



DÃY SỐ

CẤP SỐ CỘNG – CẤP SỐ NHÂN

BÀI 5: DÃY SỐ



HỆ THỐNG BÀI TẬP CÂU HỎI 4 MỆNH ĐỀ TRẢ LỜI ĐÚNG/SAI.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = n^2 + 2n, n \in \mathbb{N}^*$.

a) Số 143 là số hạng thứ 13 trong dãy số (u_n) .

b) $u_1 + u_2 = 11$.

c) Dãy số (u_n) là dãy số giảm.

d) $\sqrt{u_n + 1} = n + 1$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

a) Sai

Ta có $n^2 + 2n = 143 \Leftrightarrow n^2 + 2n - 143 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = -13(KTM) \\ n = 11(TM) \end{cases}$.

Do đó số 143 là số hạng thứ 11 của dãy

b) Đúng

Ta có $u_n = n^2 + 2n \Rightarrow u_1 = 3, u_2 = 8 \Rightarrow u_1 + u_2 = 11$.

c) Sai

Ta có

$$\begin{aligned} u_{n+1} - u_n &= (n+1)^2 + 2(n+1) - n^2 - 2n \\ &= n^2 + 2n + 1 + 2n + 2 - n^2 - 2n \\ &= 2n + 3 > 0 \quad \forall n \in \mathbb{N}^* \end{aligned}$$

Do đó, dãy số (u_n) là dãy số tăng.

d) Đúng

Ta có $\sqrt{u_n + 1} = \sqrt{n^2 + 2n + 1} = \sqrt{(n+1)^2} = |n+1| = n+1 \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$.



Câu 2: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{-n}{n+1}$.

a) Năm số hạng đầu tiên của dãy số là $u_1 = -\frac{1}{2}; u_2 = -\frac{2}{3}; u_3 = -\frac{3}{4}; u_4 = -\frac{4}{5}; u_5 = -\frac{5}{6}$

b) Số hạng u_{10}, u_{100} lần lượt là $-\frac{10}{11}; -\frac{100}{101}$

c) $-\frac{85}{86}$ là số hạng thứ 86 của dãy số (u_n)

d) $-\frac{99}{101}$ là một số hạng của dãy số (u_n)

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Đúng: Ta có: $u_1 = -\frac{1}{2}; u_2 = -\frac{2}{3}; u_3 = -\frac{3}{4}; u_4 = -\frac{4}{5}; u_5 = -\frac{5}{6}$.

b) Đúng: Ta có: $u_{10} = -\frac{10}{11}, u_{100} = -\frac{100}{101}$.

c) Sai: Xét $-\frac{85}{86} = \frac{-n}{n+1} \Leftrightarrow 85n + 85 = 86n \Leftrightarrow n = 85$.

Vậy $-\frac{85}{86}$ là số hạng thứ 85 của dãy (u_n) .

d) Sai: Xét $-\frac{99}{101} = \frac{-n}{n+1} \Leftrightarrow 99n + 99 = 101n \Leftrightarrow n = \frac{99}{2} \notin \mathbb{N}^*$ (loại).

Vậy $-\frac{99}{101}$ không phải là số hạng của dãy số (u_n) .

Câu 3: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{n}{2n+1}$.

a) $u_5 = \frac{5}{11}$.

b) (u_n) là dãy số giảm.

c) (u_n) là dãy số không bị chặn trên.

d) (u_n) là dãy số bị chặn dưới.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Đúng vì $u_5 = \frac{5}{2 \cdot 5 + 1} = \frac{5}{11}$.



b) Sai vì

$$u_{n+1} - u_n = \frac{n+1}{2n+3} - \frac{n}{2n+1} = \frac{(n+1)(2n+1) - n(2n+3)}{(2n+3)(2n+1)} = \frac{2n^2 + 3n + 1 - (2n^2 + 3n)}{(2n+3)(2n+1)} = \frac{1}{(2n+3)(2n+1)} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^* \text{ nên } (u_n) \text{ là dãy số tăng.}$$

c) Sai vì $u_n = \frac{n}{2n+1} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2(2n+1)} < \frac{1}{2}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên (u_n) bị chặn trên.

d) Đúng vì (u_n) là dãy số tăng nên $u_n \geq u_1 = \frac{1}{3}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Câu 4: Cho dãy số (u_n) với $u_n = n^2 + n + 1$.

a) $u_4 - u_1 = 10$.

b) (u_n) là dãy số tăng.

c) (u_n) là dãy số bị chặn trên.

d) (u_n) là dãy số bị chặn dưới.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------------	----------------	---------------	----------------

a) Sai vì $u_4 - u_1 = 21 - 3 = 18$.

b) Đúng vì

$$u_{n+1} - u_n = [(n+1)^2 + (n+1) + 1] - (n^2 + n + 1) = (n^2 + 3n + 3) - (n^2 + n + 1) = \frac{2n^2 + 3n + 1 - (2n^2 + 3n)}{(2n+3)(2n+1)} = 2n + 2 > 0, \forall n \in \mathbb{N}^* \text{ nên } (u_n) \text{ là dãy số tăng.}$$

c) Sai vì (u_n) không bị chặn trên.

d) Đúng vì $u_n \geq 3, \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên (u_n) là dãy số bị chặn dưới.

Câu 5: Cho dãy số (u_n) xác định bằng hệ thức truy hồi: $u_1 = 1, u_{n+1} = u_n + (n+1)$.

a) $u_3 = 6$.

b) (u_n) là dãy số tăng.

c) Biết rằng $1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$. Khi đó công thức của số hạng tổng quát là

$$u_{n+1} = \frac{(n+2)(n+3)}{2}.$$



d) Tổng của hai số hạng liên tiếp là một số chính phương.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Đúng vì $u_1 = 1; u_2 = u_1 + 2 = 1 + 2 = 3; u_3 = u_2 + 3 = 1 + 2 + 3 = 6$.

b) Đúng vì $u_{n+1} - u_n = n + 1 > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên (u_n) là dãy số tăng.

c) Sai vì từ câu a), ta nhận thấy $u_{n+1} = 1 + 2 + \dots + n + (n + 1) = \frac{n(n+1)}{2} + (n+1) = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$.

d) Đúng vì theo câu c) ta có $u_{n+1} + u_n = \frac{(n+1)(n+2)}{2} + \frac{n(n+1)}{2} = \frac{(n+1)(2n+2)}{2} = (n+1)^2$.

Câu 6: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{an+2}{n+1}$, với a là số thực. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) Nếu $u_2 = \frac{8}{3}$ thì $a = 2$.

b) Nếu $a = 1$ thì (u_n) là dãy số bị chặn.

c) (u_n) là dãy số giảm khi và chỉ khi $a < 1$.

d) (u_n) là dãy số tăng khi và chỉ khi $a > 2$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

a) Sai vì $u_2 = \frac{8}{3} \Leftrightarrow \frac{2a+2}{3} = \frac{8}{3} \Leftrightarrow a = 3$.

b) Đúng vì với $a = 1$ thì $u_n = \frac{n+2}{n+1} = 1 + \frac{1}{n+1}$.

Dễ thấy $1 < u_n \leq 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên (u_n) là dãy số bị chặn.

* Ta có

$$H = u_{n+1} - u_n = \frac{a(n+1)+2}{n+2} - \frac{an+2}{n+1} = \frac{(an+a+2)(n+1) - (an+2)(n+2)}{(n+1)(n+2)} = \frac{a-2}{(n+1)(n+2)}.$$

c) Sai vì (u_n) là dãy số giảm $\Leftrightarrow H < 0, \forall n \in \mathbb{N}^* \Leftrightarrow a - 2 < 0 \Leftrightarrow a < 2$.

d) Đúng vì (u_n) là dãy số tăng $\Leftrightarrow H > 0, \forall n \in \mathbb{N}^* \Leftrightarrow a - 2 > 0 \Leftrightarrow a > 2$.



Câu 7: Bà Hoa gửi vào một ngân hàng số tiền 200 triệu đồng với lãi suất 5% một năm theo hình thức lãi kép, kì hạn 1 tháng. Số tiền (triệu đồng) của bà Hoa sau n tháng được tính theo công thức

$$T_n = 200 \left(1 + \frac{0,05}{12} \right)^n.$$

- a) Sau 1 tháng, số tiền bà Hoa nhận được là khoảng 200,83 (triệu đồng)
- b) Sau 2 tháng, số tiền bà nhận được là khoảng 201,67 (triệu đồng);
- c) Sau 14 tháng, số tiền bà nhận được là khoảng 211,99 (triệu đồng).
- d) Sau 17 tháng, số tiền bà nhận được là khoảng 215,65 (triệu đồng).

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
----------------	----------------	----------------	----------------

- a) Đúng: Sau 1 tháng, số tiền bà Hoa nhận được là: $T_1 = 200 \left(1 + \frac{0,05}{12} \right)^1 \approx 200,83$ (triệu đồng)
- b) Đúng: Sau 2 tháng, số tiền bà nhận được là: $T_2 = 200 \left(1 + \frac{0,05}{12} \right)^2 \approx 201,67$ (triệu đồng);
- c) Đúng: Sau 14 tháng, số tiền bà nhận được là: $T_{14} = 200 \left(1 + \frac{0,05}{12} \right)^{14} \approx 211,99$ (triệu đồng).
- d) Sai: Sau 17 tháng, số tiền bà nhận được là: $T_{17} = 200 \left(1 + \frac{0,05}{12} \right)^{17} \approx 214,65$ (triệu đồng).

Câu 8: Giá của một chiếc máy photocopy lúc mới mua là 50 triệu đồng. Biết rằng giá trị của nó sau mỗi năm sử dụng chỉ còn 75% giá trị trong năm liền trước đó. Gọi T_n (triệu đồng) là giá trị còn lại của chiếc máy photocopy đó sau n năm kể từ khi mua.

- a) $T_1 = 37,5$ triệu đồng.
- b) $T_2 = 28,125$ triệu đồng.
- c) $T_4 \approx 11,87$ triệu đồng.
- d) $T_n = 50.0,75^n$ triệu đồng.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
----------------	----------------	----------------	----------------

Giá trị của máy photocopy sau 1 năm sử dụng là $T_1 = 50.0,75^1 = 37,5$ triệu đồng.

Giá trị của máy photocopy sau 2 năm sử dụng là $T_2 = T_1.0,75 = 50.0,75^2 = 28,125$.

Giá trị của máy photocopy sau 3 năm sử dụng là $T_3 = T_2.0,75 = 50.0,75^3$ triệu đồng.

Giá trị của máy photocopy sau 4 năm sử dụng là $T_4 = T_3.0,75 = 50.0,75^4 \approx 15,82$ triệu đồng.



Tổng quát, giá trị của máy photocopy sau n năm sử dụng là $T_n = 50.0,75^n$ triệu đồng.

- a) Đúng.
- b) Đúng.
- c) Sai.
- d) Đúng.

Câu 9: Vi khuẩn E. Colo sinh sản thông qua một quá trình gọi là quá trình phân đôi. Vi khuẩn E. Coli phân chia làm đôi cứ sau 20 phút. Giả sử tốc độ phân chia này được duy trì trong 12 giờ kể từ khi vi khuẩn ban đầu xâm nhập vào cơ thể. Biết ban đầu có 1 vi khuẩn E. Coli.

- a) Sau 1 giờ, số lượng vi khuẩn là 6 con.
- b) Sau 2 giờ, số lượng vi khuẩn là 64 con.
- c) Sau 12 giờ, số lượng vi khuẩn là 2^{12} con.
- d) Giả sử có một nguồn dinh dưỡng vô hạn để vi khuẩn E. Coli duy trì tốc độ phân chia như cũ trong 48 giờ kể từ khi vi khuẩn ban đầu xâm nhập vào cơ thể. Sau 48 giờ, số lượng vi khuẩn là 2^{144} con.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------

Sau 20 phút lần một, số vi khuẩn là $1.2 = 2$ con.

Sau 20 phút lần hai, số vi khuẩn là $2.2 = 2^2$ con.

Sau 20 phút lần ba, số vi khuẩn là $2^2.2 = 2^3$ con.

...

Sau 20 phút lần n , số vi khuẩn là 2^n con.

- a) Sai vì có $2^3 = 8$ con.
- b) Đúng vì có $2^6 = 64$ con.
- c) Sai vì có 2^{36} con.
- d) Đúng vì có 2^{144} con.

Câu 10: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{-n}{n+1}$.

- a) Năm số hạng đầu tiên của dãy số là $u_1 = -\frac{1}{2}; u_2 = -\frac{2}{3}; u_3 = -\frac{3}{4}; u_4 = -\frac{4}{5}; u_5 = -\frac{5}{6}$
- b) Số hạng u_{10}, u_{100} lần lượt là $-\frac{10}{11}; -\frac{100}{101}$
- c) $-\frac{85}{86}$ là số hạng thứ 86 của dãy số (u_n)



d) $-\frac{99}{101}$ là một số hạng của dãy số (u_n)

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Ta có: $u_1 = -\frac{1}{2}; u_2 = -\frac{2}{3}; u_3 = -\frac{3}{4}; u_4 = -\frac{4}{5}; u_5 = -\frac{5}{6}$.

b) Ta có: $u_{10} = -\frac{10}{11}, u_{100} = -\frac{100}{101}$.

c) Xét $-\frac{85}{86} = \frac{-n}{n+1} \Leftrightarrow 85n + 85 = 86n \Leftrightarrow n = 85$.

Vậy $-\frac{85}{86}$ là số hạng thứ 85 của dãy (u_n) .

d) Xét $-\frac{99}{101} = \frac{-n}{n+1} \Leftrightarrow 99n + 99 = 101n \Leftrightarrow n = \frac{99}{2} \notin \mathbb{N}^*$ (loại).

Vậy $-\frac{99}{101}$ không phải là số hạng của dãy số (u_n) .

Câu 11: Cho dãy số (u_n) , biết $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = u_n + 3 \end{cases}$ với $n \geq 1$.

a) Bốn số hạng đầu tiên của dãy số lần lượt là $-1; 2; 5; 8$;

b) Số hạng thứ năm của dãy là 13

c) Công thức số hạng tổng quát của dãy số là: $u_n = 2n - 3$.

d) 101 là số hạng thứ 35 của dãy số đã cho.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Ta có: $u_1 = -1; u_2 = u_1 + 3 = 2; u_3 = u_2 + 3 = 5; u_4 = u_3 + 3 = 8; \dots$

b) $u_5 = u_4 + 3 = 11$

b) Từ giả thiết, ta có: $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_2 = u_1 + 3 \\ u_3 = u_2 + 3 \\ \dots \\ u_n = u_{n-1} + 3 \end{cases}$



Cộng theo về toàn bộ các đẳng thức trên và triệt tiêu các số hạng giống nhau ở hai vế, ta có:

$$u_n = -1 + 3(n-1) = 3n - 4.$$

Vậy công thức số hạng tổng quát của dãy số là: $u_n = 3n - 4$.

$$\text{Xét } 101 = 3n - 4 \Rightarrow n = 35.$$

Vậy 101 là số hạng thứ 35 của dãy số đã cho.

Câu 12: Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = \frac{2n+1}{n+2}$.

a) Số hạng đầu tiên của dãy số là 1

b) Số hạng $u_2 = \frac{5}{4}; u_3 = \frac{7}{5}$

c) Số hạng $u_4 = \frac{3}{2}; u_5 = \frac{11}{7}$

d) Số $\frac{167}{84}$ là số hạng thứ 252 của dãy số (u_n)

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) b) c) Ta có: $u_1 = 1; u_2 = \frac{5}{4}; u_3 = \frac{7}{5}; u_4 = \frac{3}{2}; u_5 = \frac{11}{7}$.

d) Xét $\frac{2n+1}{n+2} = \frac{167}{84} \Leftrightarrow 84(2n+1) = 167(n+2) \Leftrightarrow n = 250$.

Vậy $\frac{167}{84}$ là số hạng thứ 250 của dãy số (u_n) .

Câu 13: Cho dãy số (u_n) được xác định như sau: $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + 5 \end{cases}$.

a) Năm số hạng đầu của dãy số là: $u_1 = 2; u_2 = 7; u_3 = 12; u_4 = 17; u_5 = 22$.

b) Số hạng tổng quát của dãy (u_n) là $u_n = 5n - 3$

c) Số hạng u_{50} bằng 247

d) 512 là số hạng thứ 102 của dãy (u_n)

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Năm số hạng đầu của dãy số là: $u_1 = 2; u_2 = 7; u_3 = 12; u_4 = 17; u_5 = 22$.



b) Ta có:
$$\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_2 = u_1 + 5 \\ u_3 = u_2 + 5 \\ u_4 = u_3 + 5 \\ \dots\dots\dots \\ u_n = u_{n-1} + 5 \end{cases}.$$

Cộng theo vế toàn bộ đẳng thức trên rồi triệt tiêu các số hạng giống nhau ở hai vế, ta được:
 $u_n = 2 + (n-1)5 = 5n - 3.$

c) Số hạng thứ 50 của dãy số là: $u_{50} = 5 \cdot 50 - 3 = 247.$

d) Xét $5n - 3 = 512 \Rightarrow n = 103.$

Vậy số 512 là số hạng thứ 103 của dãy số $(u_n).$

Câu 14: Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $u_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{(2n-1) \cdot (2n+1)}.$

a) Số hạng thứ 2021 là $\frac{2021}{4040}$

b) Số hạng thứ 2022 là $\frac{2022}{4043}$

c) Số hạng thứ 2023 là $\frac{2023}{4047}$

b) Số hạng thứ 2024 là $\frac{2024}{4049}$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

Với k là số nguyên dương, ta có:

$$\frac{1}{(2k-1) \cdot (2k+1)} = \frac{1}{2} \left[\frac{(2k+1) - (2k-1)}{(2k-1) \cdot (2k+1)} \right] = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{(2k-1)} - \frac{1}{(2k+1)} \right).$$

$$\text{Khi đó: } u_n = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7} \right) + \dots + \left(\frac{1}{(2n-1)} - \frac{1}{(2n+1)} \right) \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[1 - \frac{1}{(2n+1)} \right] = \frac{n}{2n+1}.$$

Vậy $u_n = \frac{n}{2n+1}$, với mọi $n \in \mathbb{N}^*.$

Áp dụng công thức số hạng tổng quát ta có:



$$u_{2021} = \frac{2021}{2 \cdot 2021 + 1} = \frac{2021}{4043}$$

$$u_{2022} = \frac{2022}{2 \cdot 2022 + 1} = \frac{2022}{4045}$$

$$u_{2023} = \frac{2023}{2 \cdot 2023 + 1} = \frac{2023}{4047}$$

$$u_{2024} = \frac{2024}{2 \cdot 2024 + 1} = \frac{2024}{4049}$$

Câu 15: Cho dãy số (u_n) : $\begin{cases} u_1 = 2023; u_2 = 2024 \\ 2u_{n+1} = u_n + u_{n+2} \end{cases}$ với $n \geq 1$.

a) Dãy (v_n) : $v_n = u_n - u_{n-1}$ là dãy không đổi.

b) Biểu thị u_n qua u_{n-1} ta được $u_n = u_{n-1} + 1$

c) Ta có $u_3 = 2025$

d) Ta có $u_{2024} = 4044$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Ta có: $2u_{n+1} = u_n + u_{n+2} \Rightarrow u_{n+2} - u_{n+1} = u_{n+1} - u_n \Rightarrow v_{n+2} = v_{n+1}$

Tương tự, ta chứng minh được $v_{n+1} = \dots = v_2 = 1$, hay dãy (v_n) là dãy không đổi.

b) Ta có: $u_n - u_{n-1} = 1 \Rightarrow u_n = u_{n-1} + 1$

Suy ra $u_n = (u_n - u_{n-1}) + (u_{n-1} - u_{n-2}) + \dots + (u_2 - u_1) + u_1$

$= 1 + 1 + \dots + 1 + u_1 = n - 1 + 2023 = n + 2022$.

Khi đó $u_{2024} = 4046$

Câu 16: Cho dãy số (u_n) được xác định $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} - u_n = 2n - 1 \end{cases}$

a) Ta có $u_2 = 3$

b) Ta có $u_4 = 11$

c) Ta có $u_{2024} = 4092536$

d) Ta có $u_{2023} = 4088482$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

Ta có:



$$u_{n+1} - u_n = 2n - 1 \Rightarrow u_{n+1} = u_n + 2n - 1$$

$$u_2 = 2 + 2 \cdot 1 - 1 = 3$$

$$\text{Khi đó: } u_3 = 3 + 2 \cdot 2 - 1 = 6$$

$$u_4 = 6 + 2 \cdot 3 - 1 = 11$$

$$\text{Suy ra: } u_n = 2 + (n-1)^2$$

$$\text{c) Ta có } u_{2024} = 4092531$$

$$\text{d) Ta có } u_{2023} = 4088486$$

Câu 17: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)}$.

$$\text{a) Số hạng } u_1 = \frac{1}{2}$$

$$\text{b) Số hạng } u_3 = \frac{3}{4}$$

$$\text{c) } \frac{10}{11} \text{ là số hạng thứ 11 của dãy số}$$

$$\text{d) } u_{2023} + u_{2024} > 2$$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \frac{1}{1 \cdot 2} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2 \cdot 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3 \cdot 4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \\ \dots \\ \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \end{cases}$$

$$\text{Suy ra: } u_n = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)}$$

$$= \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots - \frac{1}{n} + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = 1 - \frac{1}{n+1} = \frac{n}{n+1}.$$

$$\text{Vậy số hạng tổng quát của dãy số là: } u_n = \frac{n}{n+1}.$$

$$\text{a) Số hạng } u_1 = \frac{1}{2}$$



- b) Số hạng $u_3 = \frac{3}{4}$
 c) $\frac{10}{11}$ là số hạng thứ 10 của dãy số
 d) $u_{2023} + u_{2024} < 2$

Câu 18: Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = 1 - \frac{1}{n}$.

- a) Ta có $u_3 = \frac{2}{3}$
 b) $u_7 - u_8 = \frac{1}{56}$
 c) $u_{n+1} - u_n = -\frac{1}{n(n+1)}$
 d) Dãy số (u_n) là dãy số tăng.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

- a) Ta có $u_3 = \frac{2}{3}$
 b) $u_7 - u_8 = -\frac{1}{56}$
 c) Ta có: $u_{n+1} - u_n = \left(1 - \frac{1}{n+1}\right) - \left(1 - \frac{1}{n}\right) = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n(n+1)} > 0, \forall n \geq 1$.

Suy ra $u_{n+1} > u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

- d) Vậy dãy số (u_n) là dãy số tăng.

Câu 19: Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = \frac{n}{4^n}$.

- a) Ta có $u_n = \frac{n}{4^n} < 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$
 b) Ta có $\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1, \forall n \geq 1$
 c) Ta có $u_{2024} < u_{2023}$
 d) Dãy số (u_n) là dãy số tăng

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------



Nhận xét: $u_n = \frac{n}{4^n} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Ta có: $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{n+1}{4^{n+1}} : \frac{n}{4^n} = \frac{n+1}{4n} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4n} < 1, \forall n \geq 1$.

Suy ra $u_{n+1} < u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Vậy dãy số (u_n) là dãy số giảm.

Câu 20: Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$.

a) $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{\sqrt{n+2} + \sqrt{n}}{\sqrt{n+3} + \sqrt{n+2}}$

b) $\frac{u_{2024}}{u_{2023}} < 1$

c) $u_{n+1} < u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$

d) Dãy số (u_n) là dãy số giảm.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

Nhận xét: $u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Ta có: $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{\sqrt{n+2} - \sqrt{n+1}}{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}$

$$= \frac{(\sqrt{n+2} - \sqrt{n+1})(\sqrt{n+2} + \sqrt{n+1})(\sqrt{n+1} + \sqrt{n})}{(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})(\sqrt{n+1} + \sqrt{n})(\sqrt{n+2} + \sqrt{n+1})} = \frac{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}{\sqrt{n+2} + \sqrt{n+1}}$$

Vì $0 < \sqrt{n+1} + \sqrt{n} < \sqrt{n+2} + \sqrt{n+1}$ nên $\frac{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}{\sqrt{n+2} + \sqrt{n+1}} < 1$

hay $\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Suy ra $u_{n+1} < u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Vậy dãy số (u_n) là dãy số giảm.

Câu 21: Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = \frac{n+1}{n+2}$.

a) $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{(n+3)(n+2)}$

b) $u_{n+1} < u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$

c) Dãy số (u_n) là dãy số giảm

d) Dãy (u_n) là dãy số bị chặn.



Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

$$\text{Xét } u_{n+1} - u_n = \frac{n+2}{n+3} - \frac{n+1}{n+2} = \frac{n^2 + 4n + 4 - (n^2 + 4n + 3)}{(n+3)(n+2)} = \frac{1}{(n+3)(n+2)} > 0.$$

Suy ra $u_{n+1} > u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Vậy dãy số (u_n) là dãy số tăng.

$$\text{Ta có: } u_n = \frac{n+1}{n+2} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

$$\text{Mặt khác: } u_n = \frac{n+1}{n+2} = \frac{(n+2)-1}{n+2} = 1 - \frac{1}{n+2} < 1, \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

Do đó: $0 < u_n < 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy (u_n) là dãy số bị chặn.

Câu 22: Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = n + \frac{1}{n}$.

- a) $u_{n+1} > u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$
- b) Dãy số (u_n) là dãy số tăng
- c) $u_n \geq 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$
- d) Dãy số đã cho bị chặn trên

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

Với mọi số nguyên dương n , ta có:

$$\begin{aligned} u_{n+1} - u_n &= n+1 + \frac{1}{n+1} - \left(n + \frac{1}{n} \right) \\ &= 1 - \frac{1}{(n+1)n} = \frac{(n+1)n-1}{(n+1)n} > 0 \text{ (vì } (n+1)n > 1, \forall n \geq 1). \end{aligned}$$

Suy ra $u_{n+1} > u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Vì vậy dãy số (u_n) là dãy số tăng.

Mặt khác, áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho hai số dương $n, \frac{1}{n}$, ta được:

$$n + \frac{1}{n} \geq 2\sqrt{n \cdot \frac{1}{n}} = 2 \text{ hay } u_n \geq 2, \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

Vì vậy dãy số đã cho bị chặn dưới.



Câu 23: Bà Hoa gửi vào một ngân hàng số tiền 200 triệu đồng với lãi suất 5% một năm theo hình thức lãi kép, kì hạn 1 tháng. Số tiền (triệu đồng) của bà Hoa sau n tháng được tính theo công thức

$$T_n = 200 \left(1 + \frac{0,05}{12} \right)^n. \text{ Khi đó:}$$

- a) Sau 1 tháng, số tiền bà Hoa nhận được là khoảng 200,83 (triệu đồng)
- b) Sau 2 tháng, số tiền bà nhận được là khoảng 201,67 (triệu đồng);
- c) Sau 14 tháng, số tiền bà nhận được là khoảng 211,99 (triệu đồng).
- d) Sau 17 tháng, số tiền bà nhận được là khoảng 215,65 (triệu đồng).

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

Sau 1 tháng, số tiền bà Hoa nhận được là: $T_1 = 200 \left(1 + \frac{0,05}{12} \right)^1 \approx 200,83$ (triệu đồng)

Sau 2 tháng, số tiền bà nhận được là: $T_2 = 200 \left(1 + \frac{0,05}{12} \right)^2 \approx 201,67$ (triệu đồng);

Sau 14 tháng, số tiền bà nhận được là: $T_{14} = 200 \left(1 + \frac{0,05}{12} \right)^{14} \approx 211,99$ (triệu đồng).

Sau 17 tháng, số tiền bà nhận được là: $T_{17} = 200 \left(1 + \frac{0,05}{12} \right)^{17} \approx 214,65$ (triệu đồng).

Câu 24: Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = \frac{n+1}{n+2}$.

- a) $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{(n+3)(n+2)}$
- b) $u_{n+1} < u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$
- c) Dãy số (u_n) là dãy số giảm
- d) Dãy (u_n) là dãy số bị chặn.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Đúng: Xét $u_{n+1} - u_n = \frac{n+2}{n+3} - \frac{n+1}{n+2} = \frac{n^2 + 4n + 4 - (n^2 + 4n + 3)}{(n+3)(n+2)} = \frac{1}{(n+3)(n+2)} > 0$.

b) Sai: Suy ra $u_{n+1} > u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

c) Sai: Vậy dãy số (u_n) là dãy số tăng.

d) Đúng: Ta có: $u_n = \frac{n+1}{n+2} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$.



Mặt khác: $u_n = \frac{n+1}{n+2} = \frac{(n+2)-1}{n+2} = 1 - \frac{1}{n+2} < 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Do đó: $0 < u_n < 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy (u_n) là dãy số bị chặn.

Câu 25: Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = n + \frac{1}{n}$.

- a) $u_{n+1} > u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$
- b) Dãy số (u_n) là dãy số tăng
- c) $u_n \geq 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$
- d) Dãy số đã cho bị chặn trên

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Đúng: Với mọi số nguyên dương n , ta có:

$$u_{n+1} - u_n = n + 1 + \frac{1}{n+1} - \left(n + \frac{1}{n} \right) = 1 - \frac{1}{(n+1)n} = \frac{(n+1)n - 1}{(n+1)n} > 0 \text{ (vì } (n+1)n > 1, \forall n \geq 1)$$

b) Đúng: Suy ra $u_{n+1} > u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy số (u_n) là dãy số tăng.

c) Sai: Mặt khác, áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho hai số dương $n, \frac{1}{n}$, ta được:

$$n + \frac{1}{n} \geq 2\sqrt{n \cdot \frac{1}{n}} = 2 \text{ hay } u_n \geq 2, \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

d) Sai: Vì vậy dãy số đã cho bị chặn dưới.

Câu 26: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{2n-13}{3n-2}$.

- a) Dãy số (u_n) có số hạng thứ 10 là $u_{10} = \frac{1}{4}$.
- b) Dãy số (u_n) là dãy không tăng, không giảm.
- c) Dãy số (u_n) là dãy bị chặn.
- d) Dãy số (u_n) bị chặn trên bởi $\frac{1}{3}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Đúng: $u_{10} = \frac{2 \cdot 10 - 13}{3 \cdot 10 - 2} = \frac{1}{4}$

b) Sai: Ta có: $u_{n+1} - u_n = \frac{2n-11}{3n+1} - \frac{2n-13}{3n-2} = \frac{34}{(3n+1)(3n-2)} > 0$ với mọi $n \geq 1$.



c) Đúng: Suy ra $u_{n+1} > u_n \quad \forall n \geq 1 \Rightarrow$ dãy (u_n) là dãy tăng $\Rightarrow$ dãy bị chặn dưới bởi $u_1 = -\frac{9}{4}$.

d) Sai: Mặt khác: $u_n = \frac{2}{3} - \frac{35}{3(3n-2)} \Rightarrow -\frac{9}{4} \leq u_n < \frac{2}{3} \quad \forall n \geq 1$

Vậy dãy (u_n) là dãy bị chặn.

Câu 27: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{2n+1}{n+2}, n \in \mathbb{N}^*$.

a) Hai số hạng đầu lần lượt là $u_1 = 1; u_2 = \frac{5}{3}$

b) Dãy số (u_n) là một dãy số tăng.

c) Dãy số (u_n) bị chặn trên bởi $\frac{33}{17}$.

d) Dãy số (u_n) có duy nhất một số hạng nguyên.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

a) Sai: Ta có $u_1 = \frac{2 \cdot 1 + 1}{1 + 2} = 1; u_2 = \frac{2 \cdot 2 + 1}{2 + 2} = \frac{5}{4} \neq \frac{5}{3}$

b) Đúng: Ta có $u_n = 2 - \frac{3}{n+2}$ nên khi n tăng thì $\frac{3}{n+2}$ giảm dẫn đến $u_n = 2 - \frac{3}{n+2}$ tăng.

Cho nên dãy số (u_n) là một dãy số tăng.

c) Sai: Ta có $u_1 \leq u_n = 2 - \frac{3}{n+2} < 2$ do $\frac{3}{n+2} > 0$ nên $u_n = 2 - \frac{3}{n+2} < 2$.

Vậy dãy số (u_n) bị chặn trên bởi 2.

d) Đúng: Ta có $u_n = 2 - \frac{3}{n+2}$ nên u_n nguyên khi $3 \mid (n+2)$ nghĩa là $\begin{cases} n+2 = \pm 3 \\ n+2 = \pm 1 \end{cases}$ kết hợp với

$n \in \mathbb{N}^*$ ta tìm được $n = 1$. Vậy (u_n) chỉ có một số hạng nguyên là $u_1 = 1$.