



DÃY SỐ

CẤP SỐ CỘNG – CẤP SỐ NHÂN

BÀI 6: CẤP SỐ CỘNG



HỆ THỐNG BÀI TẬP CÂU HỎI 4 MỆNH ĐỀ TRẢ LỜI ĐÚNG/SAI.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho dãy số hữu hạn gồm các số hạng: $-1; 2; 5; 8; 11; 14; 17$.

- a) Dãy số đã cho là một cấp số cộng.
- b) Số hạng $u_1 = -1$
- c) Nếu dãy số đã cho là một cấp số cộng thì công sai của cấp số cộng là $d = 2$
- b) Tổng tất cả số hạng của dãy số bằng 56

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Đặt: $u_1 = -1; u_2 = 2; u_3 = 5; u_4 = 8; u_5 = 11; u_6 = 14; u_7 = 17$.

Ta có: $u_2 - u_1 = u_3 - u_2 = u_4 - u_3 = u_5 - u_4 = u_6 - u_5 = u_7 - u_6 = 3$.

Vậy dãy số hữu hạn đã cho là một cấp số cộng.

b) Công sai cấp số cộng là $d = 3$.

Với $u_1 = -1, n = 7, d = 3$ thì $S_n = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2} = \frac{7[2(-1) + 6.3]}{2} = 56$.

Câu 2: Cho dãy số: $-2; 1; 4; 7; 10; \dots$

- a) Dãy số đã cho là một cấp số cộng.
- b) Đây là một cấp số cộng vô hạn.
- c) Đây là một cấp số cộng với công sai $d = -2$.
- d) Số hạng tiếp theo của dãy số là 13.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

Để nhận thấy $1 = -2 + 3, 4 = 1 + 3, 7 = 4 + 3, 10 = 7 + 3$. Do đó dãy $-2; 1; 4; 7; 10; \dots$ là 1 cấp số cộng vô hạn với số hạng đầu $u_1 = -2$ và công sai $d = 3$. Vậy

- a) Đúng.
- b) Đúng.
- c) Sai vì công sai $d = 3$.
- d) Đúng vì số hạng tiếp theo $10 + 3 = 13$.

Câu 3: Cho cấp số cộng (u_n) có 7 số hạng với $u_2 = -1$ và công sai $d = -3$.

- a) Số hạng đầu của cấp số cộng này là $u_1 = -4$.
- b) Số hạng thứ 7 của cấp số cộng này là -16 .
- c) Tổng 7 số hạng của cấp số cộng là -49 .



d) Dạng khai triển của cấp số cộng là: $2; -1; -4; -7; -11; -13; -16$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------------	----------------	----------------	---------------

a) Sai. Vì $u_2 = u_1 + d \Rightarrow u_1 = u_2 - d = (-1) - (-3) = 2$.

b) Đúng. Ta dễ dàng liệt kê các số hạng của dãy là: $2; -1; -4; -7; -10; -13; -16$. Vậy $u_7 = -16$.

Hoặc áp dụng công thức số hạng tổng quát: $u_n = u_1 + (n-1)d = -16$.

c) Đúng. Liệt kê như câu b rồi cộng các số hạng lại được $S = -49$. Hoặc áp dụng công thức tổng n số hạng đầu của 1 cấp số cộng: $S = \frac{(u_1 + u_n)n}{2} = -49$.

d) Sai. Theo câu b ta được dãy là: $2; -1; -4; -7; -10; -13; -16$. Vậy $u_5 = -10 \neq -11$.

Câu 4: Cho cấp số cộng (u_n) biết số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $d = 3$.

a) Số hạng $u_2 = 6$.

b) Số hạng tổng quát của cấp số cộng là $u_n = -1 + 3n$.

c) Số 152 là số hạng thứ 50 của cấp số cộng (u_n) .

d) Số 610 là tổng của 20 số hạng đầu của cấp số cộng (u_n) .

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------------	----------------	---------------	----------------

a) Ta có: $u_2 = u_1 + d = 2 + 3 = 5$

b) Số hạng tổng quát của cấp số cộng là $u_n = u_1 + (n-1).d = 2 + (n-1).3 = -1 + 3n$.

c) Ta có: $u_{50} = -1 + 3.50 = 149$.

d) Ta có $u_{20} = -1 + 3.20 = 59$.

Nên tổng của 20 số hạng đầu của cấp số cộng (u_n) là $S_{20} = \frac{(u_1 + u_{20}).20}{2} = \frac{(2 + 59).20}{2} = 610$.

Câu 5: Cho cấp số cộng (u_n) : $1; \frac{3}{2}; 2; \frac{5}{2}; 3; \dots$

a) Cấp số cộng có số hạng đầu là $u_1 = 1$ và công sai $d = \frac{3}{2}$.

b) Số hạng thứ 11 của cấp số cộng là $u_{11} = \frac{41}{2}$.

c) (u_n) là một dãy số tăng.

d) Tổng 99 số hạng đầu của cấp số cộng này là một số nguyên.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------------	---------------	----------------	----------------

a) Ta thấy $u_2 - u_1 = u_3 - u_2 = \dots = \frac{1}{2} \Rightarrow$ Cấp số cộng có số hạng đầu là $u_1 = 1$ và công sai $d = \frac{1}{2}$.

b) $u_{11} = u_1 + 10d = 1 + 10 \cdot \frac{1}{2} = 6$.

c) Công sai $d > 0 \Rightarrow (u_n)$ là một dãy số tăng.

d) Tổng 99 số hạng đầu của cấp số cộng là $S_{99} = \frac{99}{2} \left(2 + 98 \cdot \frac{1}{2} \right) = 2047$ là số nguyên.



- Câu 6:** Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 6$.
- Công sai của cấp số cộng đã cho là $d = 4$.
 - Số hạng thứ năm của cấp số cộng là $u_5 = 22$.
 - Tổng của 10 số hạng đầu của cấp số cộng là $S_{10} = 200$.
 - Số 130 là số hạng thứ 30 trong cấp số cộng.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

- a) Đúng. Vì $d = u_2 - u_1 = 6 - 2 = 4$.
- b) Sai. Vì $u_5 = u_1 + 4d = 2 + 4.4 = 18$.
- c) Đúng. Vì $S_{10} = nu_1 + \frac{n(n-1)}{2}d = 10.2 + \frac{10(10-1)}{2}.4 = 20 + 5.9.4 = 200$.
- d) Sai. Vì $u_n = u_1 + (n-1)d \Leftrightarrow 130 = 2 + (n-1)4 \Leftrightarrow 130 = 4n - 2 \Leftrightarrow 4n = 132 \Leftrightarrow n = 33$.

- Câu 7:** Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = \frac{3}{2}$, công sai $d = \frac{1}{2}$.

- Công thức cho số hạng tổng quát $u_n = 1 + \frac{n}{3}$
- 5 là số hạng thứ 8 của cấp số cộng đã cho
- $\frac{15}{4}$ một số hạng của cấp số cộng đã cho
- Tổng 100 số hạng đầu của cấp số cộng (u_n) bằng 2620

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
--------	---------	--------	--------

- a) Ta có: $u_n = u_1 + (n-1)d = \frac{3}{2} + (n-1) \cdot \frac{1}{2} = 1 + \frac{n}{2}$.
- b) Xét $5 = 1 + \frac{n}{2} \Rightarrow n = 8 \in \mathbb{N}^*$; suy ra 5 là số hạng thứ 8 của cấp số cộng đã cho.
- c) Xét $\frac{15}{4} = 1 + \frac{n}{2} \Rightarrow n = \frac{11}{2} \notin \mathbb{N}^*$; suy ra $\frac{15}{4}$ không là một số hạng của cấp số cộng đã cho.
- d) Tổng 100 số hạng đầu của cấp số cộng là:

$$S_{100} = \frac{100 \left[2 \cdot \frac{3}{2} + (100-1) \cdot \frac{1}{2} \right]}{2} = 2625.$$

- Câu 8:** Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = 3n - 2$.

- Số hạng đầu của cấp số cộng là $u_1 = 1$.
- Công sai d của cấp số cộng là $d = -2$.
- Tổng của 20 số hạng đầu của cấp số cộng là $S_{20} = 590$
- Số 313 là số hạng thứ 100 trong cấp số cộng.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

- a) Đúng. Vì $u_1 = 3.1 - 2 = 1$.
- b) Sai. Vì $d = u_{n+1} - u_n = 3(n+1) - 2 - (3n - 2) = 3$.



c) Đúng. Vì $S_{20} = nu_1 + \frac{n(n-1)}{2}d = 20.1 + \frac{20(20-1)}{2}.3 = 20 + 10.19.3 = 590$.

d) Sai. Vì $u_n = u_1 + (n-1)d \Leftrightarrow 313 = 1 + (n-1)3 \Leftrightarrow 313 = 3n - 2 \Leftrightarrow 3n = 315 \Leftrightarrow n = 105$.

Câu 9: Cho cấp số cộng u_n có các số hạng đầu lần lượt là 5; 9; 13; 17; ...

a) Công sai của cấp số cộng là 2.

b) Số hạng thứ sáu của cấp số cộng là 25

c) Số hạng tổng quát u_n của cấp số cộng là $u_n = 4n + 1$

d) Biết tổng n số hạng đầu bằng 230. Khi đó cấp số cộng có số hạng 15

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

a) Sai. Vì $d = u_2 - u_1 = 9 - 5 = 4$.

b) Đúng. Vì $u_6 = u_1 + 5d = 5 + 5.4 = 25$.

c) Đúng. Vì $u_n = u_1 + (n-1)d = 5 + (n-1).4 = 4n + 1$.

d) Sai. Vì $230 = S_n = nu_1 + \frac{n(n-1)}{2}d = 5n + \frac{n(n-1)}{2}.4 = 5n + 2n(n-1) = 2n^2 + 3n$

$$\Leftrightarrow 2n^2 + 3n = 230 \Leftrightarrow 2n^2 + 3n - 230 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = -\frac{23}{2} \\ n = 10 \end{cases}$$

Vậy cấp số cộng có 10 số hạng.

Câu 10: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_6 = 20$, $u_8 = 30$.

a) Số hạng $u_7 = 25$.

b) Số hạng $u_3 = 10$.

c) Công sai của cấp số cộng bằng $d = -5$.

d) Số hạng $u_{2n} \geq 0, \forall n \geq 1$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_6 = 0 \\ u_8 = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 5d = 0 \\ u_1 + 7d = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -5 \\ d = 5 \end{cases}$$

a) Đúng. Vì số hạng $u_7 = \frac{u_6 + u_8}{2} = 25$.

b) Đúng. Vì số hạng $u_3 = u_1 + 2d = 10$.

c) Sai. Vì $d = 5$.

d) Đúng. Vì $u_n = u_1 + (n-1)d = -5 + (n-1).5 = 5n - 10 \Rightarrow u_n = 10n - 10 \geq 0 \forall n \geq 1$

Câu 11: Một cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 1$, công sai $d = 3$.

a) Số hạng $u_2 = 4$.

b) Số hạng tổng quát $u_n = 3n - 2, (n \geq 1)$.

c) Biết $S_n = 14950$ thì $n = 120$.

$$\text{d) } S = \frac{1}{u_2\sqrt{u_1} + u_1\sqrt{u_2}} + \frac{1}{u_3\sqrt{u_2} + u_2\sqrt{u_3}} + \dots + \frac{1}{u_{2024}\sqrt{u_{2023}} + u_{2023}\sqrt{u_{2024}}} = \frac{2023}{2024}$$



Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Đúng. Vì số hạng $u_2 = u_1 + d = 4$.

b) Đúng. Vì số hạng tổng quát $u_n = u_1 + (n-1)d = 1 + (n-1)3 = 3n - 2$.

c) Sai. Áp dụng công thức $S_n = nu_1 + \frac{n(n-1)}{2}d \Leftrightarrow n + \frac{n(n-1)3}{2} = 14950 \Leftrightarrow n = 100$.

d) Sai. Ta có: $u_{2024} = 3 \cdot 2024 - 2 = 6070$.

$$\text{Khi đó } \frac{1}{u_{k+1}\sqrt{u_k} + u_k\sqrt{u_{k+1}}} = \frac{1}{\sqrt{u_k} \cdot \sqrt{u_{k+1}} \cdot (\sqrt{u_k} + \sqrt{u_{k+1}})} = \frac{1}{d} \cdot \frac{\sqrt{u_{k+1}} - \sqrt{u_k}}{\sqrt{u_k} \cdot \sqrt{u_{k+1}}} = \frac{1}{d} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{u_k}} - \frac{1}{\sqrt{u_{k+1}}} \right).$$

$$S = \frac{1}{d} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{u_1}} - \frac{1}{\sqrt{u_2}} \right) + \frac{1}{d} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{u_2}} - \frac{1}{\sqrt{u_3}} \right) + \dots + \frac{1}{d} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{u_{2023}}} - \frac{1}{\sqrt{u_{2024}}} \right) = \frac{1}{d} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{u_1}} - \frac{1}{\sqrt{u_{2024}}} \right)$$

$$= \frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{6070}} \right).$$

Câu 12: Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $u_1 = 2$ và $u_{n+1} = 5 + u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

a) Số hạng $u_2 = 6$.

b) Tỉ số $u_{2024} - u_{2023} = 5$.

c) (u_n) là cấp số cộng với công sai của cấp số cộng bằng $d = 5$.

d) Tổng $S = \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \dots + \frac{1}{u_{48} u_{49}} + \frac{1}{u_{49} u_{50}}$ lớn hơn 1.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

a) Sai. Vì số hạng $u_2 = u_1 + 5 = 7$.

b) Đúng. Vì $u_{n+1} = 5 + u_n, \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow u_{n+1} - u_n = 5$ nên $u_{2024} - u_{2023} = 5$.

c) Đúng. Có $u_{n+1} = 5 + u_n, \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow u_{n+1} - u_n = 5$ nên (u_n) là cấp số cộng với công sai của cấp số cộng bằng $d = 5$.

d) Sai. Ta có

$$d \cdot S = \frac{d}{u_1 u_2} + \frac{d}{u_2 u_3} + \dots + \frac{d}{u_{48} u_{49}} + \frac{d}{u_{49} u_{50}} = \frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_2} - \frac{1}{u_3} + \dots + \frac{1}{u_{49}} - \frac{1}{u_{50}} = \frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_{50}}.$$

$$\text{Suy ra: } S = \frac{1}{d} \left(\frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_{50}} \right).$$

$$\text{Với } u_1 = 1; d = 5 \Rightarrow u_{50} = u_1 + 49d = 246 \text{ ta được } S = \frac{1}{5} \left(1 - \frac{1}{246} \right) = \frac{49}{246} < 1.$$

Câu 13: Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và $d = 5$.

a) Số hạng thứ hai của cấp số cộng là $u_2 = 5$.

b) Tổng 6 số hạng đầu của cấp số cộng là: $S_6 = \frac{6(u_1 + u_6)}{2}$.

c) Tổng của 10 số hạng đầu của cấp số cộng là: 460.



d) Tổng $S = \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \dots + \frac{1}{u_{49} u_{50}} = \frac{49}{246}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

a) Sai. $u_2 = 1 + 5 = 6$.

b) Đúng. Theo công thức $S_n = \frac{(u_1 + u_n)n}{2}$.

c) Sai. $S_{10} = 10u_1 + \frac{10.9}{2} \cdot d = 10.1 + \frac{10.9}{2} \cdot 5 = 235$.

d) Đúng. Ta có:

$$\begin{aligned} 5S &= \frac{5}{u_1 u_2} + \frac{5}{u_2 u_3} + \dots + \frac{5}{u_{49} u_{50}} \\ &= \frac{u_2 - u_1}{u_1 u_2} + \frac{u_3 - u_2}{u_2 u_3} + \dots + \frac{u_{50} - u_{49}}{u_{49} u_{50}} \\ &= \frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_2} - \frac{1}{u_3} + \dots + \frac{1}{u_{48}} - \frac{1}{u_{49}} + \frac{1}{u_{49}} - \frac{1}{u_{50}} \\ &= \frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_{50}} = \frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_1 + 49d} = \frac{245}{246} \\ \Rightarrow S &= \frac{49}{246}. \end{aligned}$$

Câu 14: Cho cấp số cộng (u_n) biết: $u_n = n + 5$.

a) Số hạng đầu của cấp số cộng là $u_1 = 6$.

b) Công sai của cấp số cộng bằng 5.

c) Tổng $T = u_2 + u_4 + u_6 + \dots + u_{2024} = 4060216$.

d) Tổng $S = \frac{1}{\sqrt{u_1} + \sqrt{u_2}} + \frac{1}{\sqrt{u_2} + \sqrt{u_3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{u_{2019}} + \sqrt{u_{2020}}} = \frac{2019}{45}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Đúng. Vì thay $n = 1$ ta được $u_1 = 6$.

b) Sai. Vì $u_1 = 6; u_2 = 7 \Rightarrow d = u_2 - u_1 = 1$.

c) Đúng. Ta có: $u_2 = 7; u_4 = 9; u_6 = 11; \dots; u_{2024} = 2029$. Dãy số $7; 9; 11; \dots; 2029$ lập thành một cấp số cộng với $u'_1 = 7; d' = 2$ và 2029 là số hạng thứ 1012 của cấp số cộng này.

$$\text{Vậy } T = u_2 + u_4 + u_6 + \dots + u_{2024} = 7 \cdot 1012 + \frac{2012 \cdot 2011}{2} \cdot 2 = 4060216$$

d) Sai. Ta có: $u_{2020} = 2025$

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{\sqrt{u_1} + \sqrt{u_2}} + \frac{1}{\sqrt{u_2} + \sqrt{u_3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{u_{2019}} + \sqrt{u_{2020}}} \\ &= \frac{\sqrt{u_2} - \sqrt{u_1}}{u_2 - u_1} + \frac{\sqrt{u_3} - \sqrt{u_2}}{u_3 - u_2} + \dots + \frac{\sqrt{u_{2020}} - \sqrt{u_{2019}}}{u_{2020} - u_{2019}} \\ &= \sqrt{u_2} - \sqrt{u_1} + \sqrt{u_3} - \sqrt{u_2} + \dots + \sqrt{u_{2020}} - \sqrt{u_{2019}} \end{aligned}$$



$$= \sqrt{u_{2020}} - \sqrt{u_1} = \frac{u_{2020} - u_1}{\sqrt{u_{2020}} + \sqrt{u_1}} = \frac{2019}{45 + \sqrt{6}}.$$

Câu 15: Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_1 = 1$; công sai d và tổng của 100 số hạng đầu tiên bằng 14950.

a) Tổng n số hạng đầu của cấp số cộng trên là: $S_n = n + \frac{n(n-1)}{2}d$.

b) Công sai của cấp số cộng trên là: $d = 2$

c) Tổng của 15 số hạng đầu của cấp số cộng trên bằng 225.

d) Tổng $S = \frac{1}{u_2\sqrt{u_1} + u_1\sqrt{u_2}} + \frac{1}{u_3\sqrt{u_2} + u_2\sqrt{u_3}} + \dots + \frac{1}{u_{2018}\sqrt{u_{2017}} + u_{2017}\sqrt{u_{2018}}} = \frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{6052}} \right)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Đúng. Ta có: $S_n = \frac{[2u_1 + (n-1)d]n}{2} = \frac{2n + n(n-1)d}{2} = n + \frac{n(n-1)}{2}d$ (Vì $u_1 = 1$)

b) Sai. Ta có: $S_{100} = 100u_1 + \frac{100.99}{2}d \Leftrightarrow 100 + 4950d = 14950 \Leftrightarrow d = 3$.

c) Sai. Vì $S_{15} = 15.1 + \frac{15.14}{2}.3 = 330$.

d) Đúng. Vì $u_{2018} = u_1 + 2017d = 6052$.

$$\text{Ta có: } \frac{1}{u_{k+1}\sqrt{u_k} + u_k\sqrt{u_{k+1}}} = \frac{1}{\sqrt{u_k} \cdot \sqrt{u_{k+1}} \cdot (\sqrt{u_k} + \sqrt{u_{k+1}})} = \frac{1}{d} \cdot \frac{\sqrt{u_{k+1}} - \sqrt{u_k}}{\sqrt{u_k} \cdot \sqrt{u_{k+1}}} = \frac{1}{d} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{u_k}} - \frac{1}{\sqrt{u_{k+1}}} \right).$$

$$S = \frac{1}{d} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{u_1}} - \frac{1}{\sqrt{u_2}} \right) + \frac{1}{d} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{u_2}} - \frac{1}{\sqrt{u_3}} \right) + \dots + \frac{1}{d} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{u_{2017}}} - \frac{1}{\sqrt{u_{2018}}} \right) = \frac{1}{d} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{u_1}} - \frac{1}{\sqrt{u_{2018}}} \right) = \frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{6052}} \right).$$

Câu 16: Người ta trồng 3003 cây theo dạng một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, hàng thứ hai trồng 2 cây, hàng thứ ba trồng 3 cây, ..., cứ tiếp tục trồng như thế cho đến khi hết số cây. Gọi số cây ở hàng thứ n là u_n .

a) Dãy số u_n là 1 cấp số cộng với số hạng đầu $u_1 = 1$.

b) Số hạng thứ 3 của dãy này là 3.

c) Tổng số cây ở 10 hàng đầu là 55 cây.

d) Nếu trồng theo quy luật trên ta sẽ trồng được 77 hàng.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Đúng. Vì $u_1 = 1$, $u_2 = 2$, $u_3 = 3$, Dễ nhận thấy dãy số (u_n) là cấp số cộng có $u_1 = 1$, công sai $d = 1$.

b) Đúng. u_3 chính là số số cây ở hàng thứ 3. Vậy $u_3 = 3$.

c) Đúng. Vì $S_{10} = \frac{(u_1 + u_{10}) \cdot 10}{2} = \frac{(1 + 10) \cdot 10}{2} = 55$.

d) Sai. Vì $S = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2} = 3003$.



$$\text{Suy ra } \frac{n[2.1 + (n-1)1]}{2} = 3003 \Leftrightarrow n(n+1) = 6006 \Leftrightarrow n^2 + n - 6006 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 77 \\ n = -78 \end{cases} \Leftrightarrow n = 77$$

(vì $n \in \mathbb{N}$). Vậy số hàng cây được trồng là 77.

Câu 17: Trên một bàn cờ có nhiều ô vuông, người ta đặt 8 hạt dẻ vào ô đầu tiên, sau đó đặt tiếp vào ô thứ hai số hạt nhiều hơn ô thứ nhất là 3, tiếp tục đặt vào ô thứ ba số hạt nhiều hơn ô thứ hai là 3, ... và cứ thế tiếp tục đến ô thứ n . Biết rằng đặt hết số ô trên bàn cờ người ta phải sử dụng 18865 hạt.?

- a) Số hạt dẻ ở mỗi ô trên bàn cờ lập thành một cấp số cộng với $u_1 = 8$ và $d = 3$.
 b) Số hạt dẻ ở ô thứ 5 là: 20.
 c) Bàn cờ đó có 111 ô vuông.
 d) Tổng số hạt dẻ ở 10 ô cuối là: 215.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Đúng. Dễ thấy số hạt dẻ ở mỗi ô trên bàn cờ lập thành một cấp số cộng với $u_1 = 8$ và $d = 3$.

b) Đúng. Số hạt dẻ ở ô thứ 5 chính là số hạng thứ 5 của dãy mà $u_5 = u_1 + 4d = 8 + 4.3 = 20$.

c) Sai. Vì theo đề bài ta có $S_n = 18865$, với $n \in \mathbb{N}^*$.

$$\text{Mặt khác: } S_n = \frac{n}{2}[2u_1 + (n-1)d] = \frac{n}{2}[2.8 + (n-1).3] = \frac{n}{2}(13 + 3n).$$

$$\text{Nhu vậy } S_n = 18865 \Leftrightarrow \frac{n}{2}(13 + 3n) = 18865 \Leftrightarrow 3n^2 + 13n - 37730 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 110 \\ n = -\frac{343}{3} \end{cases}$$

d) Sai. Do bàn cờ có 110 ô vuông (theo câu c) nên tổng 10 ô cuối sẽ là tổng của 10 số hạng từ u_{101} đến u_{110} . Mà: $u_{101} = u_1 + 100d = 308$, $u_{110} = u_1 + 109d = 335$. Vậy tổng số hạt dẻ 10 ô cuối là:

$$S = \frac{(u_{101} + u_{110}).10}{2} = 3215.$$

Câu 18: Một cấp số cộng có năm số hạng mà tổng số hạng đầu và số hạng thứ tư bằng 36, tổng của số hạng thứ hai và số hạng cuối bằng 44.

- a) Dãy cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 11$.
 b) Dãy cấp số cộng có tổng $u_1 + u_5 = 40$.
 c) Dãy cấp số cộng có $u_2 = 16$.
 d) Tổng của 3 số hạng đầu tiên trong dãy cấp số cộng bằng 45.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_1 + u_4 = 36 \\ u_2 + u_5 = 44 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + (u_1 + 3d) = 36 \\ (u_1 + d) + (u_1 + 4d) = 44 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2u_1 + 3d = 36 \\ 2u_1 + 5d = 44 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 12 \\ d = 4 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} u_2 = u_1 + d = 16 \\ u_1 + u_5 = u_1 + u_1 + 4d = 40 \\ S_3 = \frac{3(u_1 + u_3)}{2} = 48 \end{cases}$$



Câu 19: Cho dãy cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 4$. Biết tổng 20 số hạng đầu tiên bằng 460.

- a) Dãy số (u_n) có $d = 2$.
- b) Dãy số (u_n) có $u_4 = 8$.
- c) Dãy số (u_n) có $S_{10} = 120$.
- d) Dãy số (u_n) có hiệu $S_8 - S_4 = 60$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
----------------	---------------	----------------	----------------

Ta có $S_{20} = \frac{20(u_1 + u_{20})}{2} = 10(4 + 4 + 19d) = 460 \Leftrightarrow d = 2$.

Suy ra $\begin{cases} u_4 = u_1 + 3d = 4 + 3 \cdot 2 = 10 \\ S_{10} = \frac{10(u_1 + u_{10})}{2} = 5(4 + 4 + 8 \cdot 2) = 120 \\ S_8 - S_4 = \frac{8(u_1 + u_8)}{2} - \frac{4(u_1 + u_4)}{2} = 4(2u_1 + 7d) - 2(2u_1 + 3d) = 4u_1 + 22d = 60 \end{cases}$

Câu 20: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 123$, $u_3 - u_{15} = 84$.

- a) Số hạng thứ 17 của cấp số cộng là $u_{17} = 11$.
- b) Công sai của cấp số cộng là $d = -7$.
- c) Số hạng thứ 2 của cấp số cộng là $u_2 = 130$
- d) Tổng 17 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là $S_{17} = 1130$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

Giả sử cấp số cộng (u_n) có công sai d .

Theo giả thiết ta có: $u_3 - u_{15} = 84 \Leftrightarrow u_1 + 2d - u_1 - 14d = 84 \Leftrightarrow -12d = 84 \Leftrightarrow d = -7$.

Vậy $u_{17} = u_1 + 16d = 123 + 16(-7) = 11$.

$u_2 = u_1 + d = 123 + (-7) = 116$.

$S_{17} = \frac{(u_1 + u_{17})17}{2} = \frac{(123 + 11)17}{2} = 1139$.

Câu 21: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = -12$, $u_{14} = 18$.

- a) Công sai của cấp số cộng là $d = 3$
- b) Số hạng đầu của cấp số cộng là $u_1 = 21$
- c) Số hạng thứ 9 của cấp số cộng là $u_9 = 3$
- d) Tổng 5 số hạng đầu của cấp số cộng là $S_5 = -60$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
----------------	---------------	----------------	---------------

Gọi u_1 là số hạng đầu, d là công sai của cấp số cộng (u_n) .

Ta có: $\begin{cases} u_4 = u_1 + 3d \\ u_{14} = u_1 + 13d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = -12 \\ u_1 + 13d = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 3 \\ u_1 = -21 \end{cases}$



Số hạng thứ 9 là $u_9 = u_1 + 8d = -21 + 8.3 = 3$.

Tổng 5 số hạng đầu là $S_5 = 5u_1 + \frac{5(5-1)}{2}d = -75$.

Câu 22: Cho cấp số cộng có tổng n số hạng đầu là $S_n = -4n^2 + 17n$, $n \in \mathbb{N}^*$.

a) Số hạng đầu của cấp số cộng là: $u_1 = 13$.

b) Công sai của cấp số cộng là: $d = 5$.

c) Số hạng tổng quát của cấp số cộng là: $u_n = -8n + 15$.

d) Tổng $S = u_{10} + u_{12} + u_{14} + \dots + u_{98} + u_{100}$ có giá trị là $S = -19274$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Ta có: $u_1 = S_1 = -4 + 17 = 13$.

b) $u_1 + u_2 = S_2 = -4.2^2 + 17.2 = 18 \Rightarrow u_2 = 18 - u_1 = 5$
 $\Rightarrow d = u_2 - u_1 = -8$.

c) Số hạng tổng quát: $u_n = u_1 + (n-1).d = 13 + (n-1).(-8) = -8n + 21$; $n \in \mathbb{N}^*$.

d) Ta có: $u_{10} = u_1 + 9d = -59$; $u_{100} = u_1 + 99d = -779$.

Tổng S là tổng cấp số cộng với $v_1 = u_{10} = -59$; công sai $d' = 2d = -16$.

$\Rightarrow$ Số số hạng là: $\frac{u_{100} - u_{10}}{d} + 1 = 46$.

$\Rightarrow S = \frac{(u_{10} + u_{100}).46}{2} = \frac{(-59 - 779).46}{2} = -19274$.

Câu 23: Cho cấp số cộng $-2; x; 6; y$. Khi đó

a) $x = 2$

b) $y = 8$

c) $P = y - x = 6$

c) $P = x^2 + y^2 = 104$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

Theo tính chất của cấp số cộng, ta có: $x = \frac{-2+6}{2} = 2$ và $6 = \frac{x+y}{2}$.

Vì $x = 2$ nên $6 = \frac{2+y}{2} \Rightarrow y = 10$.

Vậy $P = y - x = 8$

Vậy $P = x^2 + y^2 = 2^2 + 10^2 = 104$.

Câu 24: Cho cấp số cộng (u_n) , biết rằng: $u_1 = -3, u_6 = 27$.

a) Công sai của cấp số cộng bằng 7

b) Số hạng $u_{85} = 501$

c) Số hạng $u_{10} = 52$

d) Tổng của 85 số hạng đầu $S_{85} = 21165$

Lời giải



a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

Ta có: $u_6 = u_1 + 5d \Leftrightarrow 27 = -3 + 5d \Leftrightarrow d = 6$.

Vậy $u_n = u_1 + (n-1)d = -3 + (n-1) \cdot 6 = -9 + 6n$

$$S_{85} = \frac{85}{2}(2u_1 + 84d) = \frac{85}{2}[2 \cdot (-3) + 84 \cdot 6] = 21165$$

Câu 25: Cho cấp số cộng (u_n) , biết rằng: $u_1 = 5$ và tổng của 50 số hạng đầu bằng 5150.

- a) Công sai của cấp số cộng bằng 6
- b) Số hạng $u_{85} = 341$
- c) Số hạng $u_{10} = 42$
- d) Tổng của 85 số hạng đầu $S_{85} = 14705$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

Ta có: $S_{50} = \frac{50}{2}(2u_1 + 49d) = \frac{50}{2}(2 \cdot 5 + 49d) = 5150 \Rightarrow d = 4$.

Suy ra $u_n = u_1 + (n-1)d = 5 + (n-1)4 = 1 + 4n$.

$$S_{85} = \frac{85}{2}(2u_1 + 84d) = \frac{85}{2}(2 \cdot 5 + 84 \cdot 4) = 14705.$$

Câu 26: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = 18$ và $4S_n = S_{2n}$ (trong đó S_n, S_{2n} theo thứ tự là tổng của n và $2n$ số hạng đầu của cấp số cộng).

- a) Số hạng đầu của cấp số cộng (u_n) bằng 2
- b) Công sai của cấp số cộng (u_n) bằng 3
- c) Số hạng $u_{15} = 58$
- b) Tổng 15 số hạng đầu của cấp số cộng bằng 350

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) b) Gọi d là công sai của cấp số cộng, ta có: $u_5 = 18 \Leftrightarrow u_1 + 4d = 18$;

$$4S_n = S_{2n} \Leftrightarrow \frac{4n}{2}[2u_1 + (n-1)d] = \frac{2n}{2}[2u_1 + (2n-1)d]$$

$$\Leftrightarrow 4u_1 + (2n-2)d = 2u_1 + (2n-1)d \Leftrightarrow 2u_1 - d = 0.$$

Từ (1) và (2) suy ra $u_1 = 2, d = 4$.

c) Số hạng tổng quát $u_n = 2 + (n-1)4 = 4n - 2$ suy ra $u_{15} = 58$

d) Tổng 15 số hạng đầu cấp số cộng là:

$$S_{15} = \frac{15}{2}(2u_1 + 14d) = \frac{15}{2}(2 \cdot 2 + 14 \cdot 4) = 450.$$

Câu 27: Cho cấp số cộng (u_n) , gọi S_n là tổng n số hạng đầu tiên của nó. Biết $S_7 = 77$ và $S_{12} = 192$.

- a) Số hạng $u_1 = 5$
- b) Tổng $u_1 + u_3 = 14$
- c) Công sai của cấp số cộng bằng 3
- d) Số hạng $u_{11} = 25$

Lời giải



a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

Gọi d là công sai của cấp số cộng.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} S_7 = 77 \\ S_{12} = 192 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{7}{2}(2u_1 + 6d) = 77 \\ \frac{12}{2}(2u_1 + 11d) = 192 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7u_1 + 21d = 77 \\ 12u_1 + 66d = 192 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 5 \\ d = 2 \end{cases}$$

Khi đó: $u_n = u_1 + (n-1)d = 5 + 2(n-1) = 3 + 2n$.

Câu 28: Cho cấp số cộng (u_n) có công sai $d < 0$ thỏa mãn $\begin{cases} u_1 + u_7 = 26 \\ u_2^2 + u_6^2 = 466 \end{cases}$.

- a) Số hạng $u_1 = 25$
- b) Công sai $d = -3$
- c) Số hạng $u_{10} = -11$
- d) Số hạng $u_{2024} = -8067$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \begin{cases} u_1 + u_7 = 26 \\ u_2^2 + u_6^2 = 466 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 2u_1 + 6d = 26 \\ (u_1 + d)^2 + (u_1 + 5d)^2 = 466 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 13 - 3d & (1) \\ (u_1 + d)^2 + (u_1 + 5d)^2 = 466 & (2) \end{cases} \end{aligned}$$

Thay (1) vào (2), ta được: $(13 - 2d)^2 + (13 + 2d)^2 = 466 \Leftrightarrow 8d^2 + 338 = 466$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} d = 4 \\ d = -4 \end{cases}$$

Vì $d < 0$ nên ta nhận $d = -4$, khi đó $u_1 = 25$

Ta có: $u_n = u_1 + (n-1)d = 25 + (n-1)(-4) = 29 - 4n$.

Câu 29: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 5$ và $d = -7$.

- a) $u_{11} = -65$
- b) $u_5 + u_7 = -50$
- c) Số -849 là số hạng thứ 123 của cấp số cộng
- d) Số -114 là số hạng thứ 18 của cấp số cộng

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

Công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng là: $u_n = u_1 + (n-1)d = 5 + (n-1) \cdot (-7) = -7n + 12$

a) Ta có: $u_{11} = -7 \cdot 11 + 12 = -65$.

b) $u_5 + u_7 = -60$

c) Ta có: $-849 = -7n + 12 \Rightarrow n = 123$.

d) Ta có $-114 = -7n + 12 \Rightarrow n = 18$

Câu 30: Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 15 \\ u_1 + u_6 = 27 \end{cases}$.



- a) Số hạng $u_1 = 21$
 b) Công sai của cấp số cộng bằng -2
 c) Số hạng $u_{11} = -9$
 d) Số -6048 là số hạng thứ 2024

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

Áp dụng công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng: $u_n = u_1 + (n-1)d$.

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 15 \\ u_1 + u_6 = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 - (u_1 + 2d) + (u_1 + 4d) = 15 \\ u_1 + (u_1 + 4d) = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 2d = 15 \\ 2u_1 + 5d = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 21 \\ d = -3 \end{cases}$$

Suy ra $u_n = u_1 + (n-1)d = 21 + (n-1)(-3) = -3n + 24$

Vậy $u_{11} = -9$

Ta có $-6048 = -3n + 24 \Rightarrow n = 2024$

Câu 31: Cho cấp số cộng có các số hạng $-1, 2, 5, 8, 11, 14, 17, \dots$

- a) Cấp số cộng đã cho có số hạng đầu $u_1 = -1$ và công sai $d = 3$.
 b) Cấp số cộng đã cho có $u_5 = -1 + 5d$.
 c) Cấp số cộng đã cho có tổng của 99 số hạng đầu tiên là 14454.
 d) Tổng $u_2 + u_4 + u_6 + \dots + u_{98} + u_{100} = 7540$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------

a) Đúng.

Nhận thấy $2 = -1 + 3; 5 = 2 + 3; 8 = 5 + 3; 11 = 8 + 3, \dots$

Do đó dãy $-1, 2, 5, 8, 11, 14, 17, \dots$ là 1 cấp số cộng vô hạn với số hạng đầu $u_1 = -1$ và công sai $d = 3$.

b) Đúng

$$u_5 = u_1 + (5-1)d \Rightarrow u_5 = -1 + 4d$$

c) Đúng

$$S = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{99} = \frac{99}{2} [2u_1 + (n-1).3] = \frac{99}{2} [2.(-1) + (99-1).3] = 14454$$

d) Đúng

Đặt $S' = u_2 + u_4 + u_6 + \dots + u_{98} + u_{100}$

$$S = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{99} = u_2 - d + u_2 + u_4 - d + u_4 + \dots + u_{98} - d + u_{98} + u_{100} - d$$

$$= 2(u_2 + u_4 + \dots + u_{98} + u_{100}) - 50d - u_{100}$$

$$= 2S' - 50d - u_{100} = 2S' - 50.3 - (-1 + 99.3) = 2S' - 446$$

$$\text{Mà } S = 14454 \Rightarrow 14454 = 2S' - 446 \Rightarrow S' = 7450$$

Câu 32: Ở một khu khán đài sân vận động người ta lắp 483 ghế vào các hàng sao cho hàng đầu tiên có 3 ghế, hàng sau có số ghế nhiều hơn hàng liền trước 2 ghế.

- a) Tính từ hàng đầu tiên, số ghế trên các hàng lập thành một dãy số tăng.
 b) Hàng thứ ba có 7 ghế.
 c) Một nhóm bạn có 12 người muốn ngồi chung trên một dãy ghế thì phải chọn từ dãy thứ 7 trở lên.
 d) Khán đài có không quá 20 hàng ghế.



Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Đúng.

Gọi $u_1, u_2, \dots$ lần lượt là số ghế của hàng thứ nhất, số ghế của hàng thứ hai.

Do hàng đầu tiên có 3 ghế, hàng sau có số ghế nhiều hơn hàng liền trước 2 ghế nên tính từ hàng đầu tiên, số ghế trên các hàng lập thành một dãy số tăng.

b) Đúng.

Ta có $u_1 = 3, u_2 = 3 + 2 = 5, u_3 = 5 + 2 = 7$.

Vậy hàng thứ ba có 7 ghế.

c) Sai.

Ta có dãy số $u_1, u_2, \dots$ lần lượt là số ghế của hàng thứ nhất, số ghế của hàng thứ hai, là một cấp số cộng với số hạng đầu $u_1 = 3$, công sai $d = 2$.

Số hạng tổng quát của dãy số: $u_n = 3 + (n-1) \cdot 2 = 2n + 1$

Xét $2n + 1 \geq 12 \Leftrightarrow n \geq \frac{11}{2}$. Vậy một nhóm bạn có 12 người muốn ngồi chung trên một dãy ghế thì phải chọn từ dãy thứ 6 trở lên.

d) Sai.

$$\text{Ta có } \frac{[2 \cdot 3 + (n-1) \cdot 2] \cdot n}{2} = 483 \Leftrightarrow \frac{n \cdot (2n + 4)}{2} = 483 \Leftrightarrow 2n^2 + 4n - 966 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 21(TM) \\ n = -23(L) \end{cases}$$

Vậy khán đài có 21 hàng ghế.

