



DÃY SỐ

CẤP SỐ CỘNG – CẤP SỐ NHÂN

BÀI 6: CẤP SỐ NHÂN



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 3. TÍNH TỔNG VÀ MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN

Câu 106: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$ và $q = -2$. Tính tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân.

- A. $S_{10} = -511$. B. $S_{10} = 1023$. C. $S_{10} = 1025$. D. $S_{10} = -1025$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } S_{10} = u_1 \cdot \frac{1 - q^{10}}{1 - q} = -3 \cdot \frac{1 - (-2)^{10}}{1 - (-2)} = 1023.$$

Câu 107: Cho một cấp số nhân có các số hạng đều không âm thỏa mãn $u_2 = 6$, $u_4 = 24$. Tính tổng của 12 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đó.

- A. $3 \cdot 2^{12} - 3$. B. $2^{12} - 1$. C. $3 \cdot 2^{12} - 1$. D. $3 \cdot 2^{12}$.

Lời giải

Gọi công bội của CSN bằng q . Suy ra $u_4 = u_2 \cdot q^2 \Rightarrow q = \pm 2$. Do CSN có các số hạng không âm nên $q = 2$.

$$\text{Ta có } S_{12} = u_1 \cdot \frac{1 - q^{12}}{1 - q} = 3 \cdot \frac{1 - 2^{12}}{1 - 2} = 3(2^{12} - 1).$$

Câu 108: Cho dãy (u_n) với $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n + 1$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$. Tính $S_{2019} = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{2019}$, ta được kết quả

- A. $2020 - \frac{1}{2^{2019}}$. B. $\frac{4039}{2}$. C. $2019 + \frac{1}{2^{2019}}$. D. $\frac{6057}{2}$.

Lời giải

$$S_{2019} = 2019 + \left(\frac{1}{2}\right)^1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \dots + \left(\frac{1}{2}\right)^{2019} = 2019 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{2019}}{1 - \frac{1}{2}} = 2020 - \frac{1}{2^{2019}}.$$

Câu 109: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_3 = 12$, $u_5 = 48$, có công bội âm. Tổng 7 số hạng đầu của cấp số nhân đã cho bằng

- A. 129. B. -129. C. 128. D. -128.



Lời giải

Ta có: $u_4^2 = u_3 \cdot u_5 = 576$.

Vì $u_3 > 0, u_5 > 0$ và công bội âm nên: $u_4 = -24 \Rightarrow q = -2$.

Lại có: $u_3 = u_1 q^2 \Rightarrow u_1 = \frac{u_3}{q^2} = \frac{12}{4} = 3$.

Áp dụng công thức ta có: $S_7 = u_1 \frac{1-q^7}{1-q} = 3 \cdot \frac{1-(-2)^7}{1-(-2)} = 129$.

Câu 110: Cho (u_n) là cấp số nhân, đặt $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$. Biết $S_2 = 4; S_3 = 13$ và $u_2 < 0$, giá trị S_5 bằng

A. 2.

B. $\frac{181}{16}$.

C. $\frac{35}{16}$.

D. 121.

Lời giải

Gọi u_1, q lần lượt là số hạng đầu tiên và công bội của cấp số nhân cần tìm.

Từ giả thiết ta có $\begin{cases} S_2 = 4 \\ S_3 = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1+q) = 4 \\ u_1(1+q+q^2) = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1+q) = 4 \\ q = 3 \\ q = \frac{-3}{4} \end{cases}$.

Vì $\begin{cases} u_2 < 0 \\ u_3 = S_3 - S_2 = 9 > 0 \end{cases} \Rightarrow q = \frac{u_3}{u_2} < 0$ nên cấp số nhân cần tìm có $\begin{cases} u_1 = 16 \\ q = -\frac{3}{4} \end{cases}$.

Do đó $S_5 = u_1 \left(\frac{1-q^5}{1-q} \right) = \frac{181}{16}$.

Câu 111: Giá trị của tổng $S = 1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{2018}$ bằng

A. $S = \frac{3^{2019} - 1}{2}$.

B. $S = \frac{3^{2018} - 1}{2}$.

C. $S = \frac{3^{2020} - 1}{2}$.

D. $S = -\frac{3^{2018} - 1}{2}$.

Lời giải

Ta thấy S là tổng của 2019 số hạng đầu tiên của cấp số nhân với số hạng đầu là $u_1 = 1$, công bội $q = 3$.

Áp dụng công thức tính tổng của cấp số nhân ta có $S = 1 \cdot \frac{1-3^{2019}}{1-3} = \frac{3^{2019} - 1}{2}$.

Câu 112: Biết rằng $S = 1 + 2.3 + 3.3^2 + \dots + 11.3^{10} = a + \frac{21.3^b}{4}$. Tính $P = a + \frac{b}{4}$.

A. $P = 1$.

B. $P = 2$.

C. $P = 3$.

D. $P = 4$.

Lời giải



Từ giả thiết suy ra $3S = 3 + 2.3^2 + 3.3^3 + \dots + 11.3^{11}$. Do đó

$$-2S = S - 3S = 1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{10} - 10.3^{11} = \frac{1-3^{11}}{1-3} - 10.3^{11} = -\frac{1}{2} - \frac{21.3^{11}}{2} \Rightarrow S = \frac{1}{4} + \frac{21}{4}.3^{11}.$$

Vì $S = \frac{1}{4} + \frac{21.3^{11}}{4} = a + \frac{21.3^b}{4}$ $a = \frac{1}{4}, b = 11$ $P \quad \frac{1}{4} + \frac{11}{4} = 3.$

Câu 113: Cho cấp số nhân (u_n) có $S_2 = 4$ và $S_3 = 13$. Tìm S_5 .

A. $S_5 = 121$ hoặc $S_5 = \frac{181}{16}$.

B. $S_5 = 121$ hoặc $S_5 = \frac{35}{16}$.

C. $S_5 = 114$ hoặc $S_5 = \frac{185}{16}$.

D. $S_5 = 141$ hoặc $S_5 = \frac{183}{16}$.

Lời giải

Ta có $u_3 = S_3 - S_2 = 9 \Rightarrow u_1 q^2 = 9 \Rightarrow u_1 = \frac{9}{q^2}$

Vì $S_2 = 4$ nên $u_1 + u_1 q = 4$. Do đó $\frac{9}{q^2} + \frac{9}{q} = 4 \Leftrightarrow 4q^2 - 9q - 9 = 0 \Leftrightarrow q = 3$ hoặc $q = -\frac{3}{4}$.

+ Với $q = 3$ thì $u_1 = 1, u_6 = u_1 q^5 = 243$. Suy ra $S_5 = \frac{u_1 - u_6}{1 - q} = \frac{1 - 243}{1 - 3} = 121$.

+ Với $q = -\frac{3}{4}$ thì $u_1 = 16, u_6 = -\frac{243}{64}$. Suy ra $S_5 = \frac{u_1 - u_6}{1 - q} = \frac{181}{16}$.

Câu 114: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 8$ và biểu thức $4u_3 + 2u_2 - 15u_1$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính S_{10} .

A. $S_{10} = \frac{2(4^{11} + 1)}{5.4^9}$.

B. $S_{10} = \frac{2(4^{10} + 1)}{5.4^8}$.

C. $S_{10} = \frac{2^{10} - 1}{3.2^6}$.

D. $S_{10} = \frac{2^{11} - 1}{3.2^7}$.

Lời giải

Gọi q là công bội của cấp số nhân. Khi đó $4u_3 + 2u_2 - 15u_1 = 2(4q + 1)^2 - 122 \geq -122, \forall q$.

Dấu bằng xảy ra khi $4q + 1 = 0 \Leftrightarrow q = -\frac{1}{4}$. Suy ra: $S_{10} = u_1 \cdot \frac{1 - q^{10}}{1 - q} = 8 \cdot \frac{1 - \left(-\frac{1}{4}\right)^{10}}{1 - \left(-\frac{1}{4}\right)} = \frac{2(4^{10} - 1)}{5.4^8}$

Câu 115: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$, công bội dương và biểu thức $u_4 + \frac{1024}{u_7}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Tính $S = u_{11} + u_{12} + \dots + u_{20}$.

A. $S = 2046$.

B. $S = 2097150$.

C. $S = 2095104$.

D. $S = 1047552$.

Lời giải

Gọi q là công bội của cấp số nhân, $q > 0$. Ta có $u_4 + \frac{1024}{u_7} = 2q^3 + \frac{512}{q^6}$.



Áp dụng bất đẳng thức Cô-si, ta có: $2q^3 + \frac{512}{q^6} = q^3 + q^3 + \frac{512}{q^6} \geq 3\sqrt[3]{q^3 \cdot q^3 \cdot \frac{512}{q^6}} = 24$.

Suy ra $u_4 + \frac{1024}{u_7}$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 24 khi $q^3 = \frac{512}{q^6} \Leftrightarrow q = 2$.

Ta có $S_{10} = \frac{u_1(1-q^{10})}{1-q} = 2^{11} - 2$; $S_{10} = \frac{u_1(1-q^{20})}{1-q} = 2^{21} - 2$.

Do đó $S = S_{20} - S_{10} = 2095104$. Vậy phương án đúng là C.

Câu 116: Cho cấp số nhân (u_n) có $\begin{cases} u_4 + u_6 = -540 \\ u_3 + u_5 = 180 \end{cases}$. Tính S_{21} .

- A.** $S_{21} = \frac{1}{2}(3^{21} + 1)$ **B.** $S_{21} = 3^{21} - 1$. **C.** $S_{21} = 1 - 3^{21}$. **D.** $S_{21} = -\frac{1}{2}(3^{21} + 1)$.

Lời giải

Ta có $u_4 + u_6 = -540 \Leftrightarrow (u_3 + u_5)q = -540$.

Kết hợp với phương trình thứ hai trong hệ, ta tìm được $q = -3$. Lại có

$u_3 + u_5 = 180 \Leftrightarrow u_1(q^2 + q^4) = 180$.

Vì $q = -3$ nên $u_1 = 2$. Suy ra $S_{21} = \frac{u_1(1-q^{21})}{1-q} = \frac{1}{2}(3^{21} + 1)$.

Vậy phương án đúng là A.

Câu 117: Cho cấp số nhân có các số hạng lần lượt là 1; 4; 16; 64; ... Gọi S_n là tổng của n số hạng đầu tiên của cấp số nhân đó. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $S_n = 4^{n-1}$. **B.** $S_n = \frac{n(1+4^{n-1})}{2}$. **C.** $S_n = \frac{4^n - 1}{3}$. **D.** $S_n = \frac{4(4^n - 1)}{3}$.

Lời giải

Cấp số nhân đã cho có $\begin{cases} u_1 = 1 \\ q = 4 \end{cases}$ $S_n = u_1 \cdot \frac{1-q^n}{1-q} = 1 \cdot \frac{1-4^n}{1-4} = \frac{4^n - 1}{3}$.

Câu 118: Cho cấp số nhân có các số hạng lần lượt là $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{2}$; 1; ...; 2048. Tính tổng S của tất cả các số hạng của cấp số nhân đã cho.

- A.** $S = 2047,75$. **B.** $S = 2049,75$. **C.** $S = 4095,75$. **D.** $S = 4096,75$.

Lời giải

Cấp số nhân đã cho có

$$\begin{cases} u_1 = \frac{1}{4} \\ q = 2 \end{cases} \quad 2048 \quad 2^{11} = u_1 q^{n-1} = \frac{1}{2} \cdot 2^{n-1} = 2^{n-2} \quad n = 13.$$

Vậy cấp số nhân đã cho có tất cả 13 số hạng. Vậy



$$S_{13} = u_1 \cdot \frac{1-q^{13}}{1-q} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1-2^{13}}{1-2} = 2047,75$$

Câu 119: Số thập phân vô hạn tuần hoàn $3,1555... = 3,1(5)$ viết dưới dạng số hữu tỉ là:

- A. $\frac{63}{20}$. B. $\frac{142}{45}$. C. $\frac{1}{18}$. D. $\frac{7}{2}$.

Lời giải

$$3,1555... = 3,1 + 0,05 + 0,005 + 0,0005 + ...$$

Dãy số $0,05; 0,005; 0,0005; 0,00005; ...$ là một cấp số nhân lùi vô hạn có $u_1 = 0,05$; $q = 0,1$.

$$\text{Vậy } 3,1555... = 3,1 + \frac{0,05}{1-0,1} = \frac{142}{45}.$$

Câu 120: Tính tổng

$$S = -1 + \frac{1}{6} - \frac{1}{6^2} + ... + (-1)^{n-1} \frac{1}{6^n} + ...$$

- A. $S = \frac{7}{6}$ B. $S = -\frac{6}{7}$ C. $S = \frac{6}{7}$ D. $S = -\frac{7}{6}$

Lời giải

$$\text{Ta có: } q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{u_3}{u_2} = ... = -\frac{1}{6} (|q| < 1). \text{ Do đó: } S = \frac{u_1}{1-q} = \frac{-1}{1+\frac{1}{6}} = \frac{-6}{7}$$

Câu 121: Số thập phân vô hạn tuần hoàn $0,121212...$ được biểu diễn bởi phân số

- A. $\frac{3}{25}$. B. $\frac{12}{99}$. C. $\frac{1}{11}$. D. $\frac{3}{22}$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có } 0,121212... &= \frac{12}{10^2} + \frac{12}{10^4} + \frac{12}{10^6} + ... + \frac{12}{10^{2n}} + ... = 12 \left(\frac{1}{10^2} + \frac{1}{10^4} + ... + \frac{1}{10^{2n}} + ... \right) \\ &= 12 \left(\frac{\frac{1}{100}}{1 - \frac{1}{100}} \right) = \frac{4}{33} = \frac{12}{99}. \end{aligned}$$

Câu 122: Viết thêm bốn số vào giữa hai số 160 và 5 để được một cấp số nhân. Tổng các số hạng của cấp số nhân đó là

- A. 215. B. 315. C. 415. D. 515.

Lời giải

$$\text{Từ giả thiết ta có } \begin{cases} u_1 = 160 \\ u_6 = 5 \end{cases} \Rightarrow q = \sqrt[5]{\frac{u_6}{u_1}} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Suy ra tổng các số hạng của cấp số nhân đó là: } S = \frac{u_1(1-q^6)}{1-q} = \frac{160 \left(1 - \left(\frac{1}{2} \right)^6 \right)}{\frac{1}{2}} = 315.$$



Câu 123: Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 13 \\ u_4 - u_1 = 26 \end{cases}$. Tổng 8 số hạng đầu của cấp số nhân (u_n)

là

A. $S_8 = 1093$.

B. $S_8 = 3820$.

C. $S_8 = 9841$.

D. $S_8 = 3280$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 13 \\ u_4 - u_1 = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1 \cdot q + u_1 \cdot q^2 = 13 \\ u_1 \cdot q^3 - u_1 = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1 + q + q^2) = 13 \\ u_1 \cdot (q - 1)(1 + q + q^2) = 26 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1 + q + q^2) = 13 \\ q = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ q = 3 \end{cases}$$

$$\text{Vậy tổng } S_8 = \frac{u_1(1 - q^8)}{1 - q} = \frac{1(1 - 3^8)}{1 - 3} = 3280.$$

Câu 124: Tổng $S = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots$ có giá trị là:

A. $\frac{1}{9}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Ta có $S = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots$ là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) với $u_n = \frac{1}{3^n}$ có số hạng đầu $u_1 = \frac{1}{3}$, công sai $q = \frac{1}{3}$.

$$\text{Do đó } S = \frac{u_1}{1 - q} = \frac{\frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{1}{2}.$$

Câu 125: Cho dãy số (a_n) xác định bởi $a_1 = 2$, $a_{n+1} = -2a_n$, $n \geq 1$, $n \in \mathbb{N}$. Tính tổng của 10 số hạng đầu tiên của dãy số.

A. $\frac{2050}{3}$.

B. 2046.

C. -682.

D. -2046.

Lời giải

$$\text{Vì } \frac{a_{n+1}}{a_n} = -2 \text{ suy ra } (a_n) \text{ là một cấp số nhân với } \begin{cases} a_1 = 2 \\ q = -2 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } S_{10} = \frac{a_1(1 - q^{10})}{1 - q} = -682.$$

Câu 126: Tính tổng tất cả các số hạng của một cấp số nhân có số hạng đầu là $\frac{1}{2}$, số hạng thứ tư là 32 và số hạng cuối là 2048 ?



A. $\frac{1365}{2}$.

B. $\frac{5416}{2}$.

C. $\frac{5461}{2}$.

D. $\frac{21845}{2}$.

Lời giải

Theo bài ra ta có $u_1 = \frac{1}{2}$, $u_4 = 32$ và $u_n = 2048$.

$$u_4 = u_1 \cdot q^3 \Rightarrow 32 = \frac{1}{2} \cdot q^3 \Rightarrow q = 4$$

$$u_n = 2048 \Rightarrow u_1 \cdot q^{n-1} = 2048 \Rightarrow 4^{n-1} = 4^6 \Rightarrow n = 7$$

Khi đó tổng của cấp số nhân này là $S_7 = \frac{u_1(1-q^7)}{1-q} = \frac{\frac{1}{2}(1-4^7)}{1-4} = \frac{5461}{2}$.

Câu 127: Một cấp số nhân (u_n) có n số hạng, số hạng đầu $u_1 = 7$, công bội $q = 2$. Số hạng thứ n bằng 1792. Tính tổng n số hạng đầu tiên của cấp số nhân (u_n) ?

A. 5377.

B. 5737.

C. 3577.

D. 3775.

Lời giải

Ta có $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$

$$\Rightarrow 7 \cdot 2^{n-1} = 1792 \Leftrightarrow n = 9 \Rightarrow S_9 = 3577$$

Câu 128: Tính tổng cá số nhân lùi vô hạn $-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{8}, \dots, \frac{(-1)^2}{2^n}, \dots$ là.

A. -1.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $-\frac{1}{4}$.

D. $-\frac{1}{3}$.

Lời giải

Cấp số nhân có $u_1 = -\frac{1}{2}$ công bội $q = -\frac{1}{2}$ nên tổng của cấp số nhân lùi vô hạn là.

$$\lim S_n = \lim \frac{u_1(1-q^n)}{1-q} = \frac{u_1}{1-q} = -\frac{1}{3}$$

Câu 129: Giá trị của tổng $7 + 77 + 777 + \dots + 77\dots7$ bằng

A. $\frac{70}{9}(10^{2018} - 1) + 2018$.

B. $\frac{7}{9} \frac{10^{2018} - 10}{9} - 2018$.

C. $\frac{7}{9} \frac{10^{2019} - 10}{9} - 2018$.

D. $\frac{7}{9}(10^{2018} - 1)$.

Lời giải

Ta có $7 + 77 + 777 + \dots + 77\dots7$

$$= \frac{7}{9}(9 + 99 + 999 + \dots + 99\dots9) = \frac{7}{9}(10 - 1 + 10^2 - 1 + 10^3 - 1 + \dots + 10^{2018} - 1)$$

$$= \frac{7}{9}(10 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^{2018} - 2018)$$



Mặt khác, ta có $10+10^2+10^3+\dots+10^{2018}$ là tổng của một cấp số nhân với $u_1=10$ và công bội $q=10 \Rightarrow 10+10^2+10^3+\dots+10^{2018} = 10 \frac{10^{2018}-1}{9} = \frac{10^{2019}-10}{9}$.

Do đó $\frac{7}{9}(10+10^2+10^3+\dots+10^{2018}-2018) = \frac{7}{9} \frac{10^{2019}-10}{9} - 2018$.

Câu 130: Giá trị của tổng $4+44+444+\dots+44\dots4$ bằng

A. $\frac{40}{9}(10^{2018}-1)+2018$.

B. $\frac{4}{9}\left(\frac{10^{2019}-10}{9}-2018\right)$.

C. $\frac{4}{9}\left(\frac{10^{2019}-10}{9}+2018\right)$.

D. $\frac{4}{9}(10^{2018}-1)$.

Lời giải

Đặt $S = 4 + 44 + 444 + \dots + 44\dots4$. Ta có:

$$\frac{9}{4}S = 9 + 99 + 999 + \dots + 99\dots9 = (10-1) + (10^2-1) + (10^3-1) + \dots + (10^{2018}-1)$$

Suy ra: $\frac{9}{4}S = (10+10^2+10^3+\dots+10^{2018}) - 2018 = A - 2018$.

Với $A = 10+10^2+10^3+\dots+10^{2018}$ là tổng 2018 số hạng của một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1=10$, công bội $q=10$ nên ta có $A = u_1 \frac{1-q^{2018}}{1-q} = 10 \frac{1-10^{2018}}{-9} = \frac{10^{2019}-10}{9}$.

Do đó $\frac{9}{4}S = \frac{10^{2019}-10}{9} - 2018 \Leftrightarrow S = \frac{4}{9}\left(\frac{10^{2019}-10}{9} - 2018\right)$.

Câu 131: Cho dãy số xác định bởi $u_1=1$, $u_{n+1} = \frac{1}{3}\left(2u_n + \frac{n-1}{n^2+3n+2}\right)$; $n \in \mathbb{N}^*$. Khi đó u_{2018} bằng:

A. $u_{2018} = \frac{2^{2016}}{3^{2017}} + \frac{1}{2019}$.

B. $u_{2018} = \frac{2^{2018}}{3^{2017}} + \frac{1}{2019}$.

C. $u_{2018} = \frac{2^{2017}}{3^{2018}} + \frac{1}{2019}$.

D. $u_{2018} = \frac{2^{2017}}{3^{2018}} + \frac{1}{2019}$.

Lời giải

Ta có: $u_{n+1} = \frac{1}{3}\left(2u_n + \frac{n-1}{n^2+3n+2}\right) = \frac{1}{3}\left(2u_n + \frac{3}{n+2} - \frac{2}{n+1}\right) = \frac{2}{3}u_n + \frac{1}{n+2} - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{n+1}$.

$$\Leftrightarrow u_{n+1} - \frac{1}{n+2} = \frac{2}{3}\left(u_n - \frac{1}{n+1}\right) \quad (1)$$

Đặt $v_n = u_n - \frac{1}{n+1}$, từ (1) ta suy ra: $v_{n+1} = \frac{2}{3}v_n$.

Do đó (v_n) là cấp số nhân với $v_1 = u_1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$, công bội $q = \frac{2}{3}$.



Suy ra: $v_n = v_1 \cdot q^{n-1} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} \Leftrightarrow u_n - \frac{1}{n+1} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} \Leftrightarrow u_n = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} + \frac{1}{n+1}$.

Vậy $u_{2018} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{2017} + \frac{1}{2019} = \frac{2^{2016}}{3^{2017}} + \frac{1}{2019}$.

Câu 132: Cho dãy số (U_n) xác định bởi: $U_1 = \frac{1}{3}$ và $U_{n+1} = \frac{n+1}{3n} \cdot U_n$. Tổng $S = U_1 + \frac{U_2}{2} + \frac{U_3}{3} + \dots + \frac{U_{10}}{10}$ bằng:

- A. $\frac{3280}{6561}$. B. $\frac{29524}{59049}$. C. $\frac{25942}{59049}$. D. $\frac{1}{243}$.

Lời giải

Theo đề ta có: $U_{n+1} = \frac{n+1}{3n} \cdot U_n \Leftrightarrow \frac{U_{n+1}}{n+1} = \frac{1}{3} \cdot \frac{U_n}{n}$ mà $U_1 = \frac{1}{3}$ hay $\frac{U_1}{1} = \frac{1}{3}$

Nên ta có $\frac{U_2}{2} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \left(\frac{1}{3}\right)^2$; $\frac{U_3}{3} = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^3$; ...; $\frac{U_{10}}{10} = \left(\frac{1}{3}\right)^{10}$.

Hay dãy $\left(\frac{U_n}{n}\right)$ là một cấp số nhân có số hạng đầu $U_1 = \frac{1}{3}$, công bội $q = \frac{1}{3}$.

Khi đó $S = U_1 + \frac{U_2}{2} + \frac{U_3}{3} + \dots + \frac{U_{10}}{10} = \frac{1}{3} \cdot 2^2 \cdot \sqrt{3} = \frac{3^{10} - 1}{2 \cdot 3^{10}} = \frac{59048}{2 \cdot 3^{10}} = \frac{29524}{59049}$.

Câu 133: Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = 2u_{n-1} + 1; n \geq 2 \end{cases}$. Tổng $S = u_1 + u_2 + \dots + u_{20}$ bằng

- A. $2^{20} - 20$. B. $2^{21} - 22$. C. 2^{20} . D. $2^{21} - 20$.

Lời giải

$u_n = 2u_{n-1} + 1 \Leftrightarrow u_n + 1 = 2(u_{n-1} + 1)$

Đặt $v_n = u_n + 1$, ta có $v_n = 2v_{n-1}$ trong đó $v_1 = 2$

Vậy (v_n) là cấp số nhân có số hạng đầu $v_1 = 2$ và công bội bằng 2, nên số hạng tổng quát

$v_n = 2^n \Rightarrow u_n = v_n - 1 = 2^n - 1$

$\Rightarrow S = u_1 + u_2 + \dots + u_{20} = (2^1 - 1) + (2^2 - 1) + \dots + (2^{20} - 1) = (2^1 + 2^2 + \dots + 2^{20}) - 20$

$S = 2 \cdot (2^{20} - 1) - 20 = 2^{21} - 22$.

DẠNG 4. KẾT HỢP CẤP SỐ NHÂN VÀ CẤP SỐ CỘNG

Câu 134: Ba số theo thứ tự lập thành một cấp số nhân có số hạng cuối lớn hơn số hạng đầu 16 đơn vị. Ba số đó là các số hạng thứ nhất, thứ hai và thứ năm của một cấp số cộng. Tìm ba số đó.

- A. 2, 6, 18. B. 4, 8, 20. C. $\frac{1}{3}, \frac{7}{3}, \frac{49}{3}$. D. $4, 4\sqrt{5}, 20$.

Lời giải



Ta gọi ba số đó lần lượt là a, b, c và d là công sai của cấp số cộng.

Theo đề bài ta có:
$$\begin{cases} c = a + 16 \\ c = a + 4d \end{cases} \Rightarrow d = 4.$$

Ngoài ra $b^2 = ac \Leftrightarrow (a + 4)^2 = a(a + 16) \Leftrightarrow a = 2$

Suy ra $b = 6, c = 18$.

Vậy các số cần tìm là 2, 6, 18.

Câu 135: Ba số dương x, y, z theo thứ tự lập thành một cấp số cộng và có tổng bằng 30. Biết $x + 2; y + 2; z + 18$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân. Tính $T = x^2 + z^2$.

A. $T = 328$.

B. $T = 424$.

C. $T = 296$.

D. $T = 428$.

Lời giải

Theo tính chất của cấp số cộng, ta có $x + z = 2y$.

Kết hợp với giả thiết $x + y + z = 30$, ta suy ra $3y = 30 \Leftrightarrow y = 10$.

Gọi d là công sai của cấp số cộng thì $x = y - d = 10 - d$ và $z = y + d = 10 + d$.

$x + 2; y + 2; z + 18$ là cấp số nhân hay $12 - d; 12; 28 + d$.

Theo tính chất của cấp số nhân, ta có: $(12 - d)(28 + d) = 12^2 \Leftrightarrow d^2 + 16d - 192 = 0$.

$$\begin{cases} d = 8 \Rightarrow (x; y; z) = (2; 10; 18) \\ d = -24 \Rightarrow (x; y; z) = (34; 10; -14) \end{cases} (l)$$

$$T = x^2 + z^2 = 18^2 + 2^2 = 328.$$

Câu 136: Ba số x, y, z theo thứ tự lập thành một cấp số cộng tăng có tổng bằng 24. Nếu cộng thêm lần lượt các số 1, 4, 13 vào ba số x, y, z ta được ba số theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Tính giá trị biểu thức $P = x^2 + y^2 + z^2$.

A. 200.

B. 210.

C. 220.

D. 190.

Lời giải

Ba số x, y, z theo thứ tự lập thành một cấp số cộng có tổng bằng 24 nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y + z = 24 \\ x + z = 2y \end{cases} \Rightarrow 3y = 24 \Rightarrow y = 8.$$

Ta viết lại 3 số x, y, z lần lượt bằng $8 - d, 8, 8 + d$.

Nếu cộng thêm lần lượt các số 1, 4, 13 vào ba số x, y, z ta được ba số là $9 - d, 12, 21 + d$.

Vì ba số này theo thứ tự lập thành cấp số nhân nên ta có phương trình



$$(9-d)(21+d)=12^2$$

$$\Leftrightarrow d^2+12d-45=0 \Leftrightarrow \begin{cases} d=3 \\ d=-15 \end{cases}$$

Vì cặp số cộng tăng nên $d > 0 \Rightarrow d = 3 \Rightarrow$ ba số x, y, z lần lượt bằng 5, 8, 11.

$$\text{Suy ra } P = x^2 + y^2 + z^2 = 5^2 + 8^2 + 11^2 = 210.$$

Câu 137: Ba số theo thứ tự lập thành một cấp số nhân có số hạng cuối lớn hơn số hạng đầu 16 đơn vị. Ba số đó là các số hạng thứ nhất, thứ hai và thứ năm của một cấp số cộng. Tìm ba số đó.

- A.** 2, 6, 18. **B.** 4, 8, 20. **C.** $\frac{1}{3}, \frac{7}{3}, \frac{49}{3}$. **D.** $4, 4\sqrt{5}, 20$.

Lời giải

Ta gọi ba số đó lần lượt là a, b, c và d là công sai của cấp số cộng.

$$\text{Theo đề bài ta có: } \begin{cases} c = a + 16 \\ c = a + 4d \end{cases} \Rightarrow d = 4.$$

$$\text{Ngoài ra } b^2 = ac \Leftrightarrow (a+4)^2 = a(a+16) \Leftrightarrow a = 2$$

$$\text{Suy ra } b = 6, c = 18.$$

Vậy các số cần tìm là 2, 6, 18.

Câu 138: Cho ba số a, b, c là ba số liên tiếp của một cấp số cộng có công sai là 2. Nếu tăng số thứ nhất thêm 1, tăng số thứ hai thêm 1 và tăng số thứ ba thêm 3 thì được ba số mới là ba số liên tiếp của một cấp số nhân. Tính $(a+b+c)$.

- A.** 12. **B.** 18. **C.** 3. **D.** 9.

Lời giải

Chọn D

$$+) a, b, c \text{ là ba số hạng liên tiếp của cấp số cộng có công sai bằng } d = 2 \Rightarrow \begin{cases} b = a + 2 \\ c = a + 4 \end{cases}$$

+) Ba số $a+1, a+3, a+7$ là ba số hạng liên tiếp của một cấp số nhân

$$\Leftrightarrow (a+3)^2 = (a+1)(a+7) \Leftrightarrow a^2 + 6a + 9 = a^2 + 8a + 7 \Leftrightarrow 2a = 2 \Leftrightarrow a = 1.$$

$$\Rightarrow T = a + b + c = 3a + 6 = 9.$$

Câu 139: Cho ba số $x; 5; 2y$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng và ba số $x; 4; 2y$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân thì $|x-2y|$ bằng

- A.** $|x-2y|=10$. **B.** $|x-2y|=9$. **C.** $|x-2y|=6$. **D.** $|x-2y|=8$.

Lời giải

$$\text{Do ba số } x; 5; 2y \text{ theo thứ tự lập thành cấp số cộng, ta có: } S = x + 2y = 10 \quad (1)$$



Ta lại có ba số $x; 4; 2y$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân nên: $P = x.2y = 16$ (2)

Từ (1), (2) suy ra hai số $x; 2y$ là nghiệm của phương trình $X^2 - S.X + P = 0$ hay

$$X^2 - 10X + 16 = 0 \Rightarrow \begin{cases} X = 2 \\ X = 8 \end{cases}$$

Theo yêu cầu bài toán $|x - 2y| = |2 - 8| = 6$

Câu 140: Tính tổng của cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) biết $u_1 = 1$ và u_1, u_3, u_4 theo thứ tự là ba số hạng liên tiếp trong một cấp số cộng.

A. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

C. $\frac{1}{\sqrt{5}-1}$.

D. 2.

Lời giải

(u_n) là cấp số nhân lùi vô hạn có công bội q , suy ra $|q| < 1$ và $u_3 = u_1.q^2 = q^2, u_4 = u_1.q^3 = q^3$.

Mà và u_1, u_3, u_4 theo thứ tự là ba số hạng liên tiếp trong một cấp số cộng nên $u_1 + u_4 = 2u_3$.

Từ đó ta có $1 + q^3 = 2.q^2 \Leftrightarrow q^3 - 2.q^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow (q-1)(q^2 - q - 1) = 0 \Leftrightarrow q^2 - q - 1 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} q = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \\ q = \frac{1-\sqrt{5}}{2} \end{cases} \Rightarrow q = \frac{1-\sqrt{5}}{2}. \text{ Vậy } S = \frac{u_1}{1-q} = \frac{1}{1-\frac{1-\sqrt{5}}{2}} = \frac{2}{1+\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}.$$

Câu 141: Ba số phân biệt có tổng là 217 có thể coi là các số hạng liên tiếp của một cấp số nhân, cũng có thể coi là số hạng thứ 2, thứ 9, thứ 44 của một cấp số cộng. Hỏi phải lấy bao nhiêu số hạng đầu của cấp số cộng này để tổng của chúng bằng 820?

A. 20.

B. 42.

C. 21.

D. 17.

Lời giải

Gọi ba số đó là x, y, z . Do ba số là các số hạng thứ 2, thứ 9 và thứ 44 của một cấp số cộng nên ta có: $x; y = x + 7d; z = x + 42d$.

Theo giả thiết, ta có: $x + y + z = x + x + 7d + x + 42d = 3x + 49d = 217$.

Mặt khác, do x, y, z là các số hạng liên tiếp của một cấp số nhân nên:

$$y^2 = xz \Leftrightarrow (x+7d)^2 = x(x+42d) \Leftrightarrow d(-4x+7d) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} d = 0 \\ -4x+7d = 0 \end{cases}$$

Với $d = 0$, ta có: $x = y = z = \frac{217}{3}$. Suy ra $n = 820 : \frac{217}{3} = \frac{2460}{217} \notin \mathbb{N}$.

Với $-4x+7d = 0$, ta có: $\begin{cases} -4x+7d = 0 \\ 3x+49d = 217 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ d = 4 \end{cases}$. Suy ra $u_1 = 7 - 4 = 3$.



$$\text{Do đó, } S_n = 820 \Leftrightarrow \frac{[2u_1 + (n-1)d]n}{2} = 820 \Leftrightarrow \frac{[2.3 + 4(n-1)]n}{2} = 820 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 20 \\ n = -\frac{41}{2} \end{cases}$$

Vậy $n = 20$.

DẠNG 5. BÀI TOÁN THỰC TẾ VÀ MỘT SỐ BÀI TOÁN KHÁC

Câu 142: Người ta thiết kế một cái tháp 11 tầng. Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích của mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích mặt trên của tầng 1 bằng nửa diện tích của đế tháp. Tính diện tích mặt trên cùng.

- A. 8 m^2 . B. 6 m^2 . C. 10 m^2 . D. 12 m^2 .

Lời giải

Gọi $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{11}$ lần lượt là diện tích mặt trên của đế tháp, tầng 1, tầng 2, ..., tầng 11.

Khi đó ta có: $a_0 = 12288; a_n = \frac{1}{2} a_{n-1} = a_0 \left| \frac{1}{2} \right|^n, n = 1, 2, \dots, 11$.

Diện tích mặt trên tầng trên cùng là: $a_{11} = a_0 \frac{1}{2}^{11} = 12288 \frac{1}{2}^{11} = 6 \text{ (m}^2\text{)}$

Câu 143: Một hình vuông $ABCD$ có cạnh $AB = a$, diện tích S_1 . Nối 4 trung điểm A_1, B_1, C_1, D_1 theo thứ tự của 4 cạnh AB, BC, CD, DA ta được hình vuông thứ hai là $A_1B_1C_1D_1$ có diện tích S_2 . Tiếp tục như thế ta được hình vuông thứ ba $A_2B_2C_2D_2$ có diện tích S_3 và cứ tiếp tục như thế, ta được diện tích $S_4, S_5, \dots$. Tính $S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{100}$.

- A. $S = \frac{2^{100} - 1}{2^{99} a^2}$. B. $S = \frac{a(2^{100} - 1)}{2^{99}}$. C. $S = \frac{a^2(2^{100} - 1)}{2^{99}}$. D. $S = \frac{a^2(2^{99} - 1)}{2^{99}}$.

Lời giải

Dễ thấy: $S_1 = a^2; S_2 = \frac{a^2}{2}; S_3 = \frac{a^2}{4}; \dots; S_{100} = \frac{a^2}{2^{99}}$.

Như vậy $S_1, S_2, S_3, \dots, S_{100}$ là cấp số nhân với công bội $q = \frac{1}{2}$.

$$S = S_1 + S_2 + \dots + S_{100} = a^2 \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{99}} \right) = \frac{a^2(2^{100} - 1)}{2^{99}}$$

Câu 144: Dân số tỉnh Bình Phước theo điều tra vào ngày 1/1/2011 là 905300 người. Nếu duy trì tốc độ tăng trưởng dân số không đổi là 10% một năm thì đến 1/1/2020 dân số của tỉnh Bình Phước là bao nhiêu?

- A. 22582927. B. 02348115. C. 2134650. D. 11940591.

Lời giải

Sau 9 năm thì số dân của tỉnh Bình Phước là: $905300.1,1^9 \approx 2134650$ người.



Câu 145: Bạn A thả quả bóng cao su từ độ cao 10 m theo phương thẳng đứng. Mỗi khi chạm đất nó lại nảy lên theo phương thẳng đứng có độ cao bằng $\frac{3}{4}$ độ cao trước đó. Tính tổng quãng đường bóng đi được đến khi bóng dừng hẳn.

- A.** 40 m. **B.** 70 m. **C.** 50m. **D.** 80 m.

Lời giải

Các quãng đường khi bóng đi xuống tạo thành một cấp số nhân lùi vô hạn có $u_1 = 10$ và $q = \frac{3}{4}$.

$$\text{Tổng các quãng đường khi bóng đi xuống là } S = \frac{u_1}{1-q} = \frac{10}{1-\frac{3}{4}} = 40.$$

Tổng quãng đường bóng đi được đến khi bóng dừng hẳn $2S - 10 = 70$.

Câu 146: Một loại vi khuẩn sau mỗi phút số lượng tăng gấp đôi biết rằng sau 5 phút người ta đếm được có 64000 con hỏi sau bao nhiêu phút thì có được 2048000 con.

- A.** 10. **B.** 11. **C.** 26. **D.** 50.

Lời giải

Số lượng vi khuẩn tăng lên là cấp số nhân (u_n) với công bội $q = 2$.

Ta có:

$$u_6 = 64000 \Rightarrow u_1 \cdot q^5 = 64000 \Rightarrow u_1 = 2000.$$

Sau n phút thì số lượng vi khuẩn là u_{n+1} .

$$u_{n+1} = 2048000 \Rightarrow u_1 \cdot q^n = 2048000 \Rightarrow 2000 \cdot 2^n = 2048000 \Rightarrow n = 10.$$

Vậy sau 10 phút thì có được 2048000 con.

Câu 147: Trên một bàn cờ vua kích thước 8x8 người ta đặt số hạt thóc theo cách như sau. Ô thứ nhất đặt một hạt thóc, ô thứ hai đặt hai hạt thóc, các ô tiếp theo đặt số hạt thóc gấp đôi ô đứng liền kề trước nó. Hỏi phải tối thiểu từ ô thứ bao nhiêu để tổng số hạt thóc từ ô đầu tiên đến ô đó lớn hơn 20172018 hạt thóc.

- A.** 26 **B.** 23 **C.** 24 **D.** 25

Lời giải

Số thóc ở ô sau gấp đôi ở ô trước, đặt u_n là số thóc ở ô thứ n thì số thóc ở mỗi ô sẽ lập thành

$$\text{một cấp số nhân: } \begin{cases} u_1 = 1 = 2^0 \\ u_{n+1} = 2u_n = 2^n \end{cases}$$

Khi đó tổng số thóc từ ô đầu tới ô thứ k là $S_k = u_1 + u_2 + \dots + u_k = 1 + 2^1 + \dots + 2^{k-1}$

$$\text{Vậy } S_k = \frac{2^k - 1}{2 - 1} = 2^k - 1$$

Theo đề ta có: $2^k - 1 > 20172018 \Leftrightarrow 2^k > 20172019 \Leftrightarrow k > \log_2 20172019$



Vậy phải lấy tối thiểu từ ô thứ 25

Câu 148: Cho tam giác ABC cân tại đỉnh A , biết độ dài cạnh đáy BC , đường cao AH và cạnh bên AB theo thứ tự lập thành cấp số nhân với công bội q . Giá trị của q^2 bằng

- A. $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{2-\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$

Lời giải

Đặt $BC = a$; $AB = AC = b$; $AH = h$. Theo giả thiết ta có a, h, b lập cấp số nhân, suy ra

$$h^2 = ab. \text{ Mặt khác tam giác } ABC \text{ cân tại đỉnh } A \text{ nên } h^2 = m_a^2 = \frac{b^2 + b^2}{2} - \frac{a^2}{4}$$

$$\text{Do đó } \frac{b^2 + b^2}{2} - \frac{a^2}{4} = ab \Leftrightarrow a^2 + 4ab - 4b^2 = 0 \Leftrightarrow a = (2\sqrt{2} - 2)b$$

$$\text{Lại có } b = q^2 a \text{ nên suy ra } q^2 = \frac{b}{a} = \frac{1}{2\sqrt{2} - 2} = \frac{2\sqrt{2} + 2}{4} = \frac{\sqrt{2} + 1}{2}.$$

Câu 149: Cho dãy số (a_n) xác định bởi $a_1 = 5, a_{n+1} = q.a_n + 3$ với mọi $n \geq 1$, trong đó q là hằng số, $q \neq 0, q \neq 1$. Biết công thức số hạng tổng quát của dãy số viết được dưới dạng

$$a_n = \alpha.q^{n-1} + \beta \frac{1-q^{n-1}}{1-q}. \text{ Tính } \alpha + 2\beta?$$

- A. 13. B. 9. C. 11. D. 16.

Lời giải

$$\text{Cách 1. Ta có: } a_{n+1} - k = q(a_n - k) \Leftrightarrow k - kq = 3 \Leftrightarrow k = \frac{3}{1-q}$$

$$\text{Đặt } v_n = a_n - k \Rightarrow v_{n+1} = q.v_n = q^2.v_{n-1} = \dots = q^n.v_1$$

$$\text{Khi đó } v_n = q^{n-1}.v_1 = q^{n-1}.(a_1 - k) = q^{n-1}. \left(5 - \frac{3}{1-q} \right)$$

$$\text{Vậy } a_n = v_n + k = q^{n-1}. \left(5 - \frac{3}{1-q} \right) + k = q^{n-1}. \left(5 - \frac{3}{1-q} \right) + \frac{3}{1-q} = 5.q^{n-1} + 3. \frac{1-q^{n-1}}{1-q}.$$

$$\text{Do đó: } \alpha = 5; \beta = 3 \Rightarrow \alpha + 2\beta = 5 + 2.3 = 11.$$

Cách 2. Theo giả thiết ta có $a_1 = 5, a_2 = 5q + 3$. Áp dụng công thức tổng quát, ta được

$$\begin{cases} a_1 = \alpha.q^{1-1} + \beta \frac{1-q^{1-1}}{1-q} = \alpha \\ a_2 = \alpha.q^{2-1} + \beta \frac{1-q^{2-1}}{1-q} = \alpha q + \beta \end{cases}, \text{ suy ra } \begin{cases} 5 = \alpha \\ 5q + 3 = \alpha q + \beta \end{cases}, \text{ hay } \begin{cases} \alpha = 5 \\ \beta = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \alpha + 2\beta = 5 + 2.3 = 11$$

Câu 150: Cho bốn số a, b, c, d theo thứ tự đó tạo thành cấp số nhân với công bội khác 1. Biết tổng ba số hạng đầu bằng $\frac{148}{9}$, đồng thời theo thứ tự đó chúng lần lượt là số hạng thứ nhất, thứ tư và thứ tám của một cấp số cộng. Tính giá trị biểu thức $T = a - b + c - d$.

- A. $T = \frac{101}{27}$. B. $T = \frac{100}{27}$. C. $T = -\frac{100}{27}$. D. $T = -\frac{101}{27}$.



Lời giải

$$\text{Ta có } \begin{cases} ac = b^2 & (1) \\ bd = c^2 & (2) \\ a + b + c = \frac{148}{9} & (3) \end{cases}$$

Và cấp số cộng có $u_1 = a$, $u_4 = b$, $u_8 = c$. Gọi x là công sai của cấp số cộng. Vì cấp số nhân có công bội khác 1 nên $x \neq 0$.

$$\text{Ta có : } \begin{cases} b = a + 3x \\ c = a + 7x \end{cases} \quad (4).$$

$$\text{Từ (1) và (4) ta được : } a(a + 7x) = (a + 3x)^2 \Leftrightarrow ax - 9x^2 = 0.$$

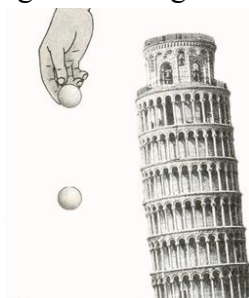
$$\text{Do } x \neq 0 \text{ nên } a = 9x.$$

$$\text{Từ (3) và (4), suy ra } 3a + 10x = \frac{148}{9}.$$

$$\text{Do đó : } \begin{cases} a = 4 \\ x = \frac{4}{9} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = \frac{16}{3} \\ c = \frac{64}{9} \\ d = \frac{256}{27} \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } T = a - b + c - d = \frac{-100}{27}.$$

Câu 151: Từ độ cao 55,8m của tháp nghiêng Pisa nước Italia người ta thả một quả bóng cao su chạm xuống đất. Giả sử mỗi lần chạm đất quả bóng lại nảy lên độ cao bằng $\frac{1}{10}$ độ cao mà quả bóng đạt trước đó. Tổng độ dài hành trình của quả bóng được thả từ lúc ban đầu cho đến khi nó nằm yên trên mặt đất thuộc khoảng nào trong các khoảng sau đây?



A. $(67m; 69m)$.

B. $(60m; 63m)$.

C. $(64m; 66m)$.

D. $(69m; 72m)$.

Lời giải

Gọi h_n là độ dài đường đi của quả bóng ở lần rơi xuống thứ n ($n \in \mathbb{N}^*$).



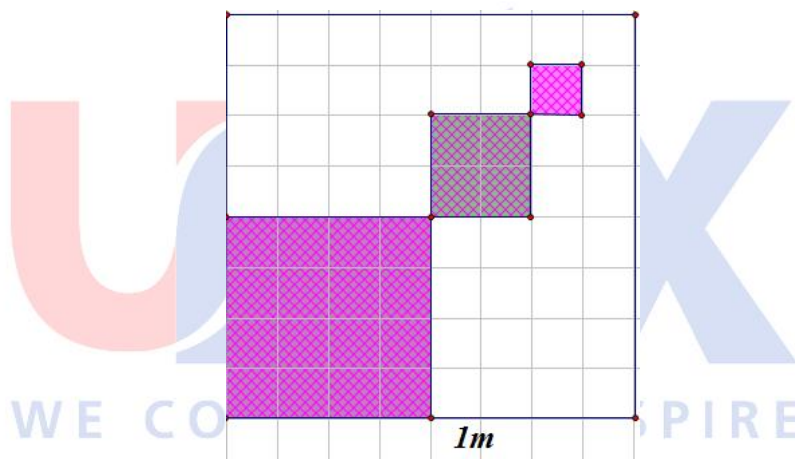
Gọi l_n là độ dài đường đi của quả bóng ở lần nảy lên thứ n ($n \in \mathbb{N}^*$).

Theo bài ra ta có $h_1 = 55,8$, $l_1 = \frac{1}{10} \cdot 55,8 = 5,58$ và các dãy số (h_n) , (l_n) là các cấp số nhân lùi vô hạn với công bội $q = \frac{1}{10}$.

Từ đó ta suy ra tổng độ dài đường đi của quả bóng là:

$$S = \frac{h_1}{1 - \frac{1}{10}} + \frac{l_1}{1 - \frac{1}{10}} = \frac{10}{9}(h_1 + l_1) = 68,2(m).$$

Câu 152: Để trang trí cho quán trà sữa sắp mở cửa của mình, bạn Việt quyết định tô màu một mảng tường hình vuông cạnh bằng 1m. Phần tô màu dự kiến là các hình vuông nhỏ được đánh số lần lượt là 1, 2, 3, ..., n, ..., trong đó cạnh của hình vuông kế tiếp bằng một nửa cạnh hình vuông trước đó. Giả sử quá trình tô màu của Việt có thể diễn ra nhiều giờ. Hỏi bạn Việt tô màu đến hình vuông thứ mấy thì diện tích của hình vuông được tô bắt đầu nhỏ hơn $\frac{1}{1000} (m^2)$?





Ta có: $(x-1)(x-3)(x-m)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=3 \\ x=m \end{cases}$.

Để phương trình có 3 nghiệm phân biệt thì: $m \notin \{1;3\}$.

Trường hợp 1: $m < 1 < 3$.

Để 3 số $m; 1; 3$ lập thành cấp số nhân tăng thì: $m \cdot 3 = 1^2 \Leftrightarrow m = \frac{1}{3}$

Cấp số nhân tăng đó là: $\frac{1}{3}; 1; 3$

Trường hợp 2: $1 < m < 3$.

Để 3 số $1; m; 3$ lập thành cấp số nhân tăng thì: $1 \cdot 3 = m^2 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \sqrt{3} \\ m = -\sqrt{3} \end{cases}$

Đối chiếu điều kiện $1 < m < 3$ ta chọn $m = \sqrt{3}$.

Cấp số nhân tăng đó là: $1; \sqrt{3}; 3$

Trường hợp 3: $1 < 3 < m$.

Để 3 số $1; 3; m$ lập thành cấp số nhân tăng thì: $1 \cdot m = 3^2 \Leftrightarrow m = 9$

Cấp số nhân tăng đó là: $1; 3; 9$

Vậy $m \in \left\{ \frac{1}{3}; \sqrt{3}; 9 \right\}$ thì phương trình $(x-1)(x-3)(x-m)=0$ có 3 nghiệm phân biệt lập thành cấp số nhân tăng.

Câu 154: Biết rằng tồn tại đúng hai giá trị của tham số m để phương trình $x^3 - 7x^2 + 2(m^2 + 6m)x - 8 = 0$ có ba nghiệm phân biệt lập thành một cấp số nhân. Tính tổng lập phương của hai giá trị đó.

A. -342.

B. -216.

C. 344.

D. 216.

Lời giải

Giả sử phương trình đã cho có 3 nghiệm là: x_1, x_2, x_3 .

Theo định lí Viet, tích 3 nghiệm: $x_1 x_2 x_3 = -\frac{d}{a} = 8$.

Vì ba nghiệm này lập thành một cấp số nhân nên $x_2^2 = x_1 x_3$. Do đó ta có: $x_2^3 = 8 \Leftrightarrow x_2 = 2$.

Thay $x = 2$ vào phương trình ta được: $4(m^2 + 6m) = 28 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -7 \end{cases}$.

Theo giả thiết hai giá trị này của m đều nhận.

Tổng lập phương của hai giá trị m là: $1^3 + (-7)^3 = -342$.



Câu 155: Cho dãy số (u_n) là một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 1$, công bội $q = 2$. Tính tổng

$$T = \frac{1}{u_1 - u_5} + \frac{1}{u_2 - u_6} + \frac{1}{u_3 - u_7} + \dots + \frac{1}{u_{20} - u_{24}}.$$

A. $\frac{1-2^{19}}{15.2^{18}}.$

B. $\frac{1-2^{20}}{15.2^{19}}.$

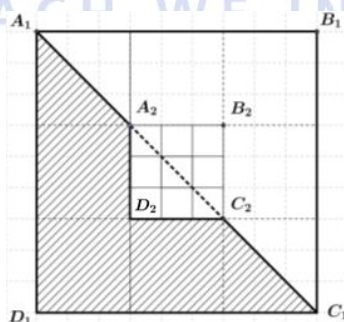
C. $\frac{2^{19}-1}{15.2^{18}}.$

D. $\frac{2^{20}-1}{15.2^{19}}.$

Lời giải

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{u_1 - u_5} + \frac{1}{u_2 - u_6} + \frac{1}{u_3 - u_7} + \dots + \frac{1}{u_{20} - u_{24}} \\ &= \frac{1}{u_1(1-q^4)} + \frac{1}{u_2(1-q^4)} + \frac{1}{u_3(1-q^4)} + \dots + \frac{1}{u_{20}(1-q^4)} \\ &= \frac{1}{1-q^4} \left(\frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_3} + \dots + \frac{1}{u_{20}} \right) \\ &= \frac{1}{1-q^4} \left(\frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_1 q} + \frac{1}{u_1 q^2} + \dots + \frac{1}{u_1 q^{19}} \right) \\ &= \frac{1}{1-q^4} \cdot \frac{1}{u_1} \left(1 + \frac{1}{q} + \frac{1}{q^2} + \dots + \frac{1}{q^{19}} \right) \\ &= \frac{1}{1-q^4} \cdot \frac{1}{u_1} \cdot \frac{\left(\frac{1}{q}\right)^{20} - 1}{\frac{1}{q} - 1} = \frac{1}{1-q^4} \cdot \frac{1}{u_1} \cdot \frac{1-(q)^{20}}{(1-q)q^{19}} = \frac{1-2^{20}}{15.2^{19}} \end{aligned}$$

Câu 156: Với hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ như hình vẽ bên, cách tô màu như phần gạch sọc được gọi là cách tô màu “đẹp”. Một nhà thiết kế tiến hành tô màu cho một hình vuông như hình bên, theo quy trình sau:



Bước 1: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_1B_1C_1D_1$.

Bước 2: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ là hình vuông ở chính giữa khi chia hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ thành 9 phần bằng nhau như hình vẽ.

Bước 3: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_3B_3C_3D_3$ là hình vuông ở chính giữa khi chia hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ thành 9 phần bằng nhau. Cứ tiếp tục như vậy. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu bước để tổng diện tích phần được tô màu chiếm 49,99%.

A. 9 bước.

B. 4 bước.

C. 8 bước.

D. 7 bước.

Lời giải



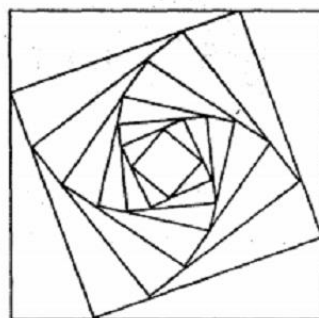
Gọi diện tích được tô màu ở mỗi bước là u_n , $n \in \mathbb{N}^*$. Để thấy dãy các giá trị u_n là một cấp số nhân với số hạng đầu $u_1 = \frac{4}{9}$ và công bội $q = \frac{1}{9}$.

Gọi S_k là tổng của k số hạng đầu trong cấp số nhân đang xét thì $S_k = \frac{u_1(q^k - 1)}{q - 1}$.

Để tổng diện tích phần được tô màu chiếm 49,99% thì $\frac{u_1(q^k - 1)}{q - 1} \geq 0,4999 \Leftrightarrow k \geq 3,8$.

Vậy cần ít nhất 4 bước.

Câu 157: Cho hình vuông (C_1) có cạnh bằng a . Người ta chia mỗi cạnh của hình vuông thành bốn phần bằng nhau và nối các điểm chia một cách thích hợp để có hình vuông (C_2) .



Từ hình vuông (C_2) lại tiếp tục làm như trên ta nhận được dãy các hình vuông $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n$. Gọi S_i là diện tích của hình vuông C_i ($i \in \{1, 2, 3, \dots\}$). Đặt $T = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n + \dots$. Biết $T = \frac{32}{3}$, tính a ?

- A. 2. B. $\frac{5}{2}$. C. $\sqrt{2}$. D. $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Cạnh của hình vuông (C_2) là: $a_2 = \sqrt{\left(\frac{3}{4}a\right)^2 + \left(\frac{1}{4}a\right)^2} = \frac{a\sqrt{10}}{4}$. Do đó diện tích

$$S_2 = \frac{5}{8}a^2 = \frac{5}{8}S_1.$$

Cạnh của hình vuông (C_3) là: $a_3 = \sqrt{\left(\frac{3}{4}a_2\right)^2 + \left(\frac{1}{4}a_2\right)^2} = \frac{a_2\sqrt{10}}{4} = a \left(\frac{\sqrt{10}}{4}\right)^2$. Do đó diện tích

$$S_3 = \left(\frac{5}{8}\right)^2 a^2 = \frac{5}{8}S_2. \text{ Lý luận tương tự ta có các } S_1, S_2, S_3, \dots, S_n, \dots \text{ tạo thành một dãy cấp số}$$

nhân lùi vô hạn có $u_1 = S_1$ và công bội $q = \frac{5}{8}$.

$$T = \frac{S_1}{1 - q} = \frac{8a^2}{3}. \text{ Với } T = \frac{32}{3} \text{ ta có } a^2 = 4 \Leftrightarrow a = 2.$$



Câu 158: Cho năm số a, b, c, d, e tạo thành một cấp số nhân theo thứ tự đó và các số đều khác 0, biết $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} + \frac{1}{e} = 10$ và tổng của chúng bằng 40. Tính giá trị $|S|$ với $S = abcde$.

- A. $|S|=42$. B. $|S|=62$. C. $|S|=32$. D. $|S|=52$.

Lời giải

Gọi q ($q \neq 0$) là công bội của cấp số nhân a, b, c, d, e . Khi đó $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}, \frac{1}{d}, \frac{1}{e}$ là cấp số nhân có công bội $\frac{1}{q}$.

Theo đề bài ta có

$$\begin{cases} a+b+c+d+e=40 \\ \frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+\frac{1}{d}+\frac{1}{e}=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \cdot \frac{1-q^5}{1-q} = 40 \\ \frac{1}{a} \cdot \frac{1-\left(\frac{1}{q}\right)^5}{1-\frac{1}{q}} = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \cdot \frac{1-q^5}{1-q} = 40 \\ \frac{1}{a} \cdot \frac{q^5-1}{q^4(q-1)} = 10 \end{cases} \Leftrightarrow a^2 q^4 = 4.$$

Ta có $S = abcde = a \cdot aq \cdot aq^2 \cdot aq^3 \cdot aq^4 = a^5 q^{10}$.

Nên $S^2 = (a^5 q^{10})^2 = (a^2 q^4)^5 = 4^5$.

Suy ra $|S| = \sqrt{4^5} = 32$.

Câu 159: Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} 5u_1 + \sqrt{5u_1 - u_2} = u_2 + 6 \\ u_{n+1} = 3u_n \end{cases} \forall n \in \mathbb{N}^*$. Giá trị nhỏ nhất của n để $u_n \geq 2.3^{2018}$ bằng:

- A. 2017. B. 2018. C. 2019. D. 2010

Lời giải

$$\begin{cases} 5u_1 + \sqrt{5u_1 - u_2} = u_2 + 6 & (1) \\ u_{n+1} = 3u_n \quad \forall n \in \mathbb{N}^* & (2) \end{cases}$$

Từ (1) có $5u_1 + \sqrt{5u_1 - u_2} = u_2 + 6 \Leftrightarrow (\sqrt{5u_1 - u_2})^2 + \sqrt{5u_1 - u_2} - 6 = 0$

$$\Leftrightarrow \sqrt{5u_1 - u_2} = 2 \Leftrightarrow 5u_1 - u_2 = 4.$$

Từ (2) có $u_{n+1} = 3u_n \Rightarrow u_2 = 3u_1$. Giải hệ $\begin{cases} 5u_1 - u_2 = 4 \\ u_2 = 3u_1 \end{cases}$ được $u_1 = 2$.

Dãy (u_n) là cấp số nhân với $\begin{cases} u_1 = 2 \\ q = 3 \end{cases}$ có SHTQ: $u_n = 2 \cdot 3^{n-1}$ với $n \in \mathbb{N}^*$

$$u_n \geq 2.3^{2018} \Leftrightarrow 2.3^{n-1} \geq 2.3^{2018} \Leftrightarrow n-1 \geq 2018 \Leftrightarrow n \geq 2019.$$



Vậy giá trị nhỏ nhất thỏa mãn là 2019.

Câu 160: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình sau có ba nghiệm phân biệt lập thành một cấp số nhân: $x^3 - 7x^2 + 2(m^2 + 6m)x - 8 = 0$.

- A. $m = -7$. B. $m = 1$.
 C. $m = -1$ hoặc $m = 7$. D. $m = 1$ hoặc $m = -7$.

Lời giải

+ Điều kiện cần: Giả sử phương trình đã cho có ba nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3 lập thành một cấp số nhân.

Theo định lý Vi-ét, ta có $x_1 x_2 x_3 = 8$.

Theo tính chất của cấp số nhân, ta có $x_1 x_3 = x_2^2$. Suy ra ta có $x_2^3 = 8 \Leftrightarrow x_2 = 2$.

$$m^2 + 6m - 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -7 \end{cases}$$

Với nghiệm $x=2$, ta có

+ Điều kiện đủ: Với $m = 1$ hoặc $m = -7$ thì $m^2 + 6m = 7$ nên ta có phương trình

$$x^3 - 7x^2 + 14x - 8 = 0.$$

Giải phương trình này, ta được các nghiệm là 1, 2, 4. Hiển nhiên ba nghiệm này lập thành một cấp số nhân với công bội $q = 2$.

Vậy $m = 1$ và $m = -7$ là các giá trị cần tìm. Chọn đáp án **D**.

Câu 161: Bốn góc của một tứ giác tạo thành cấp số nhân và góc lớn nhất gấp 27 lần góc nhỏ nhất. Tổng của góc lớn nhất và góc bé nhất bằng:

- A. 56° . B. 102° . C. 252° . D. 168° .

Lời giải.

Giả sử 4 góc A, B, C, D theo thứ tự đó lập thành cấp số nhân thỏa yêu cầu với công bội q . Ta có

$$\begin{cases} A + B + C + D = 360 \\ D = 27A \end{cases} \quad \begin{cases} A(1 + q + q^2 + q^3) = 360 \\ Aq^3 = 27A \end{cases} \quad \begin{cases} q = 3 \\ A = 9 \\ D = Aq^3 = 243 \end{cases} \quad A + D = 252.$$

Câu 162: Người ta thiết kế một cái tháp gồm 11 tầng. Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích của mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích mặt trên của tầng 1 bằng nửa diện tích của đế tháp. Tính diện tích mặt trên cùng.

- A. $6m^2$. B. $8m^2$. C. $10m^2$. D. $12m^2$.

Lời giải

Diện tích bề mặt của mỗi tầng lập thành một cấp số nhân có công bội $q = \frac{1}{2}$ và

$$u_1 = \frac{12288}{2} = 6144. \text{ Khi đó diện tích mặt trên cùng là}$$



$$u_{11} = u_1 q^{10} = \frac{6144}{2^{10}} = 6$$

Câu 163: Một tứ giác lồi có số đo các góc lập thành một cấp số nhân. Biết rằng số đo của góc nhỏ nhất bằng $\frac{1}{9}$ số đo của góc nhỏ thứ ba. Hãy tính số đo của các góc trong tứ giác đó.

A. $5^0, 15^0, 45^0, 225^0$. **B.** $9^0, 27^0, 81^0, 243^0$. **C.** $7^0, 21^0, 63^0, 269^0$. **D.** $8^0, 32^0, 72^0, 248^0$.

Lời giải

Gọi các góc của tứ giác là a, aq, aq^2, aq^3 , trong đó $q > 1$.

Theo giả thiết, ta có $a = \frac{1}{9} aq^2$ nên $q = 3$.

Suy ra các góc của tứ giác là $a, 3a, 9a, 27a$.

Vì tổng các góc trong tứ giác bằng 360^0 nên ta có: $a + 3a + 9a + 27a = 360^0 \Leftrightarrow a = 9^0$.

Do đó, phương án đúng là **B**.

Câu 164: Cho cấp số nhân (a_n) có $a_1 = 7$, $a_6 = 224$ và $S_k = 3577$. Tính giá trị của biểu thức $T = (k+1)a_k$.

A. $T = 17920$. **B.** $T = 8064$. **C.** $T = 39424$. **D.** $T = 86016$.

Lời giải

Ta có $a_6 = 224 \Leftrightarrow a_1 q^5 = 224 \Rightarrow q = 2$.

Do $S_k = \frac{a_1(1-q^k)}{1-q} = 7(2^k - 1)$ nên $S_k = 3577 \Leftrightarrow 7(2^k - 1) = 3577 \Leftrightarrow 2^k = 2^9 \Leftrightarrow k = 9$.

Suy ra $T = 10a_9 = 10a_1 q^8 = 17920$.

Vậy phương án đúng là **A**.

Câu 165: Các số $x+6y$, $5x+2y$, $8x+y$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng; đồng thời các số $x-1$, $y+2$, $x-3y$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân. Tính $x^2 + y^2$.

A. $x^2 + y^2 = 40$. **B.** $x^2 + y^2 = 25$. **C.** $x^2 + y^2 = 100$. **D.** $x^2 + y^2 = 10$.

Lời giải

Theo giả thiết ta có
$$\begin{cases} (x+6y) + (8x+y) = 2(5x+2y) \\ (x-1)(x-3y) = (y+2)^2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x &= 3y & x &= 3y & \begin{cases} x &= -6 \\ y &= -2 \end{cases} \\ (3y-1)(3y-3y) &= (y+2)^2 & 0 &= (y+2)^2 \end{aligned}$$

Suy ra $x^2 + y^2 = 40$. **Chọn A**

Câu 166: Ba số x ; y ; z theo thứ tự lập thành một cấp số nhân với công bội q khác 1; đồng thời các số x ; $2y$; $3z$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng với công sai khác 0. Tìm giá trị của q .



A. $q = \frac{1}{3}$.

B. $q = \frac{1}{9}$.

C. $q = -\frac{1}{3}$.

D. $q = -3$.

Lời giải

$$\begin{cases} y = xq; z = xq^2 \\ x + 3z = 2(2y) \end{cases} \Rightarrow x + 3xq^2 = 4xq \Rightarrow x(3q^2 - 4q + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 3q^2 - 4q + 1 = 0 \end{cases}$$

Nếu $x = 0 \Rightarrow y = z = 0 \Rightarrow$ công sai của cấp số cộng: $x; 2y; 3z$ bằng 0.

Nếu $3q^2 - 4q + 1 = 0 \quad \begin{cases} q = 1 \\ q = \frac{1}{3} \end{cases} \quad q = \frac{1}{3} (q \neq 1).$

Câu 167: Các số $x+6y, 5x+2y, 8x+y$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng, đồng thời, các số $x+\frac{5}{3}, y-1, 2x-3y$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân. Hãy tìm x và y .

A. $x = -3, y = -1$ hoặc $x = \frac{3}{8}, y = \frac{1}{8}$. **B.** $x = 3, y = 1$ hoặc $x = -\frac{3}{8}, y = -\frac{1}{8}$.

C. $x = 24, y = 8$ hoặc $x = -3, y = -1$. **D.** $x = -24, y = -8$ hoặc $x = 3, y = 1$

Lời giải

+ Ba số $x+6y, 5x+2y, 8x+y$ lập thành cấp số cộng nên

$$(x+6y) + (8x+y) = 2(5x+2y) \Leftrightarrow x = 3y.$$

+ Ba số $x+\frac{5}{3}, y-1, 2x-3y$ lập thành cấp số nhân nên $\left(x+\frac{5}{3}\right)(2x-3y) = (y-1)^2$.

Thay $x = 3y$ vào ta được $8y^2 + 7y - 1 = 0 \Leftrightarrow y = -1$ hoặc $y = \frac{1}{8}$.

Với $y = -1$ thì $x = -3$; với $y = \frac{1}{8}$ thì $x = \frac{3}{8}$.

Câu 168: Ba số x, y, z lập thành một cấp số cộng và có tổng bằng 21. Nếu lần lượt thêm các số 2; 3; 9 vào ba số đó thì được ba số lập thành một cấp số nhân. Tính $F = x^2 + y^2 + z^2$.

A. $F = 389$ hoặc $F = 395$.

B. $F = 395$ hoặc $F = 179$.

C. $F = 389$ hoặc $F = 179$.

D. $F = 441$ hoặc $F = 357$.

Lời giải

Theo tính chất của cấp số cộng, ta có $x + z = 2y$.

Kết hợp với giả thiết $x + y + z = 21$, ta suy ra $3y = 21 \Leftrightarrow y = 7$.

Gọi d là công sai của cấp số cộng thì $x = y - d = 7 - d$ và $z = y + d = 7 + d$.

Sau khi thêm các số 2; 3; 9 vào ba số x, y, z ta được ba số là $x+2, y+3, z+9$ hay $9-d, 10, 16+d$.

Theo tính chất của cấp số nhân, ta có $(9-d)(16+d) = 10^2 \Leftrightarrow d^2 + 7d - 44 = 0$.



Giải phương trình ta được $d = -11$ hoặc $d = 4$.

Với $d = -11$, cấp số cộng $18, 7, -4$. Lúc này $F = 389$.

Với $d = 4$, cấp số cộng $3, 7, 11$. Lúc này $F = 179$.

Câu 169: Cho bộ số a, b, c, d biết rằng a, b, c theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân công bội $q > 1$; còn b, c, d theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng. Tìm q biết rằng $a + d = 14$ và $b + c = 12$.

A. $q = \frac{18 + \sqrt{73}}{24}$.

B. $q = \frac{19 + \sqrt{73}}{24}$.

C. $q = \frac{20 + \sqrt{73}}{24}$.

D. $q = \frac{21 + \sqrt{73}}{24}$.

Lời giải

Giả sử a, b, c lập thành cấp số cộng công bội q Khi đó theo giả thiết ta có:

$$\begin{cases} b = aq, c = aq^2 \\ b + d = 2c \\ a + d = 14 \\ b + c = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} aq + d = 2aq^2 & (1) \\ a + d = 14 & (2) \\ a(q + q^2) = 12 & (3) \end{cases}$$

Nếu $q = 0 \Rightarrow b = c = 0 = d$

Nếu $q = -1 \Rightarrow b = -a; c = a \Rightarrow b + c = 0$.

Vậy $q \neq 0, q \neq -1$, từ và ta có: $d = 14 - a$ và $a = \frac{12}{q + q^2}$ thay vào ta được:

$$\frac{12q}{q + q^2} + \frac{14q^2 + 14q - 12}{q + q^2} = \frac{24q^3}{q + q^2} \Leftrightarrow 12q^3 - 7q^2 - 13q + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow (q + 1)(12q^2 - 19q + 6) = 0 \Leftrightarrow q = \frac{19 \pm \sqrt{73}}{24}$$

Vì $q > 1$ nên $q = \frac{19 + \sqrt{73}}{24}$.

Chọn B

Câu 170: Một người đem 100 triệu đồng đi gửi tiết kiệm với kỳ hạn 6 tháng, mỗi tháng lãi suất là 0,7% số tiền mà người đó có. Hỏi sau khi hết kỳ hạn, người đó được lĩnh về bao nhiêu tiền?

A. $10^8 \cdot (0,007)^5$

B. $10^8 \cdot (1,007)^5$

C. $10^8 \cdot (0,007)^6$

D. $10^8 \cdot (1,007)^6$

Lời giải

Số tiền ban đầu là $M_0 = 10^8$.

Đặt $r = 0,7\% = 0,007$.

Số tiền sau tháng thứ nhất là $M_1 = M_0 + M_0 r = M_0 (1 + r)$.

Số tiền sau tháng thứ hai là $M_2 = M_1 + M_1 r = M_0 (1 + r)^2$.

Lập luận tương tự, ta có số tiền sau tháng thứ sáu là $M_6 = M_0 (1 + r)^6$.

Do đó $M_6 = 10^8 (1,007)^6$.

Câu 171: Tỷ lệ tăng dân số của tỉnh M là 1,2%. Biết rằng số dân của tỉnh M hiện nay là 2 triệu người. Nếu lấy kết quả chính xác đến hàng nghìn thì sau 9 năm nữa số dân của tỉnh M sẽ là bao nhiêu?

A. 10320 nghìn người.

B. 3000 nghìn người.

C. 2227 nghìn người.

D. 2300 nghìn người.

Lời giải



Đặt $P_0 = 2000000 = 2 \cdot 10^6$ và $r = 1,2\% = 0,012$.

Gọi P_n là số dân của tỉnh M sau n năm nữa.

Ta có: $P_{n+1} = P_n + P_n r = P_n (1+r)$.

Suy ra (P_n) là một cấp số nhân với số hạng đầu P_0 và công bội $q = 1+r$.

Do đó số dân của tỉnh M sau 10 năm nữa là: $P_9 = P_0 (1+r)^9 = 2 \cdot 10^6 (1,012)^9 \approx 2227000$.

Câu 172: Tế bào E. Coli trong điều kiện nuôi cấy thích hợp cứ 20 phút lại nhân đôi một lần. Nếu lúc đầu có 10^{12} tế bào thì sau 3 giờ sẽ phân chia thành bao nhiêu tế bào?

A. $1024 \cdot 10^{12}$ tế bào. **B.** $256 \cdot 10^{12}$ tế bào. **C.** $512 \cdot 10^{12}$ tế bào. **D.** $512 \cdot 10^{13}$ tế bào.

Lời giải

Lúc đầu có 10^{12} tế bào và mỗi lần phân chia thì một tế bào tách thành hai tế bào nên ta có cấp số nhân với $u_1 = 10^{12}$ và công bội $q = 2$.

Do cứ 20 phút phân đôi một lần nên sau 3 giờ sẽ có 9 lần phân chia tế bào. Ta có u_9 là số tế bào nhận được sau 3 giờ. Vậy, số tế bào nhận được sau 3 giờ là $u_9 = u_1 q^9 = 512 \cdot 10^{12}$.

