



DÃY SỐ

CẤP SỐ CỘNG – CẤP SỐ NHÂN

BÀI 6: CẤP SỐ NHÂN



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1: Cho cấp số nhân có $u_1 = \frac{1}{2}, q = -2$. Số -1024 là số hạng thứ mấy của cấp số nhân đã cho?

Lời giải

Trả lời: 12

Ta có:

$$u_n = -1024 \Leftrightarrow u_1 \cdot q^{n-1} = -1024 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot (-2)^{n-1} = -1024 \Leftrightarrow (-2)^{n-1} = (-2)^{11} \Leftrightarrow n = 12.$$

Vậy số -1024 là số hạng thứ 12 của cấp số nhân đã cho.

Câu 2: Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_1 + u_5 = 51; u_2 + u_6 = 102$. Hỏi số 12288 là số hạng thứ mấy của cấp số nhân (u_n) ?

Lời giải

Trả lời: 13

Gọi q là công bội của cấp số nhân đã cho. Theo đề bài, ta có

$$\begin{cases} u_1 + u_5 = 51 \\ u_2 + u_6 = 102 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1 + q^4) = 51 \\ u_1 q(1 + q^4) = 102 \end{cases} \Rightarrow q = 2 \Rightarrow u_1 = 3 \Rightarrow u_n = 3 \cdot 2^{n-1}.$$

$$\text{Mặt khác } u_n = 12288 \Leftrightarrow 3 \cdot 2^{n-1} = 12288 \Leftrightarrow 2^{n-1} = 2^{12} \Leftrightarrow n = 13.$$

Câu 3: Cho cấp số nhân (u_n) thỏa: $\begin{cases} u_4 = \frac{2}{27} \\ u_3 = 243u_8 \end{cases}$. Số $\frac{2}{6561}$ là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số?

Lời giải

Trả lời: 9

Gọi q là công bội của cấp số. Theo giả thiết ta có:

$$\begin{cases} u_1 q^3 = \frac{2}{27} \\ u_1 q^2 = 243 u_1 q^7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q^3 = \frac{2}{27} \\ q^5 = \frac{1}{243} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = \frac{1}{3} \\ u_1 = 2 \end{cases}$$

$$\text{b) Ta có: } u_n = \frac{2}{3^{n-1}} \Rightarrow u_n = \frac{2}{6561} \Leftrightarrow 3^{n-1} = 6561 = 3^8 \Rightarrow n = 9$$

Vậy $\frac{2}{6561}$ là số hạng thứ 9 của cấp số.



Câu 4: Tìm số hạng đầu của một cấp số nhân, biết rằng công bội là 3, tổng số các số hạng là 728 và số hạng cuối là 486.

Lời giải

Trả lời: 2

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \begin{cases} q = 3 \\ S_n = 728 \\ u_n = 486 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} q = 3 \\ u_1 \frac{1-q^n}{1-q} = 728 \\ u_1 \cdot q^{n-1} = 486 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = 3 \\ u_1 \frac{1-q^n}{1-q} = 728 \\ u_1 \cdot q^{n-1} = 486 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = 3 \\ u_1(1-q^n) = 728(1-q) \\ u_1 \cdot q^n = 486q \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} q = 3 \\ u_1 - u_1 \cdot q^n = 728(1-q) \\ u_1 \cdot q^n = 486q \end{cases} \\ &\Rightarrow u_1 - 486 \cdot 3 = 728(1-3) \Rightarrow u_1 = 2. \end{aligned}$$

Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$, công bội $q = -2$. Hỏi -192 là số hạng thứ bao nhiêu của (u_n) ?

Lời giải

Trả lời: 7

$$\text{Ta có } u_n = u_1 \cdot q^{n-1} \Rightarrow -192 = -3 \cdot (-2)^{n-1} \Rightarrow (-2)^{n-1} = 64 \Rightarrow n = 7.$$

Câu 6: Kí hiệu S_n là tổng n số hạng đầu của một cấp số nhân. Biết $S_3 = 1; S_6 = 9$. Tính giá trị S_{10} . (làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải

Trả lời: 146

$$\text{Nếu } q = 1 \text{ suy ra } S_3 = 3u_1 \Leftrightarrow u_1 = \frac{1}{3}. \text{ Khi đó } S_6 = 6 \cdot u_1 = 2 \neq 9.$$

$$\text{Nếu } q \neq 1 \text{ ta có } S_3 = u_1 \frac{1-q^3}{1-q} = 1$$

$$\text{Lại có: } S_6 = u_1 \cdot \frac{1-q^6}{1-q} = u_1 \cdot \left(\frac{1-q^3}{1-q} \right) \cdot (1+q^3) = S_3 \cdot (1+q^3) = 9 \Leftrightarrow q^3 = 8 \Leftrightarrow q = 2.$$

$$\text{Thay vào ta được } u_1 = \frac{1}{7}.$$

$$\text{Khi đó } S_{10} = u_1 \cdot \frac{1-q^{10}}{1-q} = \frac{1}{7} \cdot \left(\frac{1-2^{10}}{1-2} \right) = \frac{1023}{7} \approx 146$$

Câu 7: Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_4 - u_2 = 36 \\ u_5 - u_3 = 72 \end{cases}$. Tổng 10 số hạng đầu của cấp số nhân trên là

Lời giải

Trả lời: 6318

$$\begin{cases} 36 = u_4 - u_2 = u_1 q (q^2 - 1) \\ 72 = u_5 - u_3 = u_1 q^2 (q^2 - 1) = [u_1 q (q^2 - 1)] q = 36q \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = 2 \\ u_1 = \frac{36}{q(q^2 - 1)} = 6 \end{cases}$$



Với $\begin{cases} q = 2 \\ u_1 = 6 \end{cases} \Rightarrow S_{10} = \frac{u_1(1-q^{10})}{1-q} = \frac{6(1-2^{10})}{1-2} = 6138.$

Câu 8: Cho cấp số nhân (u_n) thỏa $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 13 \\ u_4 - u_1 = 26 \end{cases}$. Tổng 8 số hạng đầu của cấp số nhân (u_n) là:

Lời giải

Trả lời: 3280

Gọi q là công bội của cấp số nhân, ta có:

$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 13 \\ u_4 - u_1 = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1+q+q^2) = 13 \\ u_1(q^3-1) = 26 \end{cases} \Rightarrow \frac{q^3-1}{1+q+q^2} = \frac{26}{13} \Rightarrow q-1=2 \Rightarrow q=3 \Rightarrow u_1=1$$

Vậy $S_8 = \frac{1(1-3^8)}{1-3} = 3280.$

Câu 9: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$, công bội $q = 2$. Biết $S_n = 21$. Tìm n ?

Lời giải

Trả lời: 3

Ta có: $S_n = \frac{u_1(1-q^n)}{1-q} = \frac{3(1-2^n)}{1-2} = 21 \Leftrightarrow 1-2^n = -7 \Leftrightarrow 2^n = 8 \Leftrightarrow n = 3.$

Câu 10: Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_1 = 5, u_5 = 405$ và tổng $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n = 1820$. Tìm n .

Lời giải

Trả lời: 6

Ta có: $\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_5 = 405 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 5 \\ u_1 q^4 = 405 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 5 \\ q^4 = \frac{405}{u_1} = 81 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 5 \\ q = \pm 3 \end{cases}.$

Trường hợp 1: $u_1 = 5; q = 3.$

$$S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n = 1820 \quad (n \in \mathbb{N}^*)$$

$$\Leftrightarrow u_1 \frac{1-q^n}{1-q} = 1820 \Leftrightarrow \frac{1-3^n}{1-3} = \frac{1820}{5} \Leftrightarrow 3^n = 729 \Leftrightarrow n = 6.$$

Trường hợp 2: $u_1 = 5; q = -3.$

$$S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n = 1820 \quad (n \in \mathbb{N}^*) \Leftrightarrow u_1 \frac{1-q^n}{1-q} = 1820 \Leftrightarrow \frac{1-(-3)^n}{1+3} = \frac{1820}{5}$$

$$\Leftrightarrow (-3)^n = -1455 \Leftrightarrow n \in \emptyset, \forall n \in \mathbb{N}^*. \text{ Vậy } n = 6.$$

Câu 11: Viết thêm bốn số vào giữa hai số 160 và 5 để được một cấp số nhân gồm sáu số hạng. Tìm tổng tất cả các số hạng của cấp số nhân đó.

Lời giải

Trả lời: 315

Gọi (u_n) là cấp số nhân lập được và q là công bội của cấp số nhân đó.

Cấp số nhân cần lập có dạng: $160; u_2; u_3; u_4; u_5; 5.$



Ta có:
$$\begin{cases} u_1 = 160 \\ u_6 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 160 \\ u_1 q^5 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 160 \\ 160 q^5 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 160 \\ q = \frac{1}{2} \end{cases}.$$

Tổng các số hạng của cấp số nhân là:
$$S_6 = \frac{u_1(1-q^6)}{1-q} = \frac{160 \left[1 - \left(\frac{1}{2} \right)^6 \right]}{\frac{1}{2}} = 315.$$

Câu 12: Cho cấp số nhân (u_n) có $S_2 = 4$ và $S_3 = 13$ (trong đó S_2, S_3 theo thứ tự là tổng của hai và của ba số hạng đầu của cấp số nhân). Tìm S_5 là tổng của năm số hạng đầu của cấp số nhân có công bội dương

Lời giải

Trả lời: 121.

Ta có: $u_3 = S_3 - S_2 = 9 \Rightarrow u_1 q^2 = 9 \Rightarrow u_1 = \frac{9}{q^2}$ (1) (vì $q \neq 0$).

Mặt khác $S_2 = 4$ nên $u_1 + u_1 q = 4$. (2)

Thay (1) vào (2), ta có: $\frac{9}{q^2} + \frac{9}{q} = 4 \Leftrightarrow 4q^2 - 9q - 9 = 0 \Leftrightarrow q = 3$ hoặc $q = -\frac{3}{4}$.

Với $q = 3$ thì $u_1 = 1$, khi đó:

$$S_5 = \frac{u_1(1-q^5)}{1-q} = \frac{1(1-3^5)}{1-3} = 121.$$

Câu 13: Tìm số hạng đầu của một cấp số nhân có 4 số hạng, biết tổng 3 số hạng đầu bằng $\frac{148}{9}$, đồng thời theo thứ tự chúng là số hạng thứ 1, thứ 4, thứ 8 của một cấp số cộng có công sai khác 0.

Lời giải

Trả lời: 4

Gọi 4 số hạng đầu của cấp số nhân đã cho là u_1, u_2, u_3, u_4 ; công bội của cấp số nhân là q , công sai của cấp số cộng là d ($d \neq 0$).

Tổng 3 số hạng đầu của cấp số nhân bằng $\frac{148}{9}$ nên:

$$u_1 + u_2 + u_3 = \frac{148}{9} \Leftrightarrow u_1 + u_1 \cdot q + u_1 \cdot q^2 = \frac{148}{9}$$

Do u_1, u_2, u_3 theo thứ tự chúng là số hạng thứ 1, thứ 4, thứ 8 của một cấp số cộng có công sai $d \neq 0$ nên:

$$\begin{cases} u_1 \cdot q = u_1 + 3d & (2) \\ u_1 \cdot q^2 = u_1 + 7d & (3) \end{cases}$$

Nhân phương trình với 7 và nhân phương trình với 3; sau đó trừ hai phương trình theo vế ta được: $u_1(3q^2 - 7q + 4) = 0$

Từ phương trình ta có $u_1 \neq 0$. Khi đó $(3) \Leftrightarrow 3q^2 - 7q + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} q = 1 \\ q = \frac{4}{3} \end{cases}.$



+) Với $q = 1$, thay vào suy ra $u_2 = u_2 = u_3 = \frac{148}{27}$

+) Với $q = \frac{4}{3}$, thay vào suy ra $u_1 = 4$, $u_2 = \frac{16}{3}$, $u_3 = \frac{64}{9}$, $u_4 = \frac{256}{27}$.

Vậy, 4 số hạng đầu của cấp số nhân là $u_1 = 4$, $u_2 = \frac{16}{3}$, $u_3 = \frac{64}{9}$, $u_4 = \frac{256}{27}$.

Câu 14: Cho bốn số nguyên dương, trong đó ba số đầu lập thành một cấp số cộng, ba số sau lập thành một cấp số nhân. Biết rằng tổng của số hạng đầu và cuối là 11, tổng của hai số hạng giữa là 10. Tính tích các số đó.

Lời giải

Trả lời: 432

+ Gọi bốn số phải tìm là u_1, u_2, u_3, u_4 , ta có

+ Ba số đầu lập thành cấp số cộng, giả sử là $u_2 - d, u_2, u_2 + d$, với d là công sai

+ Ba số sau lập thành cấp số nhân, khi đó có dạng u_2, u_2q, u_2q^2 , với q là công bội, $q > 0$

+ Theo giả thiết ta có
$$\begin{cases} 2u_2 + d = u_2(1 + q) = 10 & (1) \\ u_2 - d + u_2q^2 = 11 & (2) \end{cases}$$

+ Từ suy ra $u_2 = \frac{10 - d}{2} = \frac{10}{1 + q} \Rightarrow d = 10 - \frac{20}{1 + q}$

+ Từ suy ra $u_2 = \frac{11 + d}{1 + q^2}$, do đó $\frac{11 + d}{1 + q^2} = \frac{10}{1 + q}$ (4)

+ Thay d ở vào hệ thức và rút gọn, ta được phương trình $10q^2 - 21q + 9 = 0$.

+ Giải ra được $q = \frac{3}{2}, q = \frac{3}{5}$.

+ Với $q = \frac{3}{5}$ không thỏa mãn, vì các số u_1, u_2, u_3, u_4 không nguyên.

+ Với $q = \frac{3}{2}$ thì $u_2 = \frac{10}{1 + \frac{3}{2}} = 4, u_3 = 4 \cdot \frac{3}{2} = 6, u_4 = 6 \cdot \frac{3}{2} = 9$ và $u_1 = 11 - u_4 = 11 - 9 = 2$.

Suy ra bốn số cần tìm là 2, 4, 6, 9. Vậy tích các số đó là 432.

Câu 15: Cho 3 số dương có tổng là 65 lập thành một cấp số nhân tăng, nếu bớt một đơn vị ở số hạng thứ nhất và 19 đơn vị ở số hạng thứ ba ta được một cấp số cộng. Tìm số dương lớn nhất trong 3 số đó

Lời giải

Trả lời: 45

Gọi u_1, u_2, u_3 theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân.

Theo đề: $u_1 - 1; u_3 - 19$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng.

Ta có:
$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 65 \\ u_1 - 1 + u_3 - 19 = 2u_2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 65 \\ u_1 - 2u_2 + u_3 = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1 \cdot q + u_1 \cdot q^2 = 65 \\ u_1 - 2u_1 \cdot q + u_1 \cdot q^2 = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1 + q + q^2) = 65 & (1) \\ u_1(1 - 2q + q^2) = 20 & (2) \end{cases}$$



$$\begin{aligned} \text{Lấy } \frac{(1)}{(2)} &\Leftrightarrow \frac{1+q+q^2}{1-2q+q^2} = \frac{65}{20} = \frac{13}{4} \Leftrightarrow 4(1+q+q^2) = 13(1-2q+q^2) \\ &\Leftrightarrow 9q^2 - 30q + 9 = 0 \Leftrightarrow q = 3 \quad \vee \quad q = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

Vì u_1, u_2, u_3 theo thứ tự lập thành cấp số nhân tăng dần nên chọn $q = 3 \Rightarrow u_1 = 5$

Vậy $u_1 = 5; u_2 = 15; u_3 = 45$.

Câu 16: Người ta thiết kế một cái tháp gồm 11 tầng. Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích của mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích mặt trên của tầng 1 bằng nửa diện tích của đế tháp. Tính diện tích mặt trên cùng.

Lời giải

Trả lời: 6

Diện tích bề mặt của mỗi tầng lập thành một cấp số nhân có công bội $q = \frac{1}{2}$ và

$$u_1 = \frac{12288}{2} = 6144. \text{ Khi đó diện tích mặt trên cùng là}$$

$$u_{11} = u_1 q^{10} = \frac{6144}{2^{10}} = 6.$$

Câu 17: Bạn A thả quả bóng cao su từ độ cao 10 m theo phương thẳng đứng. Mỗi khi chạm đất nó lại nảy lên theo phương thẳng đứng có độ cao bằng $\frac{3}{4}$ độ cao trước đó. Tính tổng quãng đường bóng đi được đến khi bóng dừng hẳn.

Lời giải

Trả lời: 70

Các quãng đường khi bóng đi xuống tạo thành một cấp số nhân lùi vô hạn có $u_1 = 10$ và $q = \frac{3}{4}$.

$$\text{Tổng các quãng đường khi bóng đi xuống là } S = \frac{u_1}{1-q} = \frac{10}{1-\frac{3}{4}} = 40.$$

Tổng quãng đường bóng đi được đến khi bóng dừng hẳn $2S - 10 = 70$.

Câu 18: Người ta thiết kế một tòa tháp 13 tầng. Biết rằng diện tích bề mặt sàn của mỗi tầng bằng $\frac{\sqrt{2}}{2}$ diện tích bề mặt sàn của tầng ngay bên dưới và diện tích mặt sàn của tầng 1 bằng nửa diện tích của đế tháp. Tính diện tích mặt sàn tầng 13 của tháp biết đế tháp có diện tích là $640(m^2)$.

Lời giải

Trả lời: 5

Vì diện tích bề mặt sàn của mỗi tầng bằng $\frac{\sqrt{2}}{2}$ diện tích bề mặt sàn của tầng ngay bên dưới nên

diện tích bề mặt của mỗi tầng lập thành **một cấp số nhân** với công bội $q = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Vì diện tích

mặt sàn của tầng 1 bằng nửa diện tích của đế tháp nên CSN trên có $u_1 = \frac{640}{2} = 320(m^2)$.

$$\text{Khi đó diện tích mặt sàn tầng 13 là } u_{13} = u_1 q^{12} = 320 \left| \frac{\sqrt{2}}{2} \right|^{12} = 5(m^2).$$



Câu 19: Một loại thuốc được dùng mỗi ngày một lần. Lúc đầu nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân tăng nhanh, nhưng mỗi liều kế tiếp có tác dụng ít hơn liều trước đó. Lượng thuốc trong máu ở ngày thứ nhất là 50mg , và mỗi ngày sau đó giảm chỉ còn một nửa so với ngày kế trước đó. Tính tổng lượng thuốc trong máu của bệnh nhân sau khi dùng thuốc 10 ngày liên tiếp. (làm tròn đến phần mười)

Lời giải

Trả lời: 99,9

Lượng thuốc trong máu mỗi ngày của bệnh nhân lập thành cấp số nhân với số hạng đầu là 50 và công bội $q = 0.5$

Tổng lượng thuốc trong máu 10 ngày liên tiếp chính là tổng 10 số hạng đầu của cấp số nhân

này và bằng: $S_n = \frac{50[1 - (0.5)^{10}]}{1 - 0.5} = 99.902(\text{mg})$.

Câu 20: Số đo ba kích thước của hình hộp chữ nhật lập thành một cấp số nhân. Biết thể tích của khối hộp là 3375cm^3 và diện tích toàn phần là 1950cm^2 . Tính tổng số đo ba kích thước của hình hộp chữ nhật đó.

Lời giải

Trả lời: 65

Gọi ba kích thước của hình hộp lập thành một cấp số nhân lần lượt là x , xq , xq^2 (cm), $x, q > 0$

Vì thể tích của khối hộp là 3375cm^3 nên $x \cdot xq \cdot xq^2 = 3375 \Leftrightarrow x^3 \cdot q^3 = 3375 \Leftrightarrow xq = 15$.

Vì diện tích toàn phần là 1950cm^2 nên

$$2xq \cdot xq^2 + 2x \cdot xq + 2x \cdot xq^2 = 1950 \Leftrightarrow x^2 q^2 \cdot q + x \cdot xq + x^2 q^2 = 975 \Leftrightarrow 15^2 \cdot q + x \cdot 15 + 15^2 = 975$$

$$\Leftrightarrow 225q + 15x = 750 \Leftrightarrow x = 50 - 15q.$$

Thay $x = 50 - 15q$ vào $xq = 15$, ta được $(50 - 15q) \cdot q = 15 \Leftrightarrow \begin{cases} q = 3 \\ q = \frac{1}{3} \end{cases}$

Với $q = 3 \Rightarrow x = 5 \Rightarrow$ độ dài ba kích thước là 5; 15; 45.

Với $q = \frac{1}{3} \Rightarrow x = 45 \Rightarrow$ độ ba kích thước là 45; 15; 5.

Vậy tổng độ dài ba kích thước là $45 + 15 + 5 = 65$.

Câu 21: Một tam giác có ba cạnh lập thành một cấp số nhân. Biết cạnh lớn nhất hơn cạnh nhỏ nhất 10cm và độ dài 3 cạnh đều là số tự nhiên. Tính tổng độ dài ba cạnh của tam giác đã cho.

Lời giải

Trả lời: 38

Gọi độ dài ba cạnh của tam giác là $a; b; c$ (cm)

Không mất tính tổng quát giả sử $0 < c < b < a$.

Theo bài ra, ta có :

$$\begin{cases} a = c + 10 \\ b^2 = ac \\ a, b, c \in \mathbb{N} \end{cases}$$

Do đó:



$$b^2 = c(c+10) \Leftrightarrow c^2 + 10c + 25 - b^2 = 25 \Leftrightarrow (c+5-b)(c+5+b) = 25$$

Suy ra $(c+5+b) \in \mathcal{O}(25) = \{\pm 1; \pm 5; \pm 25\}$ mà $c+5+b > c+5-b; c+5+b > 0$ nên ta chỉ có một trường hợp:

$$\begin{cases} c+5+b=25 \\ c+5-b=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c+b=20 \\ c-b=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=8 \\ b=12 \end{cases}$$

Do đó: $a = c+10 = 18$

Câu 22: Tìm số ở giữa của ba số khác nhau biết chúng tạo thành cấp số cộng có tổng bằng 6, nếu hoán đổi vị trí số hạng thứ nhất và số hạng thứ hai đồng thời giữ nguyên số hạng thứ ba ta được cấp số nhân.

Lời giải

Trả lời: 2

Gọi ba số cần tìm là u_1, u_2, u_3 với u_1, u_2, u_3 đôi một khác nhau.

• u_1, u_2, u_3 tạo thành cấp số cộng với công sai $d \neq 0$ nên $u_2 = u_1 + d, u_3 = u_1 + 2d$.

Hơn nữa, $u_1 + u_2 + u_3 = 6 \Leftrightarrow u_1 + (u_1 + d) + (u_1 + 2d) = 6 \Leftrightarrow u_1 + d = 2$.

• u_2, u_1, u_3 tạo thành cấp số nhân hay $u_1 + d, u_1, u_1 + 2d$ tạo thành cấp số nhân
 $\Leftrightarrow (u_1 + d)(u_1 + 2d) = u_1^2$

$$\Leftrightarrow (u_1 + d)(u_1 + d + d) = u_1^2 \Leftrightarrow 2(2 + 2 - u_1) = u_1^2 \Leftrightarrow u_1^2 + 2u_1 - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ u_1 = -4 \end{cases}$$

Với $u_1 = 2$, suy ra $d = 0$: không thỏa mãn.

Với $u_1 = -4$, suy ra $d = 6$. Vậy ba số cần tìm là $-4, 2, 8$.

Câu 23: Bốn góc của một tứ giác tạo thành cấp số nhân và góc lớn nhất gấp 27 lần góc nhỏ nhất. Tổng của góc lớn nhất và góc bé nhất bằng (đơn vị độ)

Lời giải

Trả lời: 252

Giả sử 4 góc A, B, C, D theo thứ tự đó lập thành cấp số nhân thỏa yêu cầu với công bội q . Ta có

$$\begin{cases} A+B+C+D=360^\circ \\ D=27A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A(1+q+q^2+q^3)=360^\circ \\ Aq^3=27A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q=3 \\ A=9^\circ \\ D=Aq^3=243^\circ \end{cases} \Rightarrow A+D=252^\circ$$

Câu 24: Bạn Ngọc thả một quả bóng cao su từ độ cao $20(m)$ so với mặt đất, mỗi lần chạm đất quả bóng lại nảy lên một độ cao bằng bốn phần năm độ cao lần rơi trước. Biết rằng quả bóng luôn chuyển động vuông góc với mặt đất. Tính tổng quãng đường quả bóng đã di chuyển được.

Lời giải

Trả lời: 180

Ta có quãng đường bóng bay bằng tổng quãng đường bóng nảy lên và quãng đường bóng rơi xuống.

Vì mỗi lần bóng nảy lên bằng $\frac{4}{5}$ lần nảy trước nên ta có tổng quãng đường bóng nảy lên là

$$S_1 = 20 \cdot \frac{4}{5} + 20 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^2 + 20 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^3 + \dots + 20 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^n + \dots$$



Đây là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu $u_1 = 20 \cdot \frac{4}{5} = 16$ và công bội $q = \frac{4}{5}$.

$$\text{Suy ra } S_1 = \frac{16}{1 - \frac{4}{5}} = 80.$$

Tổng quãng đường bóng rơi xuống bằng khoảng cách độ cao ban đầu và tổng quãng đường bóng nảy lên nên là $S_2 = 20 + 20 \cdot \left(\frac{4}{5}\right) + 20 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^2 + \dots + 20 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^n + \dots$

Đây là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn với số hạng đầu $v_1 = 20$ và công bội $q = \frac{4}{5}$.

$$\text{Suy ra } S_2 = \frac{20}{1 - \frac{4}{5}} = 100.$$

Vậy tổng quãng đường bóng bay là $S = S_1 + S_2 = 180$.

Câu 25: Theo báo cáo của Chính phủ, dân số của nước ta tính đến tháng 12 năm 2018 là 95,93 triệu người, nếu tỉ lệ tăng trưởng dân số trung bình hằng năm là 1,33% thì dân số nước ta vào tháng 12 năm 2025 là bao nhiêu? (Tính theo đơn vị triệu người, làm tròn đến hàng phần mười)

Lời giải

Trả lời: 105,2

Theo tỉ lệ tăng trưởng 1,33% thì:

- Tháng 12 năm 2019, dân số nước ta là:

$$u_1 = 95,93 + 95,93 \cdot \frac{1,33}{100} = 95,93 \left(1 + \frac{1,33}{100}\right) \text{ (triệu người)}.$$

- Tháng 12 năm 2020, dân số nước ta là:

$$\begin{aligned} u_2 &= 95,93 \left(1 + \frac{1,33}{100}\right) + 95,93 \left(1 + \frac{1,33}{100}\right) \cdot \frac{1,33}{100} \\ &= 95,93 \left(1 + \frac{1,33}{100}\right) \left(1 + \frac{1,33}{100}\right) = 95,93 \left(1 + \frac{1,33}{100}\right)^2 \text{ (triệu người)}. \end{aligned}$$

- Theo quy luật đó, ta biết dân số nước ta vào tháng 12 năm thứ n kể từ năm 2019 được tính

$$\text{theo công thức } u_n = 95,93 \left(1 + \frac{1,33}{100}\right)^n \text{ (triệu người)}.$$

- Vậy vào tháng 12 năm 2025 (tức $n = 2025 - 2018 = 7$), dân số nước ta là:

$$u_7 = 95,93 \left(1 + \frac{1,33}{100}\right)^7 \approx 105,23 \text{ (triệu người)}.$$

Câu 26: Trong năm đầu tiên đi làm, anh An được nhận lương là 10 triệu đồng mỗi tháng. Cứ hết một năm, anh An lại được tăng lương, mỗi tháng năm sau tăng 12% so với mỗi tháng năm trước. Mỗi khi lĩnh lương anh An đều cất đi phần lương tăng so với năm ngay trước để tiết kiệm mua ô tô. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm thì anh An mua được ô tô giá 500 triệu biết rằng anh An được gia đình hỗ trợ 32% giá trị chiếc xe?

Lời giải

Trả lời: 13

Số tiền anh An cần tiết kiệm là $500 - 500 \cdot 0,32 = 340$.



Gọi số tiền mà anh An nhận được ở mỗi tháng trong năm đầu tiên là $u_1 = 10$.

Thì số tiền mà anh An nhận được ở mỗi tháng trong năm thứ hai là

$$u_2 = u_1 \cdot (1 + 0,12) = u_1 \cdot 1,12.$$

Số tiền mà anh An nhận được ở mỗi tháng trong năm thứ ba là

$$u_3 = u_1 \cdot (1 + 0,12)^2 = u_1 \cdot (1,12)^2.$$

...

Số tiền mà anh An nhận được ở mỗi tháng trong năm thứ n là

$$u_n = u_1 \cdot (1 + 0,12)^{n-1} = u_1 \cdot (1,12)^{n-1}.$$

Vậy số tiền mà anh An tiết kiệm được sau n năm là

$$12 \cdot (u_2 - u_1 + u_3 - u_2 + \dots + u_{n-1} - u_{n-2} + u_n - u_{n-1}) = 12 \cdot (u_n - u_1) = 12 \cdot [u_1 \cdot (1,12)^{n-1} - u_1].$$

Theo bài ta có: $12 \cdot [u_1 \cdot (1,12)^{n-1} - u_1] = 340 \Leftrightarrow 12 \cdot u_1 \cdot [(1,12)^{n-1} - 1] = 340$

$$\Leftrightarrow (1,12)^{n-1} = \frac{23}{6} \Leftrightarrow n \approx 12,86 \Rightarrow n = 13.$$

Vậy sau ít nhất 13 năm thì anh An sẽ tiết kiệm đủ tiền để mua ô tô.

Câu 27: Ta biết rằng trong một hồ sen, số lá sen ngày hôm sau bằng 3 lần số lá sen ngày hôm trước. Biết rằng nếu ngày đầu có 1 lá sen thì tới ngày thứ 15 hồ sẽ đầy lá sen. Hỏi nếu ngày đầu có 9 lá sen thì tới ngày thứ mấy hồ sẽ đầy lá sen?

Lời giải

Trả lời: 13

Gọi u_n là số lá sen ngày thứ n . Khi đó (u_n) là cấp số nhân có công bội $q = 3$.

Nếu số lá sen ngày đầu là $1 = 3^0$ thì $u_1 = 1$, số lá sen ngày thứ 15 là $u_{15} = u_1 q^{14} = 1 \cdot 3^{14} = 3^{14}$.

Như vậy để hồ đầy lá thì cần 3^{14} lá.

Nếu số lá sen ngày đầu là 9 thì $u_1 = 9$, số lá sen ngày thứ n là $u_n = u_1 q^{n-1} = 9 \cdot 3^{n-1} = 3^{n+1}$.

Để hồ đầy lá sen thì cần 3^{14} lá nên $3^{n+1} = 3^{14} \Leftrightarrow n+1 = 14 \Leftrightarrow n = 13$.

Vậy đến ngày thứ 13 thì hồ đầy lá.

Câu 28: Một đội thợ công nhân dùng gạch cỡ $30 \times 30 \text{ cm}$ để lát nền cho một toà tháp gồm 7 tầng theo cấu trúc diện tích mặt sàn của tầng trên bằng một nửa diện tích mặt sàn của tầng dưới. Biết diện tích mặt đáy của tháp là 16 m^2 , hỏi đội công nhân dự định dùng tối thiểu khoảng bao nhiêu viên gạch?

Lời giải

Trả lời: 353

Giả sử diện tích mặt sàn tầng 1 là $S_1 \text{ (m}^2\text{)}$.

Suy ra, diện tích mặt sàn tầng 2 là $S_2 = \frac{1}{2} S_1 \text{ (m}^2\text{)}$;

Diện tích mặt sàn tầng 3 là $S_3 = \frac{1}{2} S_2 = \frac{1}{2^2} S_1 \text{ (m}^2\text{)}$;

.....

Diện tích mặt sàn tầng 7 là $S_7 = \frac{1}{2^6} S_1 \text{ (m}^2\text{)}$.



Tổng diện tích mặt sàn của toà tháp là $S = S_1 + S_2 + \dots + S_7 = S_1 \cdot \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^6}\right)$

$$= S_1 \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^7}{1 - \frac{1}{2}} = 16 \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^7}{1 - \frac{1}{2}} = 31,75 \text{ m}^2.$$

Số viên gạch cần dùng là $31,75 : (0,3 \cdot 0,3) \approx 353$ viên.

Vậy phải dùng tối thiểu 353 viên gạch.

Câu 29: Vào năm 2020, dân số của một quốc gia là khoảng 97 triệu người và tốc độ tăng trưởng dân số là 0,91%. Nếu tốc độ tăng trưởng dân số này được giữ nguyên hằng năm, hãy ước tính dân số của quốc gia đó vào năm 2030.

Lời giải

Trả lời: 106,2

Giả sử dân số của quốc gia đó là N . Vì tốc độ tăng trưởng dân số là 0,91% nên sau một năm, số dân tăng thêm là 0,91%. N .

Vậy dân số của quốc gia đó vào năm sau là: $N + 0,91\% \cdot N = 100,91\% \cdot N = 1,0091N$.

Như vậy, dân số của quốc gia đó sau mỗi năm lập thành một cấp số nhân với số hạng đầu $u_1 = N$ và công bội $q = 1,0091$.

Theo bài ra ta có: $u_1 = 97$ ứng với năm 2020.

Ta có: $2030 - 2020 = 10$.

Dân số của quốc gia đó vào năm 2030 chính là dân số của quốc gia sau 10 năm kể từ năm 2020, ứng với u_{11} và $u_{11} = u_1 \cdot q^{10} = 97 \cdot 1,0091^{10} \approx 106,2$ triệu người.

Vậy nếu tốc độ tăng trưởng dân số được giữ nguyên hằng năm thì dân số của quốc gia đó vào năm 2030 xấp xỉ khoảng 106,2 triệu người.

Câu 30: Theo ước tính, kể từ lúc mới mua, cứ sau mỗi 200 lần sạc thì pin của điện thoại Iphone sẽ giảm 5% so với chu kỳ 200 lần sạc trước đó. Hỏi sau 1200 lần sạc thì pin của điện thoại Iphone còn lại bao nhiêu phần trăm so với lúc mới mua? (làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 73,51

Dung lượng pin sau mỗi 200 lần sạc kể từ lúc mới mua lập thành cấp số nhân có công bội $q = 0,95$ và số hạng đầu $u_1 = 100\%$.

Dung lượng pin của điện thoại Iphone sau 1200 lần sạc còn lại so với lúc mới mua là $u_7 = u_1 \cdot q^6 = 100\% \cdot (0,95)^6 \approx 73,51\%.$

Câu 31: Cho ba số có tổng là 3 lập thành cấp số cộng với công sai khác 0, nếu thêm 3 đơn vị vào số thứ nhất, thêm 1 đơn vị vào số thứ hai đồng thời giữ nguyên số thứ ba ta được cấp số nhân. Tìm tích ba số ban đầu.

Lời giải.

Trả lời: -8

Gọi ba số ban đầu là: $a; b; c$.

Vì ba số có tổng là 3 lập thành cấp số cộng với công sai khác 0 nên

$$\begin{cases} a+b+c=3 \\ a+c=2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3b=3 \\ a+c=2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=1 \\ a+c=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=1 \\ a=2-c \end{cases}.$$



Nếu thêm 3 đơn vị vào số thứ nhất, thêm 1 đơn vị vào số thứ hai đồng thời giữ nguyên số thứ ba ta được ba số $a+3; 2; c$ lập thành cấp số nhân nên: $(a+3).c = 2^2$.

$$\text{Suy ra: } (2-c+3).c = 4 \Leftrightarrow -c^2 + 5c - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 1 \Rightarrow a = 1, b = 1 \text{ (KTM)} \\ c = 4 \Rightarrow a = -2, b = 1 \text{ (TM)} \end{cases}$$

Vậy ba số ban đầu là $a = -2, b = 1; c = 4$ nên tích các số là $-2.1.4 = -8$.

Câu 32: Một công ty trách nhiệm hữu hạn thực hiện việc trả lương cho các kỹ sư theo phương thức sau: Mức lương của quý làm việc đầu tiên cho công ty là 23,6 triệu đồng/quý, và kể từ quý làm việc thứ hai, mức lương sẽ được tăng thêm 2,5 triệu đồng mỗi quý. Hãy tính tổng số tiền lương một kỹ sư nhận được sau 3 năm làm việc cho công ty (kết quả tính theo đơn vị triệu đồng, làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

Trả lời: 448

Số tiền lương của kỹ sư là một cấp số cộng với số hạng đầu $u_1 = 23,6$ và công sai $d = 2,5$

Sau 3 năm = 12 quý, tổng số tiền lương một kỹ sư nhận được sau ba năm làm việc cho công ty là:

$$S_{12} = \frac{12}{2}(2.23,6 + 11.2,5) = 448,2 \text{ (triệu đồng)}.$$

Câu 33: Đầu mùa thu hoạch sầu riêng, bác An đã bán cho người thứ nhất nửa số sầu riêng thu hoạch được và nửa quả, bán cho người thứ hai nửa số sầu riêng còn lại và nửa quả, bán cho người thứ ba nửa số sầu riêng còn lại và nửa quả, ... Đến lượt người thứ bảy bác cũng bán nửa số sầu riêng còn lại và nửa quả thì hết số lượng sầu riêng nhà bác An thu hoạch được. Hỏi bác An đã thu hoạch được bao nhiêu quả sầu riêng đầu mùa?

Lời giải

Trả lời: 127

Gọi x là số quả sầu riêng thu hoạch được đầu mùa của bác An.

Số lượng sầu riêng người khách hàng thứ nhất đã mua là $\frac{x}{2} + \frac{1}{2} = \frac{x+1}{2}$ quả.

Số lượng sầu riêng người khách hàng thứ hai đã mua là $\frac{1}{2}\left(x - \frac{x+1}{2}\right) + \frac{1}{2} = \frac{x+1}{2^2}$.

Số lượng sầu riêng người khách hàng thứ ba đã mua là $\frac{1}{2}\left(x - \frac{x+1}{2} - \frac{x+1}{2^2}\right) + \frac{1}{2} = \frac{x+1}{2^3}$ quả.

Tương tự, số lượng sầu riêng người khách hàng thứ bảy đã mua là $\frac{x+1}{2^7}$ quả.

Ta có phương trình $\frac{x+1}{2} + \frac{x+1}{2^2} + \dots + \frac{x+1}{2^7} = x \Leftrightarrow (x+1)\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^7}\right) = x \quad (*)$

Ta có $\frac{1}{2}; \frac{1}{2^2}; \dots; \frac{1}{2^7}$ là một cấp số nhân có số hạng đầu tiên $u_1 = \frac{1}{2}$ và công bội $q = \frac{1}{2}$.

$$\text{Ta có } \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^7} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^7}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{127}{128}.$$



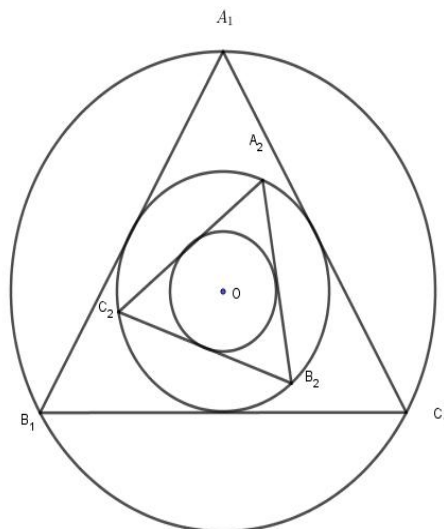
Do đó (*) $\Leftrightarrow (x+1) \cdot \frac{127}{128} = x \Leftrightarrow x = 127$

Vậy bác An đầu mùa đã thu hoạch được 127 quả sầu riêng.

Câu 34: Cho một hình tròn tâm O bán kính là $R = 60m$. Dựng tam giác đều $A_1B_1C_1$ nội tiếp đường tròn, sau đó lấy đường tròn nội tiếp tam giác $A_1B_1C_1$. Cứ tiếp tục làm quá trình như trên. Diện tích của tam giác $A_9B_9C_9$ là

Lời giải

Trả lời: 0,285



Ta có $R = 60m = OA_1$, suy ra trong tam giác AOB_1 ta

$$\text{có } A_1B_1^2 = 2OA_1^2 - 2OA_1^2 \cdot \cos 120^\circ \Rightarrow A_1B_1^2 = 2 \cdot 60^2 + 2 \cdot 60^2 \cdot \frac{1}{2} = 10800m^2.$$

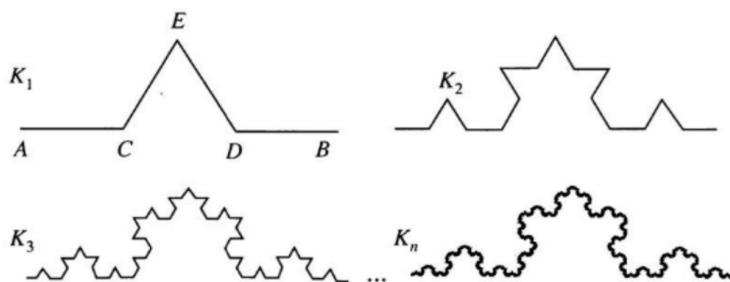
Mà các tam giác $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, \dots$ có độ dài các cạnh là cấp số nhân với công bội $q_c = \frac{1}{2}$.

Nên diện tích các tam giác $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, \dots$ là cấp số nhân với công bội $q_s = \frac{1}{4}$.

$$S_1 = S_{A_1B_1C_1} = \frac{A_1B_1^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{10800\sqrt{3}}{4} = 2700\sqrt{3}m^2.$$

$$S_9 = S_1 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^8 = 0,285m^2.$$

Câu 35: Đường Von Kốc (von Koch) là một hình được xây dựng bằng phương pháp lặp như sau: Từ đoạn thẳng AB ban đầu ta chia nó thành ba phần bằng nhau $AC = CD = DB$, dựng tam giác đều CED rồi bỏ đi khoảng CD ta được đường gấp khúc $ACEDB$ kí hiệu là K_1 . Lặp lại quy tắc đó cho các đoạn AC, CE, ED, DB ta được đường gấp khúc K_2 (hình vẽ minh họa). Tiếp tục quá trình này ta được các đường gấp khúc $K_3, K_4 \dots$. Biết đoạn thẳng AB có độ dài 2 mét. Tính độ dài đường gấp khúc K_{10} (đơn vị: mét, làm tròn đến hàng phần chục).



Lời giải

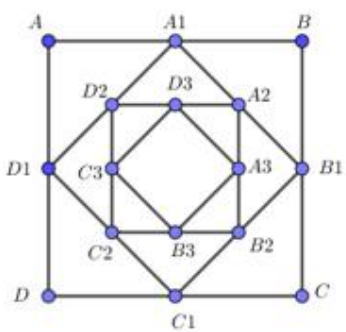
Trả lời: 35,5.

Số cạnh của K_n là 4^n .

Độ dài mỗi cạnh của K_n là $\frac{AB}{3^n}$.

Đoạn thẳng AB có độ dài 2 mét, độ dài đường gấp khúc $K_{10} = \frac{2}{3^{10}} \cdot 4^{10} = 35,5$.

Câu 36: Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Người ta dựng hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ có cạnh bằng $\frac{1}{2}$ đường chéo của hình vuông $ABCD$; dựng hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ có cạnh bằng $\frac{1}{2}$ đường chéo của hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ và cứ tiếp tục như vậy. Giả sử cách dựng trên có thể tiến ra vô hạn. Biết tổng diện tích S của tất cả các hình vuông $ABCD, A_1B_1C_1D_1, A_2B_2C_2D_2$ bằng 32. Tính a .



Lời giải

Trả lời: 4

Diện tích của hình vuông $ABCD$ là $S_1 = a^2$

Diện tích của hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ là $S_2 = \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{2}$

Tương tự diện tích $S_3; S_4; \dots$ lần lượt là $\frac{a^2}{4}; \frac{a^2}{8}; \dots$

Các diện tích này lập thành một CSN lùi vô hạn với $u_1 = a^2; q = \frac{1}{2}$

Biết tổng diện tích S của tất cả các hình vuông $ABCD, A_1B_1C_1D_1, A_2B_2C_2D_2$ bằng 32.

Ta có: $S = \frac{a^2}{1 - \frac{1}{2}} = 32 \Leftrightarrow a^2 = 16 \Leftrightarrow a = 4$ (do $a > 0$)

Vậy $a = 4$.



Câu 37: Anh An gửi 100 triệu vào ngân hàng với kì hạn 1 năm và hưởng lãi suất 5,4%/năm theo thể thức lãi kép. Sau khi gửi được tròn 9 tháng, anh cần dùng đến 100 triệu trên để sửa nhà. Nhân viên ngân hàng đã đưa ra cho anh hai phương án như sau:

* **Phương án 1:** Anh rút hết tiền trước kì hạn. Khi đó toàn bộ số tiền anh gửi sẽ được tính lãi với lãi suất không kì hạn là 0,2%/năm (tính theo thể thức lãi kép với kì hạn 1 tháng).

* **Phương án 2:** Anh thế chấp sổ tiết kiệm đó để vay ngân hàng 100 triệu. Khi đó, toàn bộ số tiền vay sẽ phải chịu lãi suất 8%/năm (tính theo thể thức lãi kép với kì hạn 1 tháng). Đủ kì hạn 1 năm của khoản tiền gửi, anh sẽ rút hết tiền và trả hết nợ cho ngân hàng.

Nếu làm theo phương án 2 thì anh được lợi bao nhiêu triệu đồng so với phương án 1 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Trả lời: 3,24

* **Phương án 1:** Anh rút hết tiền trước kì hạn $T_9 = 100 \cdot \left(1 + \frac{1}{12} \cdot 0,2\%\right)^9 \approx 100,1501$ (triệu đồng)

* **Phương án 2:** Anh thế chấp sổ tiết kiệm đó để vay ngân hàng 100 triệu. Số tiền anh An phải trả cho ngân hàng sau 3 tháng là $T_3 = 100 \cdot \left(1 + \frac{1}{12} \cdot 8\%\right)^3 \approx 102,01336$ (triệu đồng).

Số tiền anh An nhận được tiền gửi 100 triệu sau 1 năm là $100 \cdot (1 + 5,4\%) = 105,4$ (triệu đồng).

Sau khi trả tiền cho ngân hàng, số tiền còn lại là $105,4 - 102,01336 = 3,3866$ (triệu đồng).

Số tiền anh An làm theo phương án 2 thì anh được lợi so với phương án 1 là $3,3866 - 0,1501 \approx 3,24$ (triệu đồng).

Câu 38: Ở một trung tâm xử lý dữ liệu, lượng dữ liệu được xử lý mỗi ngày trong một tháng được dự định tính bởi công thức

$$u_{n+1} = (1+a)u_n \quad (n \geq 1),$$

trong đó u_n (có đơn vị là đvdl) là lượng dữ liệu được xử lý ở ngày thứ n (tính từ ngày đầu tháng), a là hằng số dương. Trong ngày đầu tháng (ngày mùng một), trung tâm xử lý được 2^8 đvdl và tổng lượng dữ liệu xử lý được trong ba ngày đầu là $\frac{91}{25} \cdot 2^8$ đvdl.

Trong quá trình hoạt động, nhà quản lý nhận thấy nếu giữ nguyên cách xử lý như trên thì các bộ phận xử lý sẽ quá tải, nên đưa ra phương án mới để xử lý lượng dữ liệu mỗi ngày như sau:

- Trong bốn ngày đầu, vẫn giữ nguyên cách xử lý mỗi ngày như cũ.
- Kể từ ngày thứ năm trở đi, lượng dữ liệu cần xử lý mỗi ngày tăng thêm 25 đvdl so với ngày liền trước đó.

Theo phương án mới được đưa ra, tổng số đơn vị dữ liệu mà trung tâm xử lý được từ ngày mùng một đến hết ngày 15 trong tháng là bao nhiêu đơn vị dữ liệu (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

Lời giải

Trả lời: 8588

Lượng dữ liệu được xử lý mỗi ngày trong một tháng được tính theo một cấp số nhân với $u_1 = 2^8, q = 1+a$. (với $a > 0$).

Theo đề bài, ta có: $S_3 = \frac{91}{25} \cdot 2^8 \Rightarrow 2^8 \cdot \frac{1-q^3}{1-q} = \frac{91}{25} \cdot 2^8 \Rightarrow \frac{1-q^3}{1-q} = \frac{91}{25} \Rightarrow q = \frac{6}{5}$.



Lượng dữ liệu được xử lý ở ngày thứ 5 là: $u_5 = 2^8 \cdot \left(\frac{6}{5}\right)^4$

Theo phương án mới được đưa ra, tổng số đơn vị dữ liệu mà trung tâm xử lý được từ ngày mùng một đến hết ngày 15 trong tháng là

$$S_4 + \frac{11 \cdot (2 \cdot u_5 + 10 \cdot 25)}{2} = 2^8 \cdot \frac{1 - \left(\frac{6}{5}\right)^4}{1 - \frac{6}{5}} + \frac{11 \cdot \left(2 \cdot 2^8 \cdot \left(\frac{6}{5}\right)^4 + 10 \cdot 25\right)}{2} \approx 8588 \text{ (đvdl)}.$$

