tính tổng $S_{20} = u_1 + u_2 + \dots + u_{20}$

A. 2022.

B. 8385080.

C. 2021.

D. 8385087.

Lời giải



Ta có:

$$u_n = 2u_{n-1} + n^2 - n - 3$$

$$\Leftrightarrow u_n + n^2 + 3n + 1 = 2u_{n-1} + 2n^2 - 4n + 2 + 6n - 6 + 2$$

$$\Leftrightarrow u_n + n^2 + 3n + 1 = 2u_{n-1} + 2(n-1)^2 + 6(n-1) + 2$$

$$\Leftrightarrow u_n + n^2 + 3n + 1 = 2(u_{n-1} + (n-1)^2 + 3(n-1) + 1)$$

$$\forall n \in \mathbb{N}, n \geq 1, \text{ đặt } v_n = u_n + n^2 + 3n + 1 \Rightarrow \begin{cases} v_1 = u_1 + 1^2 + 3 \cdot 1 + 1 = 8 \\ v_{n-1} = u_{n-1} + (n-1)^2 + 3(n-1) + 1 \end{cases}$$

Ta có dãy (v_n) : $\begin{cases} v_1 = 8 \\ v_n = 2v_{n-1}, \forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2 \end{cases}$ là một cấp số nhân với $v_1 = 8$, công bội là $q = 2$

$$\Rightarrow v_n = 8 \cdot 2^{n-1} = 2^{n+2}$$

$$\text{Vậy } u_n = 2^{n+2} - n^2 - 3n - 1$$

$$\text{Vậy } S_n = u_1 + \dots + u_n = 2^2(2 + 2^2 + \dots + 2^n) - 1 - 2^2 - \dots - n^2 - 3(1 + 2 + \dots + n) - n$$

$$= 2^3(2^n - 1) - \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} - 3 \frac{n(n+1)}{2} - n$$

$$\text{Vậy } S_{20} = 8385087.$$

DẠNG 2. TÌM HẠNG TỬ TRONG DÃY SỐ

Câu 43: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{2n^2 - 1}{n^2 + 3}$. Tìm số hạng u_5 .

A. $u_5 = \frac{1}{4}$.

B. $u_5 = \frac{17}{12}$.

C. $u_5 = \frac{7}{4}$.

D. $u_5 = \frac{71}{39}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } u_5 = \frac{2 \cdot 5^2 - 1}{5^2 + 3} = \frac{7}{4}$$

Câu 44: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = (-1)^n \cdot 2n$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $u_1 = -2$.

B. $u_2 = 4$.

C. $u_3 = -6$.

D. $u_4 = -8$.

Lời giải

$$\text{Vì } u_4 = (-1)^4 \cdot 2 \cdot 4 = 8$$

Câu 45: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = (-1)^n \cdot \frac{2^n}{n}$. Tìm số hạng u_3 .

A. $u_3 = \frac{8}{3}$.

B. $u_3 = 2$.

C. $u_3 = -2$.

D. $u_3 = -\frac{8}{3}$.

Lời giải



Ta có $u_3 = (-1)^3 \frac{2^3}{3} = -\frac{8}{3}$

Câu 46: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n}{2^n}$. Chọn đáp án đúng.

A. $u_4 = \frac{1}{4}$.

B. $u_5 = \frac{1}{16}$.

C. $u_5 = \frac{1}{32}$.

D. $u_3 = \frac{1}{8}$.

Lời giải

Ta có $u_4 = \frac{4}{2^4} = \frac{1}{4}$

Câu 47: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = n(-1)^n \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)$. Số hạng thứ 9 của dãy số đó là:

A. 0.

B. 9.

C. -1.

D. -9.

Lời giải

Ta có $u_9 = 9 \cdot (-1)^9 \cdot \sin\left(\frac{9\pi}{2}\right) = -9$

Câu 48: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{1}{n+1}$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó lần lượt là những số nào dưới đây?

A. $\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}$.

B. $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{6}$.

D. $1; \frac{1}{3}; \frac{1}{5}$.

Lời giải

Ta có $u_1 = \frac{1}{2}, u_2 = \frac{1}{3}, u_3 = \frac{1}{4}$

Câu 49: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{2n+1}{n+2}$. Viết năm số hạng đầu của dãy số.

A. $u_1 = 1, u_2 = \frac{3}{4}, u_3 = \frac{7}{5}, u_4 = \frac{3}{2}, u_5 = \frac{11}{7}$.

B. $u_1 = 1, u_2 = \frac{5}{4}, u_3 = \frac{7}{5}, u_4 = \frac{3}{2}, u_5 = \frac{11}{7}$.

C. $u_1 = 1, u_2 = \frac{5}{4}, u_3 = \frac{8}{5}, u_4 = \frac{3}{2}, u_5 = \frac{11}{7}$

D. $u_1 = 1, u_2 = \frac{5}{4}, u_3 = \frac{7}{5}, u_4 = \frac{7}{2}, u_5 = \frac{11}{3}$.

Lời giải

Câu 50: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n}{3^n - 1}$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó là

A. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}$.

B. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{3}{26}$.

C. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{16}$.

D. $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}$.

Lời giải

Câu 51: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n+1}{2n+1}$. Số $\frac{8}{15}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?

A. 8.

B. 6.

C. 5.

D. 7.

Lời giải



Ta có $u_n = \frac{8}{15} \Leftrightarrow \frac{n+1}{2n+1} = \frac{8}{15} (n \in \mathbb{N}^*) \Leftrightarrow 15n + 15 = 16n + 8 \Leftrightarrow n = 7$

Câu 52: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{2n+5}{5n-4}$. Số $\frac{7}{12}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?

- A.** 6. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 10.

Lời giải

Ta có $u_n = \frac{7}{12} \Leftrightarrow \frac{2n+5}{5n-4} = \frac{7}{12} (n \in \mathbb{N}^*) \Leftrightarrow 24n + 60 = 35n - 28 \Leftrightarrow 11n = 88 \Leftrightarrow n = 8$

Câu 53: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n-1}{n^2+1}$. Số $\frac{2}{13}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?

- A.** Thứ 3. **B.** Thứ tư. **C.** Thứ năm. **D.** Thứ 6.

Lời giải

Ta có $u_n = \frac{2}{13} \Leftrightarrow \frac{n-1}{n^2+1} = \frac{2}{13} (n \in \mathbb{N}^*) \Leftrightarrow 13n - 13 = 2n^2 + 2 \Leftrightarrow 2n^2 - 13n + 15 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 5 (n) \\ n = \frac{3}{2} (l) \end{cases}$

Câu 54: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = n^3 - 8n^2 - 5n + 7$. Số -33 là số hạng thứ mấy của dãy số?

- A.** 5. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 9.

Lời giải

Ta có $u_n = -33 \Leftrightarrow n^3 - 8n^2 - 5n + 7 = -33 (n \in \mathbb{N}^*) \Leftrightarrow n^3 - 8n^2 - 5n + 40 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 8 (n) \\ n = \pm\sqrt{5} (l) \end{cases}$

Câu 55: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{n^2+3n+7}{n+1}$. Hỏi dãy số trên có bao nhiêu số hạng nhận giá trị nguyên.

- A.** 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** Không có.

Lời giải

Ta có $u_n = \frac{n^2+3n+7}{n+1} = n + 2 + \frac{5}{n+1} (n \in \mathbb{N}^*)$

Để u_n nhận giá trị nguyên thì $\frac{5}{n+1} (n \in \mathbb{N}^*)$ là số nguyên hay $n = 4$

Vậy dãy số (u_n) chỉ có một số hạng nhận giá trị nguyên.

Câu 56: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 2^n$. Tìm số hạng u_{n+1} .

- A.** $u_{n+1} = 2^n \cdot 2$. **B.** $u_{n+1} = 2^n + 1$. **C.** $u_{n+1} = 2(n+1)$. **D.** $u_{n+1} = 2^n + 2$.

Lời giải

Ta có $u_{n+1} = 2^{n+1} = 2 \cdot 2^n$

Câu 57: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3^n$. Tìm số hạng u_{2n-1} .



- A.** $u_{2n-1} = 3^2 \cdot 3^n - 1$. **B.** $u_{2n-1} = 3^n \cdot 3^{n-1}$. **C.** $u_{2n-1} = 3^{2n} - 1$. **D.** $u_{2n-1} = 3^{2(n-1)}$.

Lời giải

Ta có $u_{2n-1} = 3^{2n-1} = 3^n \cdot 3^{n-1}$

Câu 58: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3^n$. Số hạng u_{n+1} bằng:

- A.** $3^n + 1$. **B.** $3^n + 3$. **C.** $3^n \cdot 3$. **D.** $3(n+1)$.

Lời giải

Ta có $u_{n+1} = 3^{n+1} = 3^n \cdot 3$

Câu 59: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3^n$. Số hạng u_{2n} bằng:

- A.** $3^n + 3$. **B.** 9^n . **C.** $3^n \cdot 3$. **D.** 4^{2n} .

Lời giải

Ta có $u_{2n} = 3^{2n} = 9^n$

Câu 60: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 5^{n+1}$. Tìm số hạng u_{n-1} .

- A.** $u_{n-1} = 5^{n-1}$. **B.** $u_{n-1} = 5^n$. **C.** $u_{n-1} = 5 \cdot 5^{n+1}$. **D.** $u_{n-1} = 5 \cdot 5^{n-1}$.

Lời giải

Ta có $u_{n-1} = 5^{(n-1)+1} = 5^n$

Câu 61: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{2n+3}$. Tìm số hạng u_{n+1} .

- A.** $u_{n+1} = \left|\frac{n-1}{n+1}\right|^{2(n+1)+3}$. **B.** $u_{n+1} = \left|\frac{n-1}{n+1}\right|^{2(n-1)+3}$.
C. $u_{n+1} = \left|\frac{n}{n+2}\right|^{2n+3}$. **D.** $u_{n+1} = \left|\frac{n}{n+2}\right|^{2n+5}$.

Lời giải

Ta có $u_{n+1} = \left(\frac{n+1-1}{n+1+1}\right)^{2(n+1)+3} = \left(\frac{n}{n+2}\right)^{2n+5}$

Câu 62: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3}(u_n + 1) \end{cases}$. Tìm số hạng u_4 .

- A.** $u_4 = \frac{5}{9}$. **B.** $u_4 = 1$. **C.** $u_4 = \frac{2}{3}$. **D.** $u_4 = \frac{14}{27}$.

Lời giải

Ta có $u_2 = \frac{1}{3}(2+1) = 1$, $u_3 = \frac{1}{3}(1+1) = \frac{2}{3}$, $u_4 = \frac{1}{3}\left(\frac{2}{3}+1\right) = \frac{5}{9}$



Câu 63: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{2} + 2 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $u_2 = \frac{5}{2}$.

B. $u_3 = \frac{15}{4}$.

C. $u_4 = \frac{31}{8}$.

D. $u_5 = \frac{63}{16}$.

Lời giải

Vì $u_2 = \frac{3}{2} + 2 = \frac{7}{2}$

Câu 64: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 7 \\ u_{n+1} = 2u_n + 3 \end{cases}$ khi đó u_5 bằng:

A. 317.

B. 157.

C. 77.

D. 112.

Lời giải

Ta có $u_2 = 2 \cdot 7 + 3 = 17$, $u_3 = 2 \cdot 17 + 3 = 37$, $u_4 = 2 \cdot 37 + 3 = 77$, $u_5 = 2 \cdot 77 + 3 = 157$

Câu 65: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = u_n + 3 \end{cases}$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó là

A. -1; 2; 5.

B. 1; 4; 7.

C. 4; 7; 10

D. -1; 3; 7.

Lời giải

Ta có $u_1 = -1$, $u_2 = -1 + 3 = 2$, $u_3 = 2 + 3 = 5$

Câu 66: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = u_n + 5 \end{cases}$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó là

A. -3; 6; 9.

B. 3; -2; -7.

C. 3; 8; 13.

D. 3; 5; 7.

Lời giải

Ta có $u_1 = 3$, $u_2 = 3 + 5 = 8$, $u_3 = 8 + 5 = 13$

Câu 67: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_n = 2u_{n-1} + n^2 \end{cases} (n \geq 2)$. Số hạng thứ tư của dãy số đó bằng

A. 0.

B. 93.

C. 9.

D. 34.

Lời giải

Ta có $u_2 = 2 \cdot (-2) + 2^2 = 0$, $u_3 = 2 \cdot 0 + 3^2 = 9$, $u_4 = 2 \cdot 9 + 4^2 = 34$

Câu 68: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n}{2^n - 1}$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số là

A. $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}$.

B. $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{16}$

C. $1; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}$

D. $1; \frac{2}{3}; \frac{3}{7}$.

Lời giải

$u_1 = 1, u_2 = \frac{2}{3}, u_3 = \frac{3}{7}$.



Câu 69: Cho dãy số (u_n) xác định bởi
$$\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_n = \frac{1}{2 - u_{n-1}}, \forall n \geq 2 \end{cases}$$
. Khi đó u_3 có giá trị bằng

- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

$$\text{Theo công thức truy hồi ta có } u_2 = \frac{1}{2 - \frac{1}{2}} = \frac{2}{3} \Rightarrow u_3 = \frac{1}{2 - \frac{2}{3}} = \frac{3}{4}.$$

Câu 70: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 2n + 3$. Tìm số hạng thứ 6 của dãy số.

- A. 17. B. 5. C. 15. D. 7.

Lời giải

Ta có số hạng thứ 6 của dãy là $u_6 = 2 \cdot 6 + 3 = 15$.

Câu 71: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = 2 \cdot 3^n$. Giá trị của u_{20} bằng

- A. $2 \cdot 3^{19}$. B. $2 \cdot 3^{20}$. C. 3^{20} . D. $2 \cdot 3^{21}$.

Lời giải

Ta có $u_n = 2 \cdot 3^n$ suy ra $u_{20} = 2 \cdot 3^{20}$.

Câu 72: Cho dãy số (u_n) , biết công thức số hạng tổng quát $u_n = 2n - 3$. Số hạng thứ 10 của dãy số bằng:

- A. 17 B. 20 C. 10 D. 7

Lời giải

$$u_n = 2n - 3 \Rightarrow u_{10} = 2 \cdot 10 - 3 = 17$$

Câu 73: Cho dãy số (u_n) có công thức số hạng tổng quát $u_n = 8 - 3n$. Tính u_4 .

- A. 2. B. -7. C. -5. D. -4.

Lời giải

$$u_4 = 8 - 3 \cdot 4 = -4.$$

Câu 74: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_n = \frac{n-1}{n^2 + 2n + 3}$. Giá trị u_{21} là

- A. $\frac{11}{243}$. B. $\frac{10}{243}$. C. $\frac{21}{443}$. D. $\frac{19}{443}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } u_{21} = \frac{21-1}{21^2 + 2 \cdot 21 + 3} = \frac{10}{243}.$$

Câu 75: Cho dãy số (u_n) có $u_n = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1}$. Tính u_2 .



A. $u_2 = \frac{1}{5}$.

B. $u_2 = \frac{2}{5}$.

C. $u_2 = \frac{3}{5}$.

D. $u_2 = \frac{4}{5}$.

Lời giải

Ta có $u_2 = \frac{2^2 - 1}{2^2 + 1} = \frac{3}{5}$.

Câu 76: Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_n = 3u_{n-1} - 1, \quad \forall n \geq 2 \end{cases}$. Tìm số hạng u_4 .

A. $u_4 = -76$.

B. $u_4 = -77$.

C. $u_4 = -66$.

D. $u_4 = -67$.

Lời giải

Cách 1. Ta có

$$u_2 = 3u_1 - 1 = 3 \cdot (-2) - 1 = -7$$

$$u_3 = 3u_2 - 1 = 3 \cdot (-7) - 1 = -22$$

$$u_4 = 3u_3 - 1 = 3 \cdot (-22) - 1 = -67$$

Cách 2.

$$u_n = 3u_{n-1} - 1 = 3u_{n-1} - \frac{3}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow u_n - \frac{1}{2} = 3 \left(u_{n-1} - \frac{1}{2} \right)$$

Xét dãy số (v_n) có $\begin{cases} v_1 = -\frac{5}{2} \\ v_n = u_n - \frac{1}{2} \end{cases}$

Khi đó ta có $v_n = 3v_{n-1}$ là cấp số nhân có công bội bằng 3.

$$\Rightarrow v_n = \frac{-5}{2} \cdot 3^{n-1}$$

Vậy $u_n = \frac{1}{2} - \frac{5}{2} \cdot 3^{n-1}$.

Câu 77: Cho dãy số (u_n) , biết $(u_n) = \frac{n(n-3)}{2}$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số là

A. $\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}$.

B. $-1; -\frac{1}{2}; 0$.

C. $-1; -1; 0$.

D. $\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}$.

Lời giải

$$u_1 = \frac{1(1-3)}{2} = -1; u_2 = \frac{2(2-3)}{2} = -1; u_3 = \frac{3(3-3)}{2} = 0$$

Vậy ba số hạng đầu tiên của dãy số là $-1, -1, 0$.



Câu 78: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 2n - 3$. Số hạng thứ 5 của dãy số là

- A. 5. B. 4. C. 13. D. 7.

Lời giải

Ta có: $u_5 = 2 \cdot 5 - 3 = 7$.

Câu 79: Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $u_n = \frac{2n+1}{n}$. Tìm số hạng thứ 10 của dãy số đã cho.

- A. 2,1. B. 2,2. C. 2,0. D. 2,4.

Lời giải

Ta có: $u_{10} = \frac{2 \cdot 10 + 1}{10} = 2,1$.

Câu 80: Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = 1 - \frac{n}{n^2 + 1}$. Số hạng đầu tiên của dãy là:

- A. 2. B. $\frac{3}{5}$. C. 0. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $u_1 = 1 - \frac{1}{1^2 + 1} = \frac{1}{2}$.

Câu 81: Cho dãy số (u_n) có $u_n = -n^2 + n + 1$. Số -19 là số hạng thứ mấy của dãy?

- A. 5. B. 7. C. 6. D. 4.

Lời giải

Chọn A

Giả sử $u_n = -19, (n \in \mathbb{N}^*)$.

Suy ra $-n^2 + n + 1 = -19$

$$\Leftrightarrow -n^2 + n + 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n = 5 \\ n = -4 \end{cases} (l)$$

Vậy số -19 là số hạng thứ 5 của dãy.

Câu 82: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3^n$. Khi đó số hạng u_{2n-1} bằng

- A. $3^n \cdot 3^{n-1}$. B. $3^{2n-1} - 1$. C. $3^{2n} - 1$. D. $3^2 \cdot 3^n - 1$.

Lời giải

Chọn A

$$u_n = 3^n \Rightarrow u_{2n-1} = 3^{2n-1} = 3^n \cdot 3^{n-1}$$

Câu 83: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_n = (-1)^n \cos(n\pi)$. Giá trị u_{99} bằng

- A. 99. B. -1 . C. 1. D. -99 .

Lời giải

Chọn C



Ta có: $u_{99} = (-1)^{99} \cos(99\pi) = -\cos(98\pi + \pi) = -\cos(\pi) = 1$.

Câu 84: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 2n + 1$ số hạng thứ 2019 của dãy là

- A.** 4039. **B.** 4390. **C.** 4930. **D.** 4093.

Lời giải

Ta có: $u_{2019} = 2 \cdot 2019 + 1 = 4039$.

Câu 85: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 1 + 2^n$. Khi đó số hạng u_{2018} bằng

- A.** 2^{2018} . **B.** $2017 + 2^{2017}$. **C.** $1 + 2^{2018}$. **D.** $2018 + 2^{2018}$.

Lời giải

Ta có $u_{2018} = 1 + 2^{2018}$.

Câu 86: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{n-2}{3n+1}$, $n \geq 1$. Tìm khẳng định sai.

- A.** $u_3 = \frac{1}{10}$. **B.** $u_{10} = \frac{8}{31}$. **C.** $u_{21} = \frac{19}{64}$. **D.** $u_{50} = \frac{47}{150}$.

Lời giải

Ta có: $u_{50} = \frac{50-2}{3 \cdot 50 + 1} = \frac{48}{151}$.

Câu 87: Cho dãy số $u_n = \frac{n^2 + 2n - 1}{n + 1}$. Tính u_{11} .

- A.** $u_{11} = \frac{182}{12}$. **B.** $u_{11} = \frac{1142}{12}$. **C.** $u_{11} = \frac{1422}{12}$. **D.** $u_{11} = \frac{71}{6}$.

Lời giải

Ta có: $u_{11} = \frac{11^2 + 2 \cdot 11 - 1}{11 + 1} = \frac{71}{6}$.

Câu 88: Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = \frac{2n+1}{n^2+1}$. Khi đó $\frac{39}{362}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?

- A.** 20. **B.** 19. **C.** 22. **D.** 21.

Lời giải

Ta có $\frac{2n+1}{n^2+1} = \frac{39}{362} \Leftrightarrow 39n^2 - 724n - 323 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 19 \\ n = -\frac{17}{39} \end{cases}$, do $n \in \mathbb{N}^*$ nên $n = 19$.

Câu 89: Cho dãy số $(u_n): \begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$. Số 20 là số hạng thứ mấy trong dãy?

- A.** 5. **B.** 6. **C.** 9. **D.** 10.

Lời giải

Cách 1:



$$u_1 = 5, u_2 = 6, u_3 = 8, u_4 = 11, u_5 = 15, u_6 = 20$$

Vậy số 20 là số hạng thứ 6.

Cách 2:

Dựa vào công thức truy hồi ta có

$$u_1 = 5$$

$$u_2 = 5 + 1$$

$$u_3 = 5 + 1 + 2$$

$$u_4 = 5 + 1 + 2 + 3$$

.....

$$\Rightarrow u_n = 5 + 1 + 2 + \dots + n - 1 = 5 + \frac{n(n-1)}{2}$$

$$\Rightarrow 20 = 5 + \frac{n(n-1)}{2} (n \in \mathbb{N}^*) \Leftrightarrow n^2 - n - 30 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 6 \\ n = -5 (\text{loại}) \end{cases}$$

Vậy 20 là số hạng thứ 6.

Cách 3: Sử dụng máy tính CASIO fx-570VN PLUS

1 SHIFT STO A

5 SHIFT STO B

Ghi vào màn hình $C = B + A$: $A = A + 1$: $B = C$

Ấn CALC và lặp lại phím =

Ta tìm được số 20 là số hạng thứ 6

Câu 90: Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $u_n = \frac{2^{n-1} + 1}{n}$. Tìm số hạng thứ 10 của dãy số đã cho.

A. 51,2.

B. 51,3.

C. 51,1.

D. 102,3.

Lời giải

$$\text{Ta có: } u_{10} = \frac{2^{10-1} + 1}{10} = 51,3.$$

Câu 91: Cho dãy số $\begin{cases} u_1 = 4 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$. Tìm số hạng thứ 5 của dãy số.

A. 16.

B. 12.

C. 15.

D. 14.

Lời giải

Ta có $u_2 = u_1 + 1 = 5$; $u_3 = u_2 + 2 = 7$; $u_4 = u_3 + 3 = 10$. Do đó số hạng thứ 5 của dãy số là $u_5 = u_4 + 4 = 14$.



Câu 92: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{-n}{n+1}$. Năm số hạng đầu tiên của dãy số đó lần lượt là những số nào dưới đây?

A. $-\frac{1}{2}; -\frac{2}{3}; -\frac{3}{4}; -\frac{4}{5}; -\frac{5}{6}$.

B. $-\frac{2}{3}; -\frac{3}{4}; -\frac{4}{5}; -\frac{5}{6}; -\frac{6}{7}$.

C. $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \frac{5}{6}$.

D. $\frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \frac{5}{6}; \frac{6}{7}$.

Lời giải

Ta có $u_1 = -\frac{1}{2}; u_2 = -\frac{2}{3}; u_3 = -\frac{3}{4}; u_4 = -\frac{4}{5}; u_5 = -\frac{5}{6}$.

Nhận xét: Dùng MTCT chức năng CALC để kiểm tra nhanh.

Ta thấy dãy (u_n) là dãy số âm nên loại các phương án C, **D.** Đáp án đúng là A hoặc **B.** Ta chỉ cần kiểm tra một số hạng nào đó mà cả hai đáp án khác nhau

là được. Chẳng hạn kiểm tra u_1 thì thấy $u_1 = -\frac{1}{2}$

Câu 93: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n}{3^n - 1}$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó lần lượt là những số nào dưới đây?

A. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}$.

B. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{3}{26}$.

C. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{16}$.

D. $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}$.

Lời giải

Dùng MTCT chức năng CALC: ta có

$u_1 = \frac{1}{2}; u_2 = \frac{2}{3^2 - 1} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}; u_3 = \frac{3}{3^3 - 1} = \frac{3}{26}$.

Câu 94: Cho dãy số (u_n) , biết $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = u_n + 3 \end{cases}$ với $n \geq 0$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó lần lượt là những số nào dưới đây?

A. $-1; 2; 5$.

B. $1; 4; 7$.

C. $4; 7; 10$.

D. $-1; 3; 7$.

Lời giải

Ta có $u_1 = -1; u_2 = u_1 + 3 = 2; u_3 = u_2 + 3 = 5$.

Nhận xét: Dùng chức năng “lặp” của MTCT để tính:

Nhập vào màn hình: $X = X + 3$.

Bấm CALC và cho $X = -1$ Vì $u_1 = -1$ nên loại các đáp án B, **C.** Còn lại các đáp án A, C; để biết đáp án nào ta chỉ cần kiểm tra $u_2: u_2 = u_1 + 3 = 2$

Câu 95: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n+1}{2n+1}$. Số $\frac{8}{15}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?

A. 8.

B. 6.

C. 5.

D. 7.

Lời giải



Ta cần tìm n sao cho $u_n = \frac{n+1}{2n+1} = \frac{8}{15} \Leftrightarrow 15n+15=16n+8 \Leftrightarrow n=7$.

Nhận xét: Có thể dùng chức năng CALC để kiểm tra nhanh.

Câu 96: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{2n+5}{5n-4}$. Số $\frac{7}{12}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?

- A.** 8. **B.** 6. **C.** 9. **D.** 10.

Lời giải

Dùng chức năng “lập” để kiểm tra đáp án. Hoặc giải cụ thể như sau:

$$u_n = \frac{2n+5}{5n-4} = \frac{7}{12} \Leftrightarrow 24n+60=35n-28 \Leftrightarrow 11n=88 \Leftrightarrow n=8.$$

Câu 97: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = 2^n$. Tìm số hạng u_{n+1} .

- A.** $u_{n+1} = 2^n \cdot 2$. **B.** $u_{n+1} = 2^n + 1$. **C.** $u_{n+1} = 2(n+1)$. **D.** $u_{n+1} = 2^n + 2$.

Lời giải

Thay n bằng $n+1$ trong công thức u_n ta được: $u_{n+1} = 2^{n+1} = 2 \cdot 2^n$.

Câu 98: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = 3^n$. Tìm số hạng u_{2n-1} .

- A.** $u_{2n-1} = 3^2 \cdot 3^n - 1$. **B.** $u_{2n-1} = 3^n \cdot 3^{n-1}$. **C.** $u_{2n-1} = 3^{2n} - 1$. **D.** $u_{2n-1} = 3^{2(n-1)}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } u_n = 3^n \xrightarrow{n \leftrightarrow 2n-1} u_{2n-1} = 3^{2n-1} = 3^n \cdot 3^{n-1}.$$

Câu 99: Cho dãy số (u_n) , với $u_n = 5^{n+1}$. Tìm số hạng u_{n-1} .

- A.** $u_{n-1} = 5^{n-1}$. **B.** $u_{n-1} = 5^n$. **C.** $u_{n-1} = 5 \cdot 5^{n+1}$. **D.** $u_{n-1} = 5 \cdot 5^{n-1}$.

Lời giải

$$u_n = 5^{n+1} \xrightarrow{n \leftrightarrow n-1} u_{n-1} = 5^{(n-1)+1} = 5^n.$$

Câu 100: Cho dãy số (u_n) bởi công thức truy hồi sau $\begin{cases} u_1 = 0 \\ u_{n+1} = u_n + n; n \geq 1 \end{cases}$; u_{218} nhận giá trị nào sau đây?

- A.** 23653. **B.** 46872. **C.** 23871. **D.** 23436.

Lời giải

Đặt $v_n = u_{n+1} - u_n = n$, suy ra (v_n) là một cấp số cộng với số hạng đầu $v_1 = u_2 - u_1 = 1$ và công sai $d = 1$.

Xét tổng $S_{217} = v_1 + v_2 + \dots + v_{217}$.

$$\text{Ta có } S_{217} = v_1 + v_2 + \dots + v_{217} = \frac{217 \cdot (v_1 + v_{217})}{2} = \frac{217 \cdot (1 + 217)}{2} = 23653.$$



Mà $v_n = u_{n+1} - u_n$ suy ra

$$S_{217} = v_1 + v_2 + \dots + v_{217} = (u_2 - u_1) + (u_3 - u_2) + \dots + (u_{218} - u_{217}) = u_{218} - u_1$$

$$\Rightarrow u_{218} = S_{217} + u_1 = 23653.$$

DẠNG 3. DÃY SỐ TĂNG, DÃY SỐ GIẢM

Câu 101: Dãy số nào dưới đây là dãy số tăng?

A. $u_n = -2n + 1.$

B. $v_n = 3n - 10.$

C. $a_n = \frac{1}{n}.$

D. $b_n = (-1)^n.$

Lời giải

FB Người gán ID: Hoàng Dương

Chọn B

$$u_1 = -1 > u_2 = -3 \Rightarrow \text{dãy không tăng}$$

$$a_1 = 1 > a_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{dãy không tăng}$$

$$b_2 = 1 > b_3 = -1 \Rightarrow \text{dãy không tăng}$$

Câu 102: Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy số giảm.

A. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{6}; \frac{1}{8}; \dots; \frac{1}{2n}; \dots$

B. $6; 9; 12; 15; \dots; 3n + 3; \dots$

C. $2; 4; 8; 16; \dots; 2^n; \dots$

D. $-5; -5; -5; -5; -5; \dots; -5; \dots$

Lời giải

Ta có dãy số $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{6}; \frac{1}{8}; \dots; \frac{1}{2n}; \dots$ giảm.

Dãy số $6; 9; 12; 15; \dots; 3n + 3; \dots$ tăng.

Dãy số $2; 4; 8; 16; \dots; 2^n; \dots$ tăng.

Dãy số $-5; -5; -5; -5; -5; \dots; -5; \dots$ không đổi.

Câu 103: Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy số giảm?

A. $u_n = n^2$

B. $u_n = 2n$

C. $u_n = n^3 - 1$

D. $u_n = -2n + 1$

Lời giải

Các đáp án A, B, C loại vì là dãy số tăng.

Xét đáp án D.

Ta có $u_{n+1} = -2(n+1) + 1 = -2n - 1$, $u_{n+1} - u_n = -2 < 0$. Vậy $u_n = -2n + 1$ là hàm số giảm.

Câu 104: Cho các dãy số sau. Dãy số nào là dãy số tăng?

A. $1; 1; 1; 1; 1; 1; \dots$

B. $1; -\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; -\frac{1}{8}; \frac{1}{16}; \dots$

C. $1; 3; 5; 7; 9; \dots$

D. $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}; \frac{1}{16}; \dots$

Lời giải



Xét đáp án A: 1; 1; 1; 1; 1; 1;... đây là dãy hằng nên dãy không tăng, không giảm.

Xét đáp án B: $1; -\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; -\frac{1}{8}; \frac{1}{16}; \dots$ $u_1 - u_2 < u_3$ loại **B.**

Xét đáp án C: 1; 3; 5; 7; 9;... $u_n - u_{n+1}, n \in \mathbb{N}^*$.

Xét đáp án D: $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}; \frac{1}{16}; \dots$ $u_1 - u_2 > u_3$ $u_n >$ loại **D.**

Câu 105: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = n+1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Dãy số (u_n) là dãy số tăng.

B. Dãy số (u_n) là dãy số giảm.

C. Dãy số (u_n) không là dãy số tăng, cũng không là dãy số giảm.

D. Dãy số (u_n) là dãy số bị chặn.

Lời giải

Ta có: $u_{n+1} - u_n = (n+2) - (n+1) = 1 > 0$, tức là $u_{n+1} > u_n$ với $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

Vậy dãy số (u_n) là dãy số tăng.

Câu 106: Cho các dãy số sau. Dãy số nào **không** là dãy số tăng?

A. 1;1;1;1;...

B. 1;3;5;7;...

C. 2;4;6;8;...

D. $\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}; 2; \dots$

Lời giải

Xét đáp án A ta có dãy 1;1;1;1;... là dãy hằng nên không tăng không giảm.

Câu 107: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \sqrt{5n+2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng

B. Dãy số giảm

C. Dãy số không tăng, không giảm

D. Dãy số vừa tăng vừa giảm

Lời giải

* Trắc nghiệm: Tính vài số hạng đầu của dãy số rồi suy ra kết quả

* Tự luận:

Ta có $u_{n+1} - u_n = \sqrt{5(n+1)+2} - \sqrt{5n+2} = \sqrt{5n+7} - \sqrt{5n+2} > 0 \Leftrightarrow u_{n+1} > u_n$

Câu 108: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{1}{3n+2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng

B. Dãy số giảm

C. Dãy số không tăng, không giảm

D. Dãy số vừa tăng vừa giảm

Lời giải

Ta có $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{3(n+1)+2} - \frac{1}{3n+2} = \frac{1}{3n+5} - \frac{1}{3n+2} = -\frac{3}{(3n+5)(3n+2)} < 0$.



Vậy $u_{n+1} - u_n < 0 \Leftrightarrow u_{n+1} < u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Câu 109: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = 2n^2 + 3n + 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Dãy số vừa tăng vừa giảm. B. Dãy số giảm.
 C. Dãy số không tăng, không giảm. D. Dãy số tăng.

Lời giải

Ta có $u_{n+1} - u_n = 2(n+1)^2 + 3(n+1) + 1 - 2n^2 - 3n - 1 = 4n + 5 > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Vậy $u_{n+1} - u_n > 0 \Leftrightarrow u_{n+1} > u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Câu 110: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{10}{3^n}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Dãy số tăng B. Dãy số giảm
 C. Dãy số không tăng, không giảm D. Dãy số vừa tăng vừa giảm

Lời giải

Ta có $u_{n+1} - u_n = \frac{10}{3^{n+1}} - \frac{10}{3^n} = \frac{10}{3 \cdot 3^n} - \frac{10}{3^n} = \frac{-20}{3 \cdot 3^n} < 0$

Vậy $u_{n+1} - u_n < 0 \Leftrightarrow u_{n+1} < u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Câu 111: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = 2n^2 + 3n + 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Dãy số tăng B. Dãy số giảm
 C. Dãy số không tăng, không giảm D. Dãy số vừa tăng vừa giảm

Lời giải

Ta có $u_{n+1} - u_n = 2(n+1)^2 + 3(n+1) + 1 - 2n^2 - 3n - 1 = 4n + 5 > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Vậy $u_{n+1} - u_n > 0 \Leftrightarrow u_{n+1} > u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Câu 112: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = (-1)^n (n^2 + 1)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Dãy số tăng B. Dãy số giảm
 C. Dãy số không tăng, không giảm D. Dãy số là dãy hữu hạn

Lời giải

Dãy không tăng, không giảm vì các số hạng đan dấu

Câu 113: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = n^2 - 400n$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Dãy số tăng B. Dãy số giảm
 C. Dãy số không tăng, không giảm D. Mọi số hạng đều âm

Lời giải

Ta có $u_{n+1} - u_n = (n+1)^2 - 400(n+1) - n^2 + 400n = 2n - 399$

Do $2n - 399 > 0$ khi $n > \frac{399}{2}$ và $2n - 399 < 0$ khi $n < \frac{399}{2}$.

Vậy dãy số đã cho không tăng, không giảm



Câu 114: Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào tăng?

- A. $u_n = \frac{1}{3^n}$. B. $u_n = \frac{1}{2n+1}$. C. $u_n = \frac{n+1}{3n+2}$. D. $u_n = \frac{4n-2}{n+3}$.

Lời giải

Ta có:

$$u_{n+1} - u_n = \frac{1}{3^{n+1}} - \frac{1}{3^n} = \frac{1}{3 \cdot 3^n} - \frac{1}{3^n} = \frac{-2}{3 \cdot 3^n} < 0 \rightarrow \text{loại A}$$

$$u_{n+1} - u_n = \frac{1}{2(n+1)+1} - \frac{1}{2n+1} = \frac{1}{2n+3} - \frac{1}{2n+1} = \frac{-2}{(2n+3)(2n+1)} < 0 \rightarrow \text{loại B}$$

$$u_{n+1} - u_n = \frac{n+2}{3n+5} - \frac{n+1}{3n+2} = -\frac{1}{(3n+5)(3n+2)} < 0 \rightarrow \text{loại C}$$

$$u_{n+1} - u_n = \frac{4n+2}{n+4} - \frac{4n-2}{n+3} = \frac{14}{(n+4)(n+3)} > 0$$

Câu 115: Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào giảm?

- A. $u_n = \left(\frac{4}{3}\right)^n$. B. $u_n = (-1)^n (5^n - 1)$. C. $u_n = -3^n$. D. $u_n = \sqrt{n+4}$.

Lời giải

Ta có:

$$u_{n+1} - u_n = \left(\frac{4}{3}\right)^{n+1} - \left(\frac{4}{3}\right)^n = \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^n - \left(\frac{4}{3}\right)^n = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^n > 0 \rightarrow \text{loại A}$$

Dãy (u_n) với $u_n = (-1)^n (5^n - 1)$. có các số hạng đan dấu nên dãy không tăng, không giảm $\rightarrow$ loại B

$$u_{n+1} - u_n = -3^{n+1} + 3^n = -3 \cdot 3^n + 3^n = -2 \cdot 3^n < 0 \rightarrow \text{Chọn C}$$

$$u_{n+1} - u_n = \sqrt{n+5} - \sqrt{n+4} = \frac{1}{\sqrt{n+5} + \sqrt{n+4}} > 0 \rightarrow \text{loại D}$$

Câu 116: Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào không tăng, không giảm?

- A. $u_n = n + \frac{1}{n}$. B. $u_n = 5^n + 3n$. C. $u_n = -3^n$. D. $u_n = (-3)^n \cdot \sqrt{n^2 + 1}$

Lời giải

Dãy không tăng, không giảm vì các số hạng đan dấu

Dãy trong đáp án A và B tăng, dãy trong đáp án C là dãy giảm

Câu 117: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = 5^n - 4^n$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Dãy số tăng B. Dãy số giảm
 C. Dãy số không tăng, không giảm D. Dãy số có số hạng thứ 100 bé hơn 1



Lời giải

Ta có $u_{n+1} - u_n = 5^{n+1} - 4^{n+1} - 5^n + 4^n = 4(5^n - 4^n) > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Vậy $u_{n+1} - u_n > 0 \Leftrightarrow u_{n+1} > u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Câu 118: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{an+2}{3n+1}$. Tìm tất cả các giá trị của a để dãy số tăng.

A. $a = 6$

B. $a > 6$

C. $a < 6$

D. $a \geq 6$

Lời giải

Ta có $u_{n+1} - u_n = \frac{an+a+2}{3n+4} - \frac{an+2}{3n+1} = \frac{a-6}{(3n+4)(3n+1)}, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Để dãy số tăng thì $u_{n+1} - u_n = \frac{a-6}{(3n+4)(3n+1)} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^* \Leftrightarrow a > 6$

Câu 119: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = 2^n - an$. Tìm tất cả các giá trị của a để dãy số tăng.

A. $a = 2$

B. $a > 2$

C. $a < 2$

D. $a \geq 2$

Lời giải

Ta có $u_{n+1} - u_n = 2^{n+1} - an - a - 2^n + an = 2^n - a, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Để dãy số tăng thì $u_{n+1} - u_n = 2^n - a > 0, \forall n \in \mathbb{N}^* \Leftrightarrow a < 2^n, \forall n \in \mathbb{N}^* \Leftrightarrow a < 2, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Câu 120: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{3^n}{an}$. Tìm tất cả các giá trị của a để dãy số tăng.

A. $\forall a < 0$

B. Không tồn tại a

C. $\forall a \in \mathbb{R}^*$

D. $a > 0$

Lời giải

Ta có $u_{n+1} - u_n = \frac{3^{n+1}}{an+a} - \frac{3^n}{an} = \frac{a \cdot 3^n (2n-1)}{a^2 (n^2+n)}, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Để dãy số tăng thì $u_{n+1} - u_n = \frac{a \cdot 3^n (2n-1)}{a^2 (n^2+n)} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^* \Leftrightarrow a > 0$

Câu 121: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \sqrt{3n+2} - \sqrt{3n+1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng

B. Dãy số giảm

C. Dãy số không tăng, không giảm

D. Dãy số vừa tăng vừa giảm

Lời giải

Ta có $u_n = \sqrt{3n+2} - \sqrt{3n+1} = \frac{1}{\sqrt{3n+2} + \sqrt{3n+1}}$

Khi đó



$$u_{n+1} - u_n = \frac{1}{\sqrt{3n+5} + \sqrt{3n+4}} - \frac{1}{\sqrt{3n+2} + \sqrt{3n+1}}$$

$$= \frac{(\sqrt{3n+2} - \sqrt{3n+5}) + (\sqrt{3n+1} - \sqrt{3n+4})}{(\sqrt{3n+5} + \sqrt{3n+4})(\sqrt{3n+2} + \sqrt{3n+1})} < 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

Câu 122: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = n - \sqrt{n^2 + 1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** Dãy số tăng **B.** Dãy số giảm
C. Dãy số không tăng, không giảm **D.** Các số hạng đều dương

Lời giải

Ta có $u_n = n - \sqrt{n^2 + 1} = \frac{-1}{n + \sqrt{n^2 + 1}}$

Khi đó

$$u_{n+1} - u_n = \frac{-1}{n+1 + \sqrt{(n+1)^2 + 1}} + \frac{1}{n + \sqrt{n^2 + 1}} = \frac{1 + (\sqrt{(n+1)^2 + 1} - \sqrt{n^2 + 1})}{(n+1 + \sqrt{(n+1)^2 + 1})(n + \sqrt{n^2 + 1})} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

Vậy dãy số đã cho là dãy tăng

Câu 123: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{2n^2 - n - 1}{n + 2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** Dãy số tăng **B.** Dãy số giảm
C. Dãy số không tăng, không giảm **D.** Có số hạng âm

Lời giải

Ta có $u_{n+1} - u_n = \frac{2n^2 + 3n}{n + 3} - \frac{2n^2 - n - 1}{n + 2} = \frac{2n^2 + 10n + 3}{(n + 3)(n + 2)} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Vậy dãy số đã cho là dãy tăng

Câu 124: Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào tăng?

- A.** $u_n = \frac{\sin n}{n}$. **B.** $u_n = \frac{\sqrt{n^2 + 1}}{2n + 1}$. **C.** $u_n = \frac{3^n}{n^2}$. **D.** $u_n = 4n^3 - 3n^2 + 1$.

Lời giải

* Với $n \in (k2\pi; \pi + k2\pi), k \in \mathbb{N} \Rightarrow \sin n > 0 \Rightarrow \frac{\sin n}{n} > 0$

và $n \in (\pi + k2\pi; 2\pi + k2\pi), k \in \mathbb{N} \Rightarrow \sin n < 0 \Rightarrow \frac{\sin n}{n} < 0$. Suy ra dãy số trong đáp án A không tăng, không giảm $\rightarrow$ loại A

* Ta có $u_n = \frac{\sqrt{n^2 + 1}}{2n + 1} = \sqrt{\frac{n^2 + 1}{(2n + 1)^2}}$. Xét dãy (v_n) với $v_n = \frac{n^2 + 1}{(2n + 1)^2}$



$$v_{n+1} - v_n = \frac{n^2 + 2n + 2}{4n^2 + 12n + 9} - \frac{n^2 + 1}{4n^2 + 4n + 1} = \frac{4n^2 - 2n - 7}{(2n+3)^2 (2n+1)^2}$$

Do $v_{n+1} - v_n$ vừa nhận giá trị âm lẫn dương nên dãy số (v_n) không tăng, không giảm $\rightarrow$ loại B

$$* u_{n+1} - u_n = \frac{3 \cdot 3^n}{(n+1)^2} - \frac{3^n}{n^2} = \frac{3^n (2n^2 - 2n - 1)}{(n+1)^2 n^2}. \text{ Do } u_{n+1} - u_n \text{ nhận giá trị âm lẫn dương nên dãy đã}$$

cho không tăng, không giảm $\rightarrow$ loại C

* Theo phương pháp loại trừ ta **chọn D**

Câu 125: Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = \frac{1}{3}u_{n-1} + \frac{5}{3} \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** Dãy số tăng **B.** Dãy số giảm
C. Dãy số không tăng, không giảm **D.** Dãy số vừa tăng vừa giảm

Lời giải

Ta có $u_1 < u_2 < u_3$. Dự đoán dãy số đã cho tăng, ta chứng minh bằng quy nạp

Từ giả thiết thì $u_n > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Giả sử $u_k > u_{k-1}, k \geq 2$. Ta chứng minh $u_{k+1} > u_k$

Thật vậy: $u_{k+1} - u_k = \frac{1}{3}(u_k - u_{k-1}) > 0 \Leftrightarrow u_{k+1} > u_k$. Vậy dãy đã cho là dãy tăng

Câu 126: Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n^2 + 3}, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** Dãy số tăng **B.** Dãy số giảm
C. Dãy số không tăng, không giảm **D.** Dãy số vừa tăng vừa giảm

Lời giải

Ta có $0 < u_1 < u_2 < u_3$. Dự đoán dãy số đã cho tăng, ta chứng minh bằng quy nạp

Từ giả thiết thì $u_n > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Giả sử $u_k > u_{k-1}, k \geq 2$. Ta chứng minh $u_{k+1} > u_k$

Thật vậy: $u_{k+1} - u_k = \sqrt{u_k^2 + 3} - \sqrt{u_{k-1}^2 + 3} = \frac{(u_k - u_{k-1})(u_k + u_{k-1})}{\sqrt{u_k^2 + 3} + \sqrt{u_{k-1}^2 + 3}} > 0 \Leftrightarrow u_{k+1} > u_k$. vậy dãy đã cho

là dãy tăng

Câu 127: Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{3u_n}{3 + u_n} \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** Dãy số tăng **B.** Dãy số giảm



C. Dãy số không tăng, không giảm

D. Có $u_{10} = 2$

Lời giải

Ta có $u_1 > u_2 > u_3$. Dự đoán dãy số đã cho giảm, ta chứng minh bằng quy nạp

Từ giả thiết thì $u_n > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Giả sử $u_k < u_{k-1}, k \geq 2$. Ta chứng minh $u_{k+1} < u_k$

Thật vậy: $u_{k+1} - u_k = \frac{3u_k}{3+u_k} - \frac{3u_{k-1}}{3+u_{k-1}} = \frac{9(u_k - u_{k-1})}{(3+u_k)(3+u_{k-1})} < 0 \Leftrightarrow u_{k+1} < u_k$. vậy dãy đã cho là dãy giảm

Câu 128: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{n+n}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng

B. Dãy số giảm

C. Dãy số không tăng, không giảm

D. Có hữu hạn số hạng

Lời giải

Xét hiệu $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{2n+1} + \frac{1}{2n+2} - \frac{1}{n+1} = \frac{4n^2 + 3n + 1}{2(2n+1)(n+1)^2} > 0 \forall n \in \mathbb{N}^*$

Câu 129: Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = au_n + 1 \end{cases} \forall n \in \mathbb{N}^*$. Tìm tất cả các giá trị của a để (u_n) tăng?

A. $a < 0$.

B. $a \leq 0$.

C. $a > 0$.

D. $a > 1$.

Lời giải

Xét hiệu $u_{n+1} = au_n + 1 \Rightarrow u_n = au_{n-1} + 1 \Rightarrow u_{n+1} - u_n = a(u_n - u_{n-1})$

$\Rightarrow u_3 - u_2 = a(u_2 - u_1) = a^2$

$\Rightarrow u_4 - u_3 = a(u_3 - u_2) = a^3$

...

$\Rightarrow u_{n+1} - u_n = a^n > 0$

Để dãy số (u_n) tăng suy ra $a > 0$.

Câu 130: Trong các dãy số dưới đây, dãy số nào là dãy giảm?

A. $u_n = n^2$.

B. $u_n = \frac{1}{n} - 3$.

C. $u_n = 3n$.

D. $u_n = n^3 - 2$.

Lời giải

Xét đáp án A, ta có $u_{n+1} - u_n = (n+1)^2 - n^2 = 2n+1 > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy này là dãy tăng.

Xét đáp án B, ta có $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n} = \frac{-1}{n(n+1)} < 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy này là dãy giảm.

Xét đáp án C, ta có $u_{n+1} - u_n = 3(n+1) - 3n = 3 > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy này là dãy tăng.



Xét đáp án D, ta có $u_{n+1} - u_n = (n+1)^3 - n^3 > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy này là dãy tăng.

Câu 131: Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy số giảm?

A. $u_n = \frac{3}{n^2}$.

B. $u_n = \frac{n-3}{n+1}$.

C. $u_n = \frac{n}{2}$.

D. $u_n = \frac{(-1)^n}{3^n}$.

Lời giải

Xét A:

Ta có $u_n = \frac{3}{n^2}, u_{n+1} = \frac{3}{(n+1)^2}$

$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{n^2}{(n+1)^2} < \frac{n^2}{n^2} = 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Vậy (u_n) là dãy giảm.

Xét B:

Ta có $u_n = \frac{n-3}{n+1}; u_{n+1} = \frac{n-2}{n+2}$. Khi đó: $u_{n+1} - u_n = \frac{n-2}{n+2} - \frac{n-3}{n+1} = \frac{4}{(n+1)(n+2)} > 0 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Vậy (u_n) là dãy số tăng.

Xét C:

Ta có $u_n = \frac{n}{2}; u_{n+1} = \frac{n+1}{2}$. Khi đó: $u_{n+1} - u_n = \frac{n+1}{2} - \frac{n}{2} = \frac{1}{2} > 0 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Vậy (u_n) là dãy số tăng.

Xét D:

Ta có $u_1 = \frac{-1}{3}; u_2 = \frac{1}{9}; u_3 = \frac{-1}{27}$. Vậy (u_n) là dãy số không tăng không giảm.

Câu 132: Dãy số nào sau đây là dãy số giảm?

A. $u_n = \frac{5-3n}{2n+3}, n \in \mathbb{N}^*$. **B.** $u_n = \frac{n-5}{4n+1}, n \in \mathbb{N}^*$.

C. $u_n = 2n^2 + 3, n \in \mathbb{N}^*$. **D.** $u_n = \cos(2n+1), n \in \mathbb{N}^*$.

Lời giải

* Với dãy $u_n = \frac{5-3n}{2n+3}$.

Ta có

$$\begin{aligned} u_{n+1} - u_n &= \frac{5-3(n+1)}{2(n+1)+3} - \frac{5-3n}{2n+3} = \frac{2-3n}{2n+5} - \frac{5-3n}{2n+3} \\ &= \frac{(2-3n)(2n+3) - (5-3n)(2n+5)}{(2n+5)(2n+3)} = \frac{-19}{(2n+3)(2n+5)} < 0 \quad \forall n \in \mathbb{N}^* \end{aligned}$$



Suy ra (u_n) là dãy giảm.

Câu 133: Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là dãy số giảm?

- A.** $u_n = \frac{1}{2^n}$. **B.** $u_n = \frac{3n-1}{n+1}$. **C.** $u_n = n^2$. **D.** $u_n = \sqrt{n+2}$.

Lời giải

Ta có $u_n = \frac{1}{2^n} < \frac{1}{2^{n+1}} = u_{n+1} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Câu 134: Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là dãy số tăng?

- A.** $u_n = \frac{1}{2^n}$. **B.** $u_n = \frac{3n-1}{n+1}$. **C.** $u_n = 1 - n^2$. **D.** $u_n = \frac{1}{\sqrt{n+2}}$.

Lời giải

Câu 135: Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy số giảm?

- A.** $u_n = \frac{n-3}{n+1}$. **B.** $u_n = \frac{n}{2}$. **C.** $u_n = \frac{2}{n^2}$. **D.** $u_n = \frac{(-1)^n}{3^n}$.

Lời giải

Xét A:

Ta có $u_n = \frac{n-3}{n+1}$; $u_{n+1} = \frac{n-2}{n+2}$. Khi đó: $u_{n+1} - u_n = \frac{n-2}{n+2} - \frac{n-3}{n+1} = \frac{4}{(n+1)(n+2)} > 0 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Vậy (u_n) là dãy số tăng.

Xét B:

Ta có $u_n = \frac{n}{2}$; $u_{n+1} = \frac{n+1}{2}$. Khi đó: $u_{n+1} - u_n = \frac{n+1}{2} - \frac{n}{2} = \frac{1}{2} > 0 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Vậy (u_n) là dãy số tăng.

Xét C:

Ta có $u_n = \frac{2}{n^2}$, $u_{n+1} = \frac{2}{(n+1)^2}$

$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{n^2}{(n+1)^2} < \frac{n^2}{n^2} = 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Vậy (u_n) là dãy giảm.

Xét D:

Ta có $u_1 = \frac{-1}{3}$; $u_2 = \frac{1}{9}$; $u_3 = \frac{-1}{27}$. Vậy (u_n) là dãy số không tăng không giảm.

Câu 136: Dãy số nào sau đây là dãy số giảm?

- A.** $u_n = \frac{5-3n}{2n+3}, (n \in \mathbb{N}^*)$. **B.** $u_n = \frac{n-5}{4n+1}, (n \in \mathbb{N}^*)$.
C. $u_n = 2n^3 + 3, (n \in \mathbb{N}^*)$. **D.** $u_n = \cos(2n+1), (n \in \mathbb{N}^*)$.

Lời giải



$$\begin{aligned} \text{Xét } u_n = \frac{5-3n}{2n+3}, (n \in \mathbb{N}^*), \text{ ta có } u_{n+1} - u_n &= \frac{5-3(n+1)}{2(n+1)+3} - \frac{5-3n}{2n+3} = \frac{2-3n}{2n+5} - \frac{5-3n}{2n+3} \\ &= \frac{(2-3n)(2n+3) - (2n+5)(5-3n)}{(2n+5)(2n+3)} \\ &= \frac{4n-6n^2+6-9n-10n+6n^2-25+15n}{(2n+5)(2n+3)} = \frac{-19}{(2n+5)(2n+3)} < 0, \forall n \in \mathbb{N}^*. \end{aligned}$$

Vậy $u_n = \frac{5-3n}{2n+3}, (n \in \mathbb{N}^*)$ là dãy giảm.

Câu 137: Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là dãy số tăng?

A. $u_n = \frac{1}{2^n}$. **B.** $u_n = \frac{1}{n}$. **C.** $u_n = \frac{n+5}{3n+1}$. **D.** $u_n = \frac{2n-1}{n+1}$.

Lời giải

Vì $2^n; n$ là các dãy dương và tăng nên $\frac{1}{2^n}; \frac{1}{n}$ là các dãy giảm, do đó loại các đáp án A và **B.**

Xét đáp án C: $u_n = \frac{n+5}{3n+1} \rightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{3}{2} \\ u_2 = \frac{7}{6} \end{cases} \rightarrow u_1 > u_2 \rightarrow \text{loại } \mathbf{C}.$

Xét đáp án D: $u_n = \frac{2n-1}{n+1} = 2 - \frac{3}{n+1} \Rightarrow u_{n+1} - u_n = 3 \left(\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} \right) > 0$

Câu 138: Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là dãy số tăng?

A. $u_n = \frac{2}{3^n}$. **B.** $u_n = \frac{3}{n}$. **C.** $u_n = 2^n$. **D.** $u_n = (-2)^n$.

Lời giải

Xét đáp án C: $u_n = 2^n \rightarrow u_{n+1} - u_n = 2^{n+1} - 2^n = 2^n > 0 \rightarrow \mathbf{Chọn C}$

Vì $2^n; n$ là các dãy dương và tăng nên $\frac{1}{2^n}; \frac{1}{n}$ là các dãy giảm, do đó loại các đáp án A và **B.**

Xét đáp án D: $u_n = (-2)^n \rightarrow \begin{cases} u_2 = 4 \\ u_3 = -8 \end{cases} \rightarrow u_2 > u_3 \rightarrow \text{loại } \mathbf{D}.$

Câu 139: Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy số giảm?

A. $u_n = \frac{2n+1}{n-1}$. **B.** $u_n = n^3 - 1$. **C.** $u_n = n^2$. **D.** $u_n = 2n$.

Lời giải

Với mọi $n \in \mathbb{N}, n > 1$. Ta có



$$u_{n+1} - u_n = \frac{2(n+1)+1}{(n+1)-1} - \frac{2n+1}{n-1} = \frac{2n+3}{n} - \frac{2n+1}{n-1}$$

$$= \frac{(2n+3)(n-1) - n(2n+1)}{n(n-1)} = \frac{(2n+3)(n-1) - n(2n+1)}{n(n-1)} = \frac{-3}{n(n-1)} < 0, \text{ với mọi } n \in \mathbb{N}, n > 1.$$

Suy ra dãy số giảm.

DẠNG 4. DÃY SỐ BỊ CHẶN TRÊN, BỊ CHẶN DƯỚI, BỊ CHẶN

Câu 140: Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n = 3n - 1$

- A.** Bị chặn. **B.** Bị chặn trên. **C.** Bị chặn dưới. **D.** Không bị chặn dưới.

Lời giải

Ta có $u_n \geq 2, \forall n \in \mathbb{N}^* \rightarrow$ Dãy bị chặn dưới

Khi n tiến tới dương vô cực thì u_n cũng tiến tới dương vô cực nên dãy số không bị chặn trên

Vậy dãy đã cho bị chặn dưới

Câu 141: Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát (u_n) sau, dãy số nào bị chặn?

- A.** $u_n = n^2$. **B.** $u_n = 2^n$. **C.** $u_n = \frac{1}{n}$. **D.** $u_n = \sqrt{n+1}$.

Lời giải

Ta có: $0 < u_n = \frac{1}{n} \leq 1$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy (u_n) bị chặn.

Nhận xét: Các dãy số $n^2; 2^n; n+1$ là các dãy tăng đến vô hạn khi n tăng lên vô hạn nên chúng không bị chặn trên.

Câu 142: Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào bị chặn?

- A.** $u_n = \frac{1}{2^n}$. **B.** $u_n = 3^n$. **C.** $u_n = \sqrt{n+1}$. **D.** $u_n = n^2 + 1$.

Lời giải

Ta có: $0 < u_n = \frac{1}{2^n} \leq \frac{1}{2}$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy (u_n) bị chặn.

Câu 143: Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n = \frac{2n+1}{n+2}$

- A.** Bị chặn. **B.** Không bị chặn. **C.** Bị chặn trên. **D.** Bị chặn dưới.

Lời giải

Ta có $0 < u_n = \frac{2n+1}{n+2} < \frac{2n+4}{n+2} = \frac{2(n+2)}{n+2} = 2 \quad \forall n$ nên dãy (u_n) bị chặn.

Câu 144: Xét tính tăng, giảm và bị chặn của dãy số (u_n) , biết: $u_n = \frac{2n-13}{3n-2}$

- A.** Dãy số tăng, bị chặn.
B. Dãy số giảm, bị chặn.



- C. Dãy số không tăng không giảm, không bị chặn.
 D. Cả A, B, C đều sai.

Lời giải

Ta có: $u_{n+1} - u_n = \frac{2n-11}{3n+1} - \frac{2n-13}{3n-2} = \frac{34}{(3n+1)(3n-2)} > 0$ với mọi $n \geq 1$.

Suy ra $u_{n+1} > u_n \quad \forall n \geq 1 \Rightarrow$ dãy (u_n) là dãy tăng $\Rightarrow$ dãy bị chặn dưới bởi $u_1 = -\frac{9}{4}$.

Mặt khác: $u_n = \frac{2}{3} - \frac{35}{3(3n-2)} \Rightarrow -\frac{9}{4} \leq u_n < \frac{2}{3} \quad \forall n \geq 1$

Vậy dãy (u_n) là dãy bị chặn.

Câu 145: Trong các dãy số (u_n) sau đây, dãy số nào bị chặn?

A. $u_n = n^2$.

B. 2^n .

C. $u_n = \sqrt{n+1}$.

D. $u_n = \frac{1}{n}$.

Lời giải

Ta có $0 < u_n = \frac{1}{n} \leq 1$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy (u_n) bị chặn.

Câu 146: Cho dãy số (u_n) , với $u_n = (-1)^n$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số (u_n) là dãy số tăng.

B. Dãy số (u_n) là dãy số giảm.

C. Dãy số (u_n) là dãy số bị chặn.

D. Dãy số (u_n) là dãy số không bị chặn.

Lời giải

Dãy số (u_n) với $u_n = (-1)^n$ là dãy đan dấu nên không tăng, không giảm $\rightarrow$ A, B sai.

Ta có $u_n = (-1)^n = 1$ với n chẵn

$u_n = (-1)^n = -1$ với n lẻ

Do đó $-1 \leq u_n \leq 1 \Rightarrow$ dãy số (u_n) là dãy số bị chặn $\rightarrow$ C đúng.

Câu 147: Trong các dãy số sau đây, dãy số nào bị chặn?

A. $u_n = 2n$.

B. $u_n = \frac{2n+1}{n+2}$.

C. $u_n = \frac{2n+1}{3}$.

D. $u_n = 3 - 2n$.

Lời giải

Ta có $u_n = \frac{2n+1}{n+2} = 2 - \frac{3}{n+2} \Rightarrow 0 < u_n < 2$

Vậy dãy bị chặn

Câu 148: Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n = \frac{n+1}{\sqrt{n^2+1}}$

A. Bị chặn.

B. Không bị chặn.

C. Bị chặn trên.

D. Bị chặn dưới.

Lời giải



Ta có: $0 < u_n = \frac{n+1}{\sqrt{n^2+1}} = \sqrt{\frac{n^2+2n+1}{n^2+1}} = \sqrt{1 + \frac{2n}{n^2+1}} \leq \sqrt{1 + \frac{2n}{n^2}} = \sqrt{2}, \forall n \Rightarrow (u_n)$ bị chặn.

Câu 149: Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n = 4 - 3n - n^2$

- A.** Bị chặn. **B.** Không bị chặn. **C.** Bị chặn trên. **D.** Bị chặn dưới.

Lời giải

Ta có: $u_n = \frac{25}{4} - \left(n + \frac{3}{2}\right)^2 < \frac{25}{4} \Rightarrow (u_n)$ bị chặn trên; dãy (u_n) không bị chặn dưới.

Câu 150: Trong các dãy số (u_n) sau, dãy số nào bị chặn?

- A.** $u_n = n + \frac{1}{n}$. **B.** $u_n = n + 1$. **C.** $u_n = \frac{n}{2n^2 + 1}$. **D.** $u_n = n^2 + n + 1$.

Lời giải

Câu 151: Trong các dãy số (u_n) sau, dãy số nào bị chặn?

- A.** $u_n = n - \sin 3n$ **B.** $u_n = \frac{n^2 + 1}{n}$. **C.** $u_n = \frac{1}{n(n+1)}$. **D.** $u_n = n \cdot \sin(3n-1)$.

Lời giải

Ta có $0 < u_n = \frac{1}{n(n+1)} \leq \frac{1}{2}, \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow$ Dãy (u_n) với $u_n = \frac{1}{n(n+1)}$ bị chặn

Câu 152: Trong các dãy số (u_n) cho dưới đây dãy số nào là dãy số bị chặn ?

- A.** $u_n = \frac{n^3}{n^2 + 1}$. **B.** $u_n = n^2 + 2017$. **C.** $u_n = (-1)^n(n+2)$. **D.** $u_n = \frac{n}{n^2 + 1}$.

Lời giải

Ta có $0 < u_n = \frac{n}{n^2 + 1} \leq \frac{1}{2}, \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow$ Dãy (u_n) với $u_n = \frac{n}{n^2 + 1}$ bị chặn

Câu 153: Xét tính tăng giảm và bị chặn của dãy số sau: $(u_n): u_n = \frac{n+1}{n+2}$

- A.** Tăng, bị chặn. **B.** Giảm, bị chặn. **C.** Tăng, chặn dưới. **D.** Giảm, chặn trên.

Lời giải

Ta có $u_{n+1} - u_n = \frac{n+2}{n+3} - \frac{n+1}{n+2} = \frac{(n+2)^2 - (n+3)(n+1)}{(n+2)(n+3)} = \frac{1}{(n+2)(n+3)} > 0, \forall n$.

Và $0 < u_n = \frac{n+1}{n+2} < \frac{n+2}{n+2} = 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Vậy dãy (u_n) là dãy tăng và bị chặn.

Câu 154: Xét tính bị chặn của dãy số: $u_n = \frac{2n+1}{n+2}$.

- A.** Bị chặn. **B.** Không bị chặn. **C.** Bị chặn trên. **D.** Bị chặn dưới.

Lời giải



Ta có $u_n = \frac{2n+1}{n+2} = 2 - \frac{3}{n+2} \Rightarrow 0 < u_n < 2 \quad \forall n$ nên dãy (u_n) bị chặn.

Câu 155: Dãy số nào sau đây là dãy số bị chặn?

- A. $u_n = 2n + 1$. B. $u_n = -\frac{n^2}{n+1}$. C. $u_n = 2^n$. D. $u_n = \frac{n+1}{n}$.

Lời giải

Xét $u_n = \frac{n+1}{n}$: $u_n = \frac{n+1}{n} = 1 + \frac{1}{n} > 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$. Suy ra dãy bị chặn dưới.

$u_n = 1 + \frac{1}{n} < 1 + \frac{1}{1} = 2 \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$. Suy ra dãy bị chặn trên.

Vậy dãy bị chặn.

Câu 156: Xét tính bị chặn của dãy số sau: $u_n = 4 - 3n - n^2$

- A. Bị chặn. B. Không bị chặn. C. Bị chặn trên. D. Bị chặn dưới.

Lời giải

Vì $u_n = 4 - 3n - n^2 = \frac{25}{4} - \left(n + \frac{3}{2}\right)^2 < \frac{25}{4}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy số (u_n) bị chặn trên; dãy (u_n) không bị chặn dưới.

Câu 157: Xét tính tăng, giảm và bị chặn của dãy số (u_n) , biết: $(u_n): u_n = n^3 + 2n + 1$

- A. Tăng, bị chặn. B. Giảm, bị chặn. C. Tăng, chặn dưới. D. Giảm, chặn trên.

Lời giải

Ta có: $u_{n+1} - u_n = (n+1)^3 + 2(n+1) - n^3 - 2n = 3n^2 + 3n + 3 > 0$, $\forall n$

Mặt khác: $u_n > 1$, $\forall n$ và khi n càng lớn thì u_n càng lớn.

Vậy dãy (u_n) là dãy tăng và bị chặn dưới.

Câu 158: Cho dãy số $(u_n): u_n = \frac{3n-1}{3n+1}$. Dãy số (u_n) bị chặn trên bởi số nào dưới đây?

- A. $\frac{1}{3}$. B. 1. C. $\frac{1}{2}$. D. 0.

Lời giải

Ta có $u_n = \frac{3n-1}{3n+1} = 1 - \frac{2}{3n+1} < 1$. Mặt khác: $u_2 = \frac{5}{7} > \frac{1}{2} > \frac{1}{3} > 0$ nên suy ra dãy (u_n) bị chặn trên bởi số 1.

Câu 159: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \cos n + \sin n$. Dãy số (u_n) bị chặn trên bởi số nào dưới đây?

- A. 0. B. 1. C. $\sqrt{2}$. D. Không bị chặn trên.

Lời giải

Ta có $u_n \stackrel{MTCT}{u_1} = \sin 1 + \cos 1 > 1 > 0$ nên loại các đáp án A và B



Ta có $u_n = \cos n + \sin n = \sqrt{2} \sin\left|n + \frac{\pi}{4}\right| < \sqrt{2}$

Câu 160: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \cos n + \sin n$. Dãy số (u_n) bị chặn dưới bởi số nào dưới đây?

- A.** 0. **B.** -1. **C.** $-\sqrt{2}$. **D.** Không bị chặn dưới.

Lời giải

$u_n \stackrel{MTCT}{u_5} = \sin 5 - \cos 5 < -1 < 0$ loại A và B

Ta có $u_n = \sqrt{2} \sin\left|n - \frac{\pi}{4}\right| > -\sqrt{2}$

Câu 161: Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$

- A.** Bị chặn. **B.** Không bị chặn. **C.** Bị chặn trên. **D.** Bị chặn dưới.

Lời giải

Rõ ràng $u_n > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên (u_n) bị chặn dưới.

Lại có: $\frac{1}{(2k-1)(2k+1)} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2k-1} - \frac{1}{2k+1} \right)$. Suy ra

$u_n = \frac{1}{2} \left[\left(1 - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) + \dots + \left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1}\right) \right] = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2n+1}\right) < \frac{1}{2}$ với mọi số nguyên dương n , nên (u_n) bị chặn trên.

Kết luận (u_n) bị chặn.

Câu 162: Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{2.4} + \dots + \frac{1}{n.(n+2)}$

- A.** Bị chặn. **B.** Không bị chặn. **C.** Bị chặn trên. **D.** Bị chặn dưới.

Lời giải

Ta có: $0 < u_n < \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{n.(n+1)} = 1 - \frac{1}{n+1} < 1$

Dãy (u_n) bị chặn.

Câu 163: Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = \frac{u_{n-1} + 2}{u_{n-1} + 1}, (n \geq 2) \end{cases}$

- A.** Bị chặn. **B.** Không bị chặn. **C.** Bị chặn trên. **D.** Bị chặn dưới.

Lời giải

Bằng quy nạp ta chứng minh được $1 < u_n < 2$ nên dãy (u_n) bị chặn.



Câu 164: Xét tính tăng giảm và bị chặn của dãy số sau: $(u_n): \begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + 1}{2}, \forall n \geq 2 \end{cases}$

- A. Tăng, bị chặn. B. Giảm, bị chặn.
 C. Tăng, chặn dưới, không bị chặn trên. D. Giảm, chặn trên, không bị chặn dưới.

Lời giải

Trước hết bằng quy nạp ta chứng minh: $1 < u_n \leq 2, \forall n$

Điều này đúng với $n = 1$, giả sử $1 < u_n < 2$ ta có:

$$1 < u_{n+1} = \frac{u_n + 1}{2} < 2 \text{ nên ta có đpcm.}$$

$$\text{Mà } u_{n+1} - u_n = \frac{1 - u_n}{2} < 0, \forall n.$$

Vậy dãy (u_n) là dãy giảm và bị chặn.

Câu 165: Cho dãy (u_n) với $u_n = \frac{n + 2018}{2018n + 1}$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

- A. Dãy (u_n) bị chặn dưới nhưng không bị chặn trên
 B. Dãy (u_n) bị chặn.
 C. Dãy (u_n) không bị chặn trên, không bị chặn dưới.
 D. Dãy (u_n) bị chặn trên nhưng không bị chặn dưới

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } u_n = \frac{n + 2018}{2018n + 1} = \frac{1}{2018} + \frac{2017 \cdot 2019}{2018(2018n + 1)}.$$

Do đó (u_n) là dãy giảm, mà $u_1 = 1$, dễ thấy $\forall n \in \mathbb{N}^*, u_n > 0 \Rightarrow 0 < u_n \leq 1$.

Suy ra: Dãy (u_n) bị chặn.

Câu 166: Trong các dãy số (u_n) có số hạng tổng quát u_n dưới đây, dãy số nào là dãy bị chặn?

- A. $u_n = \sqrt{n^2 + 2}$. B. $u_n = \frac{n}{2n + 1}$. C. $u_n = 3^n - 1$. D. $u_n = n + \frac{2}{n}$.

Lời giải

Chọn B

$\lim \sqrt{n^2 + 2} = +\infty \Rightarrow$ dãy số $u_n = \sqrt{n^2 + 2}$ không bị chặn.

$$u_n = \frac{n}{2n + 1} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2n + 1} < \frac{1}{2} \Rightarrow u_n < \frac{1}{2}.$$



Mặt khác ta thấy ngay $u_n = \frac{n}{2n+1} > 0 \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow 0 < u_n < \frac{1}{2} \Rightarrow$ dãy số $u_n = \frac{n}{2n+1}$ bị chặn.

Câu 167: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 2 + 5^{1-n}$. Kết luận nào sau đây là đúng?

- A. Dãy số không đơn điệu. B. Dãy số giảm và không bị chặn.
 C. Dãy số tăng. D. Dãy số giảm và bị chặn.

Lời giải

$$\text{Xét } u_{n+1} - u_n = (2 + 5^{-n}) - (2 + 5^{1-n}) = 5^{-n} - 5^{1-n} = \frac{1}{5^n} - \frac{1}{5^{n-1}} = \frac{1}{5^n} - \frac{5}{5^n} = -\frac{4}{5^n} < 0, \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

$\Rightarrow (u_n)$ là dãy số giảm.

$$\text{Ta có: } u_n = 2 + 5^{1-n} > 2, \forall n \in \mathbb{N}^*; u_n = 2 + \frac{5}{5^n} \leq 3, \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

$\Rightarrow (u_n)$ là dãy số bị chặn.

Câu 168: Trong các dãy số sau, dãy nào là dãy số bị chặn?

- A. $u_n = \frac{2n+1}{n+1}$. B. $u_n = 2n + \sin(n)$. C. $u_n = n^2$. D. $u_n = n^3 - 1$.

Lời giải

Xét dãy số $u_n = \frac{2n+1}{n+1}$ ta có:

$$* u_n = \frac{2n+1}{n+1} > 0; \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow \text{dãy } (u_n) \text{ bị chặn dưới bởi giá trị } 0.$$

$$* u_n = \frac{2n+1}{n+1} = 2 - \frac{1}{n+1} < 2; \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow \text{dãy } (u_n) \text{ bị chặn trên bởi giá trị } 2.$$

$\Rightarrow$ dãy (u_n) là dãy bị chặn.

Câu 169: Chọn kết luận sai:

- A. Dãy số $(2n-1)$ tăng và bị chặn trên. B. Dãy số $\left| \frac{1}{n+1} \right|$ giảm và bị chặn dưới.
 C. Dãy số $\left| -\frac{1}{n} \right|$ tăng và bị chặn trên. D. Dãy số $\left| \frac{1}{3 \cdot 2^n} \right|$ giảm và bị chặn dưới.

Lời giải

Đáp án B đúng vì dãy số $\left| \frac{1}{n+1} \right|$ giảm và bị chặn dưới bởi 0.

Đáp án C đúng vì dãy số $\left| -\frac{1}{n} \right|$ tăng và bị chặn trên bởi 0.

Đáp án D đúng vì dãy số $\left| \frac{1}{3 \cdot 2^n} \right|$ giảm và bị chặn dưới bởi 0.

Đáp án A sai vì dãy số $(2n-1)$ tăng nhưng không bị chặn trên.



Câu 170: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

- A.** Dãy số bị chặn dưới. **B.** Dãy số bị chặn trên.
C. Dãy số bị chặn. **D.** Không bị chặn.

Lời giải

$$\text{Xét } \frac{1}{k^2} < \frac{1}{(k-1)k} = \frac{1}{k-1} - \frac{1}{k}, \forall k \geq 2$$

$$\text{Suy ra } u_n < \frac{1}{2} + \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) + \dots + \left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n}\right) = \frac{3}{2} - \frac{1}{n} < \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow 0 < u_n < \frac{3}{2}, \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

Vậy (u_n) bị chặn.

Câu 171: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n^3, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Tìm số nguyên dương n nhỏ nhất sao

cho $\sqrt{u_n - 1} \geq 2039190$.

- A.** $n = 2017$. **B.** $n = 2019$. **C.** $n = 2020$. **D.** $n = 2018$.

Lời giải

Theo hệ thức đã cho ta có:

$$u_n = u_{n-1} + (n-1)^3 = u_{n-2} + (n-2)^3 + (n-1)^3 = \dots = u_1 + 1^3 + 2^3 + \dots + (n-1)^3.$$

$$\text{Lại có } 1^3 + 2^3 + \dots + (n-1)^3 = (1+2+\dots+(n-1))^2 = \frac{(n-1)^2 n^2}{4}.$$

$$\text{Suy ra: } u_n = 1 + \frac{n^2(n-1)^2}{4} \Rightarrow \sqrt{u_n - 1} = \frac{n(n-1)}{2}.$$

Sử dụng mode 7 cho n chạy từ 2017 đến 2020, ta được kết quả $n = 2020$.

Câu 172: Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\log^2 u_1 + \log u_1 - 6 = 0$ và $u_{n+1} = u_n + 5$, với mọi $n \geq 1, n \in \mathbb{N}$. Giá trị lớn nhất của n để $u_n < 500$ bằng:

- A.** 80. **B.** 100. **C.** 99. **D.** 82.

Lời giải

$$+) \log^2 u_1 + \log u_1 - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log u_1 = -3 \\ \log u_1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 0,001 \\ u_1 = 100 \end{cases}$$

+) Từ giả thiết suy ra (u_n) là cấp số cộng có công sai $d = 5$. Do đó, ta có $u_n = u_1 + (n-1)d$.

$$+) \text{ Vậy } \begin{cases} u_n = 0,001 + 5(n-1) = 5n - 4,999 \\ u_n = 100 + 5(n-1) = 5n + 95 \end{cases} \text{ Suy ra } u_n < 500 \Leftrightarrow \begin{cases} n < 100,9998 \\ n < 81 \end{cases}.$$

Vậy số n lớn nhất để $u_n < 500$ là 100.



Câu 173: Cho dãy số (u_n) thỏa mãn: $u_1 = 5$ và $u_{n+1} = 3u_n + \frac{4}{3}$ với $\forall n \geq 1$. Giá trị nhỏ nhất của n để

$$S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n > 5^{100} \text{ bằng?}$$

A. 142.

B. 146.

C. 141.

D. 145.

Lời giải

$$u_{n+1} = 3u_n + \frac{4}{3} \Leftrightarrow u_{n+1} + \frac{2}{3} = 3\left(u_n + \frac{2}{3}\right)$$

Đặt $v_n = u_n + \frac{2}{3} \Rightarrow v_n$ là cấp số nhân với $v_1 = \frac{17}{3}$, công bội $q = 3$.

Khi đó

$$\begin{aligned} S_n &= u_1 + u_2 + \dots + u_n = \left(v_1 - \frac{2}{3}\right) + \left(v_2 - \frac{2}{3}\right) + \dots + \left(v_n - \frac{2}{3}\right) \\ &= v_1 + v_2 + \dots + v_n - \frac{2n}{3} = v_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} - \frac{2n}{3} = \frac{17 \cdot 3^n - 17 - 4n}{6} \end{aligned}$$

Bằng cách thử trực tiếp ta có n bé nhất để $S_n > 5^{100}$ là $n = 146$.

Câu 174: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 2, u_2 = 3 \\ u_{n+1} = 3u_n - 2u_{n-1} \end{cases} \quad n \geq 2, n \in \mathbb{N}$. Khi đó $u_1 + \dots + u_n$ bằng?

A. $2^n - 1$.

B. 2^n .

C. $2^n + 2n$.

D. $2^n + n - 1$.

Lời giải.

Ta có: $u_{n+1} = 3u_n - 2u_{n-1}$.

$$u_n = 3u_{n-1} - 2u_{n-2}$$

$$u_{n-1} = 3u_{n-2} - 2u_{n-3}$$

$$\dots u_4 = 3u_3 - 2u_2$$

$$u_3 = 3u_2 - 2u_1$$

$$\Rightarrow u_{n+1} + \dots + u_3 = 3u_n + u_{n-1} + \dots + u_3 + u_2 - 2u_1$$

$$\Leftrightarrow u_{n+1} = 2u_n + u_2 - 2u_1 = 2u_n - 1 \Rightarrow u_{n+1} = 2^n + 1.$$

$$\text{Vậy } u_1 + \dots + u_n = (2^0 + 1) + (2^1 + 1) + (2^2 + 1) + \dots + (2^{n-1} + 1) = 2^n + n - 1.$$

Câu 175: Cho dãy số $\{u_n\}$ xác định bởi $u_n = \frac{1}{\sqrt[4]{n^3} + \sqrt[4]{n^3 + n^2} + \sqrt[4]{n^3 + 2n^2 + n} + \sqrt[4]{n^3 + 3n^2 + 3n + 1}}$, $n \geq 1$.

Tính tổng $S = u_1 + u_2 + \dots + u_{2018^4 - 1}$.

A. 2016.

B. 2017.

C. 2018.

D. 2019.

Lời giải



$$\begin{aligned} \text{Ta có: } u_n &= \frac{1}{\sqrt[4]{n^3} + \sqrt{n} \cdot \sqrt[4]{n+1} + \sqrt[4]{n} \cdot \sqrt{n+1} + \sqrt[4]{(n+1)^3}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{n}(\sqrt[4]{n} + \sqrt[4]{n+1}) + \sqrt{n+1}(\sqrt[4]{n} + \sqrt[4]{n+1})} \\ &= \frac{1}{(\sqrt[4]{n} + \sqrt[4]{n+1})(\sqrt{n} + \sqrt{n+1})} \\ &= \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{\sqrt[4]{n} + \sqrt[4]{n+1}} \\ &= \frac{(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})(\sqrt[4]{n+1} - \sqrt[4]{n})}{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}} \\ &= \sqrt[4]{n+1} - \sqrt[4]{n}. \end{aligned}$$

Do đó $S = \sqrt[4]{2} - \sqrt[4]{1} + \sqrt[4]{3} - \sqrt[4]{2} + \dots + \sqrt[4]{2018^4 - 1} + 1 - \sqrt[4]{2018^4} - 1$
 $= -1 + \sqrt[4]{2018^4} = -1 + 2018 = 2017.$

Câu 176: Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $u_1 = \frac{2}{3}$ và $u_{n+1} = \frac{u_n}{2(2n+1)u_n + 1}$, $(n \in \mathbb{N}^*)$. Tính tổng

2018 số hạng đầu tiên của dãy số đó?

A. $\frac{4036}{4035}$.

B. $\frac{4035}{4034}$.

C. $\frac{4038}{4037}$.

D. $\frac{4036}{4037}$.

Lời giải

- Ta có: $\frac{1}{u_{n+1}} = \frac{2(2n+1)u_n + 1}{u_n} = \frac{1}{u_n} + 4n + 2 = \left(\frac{1}{u_{n-1}} + 4(n-1) + 2 \right) + 4n + 2$

Tương tự ta được:

$$\frac{1}{u_{n+1}} = \frac{1}{u_1} + (4.1 + 2) + (4.2 + 2) + \dots + (4n + 2) = \frac{3}{2} + 2n + 2n(n+1) = \frac{4n^2 + 8n + 3}{2}$$

$$\Rightarrow u_{n+1} = \frac{2}{4n^2 + 8n + 3} = \frac{2}{(2n+1)(2n+3)}$$

$$\Rightarrow u_n = \frac{2}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1}$$

$$\Rightarrow \sum_{k=1}^n u_k = 1 - \frac{1}{2n+1} = \frac{2n}{2n+1} \Rightarrow \sum_{k=1}^{2018} u_k = \frac{4036}{4037}.$$

Câu 177: Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $u_n = u_{n-1} + 6$, $\forall n \geq 2$ và $\log_2 u_5 + \log_{\sqrt{2}} \sqrt{u_9 + 8} = 11$. Đặt $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$. Tìm số tự nhiên n nhỏ nhất thỏa mãn $S_n \geq 20172018$.

A. 2587.

B. 2590.

C. 2593.

D. 2584.

Lời giải



Ta có dãy số (u_n) là cấp số cộng có công sai $d = 6$.

$$\log_2 u_5 + \log_{\sqrt{2}} \sqrt{u_9 + 8} = 11 \Leftrightarrow \log_2 u_5 (u_9 + 8) = 11 \quad (*) \text{ với } u_5 > 0.$$

Mặt khác $u_5 = u_1 + 4d = u_1 + 24$ và $u_9 = u_1 + 8d = u_1 + 48$.

Thay vào $(*)$ ta được $\begin{cases} u_1 = 8 \Rightarrow u_5 = 32 \\ u_1 = -88 \Rightarrow u_5 = -64 \end{cases}$. Suy ra $u_1 = 8$.

$$S_n \geq 20172018 \Leftrightarrow \frac{n}{2} [2u_1 + (n-1)d] \geq 20172018 \Leftrightarrow 3n^2 + 5n - 20172018 \geq 0.$$

Vậy số tự nhiên n nhỏ nhất thỏa mãn $S_n \geq 20172018$ là $n = 2593$.

Câu 178: Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $e^{u_{18}} + 5\sqrt{e^{u_{18}} - e^{4u_1}} = e^{4u_1}$ và $u_{n+1} = u_n + 3$ với mọi $n \geq 1$. Giá trị lớn nhất của n để $\log_3 u_n < \ln 2018$ bằng

A. 1419.

B. 1418.

C. 1420.

D. 1417.

Lời giải

Ta có $u_{n+1} = u_n + 3$ với mọi $n \geq 1$ nên u_n là cấp số cộng có công sai $d = 3$

$$e^{u_{18}} + 5\sqrt{e^{u_{18}} - e^{4u_1}} = e^{4u_1} \Leftrightarrow 5\sqrt{e^{u_{18}} - e^{4u_1}} = e^{4u_1} - e^{u_{18}} \quad (1)$$

Đặt $t = e^{u_{18}} - e^{4u_1}$ ($t \geq 0$)

$$\text{Phương trình (1) trở thành } 5\sqrt{t} = -t \Leftrightarrow \begin{cases} t \leq 0 \\ 25t = t^2 \end{cases} \Leftrightarrow t = 0$$

$$5\sqrt{t} = -t \Leftrightarrow t + 5\sqrt{t} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{t}(\sqrt{t} + 5) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{t} = 0 \Leftrightarrow t = 0$$

Với $t = 0$ ta có : $e^{u_{18}} = e^{4u_1} \Leftrightarrow u_{18} = 4u_1 \Leftrightarrow u_1 + 51 = 4u_1 \Leftrightarrow u_1 = 17$

Vậy $u_n = u_1 + (n-1)d = 17 + (n-1)3 = 3n + 14$

$$\text{Có : } \log_3 u_n < \ln 2018 \Leftrightarrow u_n < 3^{\ln 2018} \Leftrightarrow 3n + 14 < 3^{\ln 2018} \Leftrightarrow n < \frac{3^{\ln 2018} - 14}{3} \approx 1419,98$$

Vậy giá trị lớn nhất của n là 1419.

Câu 179: Tổng: $A = 2 + 4 + 6 + \dots + 2018$ có giá trị là:

A. 2018001.

B. 1209900.

C. 1010101.

D. 1019090.

Lời giải

Ta có $2A = (2 + 2018) + (4 + 2016) + \dots + (2018 + 2)$

$$\text{Do đó } A = \frac{1009(2 + 2018)}{2} = 1019090$$



Câu 180: Tổng: $B = 1 + 4 + 7 + \dots + 3031$ bằng:

A. 1532676.

B. 1435000.

C. 1351110.

D. 1322300.

Lời giải

Ta có $2B = (1 + 3031) + (4 + 3028) + \dots + (3031 + 1)$

$$\text{Do đó } B = \frac{1011(1 + 3031)}{2} = 1532676$$

Câu 181: Giá trị của tổng: $C = -13 - 9 - 5 + \dots + 387$ bằng:

A. 23455.

B. 18887.

C. 36778.

D. 43234.

Lời giải

Ta có $2C = (-13 + 387) + (-9 + 383) + \dots + (387 - 13)$

$$\text{Do đó } C = \frac{101(-13 + 387)}{2} = 18887$$

Câu 182: Giá trị của tổng: $S = \frac{1}{100} + \frac{101}{100} + \frac{201}{100} + \dots + \frac{1001}{100}$ bằng:

A. $\frac{5514}{100}$.

B. $\frac{5501}{100}$.

C. $\frac{5511}{100}$.

D. $\frac{5515}{100}$.

Lời giải

Ta có $2S = \left(\frac{1}{100} + \frac{1001}{100}\right) + \left(\frac{101}{100} + \frac{901}{100}\right) + \dots + \left(\frac{1001}{100} + \frac{1}{100}\right)$

$$\text{Do đó } S = \frac{11\left(\frac{1}{100} + \frac{1001}{100}\right)}{2} = \frac{5511}{100}$$

Câu 183: Cho tổng: $S_n = 1 + 3 + 5 + \dots + 2n + 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Tìm S_{100} ?

A. 10201.

B. 10000.

C. 10200.

D. 10202.

Lời giải

Ta có $S_{100} = 1 + 3 + 5 + \dots + 201$

Suy ra $2S_{100} = (1 + 201) + (3 + 199) + \dots + (201 + 1)$

$$\text{Vậy } S_{100} = \frac{101(1 + 201)}{2} = 10201$$

Câu 184: Cho tổng: $S_n = 2 + 4 + 6 + \dots + 2n$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Khi đó công thức của S_n là?

A. $n(n + 2)$.

B. $\frac{n(n + 1)}{2}$.

C. $n(n + 1)$.

D. n^2 .

Lời giải

Ta có $2S_n = (2 + 2n) + (4 + 2n - 2) + \dots + (2n + 2)$



Vậy $S_n = \frac{n(2+2n)}{2} = n(n+1)$

Câu 185: Tìm x biết: $(x+3)+(x+7)+(x+11)+\dots+(x+79)=860$

- A.** $x=2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=4$. **D.** $x=3$.

Lời giải

Ta có $1720 = (x+3+x+79) + (x+7+x+75) + \dots + (x+79+x+3)$

Do đó $1720 = 20(x+3+x+79) \Leftrightarrow 1720 = 20(2x+82) \Leftrightarrow x=2$

Câu 186: Tìm x biết: $(2x+3)+(2x+7)+(2x+11)+\dots+(2x+79)=1720$

- A.** $x=35$. **B.** $x=\frac{45}{2}$. **C.** $x=10$. **D.** $x=15$.

Lời giải

Ta có $3440 = (2x+3+2x+79) + (2x+7+2x+75) + \dots + (2x+79+2x+3)$

Do đó $3440 = 20(2x+3+2x+79) \Leftrightarrow 3440 = 20(4x+82) \Leftrightarrow x = \frac{45}{2}$

Câu 187: Tính giá trị biểu thức: $A = \frac{1+2+3+\dots+2018}{1+3+5+\dots+1009}$

- A.** $\frac{2030071}{255025}$. **B.** $\frac{2037171}{200025}$. **C.** $\frac{2037111}{255000}$. **D.** $\frac{2037171}{255025}$.

Lời giải

Đặt $P=1+2+3+\dots+2018$, $Q=1+3+5+\dots+1009$

Ta có $2P = (1+2018) + (2+2017) + \dots + (2018+1) = 2018 \cdot 2019 \Rightarrow P = 2037171$

$2Q = (1+1009) + (2+1007) + \dots + (1009+1) = 505 \cdot 1010 \Rightarrow Q = 255025$

Vậy $A = \frac{2037171}{255025}$

Câu 188: Cho tổng: $S_n = 1+5+9+\dots+4n-3$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Khi đó: $S_{10}^2 + S_{15}^2$ bằng:

- A.** 225325. **B.** 255325. **C.** 225355. **D.** 225525.

Lời giải

Ta có $S_{10} = 1+5+9+\dots+37 = 190 \Rightarrow (S_{10})^2 = 36100$

$S_{15} = 1+5+9+\dots+57 = 435 \Rightarrow (S_{15})^2 = 189225$

Vậy $S_{10}^2 + S_{15}^2 = 225325$

Câu 189: Tính tổng sau: $S = \frac{3}{1.4} + \frac{3}{4.7} + \frac{3}{7.10} + \dots + \frac{3}{91.94}$.



A. $\frac{93}{94}$

B. $\frac{94}{95}$

C. $\frac{94}{93}$

D. 1

Lời giải

Ta có $\frac{3}{1.4} = 1 - \frac{1}{4}$; $\frac{3}{4.7} = \frac{1}{4} - \frac{1}{7}$; $\frac{3}{7.10} = \frac{1}{7} - \frac{1}{10}$; ...; $\frac{3}{91.94} = \frac{1}{91} - \frac{1}{94}$

Do đó $S = \left(1 - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{7}\right) + \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{10}\right) + \dots + \left(\frac{1}{91} - \frac{1}{94}\right) = 1 - \frac{1}{94} = \frac{93}{94}$

Câu 190: Tổng: $S = \frac{1}{2.4} + \frac{1}{4.6} + \frac{1}{6.8} + \dots + \frac{1}{100.102}$ bằng:

A. $\frac{53}{102}$

B. $\frac{25}{102}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{1}{4}$

Lời giải

Ta có $2S = \frac{2}{2.4} + \frac{2}{4.6} + \frac{2}{6.8} + \dots + \frac{2}{100.102}$

$\frac{2}{2.4} = \frac{1}{2} - \frac{1}{4}$; $\frac{2}{4.6} = \frac{1}{4} - \frac{1}{6}$; $\frac{2}{6.8} = \frac{1}{6} - \frac{1}{8}$; ...; $\frac{2}{100.102} = \frac{1}{100} - \frac{1}{102}$

Do đó $2S = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6}\right) + \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{8}\right) + \dots + \left(\frac{1}{100} - \frac{1}{102}\right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{102} = \frac{50}{51}$

Vậy $S = \frac{50}{102}$

Câu 191: Giá trị của tổng: $S = \frac{4}{1.3.5} + \frac{4}{3.5.7} + \frac{4}{5.7.9} + \dots + \frac{4}{91.93.95}$ là:

A. $\frac{2941}{8835}$

B. $\frac{2942}{8835}$

C. $\frac{2944}{8835}$

D. $\frac{1}{3}$

Lời giải

Ta có $\frac{4}{1.3.5} = \frac{1}{1.3} - \frac{1}{3.5}$; $\frac{4}{3.5.7} = \frac{1}{3.5} - \frac{1}{5.7}$; $\frac{4}{5.7.9} = \frac{1}{5.7} - \frac{1}{7.9}$; ...; $\frac{4}{91.93.95} = \frac{1}{91.93} - \frac{1}{93.95}$

Khi đó $S = \left(\frac{1}{1.3} - \frac{1}{3.5}\right) + \left(\frac{1}{3.5} - \frac{1}{5.7}\right) + \left(\frac{1}{5.7} - \frac{1}{7.9}\right) + \dots + \left(\frac{1}{91.93} - \frac{1}{93.95}\right) = \frac{1}{1.3} - \frac{1}{93.95} = \frac{2944}{8835}$

Câu 192: Tổng $S = \frac{100}{10.15.20} + \frac{100}{15.20.25} + \frac{100}{20.25.30} + \dots + \frac{100}{110.115.120}$ có giá trị bằng:

A. $\frac{93}{1380}$

B. $\frac{91}{13800}$

C. $\frac{9}{138}$

D. $\frac{91}{1380}$

Lời giải

Ta có



$$\frac{100}{10.15.20} = 10 \left(\frac{1}{10.15} - \frac{1}{15.20} \right); \frac{100}{15.20.25} = 10 \left(\frac{1}{15.20} - \frac{1}{20.25} \right);$$

$$\frac{100}{20.25.30} = 10 \left(\frac{1}{20.25} - \frac{1}{25.30} \right); \frac{100}{110.115.120} = 10 \left(\frac{1}{110.115} - \frac{1}{115.120} \right)$$

Khi đó

$$S = 10 \left(\frac{1}{10.15} - \frac{1}{15.20} \right) + 10 \left(\frac{1}{15.20} - \frac{1}{20.25} \right) + 10 \left(\frac{1}{20.25} - \frac{1}{25.30} \right) + \dots + 10 \left(\frac{1}{110.115} - \frac{1}{115.120} \right)$$

$$= \frac{1}{15} - \frac{1}{115.12} = \frac{91}{1380}$$

Câu 193: Giá trị của tổng: $S = \frac{12}{4.16} + \frac{20}{16.36} + \frac{28}{36.64} + \dots + \frac{84}{400.484}$ là:

A. $\frac{31}{121}$

B. $\frac{30}{121}$

C. $\frac{32}{121}$

D. $\frac{33}{121}$

Lời giải

Ta có $\frac{12}{4.16} = \frac{1}{4} - \frac{1}{16}$; $\frac{20}{16.36} = \frac{1}{16} - \frac{1}{36}$; $\frac{28}{36.64} = \frac{1}{36} - \frac{1}{64}$; $\frac{84}{400.484} = \frac{1}{400} - \frac{1}{484}$

Khi đó $S = \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{16} \right) + \left(\frac{1}{16} - \frac{1}{36} \right) + \left(\frac{1}{36} - \frac{1}{64} \right) + \dots + \left(\frac{1}{400} - \frac{1}{484} \right) = \frac{1}{4} - \frac{1}{484} = \frac{30}{121}$

Câu 194: Cho tổng: $S = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)}$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Lựa chọn đáp án đúng.

A. $S_3 = \frac{1}{12}$.

B. $S_2 = \frac{1}{6}$.

C. $S_2 = \frac{2}{3}$.

D. $S_3 = \frac{1}{4}$.

Lời giải

Ta có $S_2 = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} = \frac{2}{3}$

Câu 195: Cho tổng: $S_n = \frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \frac{1}{3.4.5} + \dots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$. Khi đó: S_{30} bằng:

A. $\frac{31}{121}$

B. $\frac{495}{992}$

C. $\frac{496}{1987}$

D. $\frac{31}{121}$

Lời giải

Ta có $2S_n = \frac{2}{1.2.3} + \frac{2}{2.3.4} + \frac{2}{3.4.5} + \dots + \frac{2}{n(n+1)(n+2)}$

Trong đó

$$\frac{2}{1.2.3} = \frac{1}{1.2} - \frac{1}{2.3}; \frac{2}{2.3.4} = \frac{1}{2.3} - \frac{1}{3.4}; \frac{2}{3.4.5} = \frac{1}{3.4} - \frac{1}{4.5};$$

$$\frac{2}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n(n+1)} - \frac{1}{(n+1)(n+2)}$$



Khi đó

$$2S_n = \left(\frac{1}{1.2} - \frac{1}{2.3}\right) + \left(\frac{1}{2.3} - \frac{1}{3.4}\right) + \left(\frac{1}{3.4} - \frac{1}{4.5}\right) + \dots + \left(\frac{1}{n(n+1)} - \frac{1}{(n+1)(n+2)}\right)$$

$$= \frac{1}{1.2} - \frac{1}{(n+1)(n+2)} = \frac{n^2+3n}{(n+1)(n+2)} \Rightarrow S_n = \frac{n^2+3n}{2(n+1)(n+2)}$$

Vậy $S_{30} = \frac{30^2+3.30}{2.(30+1)(30+2)} = \frac{495}{992}$

Câu 196: Tìm x biết: $\left(x + \frac{2}{1.3}\right) + \left(x + \frac{2}{3.5}\right) + \left(x + \frac{2}{5.7}\right) + \dots + \left(x + \frac{2}{51.53}\right) = \frac{1430}{53}$

A. $x = 1$

B. $x = 2$

C. $x = 3$

D. $x = 4$

Lời giải

Ta có

$$\left(x + \frac{2}{1.3}\right) + \left(x + \frac{2}{3.5}\right) + \left(x + \frac{2}{5.7}\right) + \dots + \left(x + \frac{2}{51.53}\right) = \frac{1430}{53}$$

$$\Leftrightarrow 26x + \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{51} - \frac{1}{53}\right) = \frac{1430}{53} \Leftrightarrow 26x + \frac{52}{53} = \frac{1430}{53} \Leftrightarrow x = 1$$

Câu 197: Tìm x biết: $\left(x - \frac{2}{1.2.3}\right) + \left(x - \frac{2}{2.3.4}\right) + \left(x - \frac{2}{3.4.5}\right) + \dots + \left(x - \frac{2}{20.21.22}\right) = \frac{9125}{231}$

A. $x = 1$

B. $x = 2$

C. $x = 3$

D. $x = 4$

Lời giải

Ta có

$$\left(x - \frac{2}{1.2.3}\right) + \left(x - \frac{2}{2.3.4}\right) + \left(x - \frac{2}{3.4.5}\right) + \dots + \left(x - \frac{2}{20.21.22}\right) = \frac{9125}{231}$$

$$\Leftrightarrow 20x - \left(\frac{1}{1.2} - \frac{1}{2.3} + \frac{1}{2.3} - \frac{1}{3.4} + \frac{1}{3.4} - \frac{1}{4.5} + \dots + \frac{1}{20.21} - \frac{1}{21.22}\right) = \frac{9125}{231}$$

$$\Leftrightarrow 20x - \left(\frac{1}{1.2} - \frac{1}{21.22}\right) = \frac{9125}{231} \Leftrightarrow 20x - \frac{115}{231} = \frac{9125}{231} \Leftrightarrow x = 2$$

Câu 198: Tính: $M = \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \dots + \frac{1}{5^{10}}$

A. $\frac{1}{4} \left(1 - \left(\frac{1}{5}\right)^{10}\right)$

B. $\frac{1}{4} \left(1 - \left(\frac{1}{5}\right)^{11}\right)$

C. $1 - \left(\frac{1}{5}\right)^{10}$

D. $\frac{1}{5} \left(1 - \left(\frac{1}{5}\right)^{10}\right)$

Lời giải

Chọn A

Ta có



$$M = \frac{1}{5^{10}} + \dots + \frac{1}{5^3} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5} \Leftrightarrow M + 1 = \left(\frac{1}{5}\right)^{10} + \dots + \left(\frac{1}{5}\right)^3 + \left(\frac{1}{5}\right)^2 + \frac{1}{5} + 1$$

$$\Leftrightarrow (M+1)\left(\frac{1}{5}-1\right) = \left(\frac{1}{5}-1\right)\left[\left(\frac{1}{5}\right)^{10} + \dots + \left(\frac{1}{5}\right)^3 + \left(\frac{1}{5}\right)^2 + \frac{1}{5} + 1\right]$$

$$\Leftrightarrow -\frac{4}{5}(M+1) = \left(\frac{1}{5}\right)^{11} - 1 \Leftrightarrow M+1 = \frac{5 \cdot 5^{10} - 1}{4 \cdot 5^{10}} \Leftrightarrow M = \frac{5^{10} - 1}{4 \cdot 5^{10}} = \frac{1}{4} \left[1 - \left(\frac{1}{5}\right)^{10}\right]$$

Câu 199: Cho $M = \frac{5}{1024} + \frac{5}{512} + \frac{5}{256} + \dots + \frac{5}{2}$. Khi đó M bằng:

A. $\frac{1023}{1024}$

B. $\frac{5111}{1024}$

C. $\frac{1024}{1023}$

D. $\frac{5115}{1024}$

Lời giải

Chọn D

Ta có

$$M = \frac{5}{1024} + \frac{5}{512} + \frac{5}{256} + \dots + \frac{5}{2} = 5 \left(\frac{1}{2^{10}} + \frac{1}{2^9} + \frac{1}{2^8} + \dots + \frac{1}{2} \right)$$

$$\Leftrightarrow M + 5 = 5 \left(\frac{1}{2^{10}} + \frac{1}{2^9} + \frac{1}{2^8} + \dots + \frac{1}{2} + 1 \right)$$

$$\Leftrightarrow (M+5) \left(\frac{1}{2} - 1 \right) = 5 \left(\frac{1}{2} - 1 \right) \left(\frac{1}{2^{10}} + \frac{1}{2^9} + \frac{1}{2^8} + \dots + \frac{1}{2} + 1 \right) \Leftrightarrow -\frac{1}{2}(M+5) = 5 \left(\frac{1}{2^{11}} - 1 \right)$$

$$\Leftrightarrow M + 5 = 10 \left(1 - \frac{1}{2^{11}} \right) \Leftrightarrow M = 10 \left(1 - \frac{1}{2^{11}} \right) - 5 = \frac{5115}{1024}$$

Câu 200: Cho $M = 5 + \frac{5}{3} + \frac{5}{9} + \dots + \frac{5}{729}$. Khi đó $729M$ bằng:

A. $\frac{5465}{729}$

B. 5460

C. 5465

D. $\frac{5460}{729}$

Lời giải

Chọn C

Ta có

$$M = 5 + \frac{5}{3} + \frac{5}{9} + \dots + \frac{5}{729} = 5 \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^6} \right)$$

$$\Leftrightarrow M \left(1 - \frac{1}{3} \right) = 5 \left(1 - \frac{1}{3} \right) \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^6} \right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{3}M = 5 \left(1 - \frac{1}{3^7} \right) \Leftrightarrow M = \frac{5}{2} \left(\frac{3^7 - 1}{3^6} \right) \Rightarrow 729M = 729 \cdot \frac{5}{2} \cdot \left(\frac{3^7 - 1}{3^6} \right) = 5465$$

Câu 201: Cho tổng: $S_n = 1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^n$. Chọn mệnh đề đúng:

A. $S_{10} = 2047$

B. $S_{10} = 2048$

C. $S_{10} = 1024$

D. $S_{10} = 1023$

Lời giải



Chọn A

Ta có $S_n = 1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^n \Leftrightarrow S_n = (2-1)(1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^n) = 2^{n+1} - 1$

Vậy $S_{10} = 2^{11} - 1 = 2047$

Câu 202: Tính tổng: $S = 1.2 + 3.4 + 5.6 + \dots + 11.12$

A. 322

B. 321

C. 320

D. 319

Lời giải

Chọn A

Ta có

$$a_k = (2k-1)2k, k \in \mathbb{N}^*. S_n = \sum_{k=1}^n a_k = 1.2 + 3.4 + 5.6 + \dots + (2n-1)2n$$

$$\Leftrightarrow S_n = \sum_{k=1}^n (2k-1)2k = 4 \sum_{k=1}^n k^2 - 2 \sum_{k=1}^n k$$

$$\Leftrightarrow S_n = \frac{4n(n+1)(2n+1)}{6} - n(n+1) = \frac{n(n+1)(4n-1)}{3}$$

Vậy $S = 1.2 + 3.4 + 5.6 + \dots + 11.12 = \frac{6(6+1)(4.6-1)}{3} = 322$

Câu 203: Tổng: $S = 2.3 + 4.5 + 6.7 + \dots + 20.21$ có giá trị bằng:

A. 1550

B. 1655

C. 1650

D. 1450

Lời giải

Chọn C

Ta có

$$a_k = 2k(2k+1), k \in \mathbb{N}^*. S_n = \sum_{k=1}^n a_k = 2.3 + 4.5 + 6.7 + \dots + 2n(2n+1)$$

$$\Leftrightarrow S_n = \sum_{k=1}^n 2k(2k+1) = 4 \sum_{k=1}^n k^2 + 2 \sum_{k=1}^n k$$

$$\Leftrightarrow S_n = \frac{4n(n+1)(2n+1)}{6} + n(n+1) = \frac{n(n+1)(4n+5)}{3}$$

Vậy $S = 2.3 + 4.5 + 6.7 + \dots + 20.21 = \frac{10(10+1)(40+5)}{3} = 1650$

Câu 204: Giá trị của tổng: $S = 1.2 + 2.5 + 3.8 + \dots + 20.59$ là:

A. 8450

B. 8300

C. 8850

D. 8400

Lời giải

Chọn D

Ta có



$$a_k = k(3k-1), k \in \mathbb{N}^*. S_n = \sum_{k=1}^n a_k = 1.2 + 2.5 + 3.8 + \dots + n(3n-1)$$

$$\Leftrightarrow S_n = \sum_{k=1}^n k(3k-1) = 3 \sum_{k=1}^n k^2 - \sum_{k=1}^n k$$

$$\Leftrightarrow S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{2} - \frac{n(n+1)}{2} = n^2(n+1)$$

Vậy $S = 1.2 + 2.5 + 3.8 + \dots + 20.59 = 20^2(20+1) = 8400$

Câu 205: Tính tổng: $S_n = 1.5 + 3.7 + 5.9 + \dots + (2n-1).(2n+3)$ khi $n=15$

- A. 5450 B. 5400 C. 5395 D. 5650

Lời giải

Chọn C

Ta có

$$a_k = (2k-1)(2k+3), k \in \mathbb{N}^*. S_n = \sum_{k=1}^n a_k = 1.5 + 3.7 + 5.9 + \dots + (2n-1)(2n+3)$$

$$\Leftrightarrow S_n = \sum_{k=1}^n (2k-1)(2k+3) = 4 \sum_{k=1}^n k^2 + 4 \sum_{k=1}^n k - 3n$$

$$\Leftrightarrow S_n = \frac{2n(n+1)(2n+1)}{3} + 2n(n+1) - 3n = \frac{2n(n+1)(2n+4)}{3} - 3n$$

Vậy $S_n = 1.5 + 3.7 + 5.9 + \dots + (2n-1).(2n+3) \Rightarrow S_{15} = \frac{30.16.34}{3} - 45 = 5395$

Câu 206: Giá trị của tổng: $S_n = 1.4 + 3.8 + 5.12 + \dots + (2n-1).4n$ khi $n=10$ là:

- A. 1650 B. 2860 C. 2650 D. 1950

Lời giải

Chọn B

Ta có

$$a_k = (2k-1)4k, k \in \mathbb{N}^*. S_n = \sum_{k=1}^n a_k = 1.4 + 3.8 + 5.12 + \dots + (2n-1)4n$$

$$\Leftrightarrow S_n = \sum_{k=1}^n (2k-1)4k = 8 \sum_{k=1}^n k^2 - 4 \sum_{k=1}^n k$$

$$\Leftrightarrow S_n = \frac{4n(n+1)(2n+1)}{3} - 2n(n+1) = \frac{2n(n+1)(4n-1)}{3}$$

Vậy $S_n = 1.4 + 3.8 + 5.12 + \dots + (2n-1).4n \Rightarrow S_{10} = \frac{20.11.39}{3} = 2860$

Câu 207: Cho tổng $S_n = 1.2 + 3.4 + 5.6 + \dots + (2n-1)2n$. Tính giá trị của S_{50}

- A. 169150 B. 155000 C. 165050 D. 165000

Lời giải



Chọn A

Ta có

$$a_k = (2k-1)2k, k \in \mathbb{N}^*. S_n = \sum_{k=1}^n a_k = 1.2 + 3.4 + 5.6 + \dots + (2n-1)2n$$

$$\Leftrightarrow S_n = \sum_{k=1}^n (2k-1)2k = 4 \sum_{k=1}^n k^2 - 2 \sum_{k=1}^n k$$

$$\Leftrightarrow S_n = \frac{4n(n+1)(2n+1)}{6} - n(n+1) = \frac{n(n+1)(4n-1)}{3}$$

$$\text{Vậy } S_n = 1.2 + 3.4 + 5.6 + \dots + (2n-1)2n = \frac{n(n+1)(4n-1)}{3} \Rightarrow S_{50} = \frac{50.51.199}{3} = 169150$$

Câu 208: Tìm x biết: $(x+1.2) + (x+2.5) + (x+3.8) + \dots + (x+10.29) = 1200$

A. $x = 7$

B. $x = 8$

C. $x = 9$

D. $x = 10$

Lời giải

Chọn D

Ta có

$$(x+1.2) + (x+2.5) + (x+3.8) + \dots + (x+10.29) = 1200$$

$$\Leftrightarrow 10x + (1.2 + 2.5 + 3.8 + \dots + 10.29) = 1200 \Leftrightarrow 10x + 1100 = 1200 \Leftrightarrow x = 10$$

