



CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO XU THẾ TRUNG TÂM CỦA MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM

BÀI 9: CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO XU THẾ TRUNG TÂM



LÝ THUYẾT.

1. SỐ TRUNG BÌNH CỦA MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm kí hiệu là $\bar{x}$

$$\bar{x} = \frac{m_1x_1 + \dots + m_kx_k}{n}$$

Trong đó, $n = m_1 + \dots + m_k$ là cỡ mẫu và $x_i = \frac{a_i + a_{i+1}}{2}$

(với $i = 1, \dots, k$) là giá trị đại diện của nhóm $[a_i; a_{i+1})$

Chú ý. Đối với số liệu rời rạc, người ta thường sử dụng cho các nhóm dưới dạng $k_1 - k_2$, trong đó, $k_1, k_2 \in \mathbb{N}$ Nhóm $k_1 - k_2$ được hiểu là nhóm gồm các giá trị $k_1, k_1 + 1, \dots, k_2$. Khi đó, ta cần hiệu chỉnh mẫu dữ liệu ghép nhóm để đưa về dạng Bảng 3.2 trước khi thực hiện tính toán các số đặc trưng bằng cách hiệu chỉnh nhóm $k_1 - k_2$ với $k_1, k_2 \in \mathbb{N}$ thành nhóm $[k_1 - 0,5; k_2 + 0,5)$.

Ví dụ 1. Tìm cân nặng trung bình của học sinh lớp 11D cho trong bảng 3.5

Cân nặng (kg)	[40,5; 45,5)	[45,5; 50,5)	[50,5; 55,5)	[55,5; 60,5)	[60,5; 65,5)	[65,5; 70,5)
Số học sinh	10	7	16	4	2	3

Lời giải

Trong mỗi khoảng cân nặng, giá trị đại diện trung bình cộng của giá trị hai đầu mút nên ta có bảng sau:

Cân nặng (kg)	43	48	53	58	63	68
Số học sinh	10	7	16	4	2	3

Tổng số học sinh là $n = 42$. Cân nặng trung bình của học sinh lớp 11D là

$$\bar{x} = \frac{10.43 + 7.48 + 16.53 + 4.58 + 2.63 + 3.68}{42} \approx 51,81 (kg)$$

Luyện tập 1. Tìm hiệu thời gian xem tivi trong tuần trước (đơn vị: giờ) của một số học sinh thu được kết quả sau:

Thời gian (giờ)	[0; 5)	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)
Số học sinh	8	14	6	2	2

Tính thời gian xem tivi trung bình trong tuần trước của các bạn học sinh này.



Lời giải

Trong mỗi khoảng thời gian, giá trị đại diện trung bình cộng của giá trị hai đầu mút nên ta có bảng sau:

Thời gian (giờ)	2,5	7,5	12,5	17,5	22,5
Số học sinh	8	16	4	2	2

Tổng số học sinh là $n = 32$. Thời gian xem tivi trung bình của học sinh là

$$\bar{x} = \frac{2,5 \cdot 8 + 7,5 \cdot 16 + 12,5 \cdot 4 + 17,5 \cdot 2 + 22,5 \cdot 2}{32} \approx 8,44 (h)$$

Ý nghĩa. Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm xấp xỉ cho số trung bình của mẫu số liệu gốc, nó cho biết vị trí trung tâm của mẫu số liệu và có thể dùng đại diện cho mẫu số liệu.

2. TRUNG VỊ CỦA MẪU SỐ LIỆU GHEP NHÓM

Để tính trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm, ta làm như sau:

Bước 1. Xác định nhóm chứa trung vị. Giả sử đó là nhóm thứ p : $[a_p; a_{p+1})$.

Bước 2. Trung vị là $M_e = a_p + \frac{\frac{n}{2} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p)$, trong đó n là cỡ mẫu, m_p là tần số nhóm p . Với $p = 1$, ta quy ước $m_1 + \dots + m_{p-1} = 0$.

Ví dụ 2. Thời gian truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	$[9,5;12,5)$	$[12,5;15,5)$	$[15,5;18,5)$	$[18,5;21,5)$	$[21,5;24,5)$
Số học sinh	3	12	15	24	2

Tính trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này.

Lời giải

Cỡ mẫu là $n = 3 + 12 + 15 + 24 + 2 = 56$.

Gọi $x_1, \dots, x_{56}$ là thời gian vào internet của 56 học sinh và giả sử dãy này được sắp xếp theo thứ

tự tăng dần. Khi đó, trung vị là $\frac{x_{28} + x_{29}}{2}$. Do 2 giá trị x_{28}, x_{29} thuộc nhóm $[15,5;18,5)$ nên

nhóm này chứa trung vị. Do đó, $p = 3; a_3 = 15,5; m_3 = 15; m_1 + m_2 = 3 + 12 = 15; a_4 - a_3 = 3$ và ta

$$\text{có } M_e = 15,5 + \frac{\frac{56}{2} - 15}{15} \cdot 3 = 18,1.$$



Luyện tập 2. Ghi lại tốc độ bóng trong 200 lần giao bóng của một vận động viên môn quần vợt cho kết quả như bảng sau:

Tốc độ v (km/h)	Số lần
$150 \leq v < 155$	18
$155 \leq v < 160$	28
$160 \leq v < 165$	35
$165 \leq v < 170$	43
$170 \leq v < 175$	41
$175 \leq v < 180$	35

Tính trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này.

Lời giải

Cỡ mẫu là $n = 200$.

Gọi $x_1, \dots, x_{56}$ là tốc độ giao bóng của 200 lần giao bóng và giả sử dãy này được sắp xếp theo thứ tự tăng dần. Khi đó, trung vị là $\frac{x_{100} + x_{101}}{2}$. Do 2 giá trị x_{100}, x_{101} thuộc nhóm $[165; 170)$ nên nhóm này chứa trung vị. Do đó,

$p = 4; a_4 = 165; m_3 = 43; m_1 + m_2 + m_3 = 18 + 28 + 35 = 81; a_5 - a_4 = 5$ và ta có

$$M_e = 165 + \frac{\frac{200}{2} - 81}{43} \cdot 5 = 167,21.$$

Ý nghĩa. Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm xấp xỉ cho trung vị của mẫu số liệu gốc, nó chia mẫu số liệu thành hai phần, mỗi phần chứa 50% giá trị.

3. TƯ PHÂN VỊ CỦA MẪU SỐ LIỆU GHEP NHÓM

Để tính tứ phân vị thứ nhất Q_1 của mẫu số liệu ghép nhóm, trước hết ta xác định nhóm chứa Q_1 ,

giả sử đó là nhóm thứ $p: [a_p; a_{p+1})$. Khi đó $Q_1 = a_p + \frac{\frac{n}{4} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p)$, trong đó

n là cỡ mẫu, m_p là tần số nhóm p , với $p = 1$, ta quy ước $m_1 + \dots + m_{p-1} = 0$.

Để tính tứ phân vị thứ ba Q_3 của mẫu số liệu ghép nhóm, trước hết ta xác định nhóm chứa Q_3 ,

giả sử đó là nhóm thứ $p: [a_p; a_{p+1})$. Khi đó $Q_3 = a_p + \frac{\frac{3n}{4} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p)$, trong đó

n là cỡ mẫu, m_p là tần số nhóm p , với $p = 1$, ta quy ước $m_1 + \dots + m_{p-1} = 0$.

Tứ phân vị thứ hai Q_2 chính là trung vị M_e .

Ví dụ 3. Tìm tứ phân vị thứ nhất Q_1 và tứ phân vị thứ ba Q_3 của mẫu số liệu ghép nhóm cho trong Ví dụ 2.

Lời giải

Cỡ mẫu là $n = 56$.



Tứ phân vị thứ nhất Q_1 là $\frac{x_{14} + x_{15}}{2}$. Do x_{14}, x_{15} đều thuộc nhóm $[12,5;15,5)$ nên nhóm này chứa Q_1 . Do đó, $p = 2; a_2 = 12,5; m_2 = 12; m_1 = 3; a_3 - a_2 = 3$ và ta có

$$Q_1 = 12,5 + \frac{\frac{56}{4} - 3}{12} \cdot 3 = 15,25.$$

Với tứ phân vị thứ ba Q_3 là $\frac{x_{42} + x_{43}}{2}$. Do x_{42}, x_{43} đều thuộc nhóm $[18,5;21,5)$ nên nhóm này chứa Q_3 . Do đó, $p = 4; a_4 = 18,5; m_4 = 24; m_1 + m_2 + m_3 = 3 + 12 + 15 = 30; a_5 - a_4 = 3$ và ta có

$$Q_3 = 18,5 + \frac{\frac{3 \cdot 56}{4} - 30}{24} \cdot 3 = 20.$$

Nhận xét. Ta cũng có thể xác định nhóm chứa tứ phân vị thứ r nhờ tính chất: có khoảng $\left(\frac{r \cdot n}{4}\right)$ giá trị nhỏ hơn tứ phân vị này.

Ý nghĩa. Các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm xấp xỉ cho các tứ phân vị của mẫu số liệu gốc, chúng chia mẫu số liệu thành 4 phần, mỗi phần chứa 25% giá trị.

4. MÔT CỦA MẪU SỐ LIỆU GHEP NHÓM

Để tìm môta của mẫu số liệu ghép nhóm, ta thực hiện theo các bước sau:

Bước 1. Xác định nhóm có tần số lớn nhất (gọi là nhóm chứa môt), giả sử là nhóm $j: [a_j; a_{j+1})$.

Bước 2. Môt được xác định là $M_0 = a_j + \frac{m_j - m_{j-1}}{(m_j - m_{j-1}) + (m_j - m_{j+1})} \cdot h$, trong đó m_j là tần số nhóm j (quy ước $m_0 = m_{k+1} = 0$) và h là độ dài của nhóm.

Lưu ý. Người ta chỉ định nghĩa môt của mẫu ghép nhóm có độ dài các nhóm bằng nhau. Một mẫu có thể không có môt hoặc có nhiều hơn một môt.

Ví dụ 4. Bảng số liệu ghép nhóm sau cho biết chiều cao (cm) của 50 học sinh lớp 11A.

Khoảng chiều cao (cm)	[145;150)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)
Số học sinh	7	14	10	10	9

Tính môt của mẫu số liệu ghép nhóm này. Có thể kết luận gì từ giá trị được?

Lời giải

Tần số lớn nhất là 14 nên nhóm chứa môt là nhóm $[150;155)$.

Ta có $j = 2; a_2 = 150; m_2 = 14; m_1 = 7; m_3 = 10; h = 5$.

Do đó $M_0 = 150 + \frac{14 - 7}{(14 - 7) + (14 - 10)} \cdot 5 \approx 153,18$.

Số học sinh có chiều cao khoảng 153,18 cm là nhiều nhất.

Luyện tập 3. Thời gian (phút) để học sinh hoàn thành một câu hỏi thi được cho như sau:

Thời gian (phút)	[0,5;10,5)	[10,5;20,5)	[20,5;30,5)	[30,5;40,5)	[40,5;50,5)
Số học sinh	2	10	6	4	3

Tính môt của mẫu số liệu ghép nhóm này.



Lời giải

Tần số lớn nhất là 10 nên nhóm chứa một là nhóm $[10,5;20,5)$.

Ta có $j = 2; a_2 = 10,5; m_2 = 10; m_1 = 2; m_3 = 6; h = 10$.

$$\text{Do đó } M_0 = 10,5 + \frac{10-2}{(10-2)+(10-6)} \cdot 10 \approx 17,17.$$

Ý nghĩa. Một của mẫu số liệu ghép nhóm xấp xỉ cho một của mẫu số liệu gốc, nó được dùng để đo xu thế trung tâm của mẫu số liệu.



BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA.

Bài 3.4. Quãng đường (km) từ nhà đến nơi làm việc của 40 công nhân một nhà máy được ghi lại như sau:

5 3 10 20 25 11 13 7 12 31 19 10 12 17 18 11 32 17 16 2
 7 9 7 8 3 5 12 15 18 3 12 14 2 9 6 15 15 7 6 12.

- Ghép nhóm dãy số liệu trên thành các khoảng có độ rộng bằng nhau, khoảng đầu tiên là $[0;5)$. Tìm giá trị đại diện cho mỗi nhóm.
- Tính số trung bình của mẫu số liệu không ghép nhóm và mẫu số liệu ghép nhóm. Giá trị nào chính xác hơn?
- Xác định nhóm chứa một của mẫu số liệu ghép nhóm thu được.

Lời giải

a)

Quãng đường (km)	$[0;5)$	$[5;10)$	$[10;15)$	$[15;20)$	$[20;25)$	$[25;30)$	$[30;35)$
Số công nhân	6	10	11	9	1	1	2
Giá trị đại diện	2.5	7.5	12.5	17.5	22.5	27.5	32.5

b) Với mẫu số liệu không ghép nhóm:

$$\bar{x} = (5+3+10+20+25+11+13+7+12+31+19+10+12+17+18+11+32+17+16+2+7+9+7+8+3+5+12+15+18+3+12+14+2+9+6+15+15+7+6+12): 40 = 11.9$$

Với mẫu số liệu ghép nhóm:

$$\bar{x} = \frac{2.5 \times 6 + 7.5 \times 10 + 12.5 \times 11 + 17.5 \times 9 + 22.5 + 27.5 + 32.5 \times 2}{40} = 12.5$$

Số trung bình của mẫu số liệu không ghép nhóm chính xác hơn



c) 11 là tần số lớn nhất nên nhóm chứa một là $[10;15)$

Bài 3.5. Tuổi thọ (năm) của 50 bình ắc quy ô tô được cho như sau:

Tuổi thọ (năm)	$[2;2,5)$	$[2,5;3)$	$[3;3,5)$	$[3,5;4)$	$[4;4,5)$	$[4,5;5)$
Tần số	4	9	14	11	7	5

a) Xác định một và giải thích ý nghĩa.

b) Tính tuổi thọ trung bình của 50 bình ắc quy ô tô này.

Lời giải

a) 14 là tần số lớn nhất nên một thuộc nhóm $[3;3,5)$, ta có

$$j = 3, a_3 = 3, m_3 = 14, m_2 = 9, m_4 = 11, h = 0.5$$

$$\text{Do đó: } M_o = 3 + \frac{14 - 9}{(14 - 9) + (14 - 11)} \times 0.5 = 3.31$$

b)

Tuổi thọ (năm)	$[2;2,5)$	$[2,5;3)$	$[3;3,5)$	$[3,5;4)$	$[4;4,5)$	$[4,5;5)$
Tần số	4	9	14	11	7	5
Giá trị đại diện	2.25	2.75	3.25	3.75	4.25	4.75

$$\text{Tuổi thọ trung bình: } \bar{x} = \frac{4 \times 2.25 + 9 \times 2.75 + 14 \times 3.25 + 11 \times 3.75 + 7 \times 4.25 + 5 \times 4.75}{50} = 3.48$$

Bài 3.6. Điểm thi môn Toán (thang điểm 100, điểm được làm tròn đến 1) của 60 thí sinh được cho trong bảng sau:

Điểm	0 – 9	10 – 19	20 – 29	30 – 39	40 – 49
Số thí sinh	1	2	4	6	15
Điểm	50 – 59	60 – 69	70 – 79	80 – 89	90 – 99
Số thí sinh	12	10	6	3	1

a) Hiệu chỉnh để thu được mẫu số liệu ghép nhóm dạng Bảng 3.2.

b) Tìm các tứ phân vị và giải thích ý nghĩa của chúng.

Lời giải

a)

Điểm	$[0;10)$	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$	$[40;50)$	$[50;60)$	$[60;70)$	$[70;80)$	$[80;90)$	$[90;100)$
Số thí sinh	1	2	4	6	15	12	10	6	3	1

b) Cỡ mẫu $n = 60$

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 là $\frac{x_{15} + x_{16}}{2}$. Do x_{15}, x_{16} đều thuộc nhóm $[40;50)$ nên nhóm này chứa Q_1 .



Do đó, $p = 5; a_5 = 40, m_5 = 15, m_1 + m_2 + m_3 + m_4 = 1 + 2 + 4 + 6 = 13, 4$

$4a_6 - a_5 = 10$ và ta có:

$$Q_1 = 40 + \frac{\frac{60}{4} - 13}{15} \times 10 = 41.33$$

Ý nghĩa: Có 25% số giá trị nhỏ hơn 41.3

Tứ phân vị thứ hai tức M_e là $\frac{x_{30} + x_{31}}{2}$. Do x_{30}, x_{31} đều thuộc nhóm $[50;60)$ nên nhóm này chứa M_e .

Do đó, $p = 6; a_6 = 50, m_6 = 12$ $m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5 = 1 + 2 + 4 + 6 + 15 = 28$ $a_7 - a_6 = 10$ và ta có:

$$M_e = 50 + \frac{\frac{60}{2} - 28}{12} \times 10 = 51.67$$

Ý nghĩa: Có 50% số giá trị nhỏ hơn 51.67

Tứ phân vị thứ ba Q_3 là $\frac{x_{45} + x_{46}}{2}$. Do x_{45}, x_{46} đều thuộc nhóm $[60;70)$ nên nhóm này chứa Q_3 .

Do đó, $p = 7; a_7 = 60, m_7 = 10$ $m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6 = 1 + 2 + 4 + 6 + 15 + 12 = 40$ $a_8 - a_7 = 10$ và ta có:

$$Q_3 = 60 + \frac{\frac{60 \times 3}{4} - 40}{10} \times 10 = 65$$

Ý nghĩa: Có 75% số giá trị nhỏ hơn 65

Tứ phân vị thứ hai tức M_e là $\frac{x_{30} + x_{31}}{2}$. Do x_{30}, x_{31} đều thuộc nhóm $[50;60)$ nên nhóm này chứa M_e .

Do đó, $p = 6; a_6 = 50, m_6 = 12$

$$m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5 = 1 + 2 + 4 + 6 + 15 = 28$$

$a_7 - a_6 = 10$ và ta có:

$$Q_3 = 60 + \frac{\frac{60 \times 3}{4} - 40}{10} \times 10 = 65$$

Ý nghĩa: Có 75% số giá trị nhỏ hơn 65



Bài 3.7. Phỏng vấn một số học sinh khối 11 về thời gian (giờ) ngủ của một buổi tối, thu được bảng số liệu ở bên.

- a) So sánh thời gian ngủ trung bình của các bạn học sinh nam và nữ.
 b) Hãy cho biết 75% học sinh khối 11 ngủ ít nhất bao nhiêu giờ?

Thời gian	Số học sinh nam	Số học sinh nữ
[4; 5)	6	4
[5; 6)	10	8
[6; 7)	13	10
[7; 8)	9	11
[8; 9)	7	8

Lời giải

a)

Thời gian	Giá trị đại diện	Số học sinh nam	Số học sinh nữ
[4;5)	4.5	6	4
[5;6)	5.5	10	8
[6;7)	6.5	13	10
[7;8)	7.5	9	11
[8;9)	8.5	7	8

Thời gian ngủ trung bình của các bạn nam

$$\bar{x}_{nam} = \frac{4.5 \times 6 + 5.5 \times 10 + 6.5 \times 13 + 7.5 \times 9 + 8.5 \times 7}{6 + 10 + 13 + 9 + 7} = 6.52$$

Thời gian ngủ trung bình của các bạn nữ

$$\bar{x}_{nữ} = \frac{4.5 \times 4 + 5.5 \times 8 + 6.5 \times 10 + 7.5 \times 11 + 8.5 \times 8}{4 + 8 + 10 + 11 + 8} = 6.77$$

$6.77 > 6.52$. Như vậy thời gian ngủ trung bình của các bạn nữ nhiều hơn các bạn nam

b) Cỡ mẫu $n = 86$

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 là $\frac{x_{21} + x_{22}}{2}$. Do x_{21}, x_{22} đều thuộc nhóm [5;6) nên nhóm này chứa Q_1 .

Do đó, $p = 2, a_2 = 5, m_2 = 18; m_1 = 10, a_3 - a_2 = 1$ và ta có:

$$Q_1 = 5 + \frac{\frac{86}{4} - 10}{18} \times 1 = 5.64$$



Vậy 75% học sinh khối 11 ngủ ít nhất 5.64 giờ



HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

DẠNG 1. SỐ TRUNG BÌNH CỦA MẪU SỐ LIỆU GHEP NHÓM

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm kí hiệu là $\bar{x}$.

$$\bar{x} = \frac{m_1x_1 + \dots + m_kx_k}{n}$$

trong đó, $n = m_1 + \dots + m_k$ là cỡ mẫu và $x_i = \frac{a_i + a_{i+1}}{2}$ (với $i = 1, \dots, k$) là giá trị đại diện của nhóm $[a_i; a_{i+1})$

Câu 1: Xét mẫu số liệu được cho dưới dạng bảng tần số ghép nhóm (Bảng 7).

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[40;47)	$x_1 = ?$	$n_1 = 6$
[47;54)	$x_2 = ?$	$n_2 = 12$
[54;61)	$x_3 = ?$	$n_3 = 10$
[61;68)	$x_4 = ?$	$n_4 = 5$
[68;75)	$x_5 = ?$	$n_5 = 3$
		$n = 36$

Bảng 7

Tính giá trị $\bar{x}$ cho bởi công thức sau: $\bar{x} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + \dots + n_5x_5}{n}$

Lời giải:

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[40;47)	$x_1 = 43,5$	$n_1 = 6$
[47;54)	$x_2 = 50,5$	$n_2 = 12$
[54;61)	$x_3 = 57,5$	$n_3 = 10$
[61;68)	$x_4 = 64,5$	$n_4 = 5$
[68;75)	$x_5 = 71,5$	$n_5 = 3$
		$n = 36$



$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + \dots + m_5x_5}{n} \\ &= \frac{43,5.6 + 50,5.12 + 57,5.10 + 64,5.5 + 71,5.3}{36} \\ &\approx 55\end{aligned}$$

Câu 2: Tìm cân nặng trung bình của học sinh lớp 11D cho trong Bảng 3.5.

Cân nặng	[40,5; 45,5)	[45,5; 50,5)	[50,5; 55,5)	[55,5; 60,5)	[60,5; 65,5)	[65,5; 70,5)
Số học sinh	10	7	16	4	2	3

Lời giải

Trong mỗi khoảng cân nặng, giá trị đại diện là trung bình cộng của giá trị hai đầu mút nên ta có bảng sau:

Cân nặng (kg)	43	48	53	58	63	68
Số học sinh	10	7	16	4	2	3

Tổng số học sinh là $n = 42$. Cân nặng trung bình của học sinh lớp 11D là

$$\bar{x} = \frac{10 \cdot 43 + 7 \cdot 48 + 16 \cdot 53 + 4 \cdot 58 + 2 \cdot 63 + 3 \cdot 68}{42} \approx 51,81(\text{kg}).$$

Câu 3: Tìm hiểu thời gian xem ti vi trong tuần trước (đơn vị: giờ) của một số học sinh thu được kết quả sau:

Thời gian (giờ)	[0; 5)	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)
Số học sinh	8	16	4	2	2

Lời giải

Thời gian (giờ)	[0;5)	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)
Số học sinh	8	16	4	2	2
Giá trị đại diện	2.5	7.5	12.5	17.5	22.5

Tính thời gian xem ti vi trung bình trong tuần trước của các bạn học sinh này.

Thời gian xem ti vi trung bình trong tuần trước của các bạn học sinh này là:

$$\bar{x} = \frac{8 \times 2.5 + 16 \times 7.5 + 4 \times 12.5 + 2 \times 17.5 + 2 \times 22.5}{8 + 16 + 4 + 2 + 2} = 8.4375 (\text{giờ})$$

Câu 4: Các bạn học sinh lớp 11A1 trả lời 40 câu hỏi trong một bài kiểm tra. Kết quả được thống kê ở bảng sau:

Số câu trả lời đúng	[16;21)	[21;26)	[26;31)	[31;36)	[36;41)
---------------------	---------	---------	---------	---------	---------



Số học sinh	4	6	8	18	4
-------------	---	---	---	----	---

a) Tính giá trị đại diện x_i $1 \leq i \leq 5$, của từng nhóm số liệu.

b) Tính $m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3 + m_4x_4 + m_5x_5$

c) Tính $\bar{x} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3 + m_4x_4 + m_5x_5}{40}$.

Lời giải

a) $x_1 = 18,5; x_2 = 23,5; x_3 = 28,5; x_4 = 33,5; x_5 = 38,5$

b) $m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3 + m_4x_4 + m_5x_5 = 1200$

c) $\bar{x} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3 + m_4x_4 + m_5x_5}{40} = \frac{1200}{40} = 30$

Câu 5: Kết quả khảo sát cân nặng của 25 quả cam ở mỗi lô hàng A và B được cho ở bảng sau:

Cân nặng (g)	[150; 155)	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170)	[170; 175)
Số quả cam ở lô hàng A	2	6	12	4	1
Số quả cam ở lô hàng B	1	3	7	10	4

a) Hãy ước lượng cân nặng trung bình của mỗi quả cam ở lô hàng A và lô hàng B .

b) Nếu so sánh theo số trung bình thì cam ở lô hàng nào nặng hơn?

Lời giải

Ta có bảng thống kê số lượng cam theo giá trị đại diện:

Cân nặng đại diện (g)	152,5	157,5	162,5	167,5	172,5
Số quả cam ở lô hàng A	2	6	12	4	1
Số quả cam ở lô hàng B	1	3	7	10	4

a) Cân nặng trung bình của mỗi quả cam ở lô hàng A xấp xỉ bằng

$$(2.152,5 + 6.157,5 + 12.162,5 + 4.167,5 + 1.172,5) : 25 = 161,7 \text{ (g)}.$$

Cân nặng trung bình của mỗi quả cam ở lô hàng B xấp xỉ bằng

$$(1.152,5 + 3.157,5 + 7.162,5 + 10.167,5 + 4.172,5) : 25 = 165,1 \text{ (g)}.$$

b) Nếu so sánh theo số trung bình thì cam ở lô hàng B nặng hơn cam ở lô hàng A .

DẠNG 2. TRUNG VỊ CỦA MẪU SỐ LIỆU GHÉP LỚP



Để tính trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm, ta làm như sau:

Bước 1. Xác định nhóm chứa trung vị. Giả sử đó là nhóm thứ $p : [a_p; a_{p+1})$.

Bước 2. Trung vị là $M_e = a_p + \frac{\frac{n}{2} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p)$,

trong đó n là cỡ mẫu, m_p là tần số nhóm p . Với $p = 1$, ta quy ước $m_1 + \dots + m_{p-1} = 0$.

Câu 6: Trong phòng thí nghiệm, người ta chia 99 mẫu vật thành năm nhóm căn cứ trên khối lượng của chúng (đơn vị: gam) và lập bảng tần số ghép nhóm bao gồm cả tần số tích lũy.

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
$[27,5; 32,5)$	16	16
$[32,5; 37,5)$	24	40
$[37,5; 42,5)$	20	60
$[42,5; 47,5)$	30	90
$[47,5; 52,5)$	9	99
	$n = 99$	

Bảng 10.

- a) Nhóm 3 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng $\frac{n}{2} = \frac{99}{2} = 49,5$ có đúng không?
- b) Tìm đầu mút trái a_3 , độ dài, tần số n_3 của nhóm 3;
- c) Tính giá trị M_e

Lời giải

- a) Nhóm 3 có tần số tích lũy là 60 $\Rightarrow$ Lớn hơn hoặc bằng $\frac{n}{2} = \frac{99}{2} = 49,5$
- b) Nhóm 3 có đầu mút trái $a_3 : 37,5$; độ dài: 5; tần số $m_3 : 20$
 Tần số tích lũy của nhóm 2 là: 40
- c) $M_e = 37,5 + \left(\frac{49,5 - 40}{20} \right) \cdot 5 = 39,875$.

Câu 7: Thời gian (phút) truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	$[9,5; 12,5)$	$[12,5; 15,5)$	$[15,5; 18,5)$	$[18,5; 21,5)$	$[21,5; 24,5)$
Số học sinh	3	12	15	24	2

Tính trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này.

Lời giải



Cỡ mẫu là $n = 3 + 12 + 15 + 24 + 2 = 56$.

Gọi $x_1, \dots, x_{56}$ là thời gian vào Internet của 56 học sinh và giả sử dãy này đã được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

Khi đó, trung vị là $\frac{x_{28} + x_{29}}{2}$. Do 2 giá trị x_{28}, x_{29} thuộc nhóm $[15,5; 18,5)$ nên nhóm này chứa trung vị. Do đó, $p = 3; a_3 = 15,5; m_3 = 15; m_1 + m_2 = 3 + 12 = 15; a_4 - a_3 = 3$ và ta có

$$M_e = 15,5 + \frac{\frac{56}{2} - 15}{15} \cdot 3 = 18,1$$

Câu 8: Ghi lại tốc độ bóng trong 200 lần giao bóng của một vận động viên môn quần vợt cho kết quả như bảng bên. Tính trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này.

Tốc độ v (km/h)	Số lần
$150 \leq v < 155$	18
$155 \leq v < 160$	28
$160 \leq v < 165$	35
$165 \leq v < 170$	43
$170 \leq v < 175$	41
$175 \leq v < 180$	35

Lời giải

Cỡ mẫu là: $n = 18 + 28 + 35 + 43 + 41 + 35 = 200$

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{200}$ là tốc độ giao bóng của 200 lần và giả sử dãy này được sắp xếp theo thứ tự tăng dần. Khi đó trung vị là $\frac{x_{100} + x_{101}}{2}$.

Do hai giá trị x_{100}, x_{101} thuộc nhóm $[165; 170)$ nên nhóm này chứa trung vị.

Suy ra, $p = 4; a_4 = 165; m_4 = 43; m_1 + m_2 + m_3 = 18 + 28 + 35 = 81; a_5 - a_4 = 5$ và ta có

$$M_e = 165 + \frac{\frac{200}{2} - 81}{43} \times 5 = 167.21$$

Câu 9: Kết quả khảo sát cân nặng của 25 quả bơ ở một lô hàng cho trong bảng sau:

Cân nặng (g)	$[150; 155)$	$[155; 160)$	$[160; 165)$	$[165; 170)$	$[170; 175)$
Số quả bơ	1	7	12	3	2

Hãy tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

Cỡ mẫu là: $n = 1 + 7 + 12 + 3 + 2 = 25$



Gọi $x_1; x_2, \dots, x_{25}$ là cân nặng của 25 quả bơ xếp theo thứ tự không giảm.

Do $x_1 \in [150; 155); x_2, \dots, x_8 \in [155; 160); x_9, \dots, x_{20} \in [160; 165)$ nên trung vị của mẫu số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{25}$ là $x_{13} \in [160; 165)$.

Ta xác định được $n = 25, n_m = 12, C = 1 + 7 = 8, u_m = 160, u_{m+1} = 165$.

Suy ra, $p = 3; a_2 = 160; m_1 + m_2 = 1 + 7 = 8; a_4 - a_3 = 5$ và ta có

Vậy trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$M_e = 160 + \frac{\frac{25}{2} - 8}{12} \cdot (165 - 160) = 161,875$$

DẠNG 3. TƯ PHÂN VỊ CỦA MẪU SỐ LIỆU GHEP NHÓM

Để tính **tứ phân vị thứ nhất** Q_1 của mẫu số liệu ghép nhóm, trước hết ta xác định nhóm chứa Q_1 ,

giả sử đó là nhóm thứ $p: [a_p; a_{p+1})$. Khi đó $Q_1 = a_p + \frac{\frac{n}{4} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p)$, trong đó

n là cỡ mẫu, m_p là tần số nhóm p , với $p = 1$, ta quy ước $m_1 + \dots + m_{p-1} = 0$.

Để tính **tứ phân vị thứ ba** Q_3 của mẫu số liệu ghép nhóm, trước hết ta xác định nhóm chứa Q_3 ,

giả sử đó là nhóm thứ $p: [a_p; a_{p+1})$. Khi đó $Q_3 = a_p + \frac{\frac{3n}{4} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p)$, trong đó

n là cỡ mẫu, m_p là tần số nhóm p , với $p = 1$, ta quy ước $m_1 + \dots + m_{p-1} = 0$.

Tứ phân vị thứ hai Q_2 chính là trung vị M_e .

Nhận xét. Ta cũng có thể xác định nhóm chứa tứ phân vị thứ r nhờ tính chất: có khoảng $\left(\frac{r \cdot n}{4}\right)$

giá trị nhỏ hơn thứ phân vị này.

Ý nghĩa. Các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm xấp xỉ cho các tứ phân vị của mẫu số liệu gốc, chúng chia mẫu số liệu thành 4 phần, mỗi phần chứa 25% giá trị.

Câu 10: Thời gian luyện tập trong một ngày (tính theo giờ) của một số vận động viên được ghi lại ở bảng sau:

Thời gian luyện tập (giờ)	[0; 2)	[2; 4)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)
Số vận động viên	3	8	12	12	4

Huấn luyện viên muốn xác định nhóm gồm 25% các vận động viên có số giờ luyện tập cao nhất. Hỏi huấn luyện viên nên chọn các vận động viên có thời gian luyện tập từ bao nhiêu giờ trở lên vào nhóm này?

Lời giải



Số vận động viên được khảo sát là $n = 3 + 8 + 12 + 12 + 4 = 39$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{39}$ là thời gian luyện tập của 39 vận động viên được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có $x_1, x_2, x_3 \in [0; 2); x_4, \dots, x_{11} \in [2; 4); x_{12}, \dots, x_{23} \in [4; 6); x_{24}, \dots, x_{35} \in [6; 8);$

$x_{36}, \dots, x_{39} \in [8; 10)$. Do đó đối với dãy số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{39}$ thì

Tứ phân vị thứ nhất là x_{10} thuộc nhóm $[2; 4)$;

Tứ phân vị thứ hai là x_{20} thuộc nhóm $[4; 6)$;

Tứ phân vị thứ ba là x_{30} thuộc nhóm $[6; 8)$.

Ta nói nhóm $[2; 4)$ là nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất; nhóm $[4; 6)$ là nhóm chứa tứ phân vị thứ hai; nhóm $[6; 8)$ là nhóm chứa tứ phân vị thứ ba.

Câu 11: Tìm tứ phân vị thứ nhất Q_1 và tứ phân vị thứ ba Q_3 của mẫu số liệu ghép nhóm cho trong bảng sau: Thời gian (phút) truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[9,5; 12,5)	[12,5; 15,5)	[15,5; 18,5)	[18,5; 21,5)	[21,5; 24,5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Lời giải

Cỡ mẫu là $n = 56$.

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 là $\frac{x_{14} + x_{15}}{2}$. Do x_{14}, x_{15} đều thuộc nhóm $[12,5; 15,5)$ nên nhóm này chứa Q_1 .

Do đó, $p = 2; a_2 = 12,5; m_2 = 12; m_1 = 3, a_3 - a_2 = 3$ và ta có

$$Q_1 = 12,5 + \frac{\frac{56}{4} - 3}{12} \cdot 3 = 15,25$$

Với tứ phân vị thứ ba Q_3 là $\frac{x_{42} + x_{43}}{2}$. Do x_{42}, x_{43} đều thuộc nhóm $[18,5; 21,5)$ nên nhóm này chứa Q_3 .

Do đó, $p = 4; a_4 = 18,5; m_4 = 24; m_1 + m_2 + m_3 = 3 + 12 + 15 = 30; a_5 - a_4 = 3$ và ta có

$$Q_3 = 18,5 + \frac{\frac{3 \cdot 56}{4} - 30}{24} \cdot 3 = 20$$



Nhận xét. Ta cũng có thể xác định nhóm chứa tứ phân vị thứ r nhờ tính chất: có khoảng $\left(\frac{r \cdot n}{4}\right)$ giá trị nhỏ hơn tứ phân vị này.

Câu 12: Tìm tứ phân vị thứ nhất và tứ phân vị thứ ba cho mẫu số liệu ghép nhóm ở bảng sau: Ghi lại tốc độ bóng trong 200 lần giao bóng của một vận động viên môn quần vợt cho kết quả như bảng bên. Tính trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này.

Tốc độ v (km/h)	Số lần
$150 \leq v < 155$	18
$155 \leq v < 160$	28
$160 \leq v < 165$	35
$165 \leq v < 170$	43
$170 \leq v < 175$	41
$175 \leq v < 180$	35

Lời giải

Cỡ mẫu: $n = 200$

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 là $\frac{x_{50} + x_{51}}{2}$. Do $x_{50}; x_{51}$ đều thuộc nhóm $[160; 165)$ nên tứ phân vị thứ nhất thuộc nhóm $[160; 165)$. Do đó, $p = 3; a_3 = 160; m_3 = 35; m_1 + m_2 = 18 + 28 = 46; a_4 - a_3 = 5$ và ta có:

$$Q_1 = 160 + \frac{\frac{200}{4} - 46}{35} \times 5 = 160.57$$

Tứ phân vị thứ ba Q_3 là $\frac{x_{150} + x_{151}}{2}$. Do x_{150}, x_{151} đều thuộc nhóm $[170; 175)$ nên tứ phân vị thứ ba thuộc nhóm $[170; 175)$. Do đó,

$$p = 5; a_5 = 170; m_5 = 41; m_1 + m_2 + m_3 + m_4 = 18 + 28 + 35 + 43 = 124; a_6 - a_5 = 5$$

và ta có:

$$Q_3 = 170 + \frac{\frac{200}{4} - 124}{41} \times 5 = 173.17$$

Ý nghĩa. Các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm xấp xỉ cho các tứ phân vị của mẫu số liệu gốc, chúng chia mẫu số liệu thành 4 phần, mỗi phần chứa 25% giá trị.

DẠNG 4. MỘT CỦA MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM

Để tìm một của mẫu số liệu ghép nhóm, ta thực hiện theo các bước sau:

Bước 1. Xác định nhóm có tần số lớn nhất (gọi là nhóm chứa một), giả sử là nhóm $j: [a_j; a_{j+1})$



Bước 2. Một được xác định là: $M_o = a_j + \frac{m_j - m_{j-1}}{(m_j - m_{j-1}) + (m_j - m_{j+1})} \cdot h$

trong đó m_j là tần số của nhóm j (quy ước $m_0 = m_{k+1} = 0$) và h là độ dài của nhóm.

Lưu ý.

- Người ta chỉ định nghĩa một cho mẫu ghép nhóm có độ dài các nhóm bằng nhau. Một mẫu có thể không có một hoặc có nhiều hơn một một.
- Khi tần số của các nhóm số liệu bằng nhau thì mẫu số liệu ghép nhóm không có một.

Câu 13: Bảng số liệu ghép nhóm sau cho biết chiều cao (cm) của 50 học sinh lớp 11A.

Khoảng chiều cao (cm)	[145; 150)	[150; 155)	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170)
Số học sinh	7	14	10	10	9

Tính một của mẫu số liệu ghép nhóm này. Có thể kết luận gì từ giá trị tính được?

Lời giải

Tần số lớn nhất là 14 nên nhóm chứa một là nhóm [150; 155). Ta có, $j = 2, a_2 = 150, m_2 = 14, m_1 = 7, m_3 = 10, h = 5$. Do đó

$$M_o = 150 + \frac{14 - 7}{(14 - 7) + (14 - 10)} \cdot 5 \approx 153,18.$$

Số học sinh có chiều cao khoảng 153,18cm là nhiều nhất.

Câu 14: Thời gian (phút) để học sinh hoàn thành một câu hỏi thi được cho như sau:

Thời gian (phút)	[0,5; 10,5)	[10,5; 20,5)	[20,5; 30,5)	[30,5; 40,5)	[40,5; 50,5)
Số học sinh	2	10	6	4	3

Tìm một của mẫu số liệu ghép nhóm này.

Lời giải

Tần số lớn nhất là 10 nên nhóm chứa một là nhóm [10,5; 20,5]. Ta có,

$$j = 2, a_2 = 10,5, m_2 = 10, m_1 = 2, m_3 = 6, h = 10.$$

$$\text{Do đó: } M_o = 10,5 + \frac{10 - 2}{(10 - 2) + (10 - 6)} \times 10 = 17,16$$

Ý nghĩa. Một của mẫu số liệu ghép nhóm xấp xỉ cho một của mẫu số liệu gốc, nó được dùng để đo xu thế trung tâm của mẫu số liệu.

Câu 15: Một cửa hàng đã ghi lại số tiền bán xăng cho 35 khách hàng đi xe máy. Mẫu số liệu gốc có dạng: $x_1, x_2, \dots, x_{35}$ trong đó x_i là số tiền bán xăng cho khách hàng thứ i . Vì một lí do nào đó, cửa hàng chỉ có mẫu số liệu ghép nhóm dạng sau:



Số tiền (nghìn đồng)	[0; 30)	[30; 60)	[60; 90)	[90; 120)
Số khách hàng	3	15	10	7

Hãy tính các số đặc trưng cho mẫu số liệu trong Bảng 3.1 và giải thích ý nghĩa của các giá trị thu được.

Lời giải

Số tiền (nghìn đồng)	[0;30)	[30;60)	[60;90)	[90;120)
Số khách hàng	3	15	10	7
Giá trị đại diện	15	45	75	105

Số trung bình là: $\bar{x} = \frac{3 \times 15 + 15 \times 45 + 10 \times 75 + 7 \times 105}{3 + 15 + 10 + 7} = 63$

Cỡ mẫu là: $n = 3 + 15 + 10 + 7 = 35$

Ý nghĩa: Xấp xỉ bằng số trung bình của mẫu số liệu gốc, cho biết vị trí trung tâm của mẫu số liệu và đại diện cho mẫu số liệu

Trung vị là x_{18} thuộc nhóm [30;60), do đó $p = 2; a_2 = 30; m_2 = 15; m_1 = 3; a_3 - a_2 = 30$

và ta có: $M_e = 30 + \frac{\frac{35}{2} - 3}{15} \times 30 = 59$

Ý nghĩa: Xấp xỉ bằng trung vị của mẫu số liệu gốc, chia mẫu số liệu thành 2 phần, mỗi phần chứa 50% giá trị

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 là x_9 thuộc nhóm [30;60), do đó

$p = 2; a_2 = 30; m_2 = 15; m_1 = 3; a_3 - a_2 = 30$ và ta có: $Q_1 = 30 + \frac{\frac{35}{4} - 3}{15} \times 30 = 41.5$

Ý nghĩa: Có 25% số giá trị nhỏ hơn 41.5

Tứ phân vị thứ ba Q_3 là x_{27} thuộc nhóm [60;90),

do đó $p = 3; a_3 = 60; m_3 = 10; m_1 + m_2 = 3 + 15 = 18; a_4 - a_3 = 30$ và ta có:

$Q_3 = 30 + \frac{\frac{3 \times 35}{4} - 18}{10} \times 30 = 54.75$

Ý nghĩa: Có 75% số giá trị nhỏ hơn 54.75%

Tần số lớn nhất là 15 nên một thuộc nhóm [30;60). Ta có,



$$j = 2; a_2 = 30; m_2 = 15; m_1 = 3; m_3 = 10; h = 30,$$

$$\text{do đó: } M_o = 30 + \frac{15-3}{(15-3)+(15-10)} \times 30 = 51.18$$

Ý nghĩa: Xấp xỉ bằng một của mẫu số liệu gốc, được dùng để đo xu thế trung tâm của mẫu số liệu

BÀI TẬP TỔNG HỢP

Câu 16: Thống kê điểm trung bình môn Toán của một số học sinh lớp 11 được cho ở bảng sau:

Khoảng điểm	[6,5; 7)	[7; 7,5)	[7,5; 8)	[8; 8,5)	[8,5; 9)	[9; 9,5)	[9,5; 10)
Tần số	8	10	16	24	13	7	4

Hãy ước lượng số trung bình, tứ phân vị và một của mẫu số liệu ở bảng tần số ghép nhóm trên.

Lời giải

Bảng tần số ghép nhóm theo giá trị đại diện là

Khoảng điểm	[6,5; 7)	[7; 7,5)	[7,5; 8)	[8; 8,5)	[8,5; 9)	[9; 9,5)	[9,5; 10)
Giá trị đại diện	6,75	7,25	7,75	8,25	8,75	9,25	9,75
Tần số	8	10	16	24	13	7	4

Điểm trung bình môn Toán của một số học sinh lớp 11 là

$$\bar{x} = \frac{8.6,75 + 10.7,25 + 16.7,75 + 24.8,25 + 13.8,75 + 7.9,25 + 4.9,75}{82} \approx 8,12$$

Tứ phân vị thứ hai. Nhóm [8; 8,5)

$$Q_2 = 8 + \frac{\frac{2.82}{4} - (8+10+16)}{24} (8,5 -) \approx 8,15$$

Tứ phân vị thứ nhất. Nhóm [7,5; 8)

$$Q_1 = 7,5 + \frac{\frac{2.82}{4} - (8+10)}{16} (8 - 7,5) \approx 7,58$$

Tứ phân vị thứ ba. Nhóm [8,5; 9)

$$Q_3 = 8,5 + \frac{\frac{3.82}{4} - (8+10+16+24)}{16} (9 - ; 5) \approx 8,63$$

Mốt

Mốt M_o chứa trong nhóm [8; 8,5)

$$\text{Do đó: } u_m = 8; u_{m+1} = 8,5 \Rightarrow u_{m+1} - u_m = 8,5 - 8 = 0,5$$

$$n_{m-1} = 16; n_m = 24; n_{m+1} = 13$$

$$M_o = 8 + \frac{24-16}{(24-16) + (24-13)} (8,5 - 8) = 8,21$$

Câu 17: Để kiểm tra thời gian sử dụng pin của một chiếc điện thoại mới, chị An thống kê thời



gian sử dụng điện thoại của mình từ lúc sạc đầy pin cho đến khi hết pin ở bảng sau:

Thời gian sử dụng (giờ)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)	[15; 17)
Số lần	2	5	7	6	3

Hãy ước lượng thời gian sử dụng trung bình từ lúc chị An sạc đầy pin điện thoại cho tới khi hết pin.

Lời giải

Thời gian sử dụng trung bình:

$$\bar{x} = \frac{2.8 + 5.10 + 7.12 + 6.14 + 3.16}{2 + 5 + 7 + 6 + 3} \approx 12,26$$

Câu 18: Tổng số lượng mưa trong tháng 8 đo được tại một trạm quan trắc đặt tại Vũng Tàu từ năm 2002 đến năm 2020 được ghi lại như dưới đây (đơn vị: mm)

121,8 158,3 334,9 200,9 165,6 161,5 194,3 220,7 189,8 243,2
 165,9 165,9 134 173 169, 189, 254 168 255

(Nguồn: Tổng cục Thống kê)

a) Xác định số trung bình và tứ phân vị của mẫu số liệu trên.

b) Hoàn thành bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:

Tổng lượng mưa trong tháng 8 (mm)	[120; 175)	[175; 230)	[230; 285)	[285; 340)
Số năm	?	?	?	?

c) Hãy ước lượng số trung bình, tứ phân vị và một của mẫu số liệu ở bảng tần số ghép nhóm trên.

Lời giải

a)

Số trung bình:

$$\bar{x} = \frac{121,8 + 158,3 + 334,9 + 200,9 + 165,6 + 161,5 + 194,3 + 220,7 + 189,8 + \dots + 255}{19} \approx 19288$$

Tứ phân vị:

Xếp mẫu số liệu không giảm ta được:

121,8 134 158,3 161,5 165,6 165,9 165,9 168 169 173
 189 189,8 194,3 200,9 202,7 243,2 254 255 334,9

Từ đó ta có:

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là: 165,6.

Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu là: 173.

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là: 202,7.

b) Hoàn thành bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:

Tổng lượng mưa trong tháng 8 (mm)	[120; 175)	[175; 230)	[230; 285)	[285; 340)
Số năm	10	5	3	1



Giá trị đại diện của các lớp:

$$c_1 = \frac{120 + 175}{2} = 147,5; \quad c_2 = \frac{175 + 230}{2} = 202,5$$

$$c_3 = \frac{230 + 285}{2} = 257,5; \quad c_4 = \frac{285 + 340}{2} = 312,5$$

Tần số các lớp: $n_1 = 10; n_2 = 5; n_3 = 3; n_4 = 1$

$$\text{Số trung bình: } \bar{x} = \frac{n_1 c_1 + n_2 c_2 + n_3 c_3 + n_4 c_4}{n_1 + n_2 + n_3 + n_4} = \frac{7145}{38} \approx 188,02$$

Tứ phân vị thứ nhất. Nhóm [120; 175)

$$Q_1 = 120 + \frac{\frac{1.19}{4} - 0}{10} (175 - 120) = \frac{1169}{8} \approx 146,125$$

Tứ phân vị thứ hai. Nhóm [175; 230)

$$Q_2 = 175 + \frac{\frac{2.19}{4} - (0+10)}{5} (230 - 175) = \frac{339}{2} \approx 169,5$$

Tứ phân vị thứ ba. Nhóm [230; 285)

$$Q_3 = 230 + \frac{\frac{3.19}{4} - (0+10+5)}{3} (285 - 230) = \frac{865}{4} \approx 216,25$$

Mốt

Mốt M_0 chứa trong nhóm [120; 175)

$$\text{Do đó: } u_m = 120; u_{m+1} = 175 \Rightarrow u_{m+1} - u_m = 175 - 120 = 55$$

$$n_{m-1} = 0; n_m = 10; n_{m+1} = 5$$

$$M_0 = 120 + \frac{10 - 0}{(10 - 0) + (10 - 5)} (175 - 120) = \frac{470}{3} = 156,67$$

Câu 19: Bảng sau thống kê số ca nhiễm mới SARS-CoV-2 mỗi ngày trong tháng 12/2021 tại Việt Nam.

Ngày	Số ca	Ngày	Số ca	Ngày	Số ca	Ngày	Số ca
1	15 139	9	15 965	17	15 685	25	16 046
2	14 295	10	15 474	18	16 363	26	15 667
3	14 254	11	16 830	19	16 586	27	15 310
4	14 598	12	15 264	20	15 420	28	14 866
5	14 927	13	16 035	21	16 806	29	14 299
6	15 215	14	15 871	22	17 044	30	20 454
7	14 433	15	16 192	23	16 860	31	17 004
8	15 223	16	15 720	24	16 633		

(Nguồn: worldmeters.info)

a) Xác định số trung bình và tứ phân vị của mẫu số liệu trên.



b) Hoàn thành bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:

So ca (nghìn)	[14; 15,5)	[15,5; 17)	[17; 18,5)	[18,5; 20)	[20; 21,5)
So ngày	?	?	?	?	?

c) Hãy ước lượng số trung bình, tứ phân vị và một của mẫu số liệu ở bảng tần số ghép nhóm trên.

Lời giải

a)

Số trung bình: $\bar{x} = \frac{14254 + 14295 + \dots + 20454 + 17004}{31} \approx 15821.$

Tứ phân vị:

Xếp mẫu số liệu không giảm ta được:

14254 14295 14299 14433 14598 14866 14927 15139 15215 15223
 15264 15310 15420 15474 15668 15685 15720 15871 15965 16035
 16046 16192 16363 16586 16633 16806 16830 16860 17004 17044
 20454

Từ đó ta có:

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là: 15139.

Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu là: 15685.

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là: 16586.

b) Hoàn thành bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:

Số ca (nghìn)	[14; 15,5)	[15,5; 17)	[17; 18,5)	[18,5; 20)	[20; 21,5)
Số ngày	13	15	2	0	1

c) Hãy ước lượng số trung bình và tứ phân vị của mẫu số liệu ở bảng tần số ghép nhóm trên.

Số trung bình: $\bar{x} = \frac{14,75.13 + 16,25.15 + 17,75.2 + 19,25.0 + 20,75.1}{31} = \frac{1967}{124} \approx 15,86.$

Tứ phân vị thứ nhất. Nhóm [14;15,5)

$$Q_1 = 14 + \frac{\frac{1.31}{4} - 0}{13} (15,5 - 14) = \frac{1549}{104} \approx 14,89$$

Tứ phân vị thứ hai. Nhóm [15,5;17)

$$Q_2 = 15,5 + \frac{\frac{2.31}{4} - (0+13)}{15} (17 - 15,5) = \frac{63}{4} \approx 15,75$$

Tứ phân vị thứ ba. Nhóm [17;18,5)

$$Q_3 = 15,5 + \frac{\frac{3.31}{4} - (0+13+15)}{2} (18,5 - 17) = \frac{215}{16} \approx 13,44$$

Một

Một M_0 chứa trong nhóm [15,5;17)

Do đó: $u_m = 15,5; u_{m+1} = 17 \Rightarrow u_{m+1} - u_m = 17 - 15,5 = 1,5$

$n_{m-1} = 13; n_m = 15; n_{m+1} = 2$



$$M_0 = 15,5 + \frac{15-13}{(15-13)+(15-2)}(17-15,5) = \frac{157}{10} = 15,7$$

Câu 20: Kết quả khảo sát cân nặng của 25 quả cam ở mỗi lô hàng A và B được cho ở bảng sau:

Cân nặng (g)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)
Số quả cam ở lô hàng A	2	6	12	4	1
Số quả cam ở lô hàng B	1	3	7	10	4

- a) Hãy ước lượng cân nặng trung bình của mỗi quả cam ở lô hàng A và lô hàng B .
 b) Nếu so sánh theo số trung bình thì cam ở lô hàng nào nặng hơn?

Lời giải

Ta có bảng thống kê số lượng cam theo giá trị đại diện:

Cân nặng đại diện (g)	152,5	157,5	162,5	167,5	172,5
Số quả cam ở lô hàng A	2	6	12	4	1
Số quả cam ở lô hàng B	1	3	7	10	4

- a) Cân nặng trung bình của mỗi quả cam ở lô hàng A xấp xỉ bằng
 $(2.152,5 + 6.157,5 + 12.162,5 + 4.167,5 + 1.172,5) : 25 = 161,7(g)$.

Cân nặng trung bình của mỗi quả cam ở lô hàng B xấp xỉ bằng
 $(1.152,5 + 3.157,5 + 7.162,5 + 10.167,5 + 4.172,5) : 25 = 165,1(g)$.

- b) Nếu so sánh theo số trung bình thì cam ở lô hàng B nặng hơn cam ở lô hàng A .

Câu 21: Một công ty xây dựng khảo sát khách hàng xem họ có nhu cầu mua nhà ở mức giá nào. Kết quả khảo sát được ghi lại ở bảng sau:

Mức giá (triệu đồng/m ²)	[10;14)	[14;18)	[18;22)	[22;26)	[26;30)
Số khách hàng	54	78	120	45	12

- a) Tìm một của mẫu số liệu ghép nhóm trên.
 b) Công ty nên xây nhà ở mức giá nào để nhiều người có nhu cầu mua nhất?

Lời giải

- a) Nhóm chứa một của mẫu số liệu trên là nhóm [18;22).

Do đó $u_m = 18, n_{m-1} = 78, n_m = 120, n_{m+1} = 45, u_{m+1} - u_m = 22 - 18 = 4$.

Một của mẫu số liệu ghép nhóm là $M_o = 18 + \frac{120-78}{(120-78)+(120-45)} \cdot 4 = \frac{758}{39} \approx 19,4$.

- b) Dựa vào kết quả trên ta có thể dự đoán rằng nếu công ty xây nhà ở mức giá 19,4 triệu đồng/m² thì sẽ có nhiều người có nhu cầu mua nhất.



Câu 22: Số cuộc gọi điện thoại một người thực hiện mỗi ngày trong 30 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên được thống kê trong bảng sau:

Số cuộc gọi	[3;5]	[6;8]	[9;11]	[12;14]	[15;17]
Số ngày	5	13	7	3	2

- a) Tìm một của mẫu số liệu ghép nhóm trên.
- b) Hãy dự đoán xem khả năng người đó thực hiện bao nhiêu cuộc gọi mỗi ngày là cao nhất.

Lời giải

Do số cuộc gọi là số nguyên nên ta hiệu chỉnh lại như sau:

Số cuộc gọi	[2,5;5,5)	[5,5;8,5)	[8,5;11,5)	[11,5;14,5)	[14,5;17,5)
Số ngày	5	13	7	3	2

- a) Nhóm chứa một của mẫu số liệu trên là nhóm $[5,5;8,5)$.

Do đó $u_m = 5,5; n_{m-1} = 5; n_m = 13; n_{m+1} = 7; u_{m+1} - u_m = 8,5 - 5,5 = 3$.

Một của mẫu số liệu ghép nhóm là $M_o = 5,5 + \frac{13-5}{(13-5)+(13-7)} \cdot 3 = \frac{101}{14} \approx 7,2$.

- b) Dựa vào kết quả trên ta có thể dự đoán rằng khả năng người đó thực hiện 7 cuộc gọi mỗi ngày là cao nhất.

Câu 23: Xét dữ liệu cho trong tình huống mở đầu.

- a) Mẫu số liệu về tổng điểm, kí hiệu là (T) , có bao nhiêu giá trị?
- b) Nếu lập bảng tần số cho mẫu số liệu (T) thì có dễ hình dung được bức tranh tổng thể về kết quả thi không? Vì sao?
- c) Mẫu số liệu (T) được mô tả dưới dạng bảng thống kê sau:

Tổng điểm	< 6	[6; 7)	[7; 8)	...	[28; 29)	[29; 30]
Số thí sinh	23	69	192	...	216	12

Hãy đọc và giải thích số liệu được biểu diễn trong bảng thống kê.

Lời giải

- a) Có 344752 thí sinh dự thi nên mẫu số liệu về tổng điểm (T) có 344752 giá trị.
- b) Nếu lập bảng tần số cho mẫu số liệu (T) thì không thể hình dung được bức tranh tổng thể về kết quả thi vì tổng điểm thi 3 ba môn của các thí sinh có rất nhiều giá trị khác nhau dẫn đến bảng tần số sẽ dài dòng và phức tạp.
- c) Từ bảng thống kê trên ta có thể thấy số lượng thí sinh đạt tổng điểm 3 môn trong từng nhóm điểm. Chẳng hạn
- Số thí sinh có tổng điểm 3 môn nhỏ hơn 6 là 23 thí sinh;
 - Số thí sinh có tổng điểm 3 môn từ 6 đến dưới 7 điểm là 69 thí sinh;
 - Số thí sinh có tổng điểm 3 môn từ 29 đến 30 điểm là 12 thí sinh.



Câu 24: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian (phút) đi từ nhà đến nơi làm việc của các nhân viên một công ty như sau:

Thời gian	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)	[45; 50)
Số nhân viên	6	14	25	37	21	13	9

Đọc và giải thích mẫu số liệu này.

Lời giải

Mẫu số liệu đã cho là mẫu số liệu ghép nhóm gồm 7 nhóm mô tả về thời gian đi từ nhà đến nơi làm việc của các nhân viên một công ty:

- Nhóm 1: Thời gian đi từ 15 phút đến dưới 20 phút, có 6 nhân viên;
- Nhóm 2: Thời gian đi từ 20 phút đến dưới 25 phút, có 14 nhân viên;
- Nhóm 3: Thời gian đi từ 25 phút đến dưới 30 phút, có 25 nhân viên;
- Nhóm 4: Thời gian đi từ 30 phút đến dưới 35 phút, có 37 nhân viên;
- Nhóm 5: Thời gian đi từ 35 phút đến dưới 40 phút, có 21 nhân viên;
- Nhóm 6: Thời gian đi từ 40 phút đến dưới 45 phút, có 13 nhân viên;
- Nhóm 7: Thời gian đi từ 45 phút đến dưới 50 phút, có 9 nhân viên.

Câu 25: Chỉ số BMI (đo bằng w / h^2 , trong đó w là cân nặng đơn vị là kilôgam, h là chiều cao đơn vị là mét) của các học sinh trong một tổ được cho như sau:

19,2 21,1 16,8 23,5 20,6 25,2 18,7 19,1.

Một người có chỉ số BMI nhỏ hơn 18,5 được xem là thiếu cân; từ 18,5 đến dưới 23 là có cân nặng lí tưởng so với chiều cao; từ 23 trở lên là thừa cân. Hãy lập mẫu số liệu ghép nhóm cho mẫu số liệu trên để biểu diễn tình trạng cân nặng so với chiều cao của các học sinh trong tổ.

Lời giải

Quan sát mẫu số liệu đã cho, ta thấy:

- Có 1 giá trị BMI của học sinh trong tổ nhỏ hơn 18,5 đó là 16,8;
- Có 5 giá trị BMI của học sinh trong tổ thuộc nửa khoảng từ 18,5 đến 23, đó là 19,2; 21,1; 20,6; 18,7; 19,1;
- Có 2 giá trị BMI của học sinh trong tổ từ 23 trở lên, đó là 23,5; 25,2.

Từ đó ta lập được mẫu số liệu ghép nhóm về tình trạng cân nặng so với chiều cao của các học sinh trong tổ như sau:

Chỉ số BMI (w / h^2)	Dưới 18,5	Từ 18,5 đến dưới 23	Từ 23 trở lên
Số học sinh	1	5	2

Câu 26: Cân nặng (kg) của 35 người trưởng thành tại một khu dân cư được cho như sau:

43 51 47 62 48 40 50 62 53 56 40 48 56
 53 50 42 55 52 48 46 45 54 52 50 47 44
 54 55 60 63 58 55 60 58 53.



Chuyển mẫu số liệu trên thành dạng ghép nhóm, các nhóm có độ dài bằng nhau, trong đó có nhóm $[40; 45)$..

Lời giải

Độ dài của mỗi nhóm là $45 - 40 = 5$.

Giá trị nhỏ nhất là 40, giá trị lớn nhất là 63, do đó, khoảng biến thiên của mẫu số liệu là $63 - 40 = 23$. Để cho thuận tiện, ta chọn đầu mút trái của nhóm đầu tiên là 40 và đầu mút phải của nhóm cuối cùng là 65, ta được các nhóm là $[40; 45), [45; 50), [50; 55), [55; 60), [60; 65)$. Đếm số giá trị thuộc mỗi nhóm, ta có mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Cân nặng (kg)	$[40; 45)$	$[45; 50)$	$[50; 55)$	$[55; 60)$	$[60; 65)$
Số người	5	7	11	7	5

Câu 27: Một công ty may quần áo đồng phục học sinh cho biết cỡ áo theo chiều cao của học sinh được tính như sau:

Chiều cao (cm)	$[150; 160)$	$[160; 167)$	$[167; 170)$	$[170; 175)$	$[175; 180)$
Cỡ áo	<i>S</i>	<i>M</i>	<i>L</i>	<i>XL</i>	<i>XXL</i>

Công ty muốn ước lượng tỉ lệ các cỡ áo khi may cho học sinh lớp 11 đã đo chiều cao của 36 học sinh nam khối 11 của một trường và thu được mẫu số liệu sau (đơn vị là centimét):

160 161 161 162 162 162 163 163 163 164 164 164 164
 165 165 165 165 165 166 166 166 166 167 167 168 168
 168 168 169 169 170 171 171 172 172 174

- Lập bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu với các nhóm đã cho ở bảng trên.
- Công ty may 500 áo đồng phục cho học sinh lớp 11 thì nên may số lượng áo theo mỗi cỡ là bao nhiêu chiếc?

Lời giải

a) Đếm số giá trị thuộc mỗi nhóm, ta lập được bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu với các nhóm đã cho ở bảng trên như sau:

Chiều cao (cm)	$[150; 160)$	$[160; 167)$	$[167; 170)$	$[170; 175)$	$[175; 180)$
Số học sinh	0	22	8	6	0

b) Công ty may 500 áo đồng phục cho học sinh lớp 11 thì nên may số lượng áo theo mỗi cỡ như sau:

- Không nên may áo cỡ *S* và cỡ *XXL*;
- Số lượng áo cỡ *M* nên may là $\frac{22}{36} \cdot 500 \approx 306$ (chiếc);
- Số lượng áo cỡ *L* nên may là $\frac{8}{36} \cdot 500 \approx 111$ (chiếc);
- Số lượng áo cỡ *XL* nên may là $500 - 306 - 111 = 83$ (chiếc).



Câu 28: Trong các mẫu số liệu sau, mẫu nào là mẫu số liệu ghép nhóm? Đọc và giải thích mẫu số liệu ghép nhóm đó.

a) Số tiền mà sinh viên chi cho thanh toán cước điện thoại trong tháng.

Số tiền (nghìn đồng)	[0;50)	[50;100)	[100;150)	[150;200)	[200;250)
Số sinh viên	5	12	23	17	3

b) Thống kê nhiệt độ tại một địa điểm trong 40 ngày, ta có bảng số liệu sau:

Nhiệt độ ($^{\circ}C$)	[19;22)	[22;25)	[25;28)	[28;31)
Số ngày	7	15	12	6

Lời giải

a) Mẫu số liệu đã cho là mẫu số liệu ghép nhóm.

Mẫu số liệu này mô tả về số tiền mà sinh viên chi cho thanh toán cước điện thoại trong tháng, gồm có 5 nhóm. Cụ thể:

- Nhóm thanh toán với số tiền từ 0 đến dưới 50 nghìn đồng, có 5 sinh viên;
- Nhóm thanh toán với số tiền từ 50 đến dưới 100 nghìn đồng, có 12 sinh viên;
- Nhóm thanh toán với số tiền từ 100 đến dưới 150 nghìn đồng, có 23 sinh viên;
- Nhóm thanh toán với số tiền từ 150 đến dưới 200 nghìn đồng, có 17 sinh viên;
- Nhóm thanh toán với số tiền từ 200 đến dưới 250 nghìn đồng, có 3 sinh viên;

b) Mẫu số liệu đã cho là mẫu số liệu ghép nhóm.

Mẫu số liệu này mô tả về nhiệt độ tại một địa điểm trong 40 ngày, gồm 4 nhóm nhiệt độ: từ $19^{\circ}C$ đến dưới $22^{\circ}C$; từ $22^{\circ}C$ đến dưới $25^{\circ}C$; từ $25^{\circ}C$ đến dưới $28^{\circ}C$; từ $28^{\circ}C$ đến dưới $31^{\circ}C$. Cụ thể:

- Có 7 ngày có nhiệt độ từ $19^{\circ}C$ đến dưới $22^{\circ}C$;
- Có 15 ngày có nhiệt độ từ $22^{\circ}C$ đến dưới $25^{\circ}C$;
- Có 12 ngày có nhiệt độ từ $25^{\circ}C$ đến dưới $28^{\circ}C$;
- Có 6 ngày có nhiệt độ từ $28^{\circ}C$ đến dưới $31^{\circ}C$.

Câu 29: Số sản phẩm một công nhân làm được trong một ngày được cho như sau:

18 25 39 12 54 27 46 25 19 8 36 22
 20 19 17 44 5 18 23 28 25 34 46 27

Hãy chuyển mẫu số liệu sang dạng ghép nhóm với sáu nhóm có độ dài bằng nhau.

Lời giải

Giá trị nhỏ nhất của mẫu số liệu là 5, giá trị lớn nhất của mẫu số liệu là 54, do đó khoảng biến thiên của mẫu số liệu là $R = 54 - 5 = 49$. Ta cần chia thành sáu nhóm với độ dài bằng nhau. Để cho thuận tiện, ta chọn đầu mút trái của nhóm đầu tiên là 3 và đầu mút phải của nhóm cuối cùng bằng 57 và độ dài của mỗi nhóm bằng 9 ta được các nhóm là



$[3;12), [12;21), [21;30), [30;39), [39;48), [48;57)$. Đếm số giá trị thuộc mỗi nhóm, ta có mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Số sản phẩm	$[3;12)$	$[12;21)$	$[21;30)$	$[30;39)$	$[39;48)$	$[48;57)$
Số công nhân	2	8	8	2	4	1

Câu 30: Thời gian ra sân (giờ) của một số cựu cầu thủ ở giải ngoại hạng Anh qua các thời kì được cho như sau:

653 632 609 572 565 535 516 514 508 505
504 504 503 499 496 492 .

(Theo: <https://www.premierleague.com/>)

Hãy chuyển mẫu số liệu trên sang dạng ghép nhóm với bảy nhóm có độ dài bằng nhau.

Lời giải

Giá trị nhỏ nhất của mẫu số liệu là 492, giá trị lớn nhất của mẫu số liệu là 653, do đó khoảng biến thiên của mẫu số liệu là $R = 653 - 492 = 161$. Ta cần chia thành bảy nhóm có độ dài bằng nhau. Để cho thuận tiện, ta chọn đầu mút trái của nhóm đầu tiên là 485 và đầu mút phải của nhóm cuối cùng bằng 660 và độ dài của mỗi nhóm bằng 25 ta được các nhóm là $[485;510), [510;535), [535;560), [560;585), [585;610), [610;635), [635;660]$. Đếm số giá trị thuộc mỗi nhóm, ta có mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Thời gian	$[485;510)$	$[510;535)$	$[535;560)$	$[560;585)$	$[585;610)$	$[610;635)$	$[635;660]$
Số cầu thủ	8	2	1	2	1	1	1

Câu 31: 100 người thực hiện bài trắc nghiệm để đo chỉ số IQ , kết quả thu được như sau:

Chỉ số IQ	Dưới 70	$[70;85)$	$[85;115)$	$[115;130)$	$[130;145)$	Từ 145 trở lên
Số người	2	15	45	20	15	3

a) Nêu các nhóm số liệu và tần số tương ứng.

b) Người có chỉ số IQ từ 85 đến dưới 115 là ở mức trung bình. Xác định tỉ lệ người có IQ cao hơn mức trung bình.

Lời giải

a) Các nhóm số liệu gồm Dưới 70; $[70;85)$; $[85;115)$; $[115;130)$; $[130;145)$;

Từ 145 trở lên với tần số tương ứng là 2,15,45,20,15,3.

b) Số người có chỉ số IQ cao hơn mức trung bình là $20 + 15 + 3 = 38$. Vậy tỉ lệ người có chỉ số IQ cao hơn mức trung bình là $38/100 = 38\%$.

Câu 32: Theo Tổ chức Y tế Thế giới (WHO), thiếu máu là tình trạng giảm lượng huyết sắc tố (Hb) dẫn tới sự thiếu cung cấp oxygen cho các mô trong cơ thể. Đối với nam giới trên 15 tuổi, chỉ số Hb (đơn vị tính là g/l) lớn hơn hoặc bằng 130 được xem là không bị thiếu máu, từ 110 đến dưới



130 là thiếu máu mức nhẹ, từ 80 đến dưới 110 là thiếu máu mức vừa, dưới 80 là mức nặng. Đo chỉ số Hb của một số học sinh nam lớp 12 cho kết quả như sau:

132,135,137,131,129,125,140,147,138,137,128,112,

127,129,125,98,139,138,139,141,140,105,136,133,

137,138,108,133,136,141,144,134,136,137,142.

Ghép nhóm cho mẫu số liệu này theo mức độ thiếu máu.

Lời giải

Có 25 học sinh có chỉ số Hb từ 130 trở lên (không bị thiếu máu), 7 học sinh có chỉ số Hb từ 110 đến dưới 130 (thiếu máu mức nhẹ), 3 học sinh có chỉ số Hb từ 80 đến dưới 110 (thiếu máu mức trung bình). Ta có mẫu số liệu ghép nhóm:

Chỉ số Hb (g/l)	Từ 130 trở lên	[110;130)	[80;110)
Số học sinh	25	7	3

Câu 33: Từ 1/7/2019, dựa trên thu nhập bình quân đầu người (kí hiệu là GNIPC, tính theo đô la Mỹ), Ngân hàng Thế giới xác định một nền kinh tế ở mức thu nhập thấp nếu GNIPC nhỏ hơn 1026, ở mức thu nhập dưới trung bình nếu GNIPC từ 1026 đến dưới 3996, ở mức thu nhập trên trung bình nếu GNIPC từ 3996 đến dưới 12376 và ở mức thu nhập cao nếu GNIPC từ 12376 trở lên (Theo Ngân hàng Thế giới). Thu nhập bình quân đầu người của một số nền kinh tế thuộc khu vực châu Á Thái Bình Dương năm 2021 được cho như sau:

102450,70700,67580,55290,47490,45440,44570,28730,19170,
 18530,16520,13790,12904,11090,11040,10440,9450,8150,7220,
 6960,5800,4430,4340,4280,4230,2100 .

(Theo statistica.com)

- Ghép nhóm mẫu số liệu trên theo mức thu nhập của nền kinh tế.
- GNIPC của Việt Nam năm 2021 là 11040. Nền kinh tế Việt Nam được xếp Ở mức nào?.

Lời giải

a) Mẫu số liệu ghép nhóm:

GNIPC	[1026;3996)	[3996;12376)	Từ 12376 trở lên
Số nền kinh tế	1	12	13

b) Nền kinh tế Việt Nam được xếp ở mức thu nhập trên trung bình.

Câu 34: Thống kê chỉ số chất lượng không khí (AQI) tại một địa điểm vào các ngày trong tháng 6/2022 được cho trong bảng sau:

Chỉ số AQI	[0;50)	[50;100)	[100;150)	[150;200)	Trên 200
Số ngày	5	11	7	4	3

a) Đọc và giải thích mẫu số liệu ghép nhóm.

b) Chất lượng không khí được xem là tốt nếu AQI nhỏ hơn 50, là trung bình nếu AQI từ 50 đến dưới 100. Trong tháng 6 / 2022 tại địa điểm này có bao nhiêu ngày chất lượng không khí dưới mức trung bình?.

Lời giải



a) Trong tháng 6/2022 có 5 ngày chỉ số AQI dưới 50; 11 ngày chỉ số AQI từ 50 đến dưới 100; 7 ngày chỉ số AQI từ 100 đến dưới 150; 4 ngày chỉ số AQI từ 150 đến dưới 200; 3 ngày chỉ số AQI trên 200.

b) Số ngày chất lượng không khí dưới mức trung bình là: $7 + 4 + 3 = 14$.

Câu 35: Trẻ sơ sinh được xem là nhẹ cân nếu cân nặng khi sinh dưới 2 kg , là thừa cân nếu cân nặng khi sinh trên 4 kg , là có cân nặng trung bình nếu cân nặng khi sinh từ 2 kg đến 4 kg . Thống kê cân nặng (tính theo kg) của 15 trẻ sơ sinh tại một bệnh viện cho kết quả như sau:

3,4 2,7 1,9 3,5 3,3 2,8 4,2 2,6 2,8 3,0 3,7 3,9 4,1 2,7 2,5

a) Tìm số trẻ nhẹ cân, thừa cân, có cân nặng trung bình trong 15 trẻ sơ sinh trên.

b) Xây dựng mẫu số liệu ghép nhóm cho mẫu số liệu trên.

Lời giải

a) Số trẻ nhẹ cân, cân nặng trung bình, thừa cân tương ứng là 1, 12, 2.

b) Mẫu số liệu ghép nhóm:

Cân nặng (kg)	Dưới 2	[2;4]	Trên 4
Số trẻ	1	12	2

Câu 36: Thời gian hoàn thành bài kiểm tra Toán 45 phút của các bạn trong lớp được cho như sau:

Thời gian (phút)	[25;30)	[30;35)	[35;40)	[40;45]
Số học sinh	2	7	10	25

a) Nêu các nhóm số liệu và tần số tương ứng.

b) Có bao nhiêu học sinh hoàn thành bài kiểm tra trước khi hết giờ trên 5 phút?

Lời giải

a) Các nhóm số liệu [25; 30), [30; 35), [35; 40), [40; 45] với tần số tương ứng là 2, 7, 10, 25.

b) Số học sinh hoàn thành bài kiểm tra trước khi hết giờ ít nhất 5 phút là $2 + 7 + 10 = 19$

Câu 37: Tính giá trị đại diện và độ dài của mỗi nhóm trong mẫu số liệu ở bảng sau:

Khoảng tuổi	[20;30)	[30;40)	[40;50)	[50;60)	[60;70)
Số khách hàng nữ	3	?	?	?	?

Lời giải

Khoảng tuổi	[20;30)	[30;40)	[40;50)	[50;60)	[60;70)
Giá trị đại diện	25	35	45	55	65
Độ dài của nhóm	10	10	10	10	10

Câu 38: Cân nặng của 28 học sinh nam lớp 11 được cho như sau:

55,4 62,6 54,2 56,8 58,8 59,4 60,7 58 59,5 63,6 61,8 52,3 63,4 57,9

49,7 45,1 56,2 63,2 46,1 49,6 59,1 55,3 55,8 45,5 46,8 54 49,2 52,6
 Hãy chia mẫu dữ liệu trên thành 5 nhóm, lập bảng tần số ghép nhóm và xác định giá trị đại diện cho mỗi nhóm.



Lời giải

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là $R = 63,6 - 45,1 = 18,5$.

Độ dài mỗi nhóm $L > \frac{R}{k} = \frac{18,5}{5} = 3,7$.

Ta chọn $L = 4$ và chia dữ liệu thành các nhóm $[45;49), [49;53), [53;57), [57;61), [61;65)$.

Khi đó ta có bảng tần số ghép nhóm sau:

Cân nặng	[45;49)	[49;53)	[53;57)	[57;61)	[61;65)
Giá trị đại diện	47	51	55	59	63
Số học sinh	4	5	7	7	5

Câu 39: Một cửa hàng đã thống kê số ba lô bán được mỗi ngày trong tháng 9 với kết quả cho như sau:

12 29 12 19 15 21 19 29 28 12 15 25 16 20 29
 21 12 24 14 10 12 10 23 27 28 18 16 10 20 21

Hãy chia mẫu số liệu trên thành 5 nhóm, lập bảng tần số ghép nhóm, hiệu chỉnh bảng tần số ghép nhóm và xác định giá trị đại diện cho mỗi nhóm.

Lời giải

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là $R = 29 - 10 = 19$.

Độ dài mỗi nhóm $L > \frac{R}{k} = \frac{19}{5} = 3,8$.

Ta chọn $L = 4$ và chia dữ liệu thành các nhóm:

$[10;14), [14;18), [18;22), [22;26), [26;30)$

Khi đó ta có bảng tần số ghép nhóm sau:

Số ba lô	[10;14)	[14;18)	[18;22)	[22;26)	[26;30)
Giá trị đại diện	12	16	20	24	28
Số ngày	8	5	8	3	6

Câu 40: Bảng 4 biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm được cho dưới dạng bảng tần số ghép nhóm. Hãy cho biết:

- Mẫu số liệu đó có bao nhiêu số liệu; bao nhiêu nhóm;
- Tần số của mỗi nhóm.

Nhóm	Tần số
$[0;10)$	8
$[10;20)$	7
$[20;30)$	9
$[30;40)$	6
	$n = 30$

Bảng 4

Lời giải

Từ Bảng 4, ta thấy:



- a) Mẫu số liệu đó gồm 30 số liệu và 4 nhóm.
 b) Tần số của các nhóm 1,2, 3,4 lần lượt là 8,7,9,6.

Câu 41: Mẫu số liệu dưới đây ghi lại tốc độ của 42 ô tô khi đi qua một trạm đo tốc độ (đơn vị: km/h):

47,5	49,5	46	51	52,5	45	61
42	67	48	63	65	62,5	49,5
43,5	41	57,5	63,5	56,5	53	48
61,5	46	57	69	44,5	52	50
45	55	47	60	67,5	62	58
56	51,5	57,5	59	52	43	56

Lập bảng tần số ghép nhóm bao gồm cả tần số tích lũy cho mẫu số liệu trên có sáu nhóm ứng với sáu nửa khoảng:

$[40; 45), [45; 50), [50; 55), [55; 60), [60; 65), [65; 70)$.

Lời giải

Bảng tần số ghép nhóm bao gồm cả tần số tích lũy như ở Bảng 5:

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
$[40; 45)$	5	5
$[45; 50)$	10	15
$[50; 55)$	7	22
$[55; 60)$	9	31
$[60; 65)$	7	38
$[65; 70)$	4	42
	$n = 42$	

Câu 42: Khảo sát thời gian tự học của các học sinh trong lớp theo mẫu bên.

- a) Hãy lập bảng thống kê cho mẫu số liệu ghép nhóm thu được.
 b) Có thể tính chính xác thời gian tự học trung bình của các học sinh trong lớp không?
 c) Có cách nào tính gần đúng thời gian tự học trung bình của các học sinh trong lớp dựa trên mẫu số liệu ghép nhóm này không?

Lời giải

a) Giả sử lớp 11A có 30 học sinh và sau khi khảo sát, ta có được bảng thống kê như sau:

Thời gian (giờ)	Dưới 1,5 giờ	$[1,5; 3)$	$[3; 4,5)$	Từ 4,5 giờ trở lên
Số học sinh	5	15	8	2

- b) Ta không thể tính chính xác thời gian tự học trung bình của các học sinh trong lớp vì không có mẫu số liệu cụ thể về thời gian tự học của từng học sinh.
 c) Có thể tính gần đúng thời gian tự học trung bình của các học sinh trong lớp dựa trên mẫu số liệu ghép nhóm bằng cách chọn thời gian đại diện cho mỗi nhóm, sau đó sử dụng tần số tương ứng để tính số trung bình, cụ thể:



- Thời gian tự học dưới 1,5 giờ, ta chọn giá trị đại diện là 0,75 giờ, tần số tương ứng là 5.
- Thời gian tự học từ 1,5 đến dưới 3 giờ, ta chọn giá trị đại diện là $\frac{1,5+3}{2} = 2,25$, tần số tương ứng là 15.
- Thời gian tự học từ 3 đến dưới 4,5 giờ, ta chọn giá trị đại diện là $\frac{3+4,5}{2} = 3,75$, tần số tương ứng là 8.
- Thời gian tự học là từ 4,5 giờ trở lên, ta chọn giá trị đại diện là 5,25, tần số tương ứng là 2.

Số trung bình là $\bar{x} = \frac{5 \cdot 0,75 + 15 \cdot 2,25 + 8 \cdot 3,75 + 2 \cdot 5,25}{30} = 2,6$.

Vậy thời gian tự học trung bình của học sinh lớp 11A xấp xỉ khoảng 2,6 giờ.

Câu 43: Tìm hiểu thời gian xem ti vi trong tuần trước (đơn vị: giờ) của một số học sinh thu được kết quả sau:

Thời gian (giờ)	[0;5)	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)
Số học sinh	8	16	4	2	2

Tính thời gian xem ti vi trung bình trong tuần trước của các bạn học sinh này.

Lời giải

Trong mỗi khoảng thời gian, giá trị đại diện là trung bình cộng của giá trị hai đầu mút nên ta có bảng sau:

Thời gian (giờ)	2,5	7,5	12,5	17,5	22,5
Số học sinh	8	16	4	2	2

Tổng số học sinh là $n = 8 + 16 + 4 + 2 + 2 = 32$. Thời gian xem ti vi trung bình trong tuần trước của các học sinh là $\bar{x} = \frac{8 \cdot 2,5 + 16 \cdot 7,5 + 4 \cdot 12,5 + 2 \cdot 17,5 + 2 \cdot 22,5}{32} = 8,4375$ (giờ)

Câu 44: Tìm hiểu thời gian xem ti vi trong tuần trước (đơn vị: giờ) của một số học sinh thu được kết quả sau:

Thời gian (giờ)	[0;5)	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)
Số học sinh	8	16	4	2	2

- a) Có thể tìm được giá trị chính xác cho một của mẫu số liệu gốc về thời gian xem ti vi của học sinh không?
- b) Một thuộc nhóm nào là hợp lí nhất? Nên lấy số nào trong nhóm để ước lượng cho một?

Lời giải

a) Không thể tính được giá trị chính xác cho một của mẫu số liệu gốc về thời gian xem ti vi của học sinh, do không có thời gian cụ thể của từng học sinh.



b) Tần số lớn nhất là 16 nên một thuộc nhóm $[5;10)$ là hợp lí nhất. Ta ước lượng một của mẫu số liệu bằng cách xác định số thứ tự của nhóm chứa một là $j = 2; a_j = a_2 = 5; m_2 = 16; m_1 = 8; m_3 = 4$; độ dài của nhóm $h = 5$.

Do đó, một của mẫu số liệu xấp xỉ bằng $5 + \frac{16-8}{(16-8)+(16-4)} \cdot 5 = 7$.

Câu 45: Thời gian (phút) để học sinh hoàn thành một câu hỏi thi được cho như sau:

Thời gian (phút)	$[0,5;10,5)$	$[10,5;20,5)$	$[20,5;30,5)$	$[30,5;40,5)$	$[40,5;50,5)$
Số học sinh	2	10	6	4	3

Tìm một của mẫu số liệu ghép nhóm này.

Lời giải

Tần số lớn nhất là 10 nên nhóm chứa một là nhóm $[10,5;20,5)$.

Ta có, $j = 2; a_2 = 10,5; m_2 = 10; m_1 = 2; m_3 = 6; h = 20,5 - 10,5 = 10$. Do đó, một của mẫu số liệu

ghép nhóm này là $M_o = 10,5 + \frac{10-2}{(10-2)+(10-6)} \cdot 10 = \frac{103}{6} \approx 17,17$

Câu 46: Quãng đường (km) từ nhà đến nơi làm việc của 40 công nhân một nhà máy được ghi lại như sau:

5 3 10 20 25 11 13 7 12 31 19 10 12 17 18 11 32 17 16 2
 7 9 7 8 3 5 12 15 18 3 12 14 2 9 6 15 15 7 6 12.

a) Ghép nhóm dãy số liệu trên thành các khoảng có độ rộng bằng nhau, khoảng đầu tiên là $[0;5)$. Tìm giá trị đại diện cho mỗi nhóm.

b) Tính số trung bình của mẫu số liệu không ghép nhóm và mẫu số liệu ghép nhóm. Giá trị nào chính xác hơn?

c) Xác định nhóm chứa một của mẫu số liệu ghép nhóm thu được.

Lời giải

a) Giá trị nhỏ nhất của mẫu số liệu là 2, giá trị lớn nhất của mẫu số liệu là 32, do đó khoảng biến thiên là $32 - 2 = 30$.

Các nhóm có độ rộng bằng nhau và độ rộng của mỗi nhóm là 5. Để cho thuận tiện, ta chia thành 7 nhóm là các nhóm $[0;5), [5;10), [10;15), [15;20), [20;25), [25;30), [30;35)$. Đếm số giá trị thuộc mỗi nhóm, ta có mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Quãng đường (km)	$[0;5)$	$[5;10)$	$[10;15)$	$[15;20)$	$[20;25)$	$[25;30)$	$[30;35)$
Số công nhân	5	11	11	9	1	1	2

Giá trị đại diện cho mỗi nhóm là trung bình của hai đầu mút của nhóm. Ta có bảng giá trị đại diện như sau:

Quãng đường (km)	2,5	7,5	12,5	17,5	22,5	27,5	32,5
------------------	-----	-----	------	------	------	------	------



(giá trị đại diện)							
Số công nhân	5	11	11	9	1	1	2

b) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x}_g = \frac{5.2,5 + 11.7,5 + 11.12,5 + 9.17,5 + 1.22,5 + 1.27,5 + 2.32,5}{40} = 12,625$$

Ta có:

$$5 + 3 + 10 + 20 + 25 + 11 + 13 + 7 + 12 + 31 + 19 + 10 + 12 + 17 + 18 + 11 + 32 + 17 + 16 + 2 + 7 + 9 + 7 + 8 + 3 + 5 + 12 + 15 + 18 + 3 + 12 + 14 + 2 + 9 + 6 + 15 + 15 + 7 + 6 + 12 = 476$$

$$\text{Số trung bình của mẫu số liệu không ghép nhóm là } \bar{x} = \frac{476}{40} = 11,9.$$

Giá trị trung bình của mẫu số liệu không ghép nhóm chính xác hơn vì nó là giá trị của mẫu số liệu gốc.

c) Tần số lớn nhất trong bảng tần số của mẫu số liệu ghép nhóm là 11. Do đó, nhóm chứa một của mẫu số liệu ghép nhóm là các nhóm $[5;10)$ và $[10;15)$.

Câu 47: Tuổi thọ (năm) của 50 bình ắc quy ô tô được cho như sau:

Tuổi thọ (năm)	$[2;2,5)$	$[2,5;3)$	$[3;3,5)$	$[3,5;4)$	$[4;4,5)$	$[4,5;5)$
Tần số	4	9	14	11	7	5

a) Xác định một và giải thích ý nghĩa.

b) Tính tuổi thọ trung bình của 50 bình ắc quy ô tô này.

Lời giải

a) Tần số lớn nhất là 14 nên nhóm chứa một là nhóm $[3;3,5)$. Ta có, $j=3, a_3=3, m_3=14, m_2=9, m_4=11, h=0,5$. Do đó một của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$M_o = 3 + \frac{14-9}{(14-9)+(14-11)} \cdot 0,5 = 3,3125.$$

Ý nghĩa: Tuổi thọ của bình ắc quy ô tô khoảng 3,3125 năm là nhiều nhất hay tuổi thọ chủ yếu của bình ắc quy ô tô khoảng 3,3125 năm.

b) Trong mỗi khoảng tuổi thọ, giá trị đại diện là trung bình cộng của giá trị hai đầu mút nên ta có bảng sau:

Tuổi thọ (năm)	2,25	2,75	3,25	3,75	4,25	4,75
Tần số	4	9	14	11	7	5

Tổng số ắc quy ô tô là 50. Tuổi thọ trung bình của 50 ắc quy ô tô này là

$$\bar{x} = \frac{4.2,25 + 9.2,75 + 14.3,25 + 11.3,75 + 7.4,25 + 5.4,75}{50} = 3,48$$

Câu 48: Mức thưởng tết (triệu đồng) mà các công nhân một nhà máy nhận được như sau:

Mức thưởng	$[5;10)$	$[10;15)$	$[15;20)$	$[20;25]$
------------	----------	-----------	-----------	-----------



Số công nhân	13	35	47	25
--------------	----	----	----	----

Tìm một của mẫu số liệu ghép nhóm. Cho biết ý nghĩa của giá trị thu được.

Lời giải

Cỡ mẫu: $n = 13 + 35 + 47 + 25 = 120$. Số công nhân có mức thưởng tết từ 15 đến dưới 20 triệu đồng là nhiều nhất nên nhóm chứa một là nhóm $[15; 20)$.

Ta có, $a_j = 15; m_j = 47; m_{j-1} = 35; m_{j+1} = 25; h = 5$. Do đó, một của mẫu số liệu là

$$M_o = 15 + \frac{(47 - 35)}{(47 - 35) + (47 - 25)} \cdot 5 \approx 16,76$$

Ý nghĩa. Số công nhân nhận được mức thưởng tết khoảng 16,76 triệu đồng là cao nhất.

Câu 49: Quãng đường (km) các cầu thủ (không tính thủ môn) chạy trong một trận bóng đá tại giải ngoại hạng Anh được cho trong bảng thống kê sau:

Quãng đường	[2; 4)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)	[10; 12)
Số cầu thủ	2	5	6	9	3

Tính quãng đường trung bình một cầu thủ chạy trong trận đấu này.

Lời giải

ĐS. $7,48 \text{ km}$.

Câu 50: Thống kê số lần đi học muộn trong học kì của các bạn trong lớp, Nam thu được kết quả sau:

Số lần đi muộn	0 – 2	3 – 5	6 – 8	9 – 11	12 – 14
Số học sinh	23	8	5	3	1

Tính một của mẫu số liệu và giải thích ý nghĩa của giá trị thu được.

Lời giải

Nhóm chứa một là $[8; 10)$. Một là $M_o = 8 + \frac{(9 - 6)}{(9 - 6) + (9 - 3)} \cdot 2 \approx 8,67$.

Số cầu thủ chạy khoảng 8,67 km là nhiều nhất.

Câu 51: Thống kê số lần đi học muộn trong học kì của các bạn trong lớp, Nam thu được kết quả sau:

Số lần đi muộn	0 – 2	3 – 5	6 – 8	9 – 11	12 – 14
Số học sinh	23	8	5	3	1

Trung bình mỗi học sinh trong lớp đi muộn bao nhiêu buổi trong học kì?

Lời giải

ĐS. Trung bình trong học kì mỗi học sinh đi muộn 3,325 buổi.

Câu 52: Nồng độ cồn trong hơi thở (đơn vị tính là miligam/1 lít khí thở) của 20 lái xe ô tô vi phạm được cho như sau:

0,09 0,18 0,47 1,20 0,28 0,45 0,72 0,15 0,75 0,36
 0,21 0,15 0,23 0,30 0,41 0,13 0,05 0,38 0,42 0,79.

Theo quy định, mức phạt nồng độ cồn đối với lái xe ô tô như sau:

Mức 1. Nồng độ cồn trong hơi thở chưa vượt quá 0,25 phạt từ 6 đến 8 triệu đồng;



Mức 2. Nồng độ cồn trong hơi thở từ trên 0,25 đến 0,4 phạt từ 16 đến 18 triệu đồng;

Mức 3. Nồng độ cồn trong hơi thở vượt quá 0,4 phạt từ 30 đến 40 triệu đồng.

a) Lập bảng thống kê biểu diễn số lượng lái xe vi phạm theo mức tiền bị phạt.

b) Trung bình mỗi lái xe bị phạt bao nhiêu tiền? Tổng số tiền phạt của 20 lái xe khoảng bao nhiêu?

Lời giải

a) Bảng thống kê:

Số tiền phạt (triệu đồng)	6 – 8	16 – 18	30 – 40
Số người vi phạm	8	4	8

b) Cỡ mẫu $n = 20$. Số tiền trung bình một người bị phạt là $\bar{x} = \frac{8 \cdot 7 + 4 \cdot 17 + 8 \cdot 35}{20} = 20,2$ (triệu đồng).

Tổng số tiền 20 lái xe bị phạt là $20,2 \cdot 20 = 404$ (triệu đồng).

Câu 53: Một bưu tá thống kê lại số bưu phẩm gửi đến một cơ quan mỗi ngày trong tháng 6/2022 ở bảng sau:

30	32	28	34	37	26	44	24	22	38
34	20	30	27	28	34	38	32	42	39
43	42	32	26	36	32	37	24	29	32

a) Tính số trung bình và một của mẫu số liệu trên.

b) Tổng hợp lại số liệu trên vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:

Số bưu phẩm	[20; 24]	[25; 29]	[30; 34]	[35; 39]	[40; 44]
Số ngày	?	?	?	?	?

c) Hãy ước lượng số trung bình và một của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Giải

a) Số trung bình của mẫu số liệu là 32,4. Một của mẫu số liệu là 32.

b) Bảng tần số ghép nhóm.

Số bưu phẩm	[20; 24]	[25; 29]	[30; 34]	[35; 39]	[40; 44]
Số ngày	4	6	10	6	4

c) Do số bưu phẩm là số nguyên nên ta hiệu chỉnh lại bảng tần số ghép nhóm như sau:

Số bưu phẩm	[19,5; 24,5)	[24,5; 29,5)	[29,5; 34,5)	[34,5; 39,5)	[39,5; 44,5)
Giá trị đại diện	22	27	32	37	42
Số ngày	4	6	10	6	4

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x} = \frac{4 \cdot 22 + 6 \cdot 27 + 10 \cdot 32 + 6 \cdot 37 + 4 \cdot 42}{30} = 32.$$

Nhóm chứa một của mẫu số liệu trên là nhóm [29,5; 34,5).



Do đó: $u_m = 29,5; n_{m-1} = 6; n_m = 10; n_{m+1} = 6; u_{m+1} - u_m = 34,5 - 29,5 = 5$.

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm là $M_o = 29,5 + \frac{10-6}{(10-6)+(10-6)} \cdot 5 = 32$.

Câu 54: Kết quả khảo sát cân nặng của 20 quả cam Canh ở mỗi lô hàng 1 và lô hàng 2 được cho ở bảng sau:

Cân nặng (g)	[100;110)	[110;120)	[120;130)	[130;140)	[140;150)
Số quả cam Canh ở lô hàng 1	1	4	5	4	6
Số quả cam Canh ở lô hàng 2	2	3	6	4	5

a) Hãy ước lượng cân nặng trung bình của mỗi quả cam Canh ở lô hàng 1 và lô hàng 2.

b) Nếu so sánh theo số trung bình thì cam Canh ở lô hàng nào nặng hơn?

Giải

Ta có bảng thống kê số lượng cam Canh theo giá trị đại diện:

Cân nặng đại diện (g)	105	115	125	135	145
Số quả cam Canh ở lô hàng 1	1	4	5	4	6
Số quả cam Canh ở lô hàng 2	2	3	6	4	5

a) Cân nặng trung bình của mỗi quả cam Canh ở lô hàng 1 là

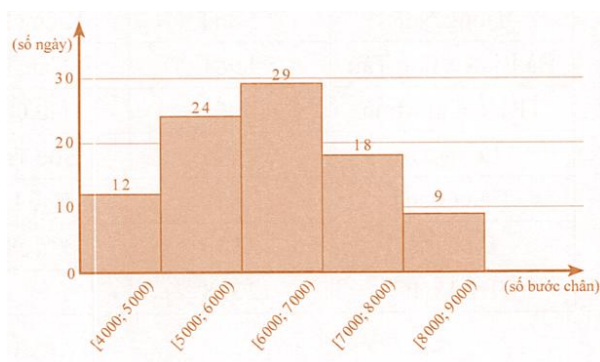
$$(1 \cdot 105 + 4 \cdot 115 + 5 \cdot 125 + 4 \cdot 135 + 6 \cdot 145) : 20 = 130(g).$$

Cân nặng trung bình của mỗi quả cam Canh ở lô hàng 2 là

$$(2 \cdot 105 + 3 \cdot 115 + 6 \cdot 125 + 4 \cdot 135 + 5 \cdot 145) : 20 = 128,5(g).$$

b) Nếu so sánh theo số trung bình thì số cam Canh ở lô hàng 1 nặng hơn số cam Canh ở lô hàng 2.

Câu 55: Thảo thống kê lại số bước chân bạn đi mỗi ngày trong 3 tháng. Kết quả được biểu diễn ở biểu đồ ở bên.



a) Hãy lập bảng tần số ghép nhóm, kèm theo giá trị đại diện biểu diễn dữ liệu thống kê trên.

b) Hãy ước lượng số trung bình và mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Giải

a) Bảng tần số ghép nhóm:

Số bước chân	Giá trị đại diện	Số ngày
--------------	------------------	---------



[4000; 5000)	4500	12
[5000; 6000)	5500	24
[6000; 7000)	6500	29
[7000; 8000)	7500	18
[8000; 9000)	8500	9

b) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x} = \frac{12 \cdot 4500 + 24 \cdot 5500 + 29 \cdot 6500 + 18 \cdot 7500 + 9 \cdot 8500}{92} \approx 6369,57.$$

Nhóm chứa mốt của mẫu số liệu trên là nhóm [6000; 7000).

Do đó: $u_m = 6000; n_{m-1} = 24; n_m = 29; n_{m+1} = 18; u_{m+1} - u_m = 7000 - 6000 = 1000$.

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$M_o = 6000 + \frac{29 - 24}{(29 - 24) + (29 - 18)} \cdot 1000 = 6312,5.$$

Câu 56: Diện tích các tỉnh và thành phố khu vực Nam Bộ được thống kê ở bảng sau:

Tỉnh/ thành phố	Diện tích (km^2)	Tỉnh/ thành phố	Diện tích (km^2)
Bình Phước	6877	Vĩnh Long	1526
Tây Ninh	4041	Đồng Tháp	3384
Bình Dương	2695	An Giang	3537
Đồng Nai	5864	Kiên Giang	6349
Bà Rịa - Vũng Tàu	1981	Cần Thơ	1439
TP.Hồ Chí Minh	2061	Hậu Giang	1622
Long An	4495	Sóc Trăng	3312
Tiền Giang	2511	Bạc Liêu	2669
Bến Tre	2395	Cà Mau	5221
Trà Vinh	2358		

(Nguồn: Tổng cục Thống kê)

a) Hãy tính diện tích trung bình của mỗi tỉnh/thành phố khu vực Nam Bộ.

b) Dựa vào số liệu trên, hãy hoàn thiện bảng tần số ghép nhóm về diện tích các tỉnh khu vực Nam Bộ theo mẫu sau:

Diện tích (km^2)	[1000; 2500)	[2500; 4000)	[4000; 5500)	[5500; 7000)
Số tỉnh/thành phố	?	?	?	?

c) Hãy ước lượng số trung bình và mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Giải

a) Diện tích trung bình của mỗi tỉnh/thành phố khu vực Nam Bộ là

$$\begin{aligned} & (6877 + 4041 + 2695 + 5864 + 1981 + 2061 + 4495 + 2511 + 2395 + 2358 + 1526 + \\ & + 3384 + 3537 + 6349 + 1439 + 1622 + 3312 + 2669 + 5221) : 19 \approx 3386,16 \text{ (} km^2 \text{)}. \end{aligned}$$



b) Bảng tần số ghép nhóm:

Diện tích (km^2)	[1000;2500)	[2500;4000)	[4000;5500)	[5500;7000)
Số tỉnh/thành phố	7	6	3	3

c) Bảng tần số ghép nhóm bao gồm giá trị đại diện của các nhóm như sau:

Diện tích (km^2)	[1000;2500)	[2500;4000)	[4000;5500)	[5500;7000)
Giá trị đại diện	1750	3250	4750	6250
Số tỉnh/ thành phố	7	6	3	3

Khi đó, số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x} = \frac{7.1750 + 6.3250 + 3.4750 + 3.6250}{19} \approx 3407,89.$$

Nhóm chứa một của mẫu số liệu trên là nhóm [1000;2500).

Do đó: $u_m = 1000; n_{m-1} = 0; n_m = 7; n_{m+1} = 6; u_{m+1} - u_m = 2500 - 1000 = 1500$.

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$M_o = 1000 + \frac{7-0}{(7-0) + (7-6)} \cdot 1500 = 2312,5.$$

Câu 57: Nhân ngày hội đọc sách, các học sinh của một trường trung học phổ thông mang sách cũ đến tặng thư viện trường và trao đổi với các bạn học sinh khác. Bảng sau thống kê số sách cũ mà các bạn học sinh lớp 11B mang đến trường.

Số sách	[1;3]	[4;6]	[7;9]	[10;12]	[13;15]
Số học sinh	5	14	10	8	3

Hãy ước lượng số trung bình và một của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

Bảng số liệu ghép nhóm hiệu chỉnh như sau:

Số sách	[0,5;3,5)	[3,5;6,5)	[6,5;9,5)	[9,5;12,5)	[12,5;15,5)
Số học sinh	5	14	10	8	3

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là 7,25.

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm là $\frac{145}{26} \approx 5,58$.

Câu 58: Một kĩ thuật viên ghi lại cân nặng của 20 chi tiết máy ở bảng sau (đơn vị: gam):

5,63	5,58	5,42	5,58	5,56	5,54	5,55	5,40	5,60	5,56
5,46	5,51	5,58	5,48	5,61	5,50	5,54	5,64	5,43	5,63

a) Tính cân nặng trung bình của mỗi chi tiết máy.

b) Lập bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu trên với nhóm đầu tiên là [5,40;5,45) và ước lượng số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải



- a) Cân nặng trung bình của mỗi chi tiết máy là 5,54 g.
- b) Bảng số liệu ghép nhóm của mẫu số liệu đã cho như sau:

Cân nặng	[5, 40; 5, 45)	[5, 45; 5, 50)	[5, 50; 5, 55)	[5, 55; 5, 60)	[5, 60; 5, 65)
Số chi tiết	3	2	4	6	5

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là 5,545.

Câu 59: Bảng sau thống kê số lượt chở khách mỗi ngày của một lái xe taxi trong 30 ngày.

15	13	7	5	18	13	11	9	10	8	14	11	16	10	9
13	11	12	13	15	12	13	6	8	17	13	6	18	12	13

- a) Hãy tính số trung bình và một của mẫu số liệu trên.
- b) Hãy lập bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu trên với nhóm đầu tiên là [4, 5; 7, 5) .
- c) Hãy ước lượng số trung bình và một của mẫu số liệu ghép nhóm đó.

Lời giải

- a) Số trung bình mẫu số liệu là 11,7. Một của mẫu số liệu là 13.
- b) Bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu đã cho như sau:

Số lượt khách	[4, 5; 7, 5)	[7, 5; 10, 5)	[10, 5; 13, 5)	[13, 5; 16, 5)	[16, 5; 19, 5)
Số ngày	4	6	13	4	3

- c) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là 11,6.

Một của mẫu số liệu ghép nhóm là $\frac{189}{16} \approx 11,8$.

Câu 60: Bảng sau thống kê cân nặng (đơn vị: kg) của một số con ngan được 88 ngày tuổi ở một trang trại.

4,60	4,62	4,64	4,65	4,67	4,67	4,68	4,68	4,70	4,70
4,70	4,70	4,71	4,71	4,72	4,73	4,74	4,76	4,77	4,77
4,77	4,78	4,78	4,80	4,82	4,84	4,84	4,85	4,87	4,89
4,89	4,90	4,92	4,92	4,93	4,94	4,94	4,95	4,97	4,97
4,97	4,99	4,99	5,01	5,02	5,03	5,04	5,05	5,06	5,07

- a) Hãy lập bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu trên với nhóm đầu tiên là [4, 6; 4, 7) .
- b) Hãy ước lượng số trung bình và một của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

- a) Bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu đã cho như sau:

Cân nặng (kg)	[4, 6; 4, 7)	[4, 7; 4, 8)	[4, 8; 4, 9)	[4, 9; 5, 0)	[5, 0; 5, 1)
Số con ngan	8	15	8	12	7

- b) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là 4,84. Một của mẫu số liệu ghép nhóm là 4,75.

Câu 61: Bảng sau thống kê chiều cao (đơn vị: cm) của một số cây giống sau khi nảy mầm được 2 tuần.

Chiều cao (cm)	[6, 2; 6, 7)	[6, 7; 7, 2)	[7, 2; 7, 7)	[7, 7; 8, 2)	[8, 2; 8, 7)
-------------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------



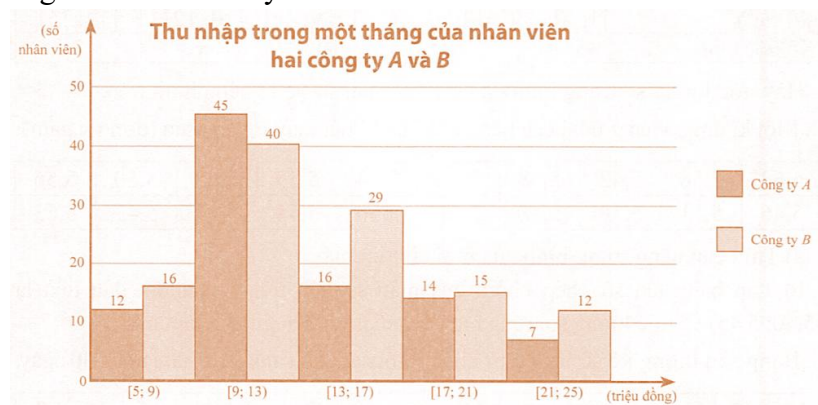
Số cây	10	21	28	12	9
--------	----	----	----	----	---

Hãy ước lượng chiều cao trung bình và một của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là khoảng 7,38. Một của mẫu số liệu ghép nhóm là khoảng 7,35.

Câu 62: Thống kê lại thu nhập trong một tháng của nhân viên hai công ty A và B (đơn vị: triệu đồng) được thể hiện trong biểu đồ dưới đây.



Hãy so sánh thu nhập trung bình của nhân viên hai công ty theo số trung bình và một của mẫu số liệu ghép nhóm.

Lời giải

Ta lập bảng thống kê thu nhập của nhân viên hai công ty như sau:

Thu nhập (đơn vị: triệu đồng)	Giá trị đại diện	Số nhân viên công ty A	Số nhân viên công ty B
[5;9)	7	12	16
[9;13)	11	45	40
[13;17)	15	16	29
[17;21)	19	14	15
[21;25)	23	7	12

Số trung bình thu thập trong một tháng của nhân viên công ty A là

$$\bar{x}_A = \frac{12 \cdot 7 + 45 \cdot 11 + 16 \cdot 15 + 14 \cdot 19 + 7 \cdot 23}{94} \approx 13,26 (\text{triệu đồng}).$$

Số trung bình thu thập trong một tháng của nhân viên công ty B là

$$\bar{x}_B = \frac{16 \cdot 7 + 40 \cdot 11 + 29 \cdot 15 + 15 \cdot 19 + 12 \cdot 23}{112} \approx 13,82 (\text{triệu đồng}).$$

Vậy nếu so sánh theo số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm thì thu nhập của nhân viên công ty A thấp hơn thu nhập của nhân viên công ty B .

- Ta ước lượng một của thu nhập của nhân viên công ty A :

Nhóm một của mẫu số liệu là nhóm [9;13).



Do đó: $u_m = 9; n_{m-1} = 12; n_m = 45; n_{m+1} = 16; u_{m+1} - u_m = 13 - 9 = 4$.

Một của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$M_o = 9 + \frac{45 - 12}{(45 - 12) + (45 - 16)} \cdot 4 = \frac{345}{31} \approx 11,13.$$

- Ta ước lượng một của thu nhập của nhân viên công ty B :

Nhóm một của mẫu số liệu là nhóm $[9;13)$.

Do đó: $u_m = 9; n_{m-1} = 16; n_m = 40; n_{m+1} = 29; u_{m+1} - u_m = 13 - 9 = 4$.

Một của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$M_o = 9 + \frac{40 - 16}{(40 - 16) + (40 - 29)} \cdot 4 = \frac{411}{35} \approx 11,74.$$

Vậy nếu so sánh theo một của mẫu số liệu ghép nhóm, thu nhập của nhân viên công ty A thấp hơn thu nhập của nhân viên công ty B.

Câu 63: Các bạn học sinh lớp 11A1 trả lời 40 câu hỏi trong một bài kiểm tra. Kết quả được thống kê ở bảng sau:

Số câu trả lời đúng	[16;21)	[21;26)	[26;31)	[31;36)	[36;41)
Số học sinh	4	6	8	18	4

a) Tính giá trị đại diện c_p $1 \leq i \leq 5$, của từng nhóm số liệu.

b) Tính $n_1c_1 + n_2c_2 + n_3c_3 + n_4c_4 + n_5c_5$

c) Tính $\bar{x} = \frac{n_1c_1 + n_2c_2 + n_3c_3 + n_4c_4 + n_5c_5}{40}$.

Lời giải

a) $c_1 = 18,5; c_2 = 23,5; c_3 = 28,5; c_4 = 33,5; c_5 = 38,5$

b) $n_1c_1 + n_2c_2 + n_3c_3 + n_4c_4 + n_5c_5 = 1200$

c) $\bar{x} = \frac{n_1c_1 + n_2c_2 + n_3c_3 + n_4c_4 + n_5c_5}{40} = \frac{1200}{40} = 30$

Câu 64: Kết quả khảo sát cân nặng của 25 quả cam ở mỗi lô hàng A và B được cho ở bảng sau:

Cân nặng (g)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)
Số cam ở lô hàng A	2	6	12	4	1
Số cam ở lô hàng B	1	3	7	10	4

a) Hãy ước lượng cân nặng trung bình của mỗi quả cam ở lô hàng A và lô hàng B.

b) Nếu so sánh theo số trung bình thì cam ở lô hàng nào nặng hơn?

Lời giải



a) Ta có bảng thống kê số lượng cam theo giá trị đại diện:

Cân nặng (g)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)
Cân nặng đại diện(g)	152,5	157,5	162,5	167,5	172,5
Số cam ở lô hàng A	2	6	12	4	1
Số cam ở lô hàng B	1	3	7	10	4

Cân nặng trung bình của mỗi quả cam ở lô hàng A xấp xỉ bằng

$$(2.152,5 + 6.157,5 + 12.162,5 + 4.167,5 + 1.172,5) : 25 = 161,7 \text{ (g)}.$$

Cân nặng trung bình của mỗi quả cam ở lô hàng B xấp xỉ bằng

$$(1.152,5 + 3.157,5 + 7.162,5 + 10.167,5 + 4.172,5) : 25 = 165,1 \text{ (g)}.$$

b) Nếu so sánh theo số trung bình thì cam ở lô hàng B nặng hơn cam ở lô hàng A.

Câu 65: Cân nặng của 28 học sinh nam lớp 11 được cho như sau:

55,4 62,6 54,2 56,8 58,8 59,4 60,7 58 59,5 63,6 61,8 52,3 63,4 57,9

49,7 45,1 56,2 63,2 46,1 49,6 59,1 55,3 55,8 45,5 46,8 54 49,2 52,6 a) Hãy chia mẫu dữ liệu trên thành 5 nhóm, lập bảng tần số ghép nhóm và xác định giá trị đại diện cho mỗi nhóm.

b) Hãy ước lượng cân nặng trung bình của học sinh lớp 11

Lời giải

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là $R = 63,6 - 45,1 = 18,5$.

Độ dài mỗi nhóm $L > \frac{R}{k} = \frac{18,5}{5} = 3,7$.

Ta chọn $L = 4$ và chia dữ liệu thành các nhóm $[45;49), [49;53), [53;57), [57;61), [61;65)$.

Khi đó ta có bảng tần số ghép nhóm sau:

Cân nặng	[45;49)	[49;53)	[53;57)	[57;61)	[61;65)
Giá trị đại diện	47	51	55	59	63
Số học sinh	4	5	7	7	5

b) Cân nặng trung bình của học sinh trong lớp 11 xấp xỉ là:

$$(47.4 + 51.5 + 55.7 + 59.7 + 63.5) : 28 = 55,6 \text{ (kg)}$$

Câu 66: Một công ty xây dựng khảo sát khách hàng xem họ có nhu cầu mua nhà ở mức giá nào. Kết quả khảo sát được ghi lại ở bảng sau:

Mức giá (triệu đồng/ m^2)	[10;14)	[14;18)	[18;22)	[22;26)	[26;30)
Số khách hàng	54	78	120	45	12

a) Tìm một của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

b) Công ty nên xây nhà ở mức giá nào để nhiều người có nhu cầu mua nhất?

Lời giải

a) Nhóm chứa một của mẫu số liệu trên là nhóm $[18;22)$.

Do đó $u_m = 18, n_{m-1} = 78, n_m = 120, n_{m+1} = 45, u_{m+1} - u_m = 22 - 18 = 4$.



Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$M_o = 18 + \frac{120 - 78}{(120 - 78) + (120 - 45)} \cdot 4 = \frac{758}{39} \approx 19,4$$

b) Dựa vào kết quả trên ta có thể dự đoán rằng nếu công ty xây nhà ở mức giá 19,4 triệu đồng/ m^2 thì sẽ có nhiều người có nhu cầu mua nhất.

Câu 67: Hãy sử dụng dữ liệu ở để tư vấn cho đại lý bảo hiểm xác định khách hàng nam và nữ ở tuổi nào hay mua bảo hiểm nhất.

Số khách hàng mua bảo hiểm ở từng độ tuổi được thống kê như sau:

Độ tuổi	[20;30)	[30;40)	[40;50)	[50;60)	[60;70)
Số khách hàng nam	4	6	10	7	3
Số khách hàng nữ	3	9	6	4	2

Lời giải

Nhóm chứa mốt của mẫu số liệu khách hàng nam là $[40;50)$.

Do đó $u_m = 40, n_{m-1} = 6; n_{m+1} = 7; u_{m+1} - u_m = 50 - 40 = 10$

Mốt của mẫu số liệu nhóm khách hàng nam là:

$$M_o = 40 + \frac{10 - 6}{(10 - 6) + (10 - 7)} \cdot 10 = 45,7$$

Dựa vào kết quả trên ta có thể dự đoán được khách hàng nam 46 tuổi có nhu cầu mua bảo hiểm cao nhất

Nhóm chứa mốt của mẫu số liệu khách hàng nữ là $[30;40)$

Do đó $u_m = 30, n_{m-1} = 3; n_{m+1} = 6; u_{m+1} - u_m = 40 - 30 = 10$

Mốt của mẫu số liệu nhóm khách hàng nam là:

$$M_o = 30 + \frac{9 - 3}{(9 - 3) + (9 - 6)} \cdot 10 = 36,7$$

Dựa vào kết quả trên ta có thể dự đoán được khách hàng nữ 37 tuổi có nhu cầu mua bảo hiểm cao nhất

Câu 68: Số cuộc gọi điện thoại một người thực hiện mỗi ngày trong 30 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên được thống kê trong bảng sau:

Số cuộc gọi	[3;5]	[6;8]	[9;11]	[12;14]	[15;17]
Số ngày	5	13	7	3	2

a) Tìm mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

b) Hãy dự đoán xem khả năng người đó thực hiện bao nhiêu cuộc gọi mỗi ngày là cao nhất.

Lời giải

Hiệu chỉnh bảng lại như sau:

Số cuộc gọi	[2,5;5,5)	[5,5;8,5)	[8,5;11,5)	[11,5;14,5)	[14,5;17,5)
Số ngày	5	13	7	3	2

a) Nhóm chứa mốt của mẫu số liệu trên là nhóm $[5,5;8,5)$.

Do đó $u_m = 5,5; n_{m-1} = 5; n_m = 13; n_{m+1} = 7; u_{m+1} - u_m = 8,5 - 5,5 = 3$.



Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$M_o = 5,5 + \frac{13-5}{(13-5)+(13-7)} \cdot 3 = \frac{101}{14} \approx 7,2$$

b) Dựa vào kết quả trên ta có thể dự đoán rằng khả năng người đó thực hiện 7 cuộc gọi mỗi ngày là cao nhất.

Câu 69: Anh Văn ghi lại cự li 30 lần ném lao của mình ở bảng sau (đơn vị: mét):

72,1	72,9	70,2	70,9	72,2	71,5	72,5	69,3	72,3	69,7
72,3	71,5	71,2	69,8	72,3	71,1	69,5	72,2	71,9	73,1
71,6	71,3	72,2	71,8	70,8	72,2	72,2	72,9	72,7	70,7

a) Tính cự li trung bình của mỗi lần ném.

b) Tổng hợp lại kết quả ném của anh Văn vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:

Cự li (m)	[69,2;70)	[70;70,8)	[70,8;71,6)	[71,6;72,4)	[72,4;73,2)
Số lần	?	?	?	?	?

c) Hãy ước lượng cự li trung bình mỗi lần ném từ bảng tần số ghép nhóm trên.

d) Khả năng anh Văn ném được khoảng bao nhiêu mét là cao nhất?

Lời giải

a) Cự li trung bình của mỗi lần ném là 71,6 (m)

b) Bảng tần số ghép nhóm

Cự li (m)	[69,2;70)	[70;70,8)	[70,8;71,6)	[71,6;72,4)	[72,4;73,2)
Số lần	4	2	9	10	5

c)

Cự li (m)	[69,2;70)	[70;70,8)	[70,8;71,6)	[71,6;72,4)	[72,4;73,2)
Giá trị đại diện	69,6	70,4	71,2	72	72,8
Số lần	4	2	9	10	5

Cự li trung bình mỗi lần ném xấp xỉ bằng $\frac{69,6 \cdot 4 + 70,4 \cdot 2 + 71,2 \cdot 9 + 72 \cdot 10 + 72,8 \cdot 5}{30} = 71,5 \text{ (m)}$

d) Nhóm chứa một của mẫu số liệu trên là [71,6; 72,4)

Do đó: $u_m = 71,6; n_{m-1} = 9; n_{m+1} = 5; u_{m+1} - u_m = 72,4 - 71,6 = 0,8$

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$M_o = 71,6 + \frac{10-9}{(10-9)+(10-5)} \cdot 0,8 = 71,7 \text{ (m)}$$

Vậy khả năng anh Văn ném được 71,7 m là cao nhất

Câu 70: Cho bảng tần số ghép nhóm số liệu thống kê chiều cao của 40 mẫu cây ở một vườn thực vật (đơn vị: centimét).

Chiều cao(m)	[30;40)	[40;50)	[50;60)	[60;70)	[70;80)	[80;90)
Số cây	4	10	14	6	4	2

a) Xác định số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

b) Mốt của mẫu số liệu trên là bao nhiêu?



Lời giải

a)

Chiều cao(m)	[30;40)	[40;50)	[50;60)	[60;70)	[70;80)	[80;90)
Giá trị đại diện	35	45	55	65	75	85
Số cây	4	10	14	6	4	2

Giá trị trung bình của mẫu số liệu là

$$\bar{x} = \frac{35.4 + 45.10 + 55.14 + 65.6 + 75.4 + 85.2}{40} \approx 63,43$$

b) Nhóm chứa một: [50; 60)

Mốt của mẫu số liệu:

$$M_0 = 50 + \frac{4}{4+8} \cdot 10 \approx 53,3$$

Câu 71: Mẫu số liệu sau ghi lại cân nặng của 30 bạn học sinh (đơn vị: kilogram)

17 40 39 40,5 42 51 41,5 39 41 30
 40 42 40,5 39,5 41 40,5 37 39,5 40 41
 38,5 39,5 40 41 39 40,5 40 38,5 39,5 41,5

a) Lập bảng tần số ghép nhóm cho mẫu số liệu trên có tám nhóm ứng với tám nửa khoảng

[15; 20), [20; 25), [25; 30), [30; 35), [35; 40), [40; 45), [45; 50), [50; 55).

b) Xác định số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

c) Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên là bao nhiêu

Lời giải

a) Bảng tần số ghép nhóm cho mẫu số liệu là:

Cân nặng(m)	[15;20)	[20;25)	[25;30)	[30;35)	[35;40)	[40;45)	[45;50)	[50;55)
Giá trị đại diện	17,5	22,5	27,5	32,5	37,5	42,5	47,5	52,5
Số học sinh	1	0	0	1	10	17	0	1

b) Số trung bình cộng: $\bar{x} = \frac{17,5 + 32,5 + 37,5 \cdot 10 + 42,5 \cdot 17 + 52,5}{30} = 25,8$

c) Mốt của mẫu số liệu

$$M_0 = 40 + \frac{7}{7+17} \cdot 5 \approx 41,5$$

Câu 72: An tìm hiểu hàm lượng chất béo (đơn vị: g) có trong 100 g mỗi loại thực phẩm. Sau khi thu thập dữ liệu về 60 loại thực phẩm, An lập được bảng thống kê

Hàm lượng chất béo (g)	[2;6)	[6;10)	[10;14)	[14;18)	[18;22)	[22;26)
Tần số	2	6	10	13	16	13

a) Xác định giá trị trung bình của mẫu số liệu.



b) Tìm một của mẫu số liệu.

Lời giải

Hàm lượng chất béo (g)	[2;6)	[6;10)	[10;14)	[14;18)	[18;22)	[22;26)
Giá trị đại diện	4	8	12	16	20	24
Tần số	2	6	10	13	16	13

a) Giá trị trung bình: $\bar{x} = \frac{4.2 + 8.6 + 12.10 + 16.13 + 20.16 + 24.13}{60} = 16,9$

b) Một của mẫu số liệu: $M_0 = 18 + \frac{3}{3+3} \cdot 4 = 20$

Câu 73: Người ta đếm số xe ô tô đi qua một trạm thu phí mỗi phút trong khoảng thời gian từ 9 giờ đến 9 giờ 30 phút sáng. Kết quả được ghi lại ở bảng sau:

15	16	13	21	17	23	15	21	6	11	12	23	19	25	11
25	7	29	10	28	29	24	6	11	23	11	21	9	27	15

a) Tính số xe trung bình đi qua trạm thu phí trong mỗi phút.

b) Tổng hợp lại số liệu trên vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:

Số xe	[6;10]	[11;15]	[16;20]	[21;25]	[26;30]
Số lần	?	?	?	?	?

c) Hãy ước lượng trung bình số xe đi qua trạm thu phí trong mỗi phút từ bảng tần số ghép nhóm trên.

Lời giải

a) Số xe trung bình đi qua trạm thu phí trong mỗi phút là 17,4 xe

b) Bảng tần số ghép nhóm

Số xe	[6;10]	[11;15]	[16;20]	[21;25]	[26;30]
Số lần	5	9	3	9	4

c) Hiệu chỉnh lại bảng số liệu ta có:

Số xe	[5,5;10,5)	[10,5;15,5)	[15,5;20,5)	[20,5;25,5)	[25,5;30,5)
Giá trị đại diện	8	13	18	23	28
Số lần	5	9	3	9	4

Trung bình số xe đi qua trạm thu phí mỗi phút xấp xỉ bằng:

$$\frac{8.5 + 13.9 + 18.3 + 23.9 + 28.4}{30} = 17,7$$

Câu 74: Một thư viện thống kê số lượng sách được mượn mỗi ngày trong ba tháng ở bảng sau:

Số sách	[16;20]	[21;25]	[26;30]	[31;35]	[36;40]	[41;45]	[46;50]
Số ngày	3	6	15	27	22	14	5

Hãy ước lượng số trung bình và một của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

Số liệu trên được hiệu chỉnh như sau:

Số sách	[15,5;20,5)	[20,5;25,5)	[25,5;30,5)	[30,5;35,5)	[35,5;40,5)	[40,5;45,5)	[45,5;50,5)
Giá trị đại	18	23	28	33	38	43	48



diện							
Số ngày	3	6	15	27	22	14	5

Số sách được mượn trung bình mỗi ngày xấp xỉ bằng:

$$(18.3 + 23.6 + 28.15 + 33.27 + 38.33 + 43.14 + 48.5) : 92 = 34,6$$

Nhóm chứa một của mẫu số liệu là $[30,5;35,5)$

$$\text{Do đó } u_m = 30,5; n_{m-1} = 15, n_{m+1} = 22, u_{m+1} - u_m = 35,5 - 30,5 = 5$$

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$M_0 = 30,5 + \frac{27-15}{(27-15)+(27-22)} \cdot 5 = 34$$

Câu 75: Kết quả đo chiều cao của 200 cây keo 3 năm tuổi ở một nông trường được biểu diễn ở biểu đồ dưới đây.



Hãy ước lượng số trung bình và một của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

Chiều cao của 200 cây keo được thống kê như bảng sau:

Chiều cao	[8,5;8,8)	[8,8;9,1)	[9,1;9,4)	[9,4;9,7)	[9,7;10)
Giá trị đại diện	8,65	8,95	9,25	9,55	9,85
Số cây	20	35	60	55	30

Chiều cao trung bình của 200 cây xấp xỉ bằng:

$$(8,65.20 + 8,95.35 + 9,25.60 + 9,55.55 + 9,85.30) : 200 = 9,31 \text{ (m)}$$

Nhóm chứa một của mẫu số liệu là $[9,1;9,4)$

$$\text{Do đó: } u_m = 9,1; n_{m-1} = 35; n_{m+1} = 55; u_{m+1} - u_m = 9,4 - 9,1 = 0,3$$

Mốt của mẫu số liệu trên là:

$$M_0 = 9,1 + \frac{60-35}{(60-35)+(60-55)} \cdot 0,3 = 9,35 \text{ (m)}$$

Câu 76: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của 21 cây na giống.

Chiều cao (cm)	[0;5)	[5;10)	[10;15)	[15;20)
Số cây	3	8	7	3



Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{21}$ là chiều cao của các cây giống, đã được sắp xếp theo thứ tự tăng dần. Khi đó, $x_1, \dots, x_3$ thuộc $[0; 5)$, $x_4, \dots, x_{11}$ thuộc $[5; 10)$, ... Hỏi trung vị thuộc nhóm nào?

Lời giải

Ta có: cỡ mẫu $n = 21$, là số lẻ nên trung vị là giá trị chính giữa của mẫu số liệu và là giá trị ở vị trí thứ 11 của mẫu số liệu. Mà x_{11} thuộc $[5; 10)$ nên trung vị của mẫu số liệu thuộc nhóm $[5; 10)$.

Câu 77: Ghi lại tốc độ bóng trong 200 lần giao bóng của một vận động viên môn quần vợt cho kết quả như bảng bên.

Tốc độ $v(km/h)$	Số lần
$150 \leq v < 155$	18
$155 \leq v < 160$	28
$160 \leq v < 165$	35
$165 \leq v < 170$	43
$170 \leq v < 175$	41
$175 \leq v < 180$	35

Tính trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này.

Lời giải

Cỡ mẫu là $n = 200$.

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{200}$ là tốc độ giao bóng của vận động viên trong 20 lần giao bóng và giả sử dãy này đã được sắp xếp theo thứ tự tăng dần. Khi đó, trung vị là $\frac{x_{100} + x_{101}}{2}$. Do 2 giá trị x_{100}, x_{101} thuộc nhóm $[165; 170)$ (vì $18 + 28 + 35 + 43 = 124$) nên nhóm này chứa trung vị. Do đó, $p = 4; a_4 = 165; m_4 = 43; m_1 + m_2 + m_3 = 18 + 28 + 35 = 81; a_5 - a_4 = 170 - 165 = 5$ và ta có

$$M_e = 165 + \frac{\frac{200}{2} - 81}{43} \cdot 5 \approx 167,21$$

Câu 78: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của 21 cây na giống.

Chiều cao (cm)	$[0; 5)$	$[5; 10)$	$[10; 15)$	$[15; 20)$
Số cây	3	8	7	3

hãy cho biết tứ phân vị thứ nhất Q_1 và tứ phân vị thứ ba Q_3 thuộc nhóm nào.

Lời giải

Vì $n = 21$ nên tứ phân vị thứ nhất là trung vị của dãy gồm 10 số liệu đầu tiên và chính là trung bình cộng của giá trị ở vị trí thứ 5 và thứ 6, do đó $Q_1 = \frac{x_5 + x_6}{2}$,



Tứ phân vị thứ ba là trung vị của dãy gồm 10 số liệu nằm bên phải trung vị là dãy $x_{12}, x_{13}, \dots, x_{21}$ nên $Q_3 = \frac{x_{16} + x_{17}}{2}$. Ta có: $3 + 8 + 7 = 18$, do đó x_{16}, x_{17} thuộc nhóm $[10; 15)$ nên tứ phân vị thứ ba Q_3 thuộc nhóm $[10; 15)$.

Câu 79: Ghi lại tốc độ bóng trong 200 lần giao bóng của một vận động viên môn quần vợt cho kết quả như bảng bên.

Tốc độ $v(km/h)$	Số lần
$150 \leq v < 155$	18
$155 \leq v < 160$	28
$160 \leq v < 165$	35
$165 \leq v < 170$	43
$170 \leq v < 175$	41
$175 \leq v < 180$	35

Tìm tứ phân vị thứ nhất và tứ phân vị thứ ba cho mẫu số liệu ghép nhóm

Lời giải

Cỡ mẫu là $n = 200$.

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 là $\frac{x_{50} + x_{51}}{2}$. Do x_{50}, x_{51} đều thuộc nhóm $[160; 165)$ nên nhóm này chứa Q_1 . Do đó, $p = 3$; $a_3 = 160$; $m_3 = 35$; $m_1 + m_2 = 18 + 28 = 46$; $a_4 - a_3 = 165 - 160 = 5$ và ta

$$\text{có } Q_1 = 160 + \frac{\frac{200}{4} - 46}{35} \cdot 5 \approx 160,57$$

Tứ phân vị thứ ba Q_3 là $\frac{x_{150} + x_{151}}{2}$. Do x_{150}, x_{151} đều thuộc nhóm $[170; 175)$ nên nhóm này chứa Q_3 . Do đó, $p = 5$; $a_5 = 170$; $m_5 = 41$; $m_1 + m_2 + m_3 + m_4 = 18 + 28 + 35 + 43 = 124$; $a_6 - a_5 = 175 - 170 = 5$ và ta có

$$Q_3 = 170 + \frac{\frac{3 \cdot 200}{4} - 124}{41} \cdot 5 \approx 173,17$$

Câu 80: Một cửa hàng đã ghi lại số tiền bán xăng cho 35 khách hàng đi xe máy. Mẫu số liệu gốc có dạng: $x_1, x_2, \dots, x_{35}$ trong đó x_i là số tiền bán xăng cho khách hàng thứ i . Vì một lý do nào đó, cửa hàng chỉ có mẫu số liệu ghép nhóm dạng sau:

Số tiền (nghìn đồng)	$[0; 30)$	$[30; 60)$	$[60; 90)$	$[90; 120)$
Số khách hàng	3	15	10	7

Bảng 3.1. Số tiền khách hàng mua xăng

Hãy tính các số đặc trưng cho mẫu số liệu trong Bảng 3.1 và giải thích ý nghĩa của các giá trị thu được.

Lời giải



Ta có:

Số tiền (nghìn đồng)	[0; 30)	[30; 60)	[60; 90)	[90; 120)
Số khách hàng	3	15	10	7

Bảng 3.1. Số tiền khách hàng mua xăng

+) Số trung bình

Trong mỗi khoảng số tiền, giá trị đại diện là trung bình cộng của giá trị hai đầu mút nên ta có bảng sau:

Số tiền (nghìn đồng)	15	45	75	105
Số khách hàng	3	15	10	7

Tổng số khách hàng là $n = 35$. Số trung bình là $\bar{x} = \frac{3.15 + 15.45 + 10.75 + 7.105}{35} = 63$

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm xấp xỉ cho số trung bình của mẫu số liệu gốc. Từ đó, ta thấy số tiền bán xăng trung bình của 35 khách hàng xấp xỉ 63 nghìn đồng và có thể dùng làm đại diện cho mẫu số liệu.

+) Số trung vị, tứ phân vị

Cỡ mẫu là $n = 35$.

- Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{35}$ là số tiền xăng của 35 khách hàng và giả sử dãy này đã được sắp xếp theo thứ tự tăng dần. Khi đó, trung vị là x_{18} . Do x_{18} thuộc nhóm $[30; 60)$ nên nhóm này chứa trung vị. Do đó, $p = 2; a_2 = 30; m_2 = 15; m_1 = 3; a_3 - a_2 = 60 - 30 = 30$ và ta có

$$M_e = 30 + \frac{\frac{35}{2} - 3}{15} \cdot 30 = 59$$

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm xấp xỉ cho trung vị của mẫu số liệu gốc, nó chia mẫu số liệu gốc thành hai phần, mỗi phần chứa 50 % giá trị. Từ đó ta thấy trung vị của mẫu số liệu gốc xấp xỉ bằng 59, giá trị này là ngưỡng để chia mẫu số liệu gốc thành 2 phần.

- Tứ phân vị thứ nhất Q_1 là x_9 . Do x_9 thuộc nhóm $[30; 60)$ nên nhóm này chứa Q_1 . Do đó,

$$p = 2; a_2 = 30; m_2 = 15; m_1 = 3; a_3 - a_2 = 60 - 30 = 30 \text{ và ta có } Q_1 = 30 + \frac{\frac{35}{4} - 3}{15} \cdot 30 = 41,5$$

- Tứ phân vị thứ ba Q_3 là x_{27} . Do x_{27} thuộc nhóm $[60; 90)$ nên nhóm này chứa Q_3 . Do đó,

$$p = 3; a_3 = 60; m_3 = 10; m_1 + m_2 = 3 + 15 = 18; a_4 - a_3 = 90 - 60 = 30 \text{ và ta có}$$

$$Q_3 = 60 + \frac{\frac{3.35}{4} - 18}{10} \cdot 30 = 84,75$$

- Tứ phân vị thứ hai $Q_2 = M_e = 59$.



Do đó, các tứ phân vị của mẫu số liệu gốc xấp xỉ là $Q_1 = 41,5$; $Q_2 = 59$ và $Q_3 = 84,75$, mỗi giá trị này là các ngưỡng để chia mẫu số liệu thành 4 phần, mỗi phần chứa 25% giá trị.

+) Một

Tần số lớn nhất là 15 nên nhóm chứa một là nhóm $[30;60)$. Ta có, $j = 2, a_2 = 30, m_2 = 15, m_1 = 3, m_3 = 10, h = 30$. Do đó $M_o = 30 + \frac{15-3}{(15-3)+(15-10)} \cdot 30 \approx 51,18$.

Do đó, một của mẫu số liệu gốc xấp xỉ bằng 51,18. Vậy số khách hàng mua xăng với giá tiền khoảng 51,18 nghìn đồng là nhiều nhất.

Câu 81: Điểm thi môn Toán (thang điểm 100, điểm được làm tròn đến 1) của 60 thí sinh được cho trong bảng sau:

Điểm	0 – 9	10 – 19	20 – 29	30 – 39	40 – 49
Số thí sinh	1	2	4	6	15
Điểm	50 – 59	60 – 69	70 – 79	80 – 89	90 – 99
Số thí sinh	12	10	6	3	1

a) Hiệu chỉnh để thu được mẫu số liệu ghép nhóm dạng Bảng 3.2.

b) Tìm các tứ phân vị và giải thích ý nghĩa của chúng.

Lời giải

a) Hiệu chỉnh để thu được mẫu số liệu ghép nhóm dạng Bảng 3.2 ta được mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Điểm	$[0;9,5)$	$[9,5;19,5)$	$[19,5;29,5)$	$[29,5;39,5)$	$[39,5;49,5)$
Số thí sinh	1	2	4	6	15
Điểm	$[49,5;59,5)$	$[59,5;69,5)$	$[69,5;79,5)$	$[79,5;89,5)$	$[89,5;99,5)$
Số thí sinh	12	10	6	3	1

b) Cỡ mẫu là $n = 60$.

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{60}$ là điểm thi môn Toán của 60 thí sinh và giả sử dãy này đã được sắp xếp theo

thứ tự tăng dần. Khi đó, trung vị là $\frac{x_{30} + x_{31}}{2}$. Do hai giá trị x_{30}, x_{31} thuộc nhóm $[49,5;59,5)$

nên nhóm này chứa trung vị. Do đó, $p = 6; a_6 = 49,5; m_6 = 12; m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5 = 1 + 2 + 4 + 6 + 15 = 28; a_7 - a_6 = 59,5 - 49,5 = 10$

$$\text{và ta có } M_e = 49,5 + \frac{\frac{60}{2} - 28}{12} \cdot 10 \approx 51,17$$

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 là $\frac{x_{15} + x_{16}}{2}$. Do x_{15} và x_{16} đều thuộc nhóm $[39,5;49,5)$ nên nhóm này

chứa Q_1 . Do đó, $p = 5; a_5 = 39,5; m_5 = 15; m_1 + m_2 + m_3 + m_4 = 13; a_6 - a_5 = 10$ và ta có

$$Q_1 = 39,5 + \frac{\frac{60}{4} - 13}{15} \cdot 10 \approx 40,83$$



Tứ phân vị thứ ba Q_3 là $\frac{x_{45} + x_{46}}{2}$. Do x_{45} và x_{46} đều thuộc nhóm $[59,5; 69,5)$ nên nhóm này chứa Q_3 . Do đó, $p = 7; a_7 = 59,5; m_7 = 10$; $m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6 = 40; a_6 - a_5 = 10$ và ta có $Q_3 = 59,5 + \frac{\frac{3.60}{4} - 40}{10} \cdot 10 = 64,5$

Tứ phân vị thứ hai $Q_2 = M_e \approx 51,17$.

Vậy các tứ phân vị của mẫu số liệu là $Q_1 \approx 40,83; Q_2 \approx 51,17$ và $Q_3 = 64,5$. Các giá trị này các là ngưỡng để phân điểm của 60 học sinh thành 4 phần để xếp loại học sinh.

Câu 82: Phòng vấn một số học sinh khối 11 về thời gian (giờ) ngủ của một buổi tối, thu được bảng số liệu ở bên.

Thời gian	Số học sinh nam	Số học sinh nữ
[4; 5)	6	4
[5; 6)	10	8
[6; 7)	13	10
[7; 8)	9	11
[8; 9)	7	8

a) So sánh thời gian ngủ trung bình của các bạn học sinh nam và nữ.

b) Hãy cho biết 75% học sinh khối 11 ngủ ít nhất bao nhiêu giờ?

Lời giải

a) Trong mỗi khoảng thời gian, giá trị đại diện là trung bình cộng của giá trị hai đầu mút nên ta có bảng sau:

Thời gian	Số học sinh nam	Số học sinh nữ
4,5	6	4
5,5	10	8
6,5	13	10
7,5	9	8
8,5	7	8

Tổng số các bạn nam là $n_1 = 6 + 10 + 13 + 9 + 7 = 45$.

Thời gian ngủ trung bình của các bạn học sinh nam là $\bar{x}_1 = \frac{6.4,5 + 10.5,5 + 13.6,5 + 9.7,5 + 7.8,5}{45} \approx 6,52$

Tổng số các bạn nữ là $n_2 = 4 + 8 + 10 + 11 + 8 = 41$.



Thời gian ngủ trung bình của các bạn học sinh nữ là

$$\bar{x}_2 = \frac{4.4,5 + 8.5,5 + 10.6,5 + 11.7,5 + 8.8,5}{41} \approx 6,77.$$

Vì $6,52 < 6,77$ nên thời gian ngủ trung bình của các học sinh nam ít hơn các học sinh nữ.

b) Ta có:

Thời gian	Số học sinh nam	Số học sinh nữ	Số học sinh khối 11
[4;5)	6	4	10
[5;6)	10	8	18
[6;7)	13	10	23
[7;8)	9	11	20
[8;9)	7	8	15

Tổng số học sinh khối 11 được khảo sát là $n = 45 + 41 = 86$.

Gọi $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{86}$ là thời gian ngủ của các học sinh khối 11 được khảo sát và giả sử dãy này đã sắp xếp theo thứ tự tăng dần. Khi đó trung vị của mẫu số liệu là $\frac{x_{43} + x_{44}}{2}$.

Do đó, tứ phân vị thứ ba $Q_3 = x_{65}$. Vì x_{65} thuộc nhóm [7;8) nên nhóm này chứa Q_3 . Do đó, $p = 4; a_4 = 7; m_4 = 20; m_1 + m_2 + m_3 = 10 + 18 + 23 = 51; a_5 - a_4 = 8 - 7 = 1$ và ta có

$$Q_3 = 7 + \frac{\frac{3.86}{4} - 51}{20} \cdot 1 = 7,675$$

Tứ phân vị thứ ba Q_3 chia mẫu số liệu thành 2 phần, phần dưới chiếm 75% số liệu của mẫu và phần trên chiếm 25% số liệu của mẫu.

Vậy 75% học sinh khối 11 ngủ ít nhất 7,675 giờ.

Câu 83: Độ bão hoà oxygen trong máu (còn được gọi là chỉ số SpO_2) biểu thị cho tỉ lệ hemoglobin có oxygen trên tổng lượng hemoglobin trong máu. Chỉ số SpO_2 (đơn vị đo là %) từ 97 - 99 là oxygen trong máu tốt, 94 - 96 là oxygen trong máu trung bình, 90-93 là oxygen trong máu thấp, dưới 90 là trường hợp cấp cứu trên lâm sàng (Theo: Vinmec.com). Đo chỉ số SpO_2 ở một số bệnh nhân Covid-19 người ta thu được kết quả sau:

SpO_2 (%)	90 – 93	94 – 96	97 – 99
Số bệnh nhân	12	31	7

a) Cho biết các nhóm số liệu và tần số tương ứng.

b) Tính số trung bình, trung vị và giải thích ý nghĩa của các giá trị thu được.

Lời giải

a) Có 3 nhóm số liệu gồm 90 - 93, 94 - 96, 97 - 99 với tần số tương ứng là 12, 31, 7.



b) Trước hết, ta hiệu chỉnh các nhóm số liệu và thu được bảng thống kê sau:

$SpO_2(\%)$	[89,5;93,5)	[93,5;96,5)	[96,5;99,5)
Số bệnh nhân	12	31	7

Các giá trị đại diện cho các nhóm số liệu tương ứng là $(89,5 + 93,5) / 2 = 91,5$; $(93,5 + 96,5) / 2 = 95$ và $(96,5 + 99,5) / 2 = 98$.

Cỡ mẫu $n = 12 + 31 + 7 = 50$. Do đó, số trung bình là $\bar{x} = \frac{1}{50}(12 \cdot 91,5 + 31 \cdot 95 + 7 \cdot 98) = 94,58$

Do có $n/2 = 25$ giá trị nhỏ hơn trung vị nên trung vị thuộc nhóm $[93,5;96,5)$. Ta có, $a_p = 93,5; a_{p+1} = 96,5; m_1 + \dots + m_{p-1} = 12, m_p = 31$. Do đó, trung vị là $M_e = 93,5 + \frac{25-12}{31} \cdot 3 \approx 94,76$.

Như vậy, chỉ số SpO_2 trung bình của 50 bệnh nhân là 94,58; có 25 bệnh nhân có chỉ số SpO_2 nhỏ hơn 94,76 và 25 bệnh nhân có chỉ số SpO_2 lớn hơn 94,76.

Nhận xét. Nếu chỉ tính số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm thì ta không cần hiệu chỉnh nhóm rời rạc $k_1 - k_2$, chọn giá trị đại diện là $\frac{k_1 + k_2}{2}$.

Câu 84: Quãng đường (km) các cầu thủ (không tính thủ môn) chạy trong một trận bóng đá tại giải ngoại hạng Anh được cho trong bảng thống kê sau:

Quãng đường	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10)	[10;12)
Số cầu thủ	2	5	6	9	3

Tìm trung vị của mẫu số liệu và giải thích ý nghĩa của giá trị thu được.

Lời giải

Cỡ mẫu $n = 2 + 5 + 6 + 9 + 3 = 25$. Nhóm chứa trung vị là $[6;8)$. Trung vị là

$$M_e = 6 + \frac{\frac{25}{2} - (2+5)}{6} \cdot (8-6) \approx 7,83$$

Có 50% số cầu thủ chạy nhiều hơn 7,83km và có 50% số cầu thủ chạy ít hơn 7,83km.

Câu 85: Một công ty cung cấp nước sạch thống kê lượng nước các hộ gia đình trong một khu vực tiêu thụ trong một tháng ở bảng sau:

Lượng nước tiêu thụ (m^3)	[3;6)	[6;9)	[9;12)	[12;15)	[15;18)
Số hộ gia đình	24	57	42	29	8

a) Hãy ước lượng số trung bình, mốt và trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

b) Công ty muốn gửi một thông báo khuyến nghị tiết kiệm nước đến 25% các hộ gia đình có lượng nước tiêu thụ cao nhất. Hỏi công ty nên gửi đến các hộ tiêu thụ từ bao nhiêu mét khối nước trở lên?



Lời giải

a) Cỡ mẫu $n = 160$.

Bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu trên như sau:

Lượng nước tiêu thụ (m^3)	[3;6)	[6;9)	[9;12)	[12;15)	[15;18)
Giá trị đại diện	4,5	7,5	10,5	13,5	16,5
Số hộ gia đình	24	57	42	29	8

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là

$$\bar{x} = \frac{1}{160} (24 \cdot 4,5 + 57 \cdot 7,5 + 42 \cdot 10,5 + 29 \cdot 13,5 + 8 \cdot 16,5) = 9,375.$$

Nhóm chứa một của mẫu số liệu ghép nhóm trên là nhóm [6;9).

Do đó: $u_m = 6; n_m = 57; n_{m-1} = 24; n_{m+1} = 42; u_{m+1} = 9$.

$$\text{Mốt của mẫu số liệu là } M_o = 6 + \frac{(57-24)}{(57-24) + (57-42)} \cdot (9-6) = 8,0625.$$

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{160}$ là mẫu số liệu được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có:

$$x_1, \dots, x_{24} \in [3;6); x_{25}, \dots, x_{81} \in [6;9); x_{82}, \dots, x_{123} \in [9;12); \\ x_{124}, \dots, x_{152} \in [12;15); x_{153}, \dots, x_{160} \in [15;18).$$

Cỡ mẫu $n = 160$ là số chẵn nên trung vị là $M_e = \frac{1}{2} (x_{80} + x_{81})$.

Do x_{80} và x_{81} thuộc nhóm [6;9) nên trung vị của mẫu số liệu là

$$M_e = 6 + \frac{\frac{160}{2} - 24}{57} \cdot (9-6) \approx 8,95.$$

b) 25% các hộ gia đình có lượng nước tiêu thụ cao nhất có lượng nước tiêu thụ không nhỏ hơn Q_3 , với Q_3 là tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu.

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{160}$ là $\frac{1}{2} (x_{120} + x_{121})$. Do x_{120} và x_{121} thuộc nhóm

$$[9;12) \text{ nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là } Q_3 = 9 + \frac{\frac{160 \cdot 3}{4} - (24 + 57)}{42} \cdot (12-9) \approx 11,79.$$

Vậy công ty nên gửi thông báo tiết kiệm nước đến các hộ gia đình có lượng nước tiêu thụ từ $11,79 m^3$ nước trở lên.



Câu 86: Bảng sau thống kê khối lượng một số quả măng cụt được lựa chọn ngẫu nhiên trong một thùng hàng.

Khối lượng (gam)	[80;82)	[82;84)	[84;86)	[86;88)	[88;90)
Số quả	18	20	24	15	13

a) Hãy ước lượng số trung bình, mốt và trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

b) Người ta muốn chia măng cụt trong thùng ra làm ba loại theo cân nặng, bao gồm: loại nhỏ, loại vừa và loại to. Các loại này lần lượt chiếm khoảng 25%, 50% và 25% số măng cụt trong thùng. Hãy xác định ngưỡng cân nặng để phân loại quả.

Lời giải

a) Cỡ mẫu $n = 90$.

Bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu trên như sau:

Khối lượng (gam)	[80;82)	[82;84)	[84;86)	[86;88)	[88;90)
Khối lượng đại diện	81	83	85	87	89
Số quả	18	20	24	15	13

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

$$\bar{x} = \frac{1}{90}(18 \cdot 81 + 20 \cdot 83 + 24 \cdot 85 + 15 \cdot 87 + 13 \cdot 89) = \frac{254}{3} \approx 84,67.$$

Nhóm chứa một của mẫu số liệu là nhóm $[84;86)$.

Do đó: $u_m = 84; n_m = 24; n_{m-1} = 20; n_{m+1} = 15; u_{m+1} = 86$.

Mốt của mẫu số liệu là $M_o = 84 + \frac{(24-20)}{(24-20) + (24-15)} \cdot (86-84) \approx 84,62$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{90}$ là mẫu số liệu được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1, \dots, x_{18} \in [80;82); x_{19}, \dots, x_{38} \in [82;84); x_{39}, \dots, x_{62} \in [84;86)$;

$x_{63}, \dots, x_{77} \in [86;88); x_{78}, \dots, x_{90} \in [88;90)$.

Cỡ mẫu $n = 90$ là số chẵn nên trung vị là $M_e = \frac{1}{2}(x_{45} + x_{46})$.

Do x_{45} và x_{46} thuộc nhóm $[84;86)$ nên trung vị của mẫu số liệu là

$$M_e = 84 + \frac{\frac{90}{2} - (18 + 20)}{24} \cdot (86 - 84) \approx 84,58.$$

b) Gọi Q_1, Q_3 lần lượt là tứ phân vị thứ nhất và thứ ba của mẫu số liệu. Theo đề bài, ta có:

Măng cụt loại nhỏ có cân nặng nhỏ hơn Q_1 .



Măng cụt loại vừa có cân nặng trong $[Q_1; Q_3)$.

Măng cụt loại to có cân nặng không nhỏ hơn Q_3 .

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{90}$ là $x_{23} \in [82; 84)$. Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{90}$ là $x_{68} \in [86; 88)$.

Do đó, tứ phân vị thứ nhất là $Q_1 = 82 + \frac{\frac{90}{4} - 18}{20} \cdot (84 - 82) = 82,45$;

tứ phân vị thứ ba là $Q_3 = 86 + \frac{\frac{90 \cdot 3}{4} - (18 + 20 + 24)}{15} \cdot (88 - 86) \approx 86,73$.

Vậy măng cụt loại nhỏ có khối lượng (tính theo gam) thuộc $[80; 82,45)$.

Măng cụt loại vừa có khối lượng (tính theo gam) thuộc $[82,45; 86,73)$.

Măng cụt loại to có khối lượng (tính theo gam) thuộc $[86,73; 90)$.

Câu 87: Thời gian sử dụng điện thoại trong một ngày của 30 sinh viên được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: phút).

85	195	187	198	43	223	280	71	205	277
298	142	162	89	167	122	175	168	148	253
234	187	85	193	224	233	117	81	39	85

a) Tìm các tứ phân vị của dãy số liệu trên.

b) Tổng hợp lại dãy số liệu trên vào bảng tần số ghép nhóm với nhóm đầu tiên là $[0; 60)$. Hãy ước lượng các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm.

Lời giải

a) Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm ta được:

39; 43; 71; 81; 85; 85; 85; 89; 117; 122; 142; 148; 162; 167; 168;
 175; 187; 187; 193; 195; 198; 205; 223; 224; 233; 234; 253; 277; 280; 298.

Cỡ mẫu $n = 30$ là số chẵn nên trung vị của mẫu số liệu là

$Q_2 = \frac{1}{2}(x_{15} + x_{16}) = \frac{1}{2}(168 + 175) = 171,5$. Tứ phân vị thứ nhất là $Q_1 = x_8 = 89$.

Tứ phân vị thứ ba là $Q_3 = x_{23} = 223$.

b) Bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu như sau:

Thời gian (phút)	$[0; 60)$	$[60; 120)$	$[120; 180)$	$[180; 240)$	$[240; 300)$
Số sinh viên	2	7	7	10	4

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{30}$ là mẫu số liệu được xếp theo thứ tự không giảm.



Ta có: $x_1, x_2 \in [0; 60); x_3, \dots, x_9 \in [60; 120); x_{10}, \dots, x_{16} \in [120; 180)$;
 $x_{17}, \dots, x_{26} \in [180; 240); x_{27}, \dots, x_{30} \in [240; 300)$.

Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là $\frac{1}{2}(x_{15} + x_{16})$. Do x_{15} và x_{16} thuộc nhóm $[120; 180)$ nên tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_2 = 120 + \frac{\frac{30}{2} - (2+7)}{7} \cdot (180 - 120) = \frac{1200}{7} \approx 171,43.$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu là $x_8 \in [60; 120)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép

$$\text{nhóm là } Q_1 = 60 + \frac{\frac{30}{4} - 2}{7} \cdot (120 - 60) = \frac{750}{7} \approx 107,14.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là $x_{23} \in [180; 240)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu

$$\text{ghép nhóm là } Q_3 = 180 + \frac{\frac{3 \cdot 30}{4} - (2+7+7)}{10} \cdot (240 - 180) = 219.$$

Câu 88: Một nhóm gồm 45 học sinh làm một bài kiểm tra trắc nghiệm gồm 40 câu hỏi. Số câu trả lời đúng của mỗi bạn được ghi lại ở bảng sau:

24	35	37	24	30	23	21	39	28	20	32	37	17	40	34
27	34	30	21	26	26	38	37	16	35	19	20	22	25	38
34	29	39	40	36	18	31	24	36	33	24	24	36	26	37

a) Tìm các tứ phân vị của dãy số liệu trên.

b) Tổng hợp lại dãy số liệu trên vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:

Số câu trả lời đúng	[16; 20]	[21; 25]	[26; 30]	[31; 35]	[36; 40]
Số học sinh	?	?	?	?	?

c) Hãy ước lượng các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

a) Mẫu số liệu đã cho được sắp xếp theo thứ tự không giảm như sau:

16; 17; 18; 19; 20; 20; 21; 21; 22; 23; 24; 24; 24; 24; 24;
 25; 26; 26; 26; 27; 28; 29; 30; 30; 31; 32; 33; 34; 34; 34
 35; 35; 36; 36; 36; 37; 37; 37; 37; 38; 38; 39; 39; 40; 40

Cỡ mẫu là $n = 45$ là số lẻ nên trung vị của mẫu số liệu là $Q_2 = x_{23} = 30$.

Tứ phân vị thứ nhất là $Q_1 = \frac{1}{2}(x_{11} + x_{12}) = \frac{1}{2}(24 + 24) = 24$.

Tứ phân vị thứ ba là $Q_3 = \frac{1}{2}(x_{34} + x_{35}) = \frac{1}{2}(36 + 36) = 36$.



b) Bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu trên như sau:

Số câu trả lời đúng	[16; 20]	[21; 25]	[26; 30]	[31; 35]	[36; 40]
Số học sinh	6	10	8	8	13

c) Do số câu trả lời đúng của học sinh là số nguyên nên ta hiệu chỉnh lại bảng số liệu như sau:

Số câu trả lời đúng	[15, 5; 20, 5)	[20, 5; 25, 5)	[25, 5; 30, 5)	[30, 5; 35, 5)	[35, 5; 40, 5)
Số học sinh	6	10	8	8	13

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{45}$ là số câu trả lời đúng của 45 học sinh được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1, \dots, x_6 \in [15, 5; 20, 5)$; $x_7, \dots, x_{16} \in [20, 5; 25, 5)$; $x_{17}, \dots, x_{24} \in [25, 5; 30, 5)$;
 $x_{25}, \dots, x_{32} \in [30, 5; 35, 5)$; $x_{33}, \dots, x_{45} \in [35, 5; 40, 5)$.

Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{45}$ là $x_{23} \in [25, 5; 30, 5)$.

Do đó, tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_2 = 25,5 + \frac{\frac{45}{2} - (6+10)}{8} \cdot (30,5 - 25,5) = 29,5625.$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{45}$ là $\frac{1}{2}(x_{11} + x_{12})$.

Do x_{11} và x_{12} thuộc nhóm $[20, 5; 25, 5)$ nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_1 = 20,5 + \frac{\frac{45}{4} - 6}{10} \cdot (25,5 - 20,5) = 23,125.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{45}$ là $\frac{1}{2}(x_{34} + x_{35})$. Do x_{34} và x_{35} thuộc nhóm $[35, 5; 40, 5)$ nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_3 = 35,5 + \frac{\frac{3 \cdot 45}{4} - (6+10+8+8)}{13} \cdot (40,5 - 35,5) \approx 36,173.$$

Câu 89: Một trang báo điện tử thống kê thời gian người sử dụng đọc thông tin trên trang trong mỗi lần truy cập ở bảng sau:

Thời gian đọc (phút)	[0; 2)	[2; 4)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)
Số lượt truy cập	45	34	23	18	5

Hãy ước lượng các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải



$$Q_1 = \frac{25}{18}; Q_2 = \frac{103}{34}; Q_3 = \frac{243}{46}$$

Câu 90: Người ta thống kê tốc độ của một số xe ô tô di chuyển qua một trạm kiểm soát trên đường cao tốc trong một khoảng thời gian ở bảng sau:

Tốc độ (km / h)	[75;80)	[80;85)	[85;90)	[90;95)	[95;100)
Số xe	5	12	18	24	19

Hãy ước lượng các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

$$Q_1 = \frac{3085}{36}; Q_2 = \frac{545}{6}; Q_3 = \frac{4555}{48}$$

Câu 91: Thâm niên công tác của các công nhân hai nhà máy A và B.

Thâm niên công tác (năm)	[0;5)	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)
Số công nhân nhà máy A	35	13	12	12	8
Số công nhân nhà máy B	14	26	24	11	5

a) Hãy so sánh thâm niên công tác của nhân viên hai nhà máy theo số trung bình và trung vị.

b) Hãy ước lượng tứ phân vị thứ nhất và thứ ba của hai mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

a) So sánh theo số trung bình: $\bar{x}_A = 9,0625; \bar{x}_B = 10,4375$, suy ra $\bar{x}_A < \bar{x}_B$.

So sánh theo trung vị: $M_e(A) = \frac{90}{13}; M_e(B) = 10, M_e(A) < M_e(B)$.

b) $Q_1(A) = \frac{20}{7}, Q_3(A) = 15; Q_1(B) = \frac{80}{13}, Q_3(B) = \frac{85}{6}$.

Câu 92: Thầy giáo thống kê lại số lần kéo xà đơn của các học sinh nam khối 11 ở bảng sau:

Số lần	[6;10]	[11;15]	[16;20]	[21;25]	[26;30]
Số học sinh	35	54	32	17	5

a) Hãy ước lượng số trung bình, mốt và trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

b) Thầy giáo dự định chọn 25% học sinh có số lần kéo thấp nhất để bồi dưỡng thể lực thêm. Thầy giáo nên chọn học sinh có thành tích kéo xà đơn dưới bao nhiêu lần để bồi dưỡng thể lực?

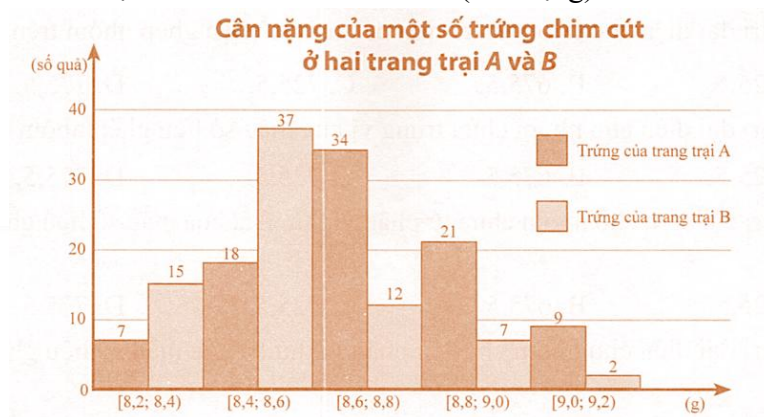
Lời giải

a) $\bar{x} = \frac{2089}{143}; M_o = \frac{1051}{82}; M_e = \frac{1499}{108}$.

b) $Q_1 = \frac{797}{72} \approx 11,07$. Thầy giáo nên chọn các bạn có thành tích kéo xà dưới 12 lần để bồi dưỡng thể lực thêm.



Câu 93: Kết quả kiểm tra cân nặng của một số quả trứng chim cút được lựa chọn ngẫu nhiên ở hai trang trại chăn nuôi A và B được biểu diễn ở biểu đồ sau (đơn vị: g).



- a) Hãy so sánh cân nặng của trứng chim cút của hai trang trại A và B theo số trung bình và trung vị.
- b) Hãy ước lượng tứ phân vị thứ nhất và tứ phân vị thứ ba của cân nặng trứng chim cút của trang trại A .

Lời giải

a) Từ biểu đồ đã cho, ta lập được bảng số liệu ghép nhóm sau:

Cân nặng (gam)	[8,2; 8,4)	[8,4; 8,6)	[8,6; 8,8)	[8,8; 9,0)	[9,0; 9,2)
Số quả trứng của trại A	7	18	34	21	9
Số quả trứng của trại B	15	37	12	7	2

Từ đó, ta có bảng thống kê số quả trứng chim cút của hai trang trại theo giá trị đại diện như sau:

Cân nặng đại diện (gam)	8,3	8,5	8,7	8,9	9,1
Số quả trứng của trang trại A	7	18	34	21	9
Số quả trứng của trang trại B	15	37	12	7	2

- Đối với trang trại A : Cỡ mẫu $n_A = 89$.

Cân nặng trung bình của mỗi quả trứng của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x}_A = \frac{8,3 \cdot 7 + 8,5 \cdot 18 + 8,7 \cdot 34 + 8,9 \cdot 21 + 9,1 \cdot 9}{89} \approx 8,72(g).$$

Trung vị của dãy số liệu là số liệu thứ 45 theo thứ tự không giảm của dãy và thuộc nhóm $[8,6; 8,8)$.



Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $M_e(A) = 8,6 + \frac{\frac{89}{2} - 25}{34} \cdot (8,8 - 8,6) \approx 8,71$.

- Đối với trang trại B:

Cỡ mẫu $n_B = 73$.

Cân nặng trung bình của mỗi quả trứng của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x}_B = \frac{8,3 \cdot 15 + 8,5 \cdot 37 + 8,7 \cdot 12 + 8,9 \cdot 7 + 9,1 \cdot 2}{73} \approx 8,55.$$

Trung vị của dãy số liệu là số liệu thứ 37 theo thứ tự không giảm của dãy và thuộc nhóm $[8,4; 8,6)$.

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $M_e(B) = 8,4 + \frac{\frac{73}{2} - 15}{37} \cdot (8,6 - 8,4) \approx 8,52$.

Ta thấy $\bar{x}_A > \bar{x}_B$ và $M_e(A) > M_e(B)$. Vậy khi so sánh theo số trung bình hay theo trung vị, cân nặng của trứng chim cút của trang trại A đều lớn hơn cân nặng của trứng chim cút của trang trại B.

b) Đối với trang trại A:

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là trung bình cộng của số liệu thứ 22 và 23 theo thứ tự không giảm của dãy và thuộc nhóm $[8,4; 8,6)$, nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_1(A) = 8,4 + \frac{\frac{1 \cdot 89}{4} - 7}{18} \cdot (8,6 - 8,4) \approx 8,57$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là trung bình cộng của số liệu thứ 67 và 68 theo thứ tự không giảm của dãy và thuộc nhóm $[8,8; 9,0)$, nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu

$$\text{ghép nhóm là } Q_3(A) = 8,8 + \frac{\frac{3 \cdot 89}{4} - 59}{21} \cdot (9,0 - 8,8) \approx 8,87.$$

Câu 94: Một công ty bảo hiểm thống kê lại độ tuổi các khách hàng mua bảo hiểm xe ô tô ở bảng sau:

Độ tuổi	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)
Số khách hàng	25	38	62	42	37	29

Hãy ước lượng số trung bình, một và các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

$$\bar{x} \approx 39,97; M_o = \frac{415}{11}; Q_1 = \frac{275}{8}, Q_2 = M_e = \frac{4875}{124}, Q_3 = \frac{6815}{148}.$$



Câu 95: Các bạn học sinh một lớp thống kê số túi nhựa mà gia đình bạn đó sử dụng trong một tuần. Kết quả được tổng hợp lại ở bảng sau:

Số túi	[5;9]	[10;14]	[15;19]	[20;24]	[25;29]
Số gia đình	8	15	12	7	2

a) Hãy ước lượng số trung bình và mốt của mẫu số liệu trên.

b) Cô giáo dự định trao danh hiệu "Gia đình xanh" cho 25% gia đình các bạn sử dụng ít túi nhựa nhất. Cô giáo nên trao danh hiệu cho các gia đình dùng không quá bao nhiêu túi nhựa?

Lời giải

a) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là khoảng 14,73.

Mốt của mẫu số liệu là 13.

b) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là $Q_1 = \frac{21}{2} = 10,5$.

Do đó, cô giáo nên trao danh hiệu cho gia đình các bạn dùng không quá 10 túi nhựa.

Câu 96: Bảng sau thống kê doanh số bán hàng của các nhân viên một trung tâm thương mại trong một ngày.

Doanh số (triệu đồng)	[20;30)	[30;40)	[40;50)	[50;60)	[60;70)
Số nhân viên	4	8	12	7	5

a) Hãy ước lượng số trung bình, mốt và trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

b) Trung tâm thương mại dự định sẽ thưởng cho 25% số nhân viên có doanh số bán hàng cao nhất. Theo mẫu số liệu trên, trung tâm thương mại nên khen thưởng các nhân viên có doanh số bán hàng ít nhất là bao nhiêu?

Lời giải

a) $\bar{x} = \frac{815}{18}$; $M_o = \frac{400}{9}$; $M_e = 45$.

b) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là $Q_3 = \frac{380}{7} \approx 54,29$.

Do đó, trung tâm thương mại nên khen thưởng các nhân viên có doanh số bán hàng một ngày ít nhất là 54,29 triệu đồng.

Câu 97: Một cửa hàng sách thống kê số truyện thiếu nhi bán được trong hai tháng ở bảng sau:

Số sách	[14;20]	[21;27]	[28;34]	[35;41]	[42;48]
Số ngày	5	7	25	15	9

Hãy ước lượng số trung bình, mốt và các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

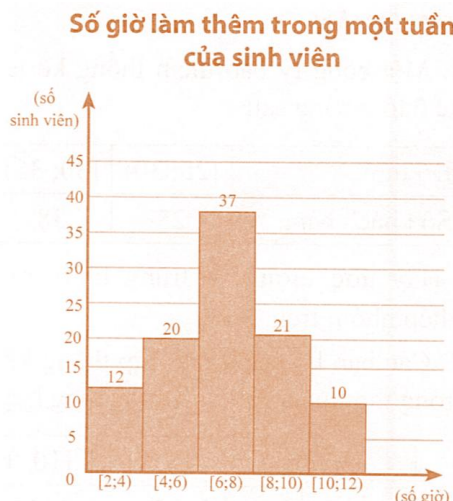
Lời giải

$\bar{x} = \frac{2003}{61}$; $M_o = 32$; $Q_1 = 28,41$; $Q_2 = M_e = 32,68$; $Q_3 = \frac{4967}{90}$.

Câu 98: Kết quả điều tra về số giờ làm thêm trong một tuần của 100 sinh viên được cho ở biểu đồ bên.



Hãy ước lượng số trung bình, mốt và các tứ phân vị của số liệu đó.



Lời giải

Từ mẫu số liệu ghép nhóm, ta có bảng thống kê số giờ làm thêm trong một tuần của 100 sinh viên như sau:

Số giờ làm thêm	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10)	[10;12)
Số giờ làm thêm đại diện	3	5	7	9	11
Số sinh viên	12	20	37	21	10

Cỡ mẫu $n = 100$.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

$$\bar{x} = \frac{3 \cdot 12 + 5 \cdot 20 + 7 \cdot 37 + 9 \cdot 21 + 11 \cdot 10}{100} = 6,94.$$

Nhóm chứa mốt của mẫu số liệu trên là nhóm $[6;8)$.

Do đó: $u_m = 6; n_m = 37; n_{m-1} = 20; n_{m+1} = 21; u_{m+1} = 8$.

Vậy mốt của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$M_o = 6 + \frac{37 - 20}{(37 - 20) + (37 - 21)} \cdot (8 - 6) \approx 7,03.$$

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{100}$ là mẫu số liệu được xếp theo thứ tự không giảm.

Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{100}$ là $\frac{1}{2}(x_{50} + x_{51})$.

$$\text{Do } x_{50} \text{ và } x_{51} \text{ thuộc nhóm } [6;8) \text{ nên } Q_2 = 6 + \frac{\frac{2 \cdot 100}{4} - 32}{37} \cdot (8 - 6) \approx 6,97.$$



Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{100}$ là $\frac{1}{2}(x_{25} + x_{26})$. Do x_{25} và x_{26} thuộc nhóm

$$[4; 6) \text{ nên } Q_1 = 4 + \frac{\frac{1 \cdot 100}{4} - 12}{20} \cdot (6 - 4) = 5,3.$$

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{100}$ là $\frac{1}{2}(x_{75} + x_{76})$. Do x_{75} và x_{76} thuộc nhóm

$$[8; 10) \text{ nên } Q_3 = 8 + \frac{\frac{3 \cdot 100}{4} - 69}{21} \cdot (10 - 8) \approx 8,57.$$

Câu 99: Xác định trung vị và tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm được cho ở Bảng 5 (làm tròn các kết quả đến hàng phần mười).

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
[40; 45)	5	5
[45; 50)	10	15
[50; 55)	7	22
[55; 60)	9	31
[60; 65)	7	38
[65; 70)	4	42
	$n = 42$	

Bảng 5

Giải

Số phần tử của mẫu là $n = 42$.

- Ta có: $\frac{n}{2} = \frac{42}{2} = 21$ mà $15 < 21 < 22$. Suy ra nhóm 3 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 21.

Xét nhóm 3 là nhóm [50; 55) có $r = 50, d = 5, n_3 = 7$ và nhóm 2 là nhóm [45; 50) có $cf_2 = 15$.

Áp dụng công thức, ta có trung vị của mẫu số liệu là: $M_e = 50 + \left(\frac{21 - 15}{7} \right) \cdot 5 \approx 54,3 (km/h)$.

Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu là: $Q_2 = M_e \approx 54,3 (km/h)$.

- Ta có: $\frac{n}{4} = \frac{42}{4} = 10,5$ mà $5 < 10,5 < 15$ nên nhóm 2 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 10,5.

Xét nhóm 2 là nhóm [45; 50) có $s = 45, h = 5, n_2 = 10$ và nhóm 1 là nhóm [40; 45) có $cf_1 = 5$.

Áp dụng công thức, ta có tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là:

$$Q_1 = 45 + \left(\frac{10,5 - 5}{10} \right) \cdot 5 \approx 47,8 (km/h).$$



- Ta có: $\frac{3n}{4} = \frac{3 \cdot 42}{4} = 31,5$ mà $31 < 31,5 < 38$ nên nhóm 5 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 31,5.

Xét nhóm 5 là nhóm $[60; 65)$ có $t = 60, l = 5, n_5 = 7$ và nhóm 4 là nhóm $[55; 60)$ có $cf_4 = 31$.

Áp dụng công thức, ta có tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là:

$$Q_3 = 60 + \left(\frac{31,5 - 31}{7} \right) \cdot 5 \approx 60,4 (km / h).$$

Vậy tứ phân vị của mẫu số liệu trên là: $Q_1 \approx 47,8 (km / h); Q_2 \approx 54,3 (km / h); Q_3 \approx 60,4 (km / h)$.

Câu 100: Cho mẫu số liệu ghép nhóm thống kê thời gian sử dụng điện thoại trước khi ngủ (đơn vị: phút) của một người trong 120 ngày như ở Bảng 8. Xác định các số đặc trưng đo xu thế trung tâm cho mẫu số liệu đó (làm tròn các kết quả đến hàng phần mười).

Nhóm	Tần số
$[0; 4)$	13
$[4; 8)$	29
$[8; 12)$	48
$[12; 16)$	22
$[16; 20)$	8
	$n = 120$

Bảng 8

Lời giải

Số trung bình cộng là:

$$\bar{x} = \frac{13 \cdot 2 + 29 \cdot 6 + 48 \cdot 10 + 22 \cdot 14 + 8 \cdot 18}{120} \approx 9,4.22$$

Bảng tần số ghép nhóm bao gồm cả tần số tích lũy được cho như ở Bảng 10:

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
$[0; 4)$	13	13
$[4; 8)$	29	42
$[8; 12)$	48	90
$[12; 16)$	22	112
$[16; 20)$	8	120
	$n = 120$	

Bảng 10

$$\text{Ta có: } \frac{n}{2} = 60, \frac{n}{4} = 30, \frac{3n}{4} = 90.$$

Vì $42 < 60 < 90$ nên nhóm 3 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 60.



Suy ra trung vị là: $M_e = 8 + \left(\frac{60-42}{48} \right) \cdot 4 = 9,5$.

Tứ phân vị thứ hai là: $Q_2 = M_e = 9,5$.

Vì $13 < 30 < 42$ nên nhóm 2 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 30. Suy ra

tứ phân vị thứ nhất là: $Q_1 = 4 + \left(\frac{30-13}{29} \right) \cdot 4 \approx 6,3$

Vì $42 < 90 \leq 90$ nên nhóm 3 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 90. Suy ra

tứ phân vị thứ ba là: $Q_3 = 8 + \left(\frac{90-42}{48} \right) \cdot 4 = 12$

Trong các nhóm, nhóm 3 có tần số lớn nhất. Suy ra mốt là: $M_0 = 8 + \left(\frac{48-29}{2 \cdot 48 - 29 - 22} \right) \cdot 4 \approx 9,7$.

Câu 101: Kết quả khảo sát cân nặng của 1 thùng táo ở một lô hàng cho trong bảng sau:

Cân nặng (g)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)
Số quả táo	4	7	12	6	2

Hãy tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{31}$ là cân nặng của 31 quả táo xếp theo thứ tự không giảm.

Do $x_1; x_2; \dots; x_4 \in [150;155)$; $x_5; x_6; \dots; x_{11} \in [155;160)$ nên trung vị của mẫu số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{31}$ là $x_{16} \in [160;165)$.

Ta xác định được $n = 31, n_m = 12, C = 4 + 7 = 11, u_m = 160, u_{m+1} = 165$.

Vậy trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$M_e = 160 + \frac{\frac{31}{2} - 11}{12} \cdot (165 - 160) = 161,875.$$

Câu 102: Trong tuần lễ bảo vệ môi trường, các học sinh khối 12 tiến hành thu nhặt vỏ lon nước ngọt để tái chế. Nhà trường thống kê kết quả thu nhặt vỏ lon nước ngọt của học sinh khối 12 ở bảng sau:

Số vỏ lon	[11;15]	[16;20]	[21;25]	[26;30]	[31;35]
Số học sinh	58	87	54	44	23

Hãy tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

Do số vỏ chai là số nguyên nên ta hiệu chỉnh lại như sau:



Số vỏ lon	[10,5;15,5)	[15,5;20,5)	[20,5;25,5)	[25,5;30,5)	[30,5;35,5)
Số học sinh	58	87	54	44	23

Số học sinh tham gia thu nhật vỏ lon nước ngọt là $n = 58 + 87 + 54 + 44 + 23 = 266$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{266}$ lần lượt là số vỏ chai 266 học sinh khối 12 thu nhật được xếp theo thứ tự không giảm.

Do $x_1; x_2; \dots; x_{58} \in [10,5;15,5)$; $x_{59}; x_{55}; \dots; x_{145} \in [15,5;20,5)$ nên trung vị của mẫu số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{240}$ là $\frac{1}{2}(x_{133} + x_{134}) \in [15,5;20,5)$.

Ta xác định được $n = 266, n_m = 87, C = 58, u_m = 15,5, u_{m+1} = 20,5$ và $u_{m+1} = 20,5$.

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$M_e = 15,5 + \frac{\frac{266}{2} - 58}{87} \cdot (20,5 - 15,5) \approx 19,81.$$

Câu 103: Tiền lương nhận được trong 1 giờ làm việc của nhân viên công ty A được thống kê theo mẫu số liệu ghép nhóm sau (đơn vị: ngàn đồng):

Các lớp tiền lương	Số nhân viên
[50; 60)	8
[60; 70)	10
[70; 80)	16
[80; 90)	14
[90; 100)	10
[100; 110)	5
[110; 120)	2

Hãy xác định các tứ phân vị của mẫu số liệu trên.

Lời giải

Gọi $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_{65}$ là tiền lương của 65 nhân viên nhận được trong 1 giờ.

Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{65}$ là $x_{33} \in [70; 80)$. Do đó tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là



$$Q_2 = 70 + \frac{\frac{2 \cdot 65}{4} - (8+10)}{16} \cdot (80-70) = 79,0625$$

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{65}$ là $x_{17} \in [60; 70)$. Do đó tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_1 = 60 + \frac{\frac{1 \cdot 65}{4} - 8}{10} \cdot (70-60) = 68,25$$

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{65}$ là $x_{49} \in [90; 100)$. Do đó tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_3 = 90 + \frac{\frac{3 \cdot 65}{4} - (8+10+16+14)}{10} \cdot (100-90) = 90,75.$$

Chú ý: Nếu tứ phân vị thứ k là $\frac{1}{2}(x_m + x_{m+1})$, trong đó $x_m \in [u_{j-1}; u_j)$ và $x_{m+1} \in [u_j; u_{j+1})$ thuộc hai nhóm liên tiếp thì ta lấy $Q_k = u_j$.

Câu 104: Mức lương hàng tháng ở 1 công ty được Công đoàn thu thập theo bảng sau(đơn vị triệu đồng):

Mức lương	[6;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)
Nhân viên	17	38	27	21	7

- a) Hãy ước lượng các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.
- b) Chủ tịch Công đoàn muốn đề nghị hỗ trợ cho nhóm 25% số nhân viên có mức lương thấp nhất và ước lượng rằng số nhân viên này không ít hơn 10. Nhận định của chủ tịch có hợp lí hay không?

Lời giải

a) Gọi $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_{110}$ là mức lương của 110 nhân viên nhận được công ty trả trong 1 tháng.

Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_{110}$ là $\frac{1}{2}(x_{55} + x_{56})$. Do $x_{55} \in [10;15)$ và $x_{56} \in [15;20)$. Nên đó tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là $Q_2 = 15$

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{110}$ là $\frac{1}{2}(x_{27} + x_{28})$. Do $x_{27} \in [10;15)$ và $x_{28} \in [10;15)$ đó tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_1 = 10 + \frac{\frac{1 \cdot 110}{4} - 17}{38} \cdot (15-10) \approx 11,38$$



Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{110}$ là $\frac{1}{2}(x_{82} + x_{83})$. Do $x_{82} \in [15; 20)$ và $x_{83} \in [20; 25)$ đó tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là $Q_3 = 20$.

b) Do tứ phân vị thứ nhất $\approx 11,38$ nên nhận định trên là không hợp lí.

Câu 105: Lương tháng của một số giáo viên THPT được ghi lại như sau (đơn vị: triệu đồng):

12,2	9,8	10,9	6,7	13,6	9,2	12,5	9,6	11,7	12,7	10,0	10,0
8,3	11,1	11,9	8,4	6,7	13,8	13,1	6,5	10,7	8,9	11,2	13,2

a) Tìm tứ phân vị của dãy số liệu trên.

b) Tổng hợp lại dãy số liệu trên vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:

Lương tháng (triệu đồng)	[6;8)	[8;10)	[10;12)	[12;14)
Số nhân viên	?	?	?	?

c) Hãy ước lượng tứ phân vị của số liệu ở bảng tần số ghép nhóm trên.

Lời giải

a) Các tứ phân vị là $Q_2 = 10,8; Q_1 = 9,05; Q_3 = 12,35$.

b) Bảng tần số ghép nhóm theo mẫu :

Lương tháng	[6;8)	[8;10)	[10;12)	[12;14)
Số giáo viên	3	6	8	7

c) Tứ phân vị thứ nhất là $Q_1 = 8 + \frac{\frac{24}{4} - 3}{6} \cdot (10 - 8) = 9$.

Tứ phân vị thứ hai là $Q_2 = 10 + \frac{\frac{24}{2} - 9}{8} \cdot (12 - 10) = 10,75$.

Tứ phân vị thứ ba là $Q_3 = 12 + \frac{\frac{3 \cdot 24}{4} - 17}{7} \cdot (14 - 12) \approx 12,29$.

Câu 106: Một học sinh làm bài kiểm tra môn Toán gồm 30 câu trong 1 tháng được thống kê lại như sau:

8	18	22	11	25	23	21	13	14	15
18	25	10	11	24	12	14	14	6	8

a) Tìm tứ phân vị của dãy số liệu trên.



b) Tổng hợp lại dãy số liệu trên vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:

Điểm số	[6;10]	[11;15]	[16;20]	[21;25]
Số trận	?	?	?	?

c) Hãy ước lượng tứ phân vị của số liệu ở bảng tần số ghép nhóm trên.

Lời giải

a) Các tứ phân vị là $Q_2 = 14, Q_1 = 11, Q_3 = 21,5$.

b) Bảng tần số ghép nhóm theo mẫu :

Điểm	[6;10]	[11;15]	[16;20]	[21;25]
Tần số	4	8	2	6

c) Tứ phân vị thứ nhất là $Q_1 = 11 + \frac{\frac{1.20}{4} - 4}{8} \cdot (15 - 11) = 11,5$.

Tứ phân vị thứ hai là $Q_2 = 15,5$.

Tứ phân vị thứ ba là $Q_3 = 21 + \frac{\frac{3.20}{4} - 14}{6} \cdot (25 - 21) \approx 21,67$.

Câu 107: Trong một cuộc đua Marathon được tổ chức ở thành phố A người ta thống kê lại được như sau

Thời gian	[120;140)	[140;160)	[160;180)	[180;200)	[200;220)
Số người	4	6	10	15	25

Hãy ước lượng số trung bình và tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

Ta có $n = 4 + 6 + 10 + 15 + 25 = 60$

Trung vị là $M_e = 180 + \frac{\frac{60}{2} - 20}{15} \cdot (200 - 180) = \frac{580}{3} \approx 193,33$.

Tứ phân vị thứ nhất là $Q_1 = 160 + \frac{\frac{60}{4} - 10}{10} \cdot (180 - 160) = 170$.



Tứ phân vị thứ ba là $Q_3 = 200 + \frac{3 \cdot \frac{60}{4} - 35}{25} \cdot (220 - 200) = 208$.

Câu 108: Chiều cao của hai loài hoa được một người thống kê theo biểu đồ sau:



- a) Hãy so sánh chiều cao của loài A và loài B theo số trung bình và trung vị.
 b) Hãy ước lượng tứ phân vị thứ nhất và thứ ba của chiều cao của loài A và loài B.

Lời giải

a) Bảng giá trị đại diện

Chiều cao đại diện (mm)	149,5	249,5	349,5	449,5
Loài A	20	18	14	10
Loài B	35	30	20	15

Chiều trung bình của loài A xấp xỉ bằng

$$\bar{x}_A = \frac{149,5 \cdot 20 + 249,5 \cdot 18 + 349,5 \cdot 14 + 449,5 \cdot 10}{62} \approx 272,08.$$

Chiều trung bình của loài B xấp xỉ bằng

$$\bar{x}_B = \frac{149,5 \cdot 35 + 249,5 \cdot 30 + 349,5 \cdot 20 + 449,5 \cdot 15}{100} = 201,5.$$

Chiều cao trung bình của loài A lớn hơn loài B.

Gọi $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_{85}$ là chiều cao của 62 cây loài A.

Nên trung vị của mẫu số liệu là $x_{31} \in [200; 299)$.



Suy ra trung vị là $M_e = 200 + \frac{\frac{62}{2} - 20}{18} \cdot (299 - 200) = 260,5$.

Gọi $y_1 \leq y_2 \leq \dots \leq y_{100}$ là chiều cao của 100 loài B .

Nên trung vị của mẫu số liệu là $\frac{1}{2}(x_{50} + x_{51}) \in [200; 299)$.

Suy ra trung vị là $M_e = 200 + \frac{\frac{100}{2} - 35}{30} \cdot (299 - 200) = 249,5$.

Chiều cao trung bình của loài A lớn hơn B .

b) Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_{62}$ là $x_{16} \in [100; 199)$.

Do đó tứ phân vị thứ nhất của loài A là

$$Q_1 = 100 + \frac{\frac{1.62}{4} - 0}{20} \cdot (199 - 100) = 176,725.$$

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_{62}$ là $x_{47} \in [300; 399)$.

Do đó tứ phân vị thứ ba của loài A là

$$Q_3 = 300 + \frac{\frac{3.62}{4} - 38}{14} \cdot (399 - 300) \approx 360,11.$$

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu $y_1 \leq y_2 \leq \dots \leq y_{100}$ là $y_{25} \in [100; 199)$.

Do đó tứ phân vị thứ nhất của loài B là

$$Q_1 = 100 + \frac{\frac{1.62}{4} - 0}{35} \cdot (199 - 100) \approx 143,84.$$

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu $y_1 \leq y_2 \leq \dots \leq y_{100}$ là $y_{75} \in [300; 399)$.

Do đó tứ phân vị thứ ba của loài B là

$$Q_3 = 300 + \frac{\frac{3.62}{4} - 65}{20} \cdot (399 - 300) = 208,425.$$

Câu 109: Cho bảng tần số ghép nhóm số liệu thống kê chiều cao của 40 mẫu cây ở một vườn thực vật (đơn vị: centimét).

Nhóm	Tần số
$[30; 40)$	4
$[40; 50)$	10
$[50; 60)$	14



[60;70)	6
[70;80)	4
[80;90)	2
	$n = 40$

- a) Xác định số trung bình cộng, trung vị, tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.
 b) Mốt của mẫu số liệu trên là bao nhiêu?

Lời giải

a)

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[30;40)	35	4
[40;50)	45	10
[50;60)	55	14
[60;70)	65	6
[70;80)	75	4
[80;90)	85	2
		$n = 40$

Tìm giá trị trung bình

Giá trị trung bình của mẫu số liệu là

$$\bar{x} = \frac{35.4 + 45.10 + 55.14 + 65.6 + 75.4 + 85.2}{40} = 55,5$$

Tìm trung vị

Khoảng chứa trung vị [50;60)

Trung vị của mẫu số liệu là

$$M_e = 50 + \frac{20-14}{14} \cdot 10 \approx 54,29$$

Tìm tứ phân vị

Nhóm chứa trung vị thứ nhất Q_1 và nhóm chứa trung vị thứ hai Q_3 lần lượt là [40;50) , [60;70).

Khi đó:



$$Q_1 = 40 + \frac{10-4}{10} \cdot 10 = 46$$

$$Q_3 = 60 + \frac{30-28}{6} \cdot 10 = 63,3$$

Vậy tứ phân vị của mẫu số liệu là $Q_1 = 46$, $Q_2 = 54,29$, $Q_3 = 63,3$.

Tìm một

Nhóm chứa một: $[50; 60)$

Mốt của mẫu số liệu:

$$M_0 = 50 + \frac{4}{4+8} \cdot 10 \approx 53,3$$

Câu 110: Mẫu số liệu sau ghi lại cân nặng của 30 bạn học sinh (đơn vị: kilogram)

17 40 39 40,5 42 51 41,5 39 41 30
 40 42 40,5 39,5 41 40,5 37 39,5 40 41
 38,5 39,5 40 41 39 40,5 40 38,5 39,5 41,5

a) Lập bảng tần số ghép nhóm cho mẫu số liệu trên có tám nhóm ứng với tám nửa khoảng

$[15; 20)$, $[20; 25)$, $[25; 30)$, $[30; 35)$, $[35; 40)$, $[40; 45)$, $[45; 50)$, $[50; 55)$.

b) Xác định số trung bình cộng, trung vị, tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

c) Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên là bao nhiêu

Lời giải

a)

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[15; 20)$	17,5	1
$[20; 25)$	22,5	0
$[25; 30)$	27,5	0
$[30; 35)$	32,5	1
$[35; 40)$	37,5	10
$[40; 45)$	42,5	17
$[45; 50)$	47,5	0
$[50; 55)$	52,5	1
		$n = 30$

b)

$$\text{Số trung bình cộng: } \bar{x} = \frac{17,5 + 32,5 + 37,5 \cdot 10 + 42,5 \cdot 17 + 52,5}{30} = 40$$



Trung vị: $Q_2 = 40 + \frac{15-12}{17} \cdot 5 \approx 40,9$

Trung vị Q_1 và Q_3 :

$$Q_1 = 35 + \frac{7,5-2}{10} \cdot 5 = 37,75$$

$$Q_3 = 40 + \frac{22,5-12}{17} \cdot 5 \approx 43,1$$

Tứ phân vị: $Q_1 = 37,75$, $Q_2 = 40,9$, $Q_3 = 43,1$

c) Một của mẫu số liệu

$$M_0 = 40 + \frac{7}{7+17} \cdot 5 \approx 41,5$$

Câu 111: An tìm hiểu hàm lượng chất béo (đơn vị: g) có trong 100 g mỗi loại thực phẩm. Sau khi thu thập dữ liệu về 60 loại thực phẩm, An lập được bảng thống kê

Hàm lượng chất béo (g)	[2;6)	[6;10)	[10;14)	[14;18)	[18;22)	[22;26)
Tần số	2	6	10	13	16	13

a) Xác định giá trị trung bình, trung vị, tứ phân vị của mẫu số liệu.

b) Tìm một của mẫu số liệu.

Lời giải

Hàm lượng chất béo (g)	[2;6)	[6;10)	[10;14)	[14;18)	[18;22)	[22;26)
Giá trị đại diện	4	8	12	16	20	24
Tần số	2	6	10	13	16	13

a) Giá trị trung bình: $\bar{x} = \frac{4 \cdot 2 + 8 \cdot 6 + 12 \cdot 10 + 16 \cdot 13 + 20 \cdot 16 + 24 \cdot 13}{60} = 16,9$

Trung vị: $M_e = 14 + \frac{30-18}{13} \cdot 4 = 17,7$

Trung vị thứ nhất và thứ ba:

$$Q_1 = 10 + \frac{15-8}{10} \cdot 4 = 12,8$$

$$Q_3 = 18 + \frac{45-31}{16} \cdot 4 = 21,5$$

Tứ phân vị của mẫu số liệu là $Q_1 = 12,8$; $Q_2 = 17,7$; $Q_3 = 21,5$



b) Một của mẫu số liệu: $M_0 = 18 + \frac{3}{3+3} \cdot 4 = 20$

Câu 112: Để chuẩn bị cho đồ án tốt nghiệp, một sinh viên y khoa đã khảo sát huyết áp tối đa của một số bệnh nhân và lập được bảng tần số ghép nhóm sau:

Huyết áp	Tần số
[90;110)	6
[110;130)	20
[130;150)	35
[150;170)	45
[170;190)	30
[190;210)	16

a) Xác định trung bình, trung vị, tứ phân vị và một của mẫu số liệu.

b) Hãy giải thích vì sao trong trường hợp này, cả ba giá trị trung bình, trung vị và một tìm được đều đại diện tốt cho huyết áp của những bệnh nhân được khảo sát.

Lời giải

Huyết áp	Giá trị đại diện	Tần số
[90;110)	100	6
[110;130)	120	20
[130;150)	140	35
[150;170)	160	45
[170;190)	180	30
[190;210)	200	16

a) Giá trị trung bình:

$$\bar{x} = \frac{100 \cdot 6 + 120 \cdot 20 + 140 \cdot 35 + 160 \cdot 45 + 180 \cdot 30 + 200 \cdot 16}{152} = 155,9$$

Trung vị: $M_e = 150 + \frac{76 - 61}{45} \cdot 20 = 156,7$

Trung vị thứ nhất và thứ ba:

$$Q_1 = 130 + \frac{38 - 26}{35} \cdot 20 = 136,9$$

$$Q_3 = 170 + \frac{114 - 106}{30} \cdot 20 = 175,3$$

Tứ phân vị của mẫu số liệu: $Q_1 = 136,9$; $Q_2 = 156,7$; $Q_3 = 175,3$

Mốt: $M_0 = 150 + \frac{10}{10+15} \cdot 20 = 158$



b) Vì ba giá trị này cùng thuộc vào một nhóm ghép có tần số cao nhất và chúng gần như không có sự chênh lệch nhiều.

Câu 113: Một câu lạc bộ thể dục thể thao đã ghi lại số giờ các thành viên của mình sử dụng cơ sở vật chất của câu lạc bộ để tập luyện trong một tháng. Họ tổ chức dữ liệu thu được vào bảng

Thời gian (giờ)	[1;5)	[5;9)	[9;13)	[13;17)	[17;21)	[21;25)
Tần số (Số người)	10	14	31	2	5	23

Hãy tính (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

a) Trung vị của mẫu số liệu.

b) Trung bình của mẫu số liệu. Trong trường hợp này thì trung bình hay trung vị đại diện tốt hơn cho mẫu số liệu?

Lời giải

Thời gian (giờ)	[1;5)	[5;9)	[9;13)	[13;17)	[17;21)	[21;25)
Giá trị đại diện	3	7	11	15	19	23
Tần số (Số người)	10	14	31	2	5	23

a) Trung vị của mẫu số liệu

$$M_e = 9 + \frac{42,5 - 24}{31} \cdot 4 \approx 11,4$$

b) Trung bình của mẫu số liệu là $\bar{x} = 13,2$

Trung bình thuộc nhóm [13;17) cho thấy trong 85 số liệu đã có ít nhất 55 số liệu nhỏ hơn số trung bình. Suy ra, trong trường hợp này thì trung vị là số đại diện tốt hơn cho mẫu số liệu.

Câu 114: Một cửa hàng đã thống kê số ba lô bán được mỗi ngày trong tháng 9 với kết quả cho như sau:

12	29	12	19	15	21	19	29	28	12	15	25	16	20	29
21	12	24	14	10	12	10	23	27	28	18	16	10	20	21

Hãy chia mẫu số liệu trên thành 5 nhóm, lập bảng tần số ghép nhóm, hiệu chỉnh bảng tần số ghép nhóm và xác định giá trị đại diện cho mỗi nhóm.

Lời giải

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là: $R = 29 - 10 = 19$.

$$\text{Độ dài mỗi nhóm } L > \frac{R}{k} = \frac{19}{5} = 3,8.$$

Chọn $L = 4$ và chia các dữ liệu thành 5 nhóm [10;14), [14;18), [18;22), [22;26), [26;30).



Khi đó ta có bảng tần số ghép nhóm sau:

Số ba lô đã bán	[10;14)	[14;18)	[18;22)	[22;26)	[26;30)
Giá trị đại diện	12	16	20	24	28
Số ngày	8	5	8	3	6

Câu 115: Các bạn học sinh lớp 11A1 trả lời 40 câu hỏi trong một bài kiểm tra. Kết quả được thống kê ở bảng sau:

Số câu trả lời đúng	[16;21)	[21;26)	[26;31)	[31;36)	[36;41)
Số học sinh	4	6	8	18	4

Hãy ước lượng trung bình số câu trả lời đúng của các học sinh lớp 11A1 ?

Lời giải

Ta có bảng tần số ghép nhóm là

Số câu trả lời đúng	[16;21)	[21;26)	[26;31)	[31;36)	[36;41)
Giá trị đại diện	19	24	29	34	39
Số học sinh	4	6	8	18	4

Ước lượng trung bình số câu trả lời đúng của các học sinh lớp 11A1 là

$$\bar{x} = \frac{n_1c_1 + n_2c_2 + n_3c_3 + n_4c_4 + n_5c_5}{40} \approx 30 \text{ câu hỏi.}$$

Câu 116: Cân nặng của 28 học sinh nam lớp 11 được cho như sau:

55,4	62,6	54,2	56,8	58,8	59,4	60,7	58	59,5	63,6	61,8	52,3	63,4	57,9
49,7	45,1	56,2	63,2	46,1	49,6	59,1	55,3	55,8	45,5	46,8	54	49,2	52,6

Hãy ước lượng cân nặng trung bình của học sinh trong bảng trên sau khi ghép nhóm và so sánh kết quả tìm được với cân nặng trung bình của mẫu số liệu gốc.

Lời giải

Ta có bảng ghép nhóm sau:

Cân nặng	[45;49)	[49;53)	[53;57)	[57;61)	[61;65)
Giá trị đại diện	47	51	55	59	63
Số học sinh	4	5	7	7	5

Cân nặng trung bình của học sinh xếp xi là: $\bar{x} = \frac{47.4 + 51.5 + 55.7 + 59.7 + 63.5}{28} \approx 55,6 \text{ (kg).}$

Cân nặng trung bình của mẫu số liệu gốc là: $\bar{x} = \frac{54,2 + 56,8 + 58,8 + 59,4 + \dots + 52,6}{28} \approx 53,4 \text{ (kg).}$

Ta thấy giá trị cân nặng trung bình ước lượng gần bằng giá trị cân nặng trung bình của mẫu số liệu gốc.



Câu 117: Một đại lý bảo hiểm đã thống kê số lượng khách mua bảo hiểm nhân thọ trong một ngày ở biểu đồ sau



Hãy sử dụng dữ liệu trên để tư vấn cho đại lý bảo hiểm xác định khách hàng nam và nữ ở độ tuổi nào hay mua bảo hiểm nhất.

Lời giải

Dựa vào bảng dữ liệu ta thấy:

Mốt của mẫu số liệu đối với khách hàng nam là $M_o = 40 + \frac{10-6}{(10-6)+(10-7)} \cdot 10 \approx 46$

Nên với nam ở độ tuổi từ 40 đến 50 có nhu cầu mua bảo hiểm lớn nhất, đặc biệt là độ tuổi 46.

Mốt của mẫu số liệu đối với khách hàng nữ là $M_o = 30 + \frac{9-3}{(9-3)+(9-6)} \cdot 10 \approx 37$

Nên với nữ ở độ tuổi từ 30 đến 40 có nhu cầu mua bảo hiểm lớn nhất, đặc biệt là độ tuổi 37.

Câu 118: Anh Văn ghi lại cự li 30 lần ném lao của mình ở bảng sau (đơn vị: mét):

72,1	72,9	70,2	70,9	72,2	71,5	72,5	69,3	72,3	69,7
72,3	71,5	71,2	69,8	72,3	71,1	69,5	72,2	71,9	73,1
71,6	71,3	72,2	71,8	70,8	72,2	72,2	72,9	72,7	70,7

a) Tính cự li trung bình của mỗi lần ném.

b) Tổng hợp lại kết quả ném của anh Văn vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:

Cự li (m)	[69,2; 70)	[70; 70,8)	[70,8; 71,6)	[71,6; 72,4)	[72,4; 73,2)
Số lần	?	?	?	?	?

c) Hãy ước lượng cự li trung bình mỗi lần ném từ bảng tần số ghép nhóm trên.

d) Khả năng anh Văn ném được bao nhiêu mét là cao nhất?

Lời giải

a) Cự li trung bình mỗi lần ném là: $\bar{x} = \frac{72,1+72,9+70,2+\dots+70,7}{30} \approx 71,56$ (mét).



b) Tổng hợp lại ta có bảng tần số ghép nhóm là

Cự li (m)	[69, 2; 70)	[70; 70, 8)	[70, 8; 71, 6)	[71, 6; 72, 4)	[72, 4; 73, 2)
Số lần	4	2	7	12	5

c) Ta có

Cự li (m)	[69, 2; 70)	[70; 70, 8)	[70, 8; 71, 6)	[71, 6; 72, 4)	[72, 4; 73, 2)
Giá trị đại diện	69, 6	70, 4	71, 2	72	72, 8
Số lần	4	2	7	12	5

Cự li trung bình ước lượng là: $\bar{x} = \frac{69, 6 \cdot 4 + 70, 4 \cdot 2 + \dots + 72, 8 \cdot 5}{30} \approx 71, 52$ (mét).

d) Anh Văn ném được khoảng 73 (mét) là cao nhất.

Câu 119: Người ta đếm số xe ô tô đi qua một trạm thu phí mỗi phút trong khoảng thời gian từ 9 giờ đến 9 giờ 30 phút sáng. Kết quả được ghi lại ở bảng sau:

15	16	13	21	17	23	15	21	6	11	12	23	19	25	11
25	7	29	10	28	29	24	6	11	23	11	21	9	27	15

a) Tính số xe trung bình đi qua trạm thu phí trong mỗi phút.

b) Tổng hợp lại số liệu trên vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:

Số xe	[6; 10]	[11; 15]	[16; 20]	[21; 25]	[26; 30]
Số lần	?	?	?	?	?

c) Hãy ước lượng trung bình số xe đi qua trạm thu phí trong mỗi phút từ bảng tần số ghép nhóm trên.

Lời giải

a) Số xe trung bình đi qua trạm thu phí trong mỗi phút là:

$$\bar{x} = \frac{15 + 16 + 13 + 21 + \dots + 27 + 15}{30} \approx 17 \text{ (xe)}.$$

b) Ta có bảng sau:

Số xe	[6; 10]	[11; 15]	[16; 20]	[21; 25]	[26; 30]
Số lần	5	9	3	9	4

c) Ta có bảng giá trị đại diện sau:



Số xe	[6;10]	[11;15]	[16;20]	[21;25]	[26;30]
Giá trị đại diện	8	13	18	23	28
Số lần	5	9	3	9	4

Số xe trung bình ước lượng đi qua trạm thu phí từ bảng tần số ghép nhóm trên là:

$$\bar{x} = \frac{8.5 + 13.9 + 18.3 + 23.9 + 28.4}{30} \approx 18(\text{xe}).$$

Câu 120: Một thư viện thống kê số lượng sách được mượn mỗi ngày trong ba tháng ở bảng sau:

Số sách	[16; 20]	[21; 25]	[26; 30]	[31; 35]	[36; 40]	[41; 45]	[46; 50]
Số ngày	3	6	15	27	22	14	5

Hãy ước lượng số trung bình và một của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

Ta có bảng giá trị đại diện sau:

Số sách	[16; 20]	[21; 25]	[26; 30]	[31; 35]	[36; 40]	[41; 45]	[46; 50]
Giá trị đại diện	18	23	28	33	38	43	48
Số ngày	3	6	15	27	22	14	5

Ước lượng số trung bình của mẫu số liệu là:

$$\bar{x} = \frac{18.3 + 23.6 + 28.15 + 33.27 + 38.22 + 43.14 + 48.5}{92} \approx 35 \text{ (quyển)}.$$

Một của mẫu số liệu trên là: $M_0 = 31 + \frac{27-15}{27-15+27-22} \cdot (36-31) \approx 35$.

Câu 121: Kết quả đo chiều cao của 200 cây keo 3 năm tuổi ở một nông trường được biểu diễn ở biểu đồ dưới đây.



Hãy ước lượng số trung bình và một của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

Ta có bảng giá trị đại diện sau



Chiều cao của cây	[8,5;8,8)	[8,8;9,1)	[9,1;9,4)	[9,4;9,7)	[9,7;10)
Giá trị đại diện	8,65	8,95	9,25	9,55	9,85
Số cây	20	35	60	55	30

Ước lượng trung bình của mẫu số liệu là:

$$\bar{x} = \frac{8,65 \cdot 20 + 8,95 \cdot 35 + 9,25 \cdot 60 + 9,55 \cdot 55 + 9,85 \cdot 30}{200} \approx 9,31 \text{ (m)}.$$

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm là: $M_0 = 9,1 + \frac{60 - 35}{60 - 35 + 60 - 55} \cdot (9,4 - 9,1) \approx 9,35 \text{ (m)}.$

Câu 122: Thống kê cân nặng của 30 học sinh trong một lớp học thu được kết quả như sau

Cân nặng (kg)									
54	42	53	63	58	54	63	70	59	49
73	49	66	60	55	48	65	63	56	51
61	57	69	67	63	52	60	56	49	44

- Hãy tính cân nặng trung bình của học sinh lớp học trên.
- Hãy thu gọn dữ liệu bằng cách lập bảng tần số ghép nhóm với các nhóm ghép là [40;50); [50;60); [60;70); [70;80).
- Hãy ước lượng cân nặng trung bình của học sinh trong lớp từ bảng tần số ghép nhóm trên.

Lời giải

a) Cân nặng trung bình của học sinh lớp học trên:

$$\bar{x} = (54 + 42 + 53 + 63 + 58 + 54 + 63 + 70 + 59 + 49 + 73 + 49 + 66 + 60 + 55 + 48 + 65 + 63 + 56 + 51 + 61 + 57 + 69 + 67 + 63 + 52 + 60 + 56 + 49 + 44) : 30 = 57,63$$

Bảng tần số ghép nhóm:

Cân nặng (kg)	[40;50)	[50;60)	[60;70)	[70;80)
Số học sinh	6	12	10	2

c) Ta có bảng thống kê cân nặng học sinh theo giá trị đại diện

Cân nặng (kg)	[40;50)	[50;60)	[60;70)	[70;80)
Cân nặng đại diện	45	55	65	75
Số học sinh	6	12	10	2

$$\text{Cân nặng trung bình của học sinh lớp học trên: } (45 \cdot 6 + 55 \cdot 12 + 65 \cdot 10 + 75 \cdot 2) : 30 = 57,67$$

Câu 123: Kết quả điều tra thời gian chờ khám (đơn vị: phút) của bệnh nhân tại phòng khám của một bệnh viện ở Thành phố Hồ Chí Minh được cho trong bảng sau

Thời gian (phút)	[20;25)	[25;30)	[30;35)	[35;40)
Tần số				

Hãy ước lượng thời gian trung bình chờ khám bệnh và mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải



Ta có bảng thống kê thời gian chờ khám bệnh theo giá trị đại diện

Thời gian (phút)	[20;25)	[25;30)	[30;35)	[35;40)
Thời gian đại diện	22,5	27,5	32,5	37,5
Tần số	4	5	8	3

Thời gian trung bình chờ khám bệnh $(22,5.4 + 27,5.5 + 32,5.8 + 37,5.3) : 20 = 30$.

Câu 124: Thống kê chiều cao của 60 học sinh lớp 11 ở một trường trung học phổ thông (đơn vị cm) thu được kết quả như sau

175 163 146 150 176 162 147 151 176 161 149 152 177

165 148 153 176 169 152 155 170 144 168 160 170 143

167 160 170 142 166 160 165 141 174 161 166 144 173

162 175 156 161 172 175 157 162 171 176 160 158 170

176 164 159 170 175 163 160 170

a) Hãy thu gọn dữ liệu bằng cách lập bảng tần số ghép nhóm với các nhóm ghép là [135;145); [145;155); [155;165); [165;175); [175;185).

b) Hãy ước lượng chiều cao trung bình của học sinh trong lớp học đó từ bảng tần số ghép nhóm đã lập ở câu a.

Lời giải

a) Bảng tần số ghép nhóm chiều cao của 60 học sinh lớp 11

Chiều cao (cm)	[135;145)	[145;155)	[155;165)	[165;175)	[175;185)
Tần số	5	9	19	17	10

b) Ta có bảng thống kê thời gian chờ khám bệnh theo giá trị đại diện

Chiều cao (phút)	[135;145)	[145;155)	[155;165)	[165;175)	[175;185)
Chiều cao đại diện	140	150	160	170	180
Tần số	5	9	19	17	10

Chiều cao trung bình là $(140.5 + 150.9 + 160.19 + 170.17 + 180.10) : 60 = 163$ cm

Câu 125: Tổng số lượng mưa trong tháng 8 đo được tại một trạm quan trắc đặt tại Vũng Tàu từ năm 2002 đến năm 2020 được ghi lại như dưới đây (đơn vị: mm)

121,8 158,3 334,9 200,9 165,6 161,5 194,3

220,7 189,8 243,2 165,9 165,9 134 173

169 189 254 168 255

(Nguồn: Tổng cục Thống kê)

a) Hoàn thành bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:



Tổng lượng mưa trong tháng 8 (mm)	[120;175)	[175;230)	[230;285)	[285;340)
Số năm				

b) Hãy ước lượng lượng mưa trung bình từ mẫu số liệu ở bảng tần số ghép nhóm trên.

Lời giải

a)

Tổng lượng mưa trong tháng 8 (mm)	[120;175)	[175;230)	[230;285)	[285;340)
Số năm	10	5	3	1

b) Thống kê lượng mưa trung bình theo giá trị đại diện

Tổng lượng mưa trong tháng 8 (mm)	[120;175)	[175;230)	[230;285)	[285;340)
Giá trị đại diện	147,5	202,5	257,5	312,5
Số năm	10	5	3	1

Lượng mưa trung bình là $(147,5 \cdot 10 + 202,5 \cdot 5 + 257,5 \cdot 3 + 312,5 \cdot 1) : 19 \approx 188,03$

Câu 126: Điểm thi môn Toán của hai lớp 11A và 11B được cho trong bảng sau, biết mỗi lớp có 50 học sinh

Điểm thi	[0;2)	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10)
Lớp 11A	2	4	12	28	4
Lớp 11B	4	10	17	14	5

Lớp nào có điểm thi trung bình cao hơn

Lời giải

Ta có bảng thống kê điểm thi môn Toán theo giá trị đại diện

Điểm thi	[0;2)	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10)
Điểm thi đại diện	1	3	5	7	9
Lớp 11A	2	4	12	28	4
Lớp 11B	4	10	17	14	5

Điểm thi trung bình của lớp 11A là $(1 \cdot 2 + 3 \cdot 4 + 5 \cdot 12 + 7 \cdot 28 + 9 \cdot 4) : 50 = 6,12$ cm

Điểm thi trung bình của lớp 11B là $(1 \cdot 4 + 3 \cdot 10 + 5 \cdot 17 + 7 \cdot 14 + 9 \cdot 5) : 50 = 5,24$ cm

Vậy điểm thi trung bình của lớp 11A cao hơn lớp 11B.

Câu 127: Nhiệt độ trung bình của 12 tháng tại thành phố Hà Nội từ năm 1961 đến hết năm 1990 (30 năm) được cho trong bảng sau

Nhiệt độ (°C)	[12;14)	[14;16)	[16;18)	[18;20)	[20;22)
Tần số	1	3	12	9	5

Một của mẫu số liệu trên là

Lời giải



Nhóm chứa một của mẫu số liệu trên là nhóm $[16;18)$.

Nên ta có $u_m = 16, n_{m-1} = 3, n_m = 12, n_{m+1} = 9, u_{m+1} - u_m = 18 - 16 = 2$.

Một của mẫu số liệu trên là $M_0 = 16 + \frac{12-3}{(12-3)+(12-9)} \cdot 2 = 17,5$.

Câu 128: Kết quả kì thi trắc nghiệm môn Toán với thang điểm 100 của 32 học sinh được cho trong bảng sau

Điểm	$[40;50)$	$[50;60)$	$[60;70)$	$[70;80)$	$[80;90)$	$[90;100)$
Tần số	4	6	11	6	3	2

Độ dài của nhóm $[90;100)$ là

Lời giải

Độ dài của nhóm $[90;100)$ là $100 - 90 = 10$.

Câu 129: Một nhà thực vật học đo chiều dài của 74 chiếc lá và thu được kết quả như sau (đơn vị mm)

Chiều dài (mm)	$[5,45;5,85)$	$[5,85;6,25)$	$[6,25;6,65)$	$[6,65;7,05)$	$[7,05;7,45)$	$[7,45;7,85)$
Tần số	5	9	15	19	16	8

Giá trị đại diện và độ dài của nhóm $[6,25;6,65)$ là

Lời giải

Giá trị đại diện của nhóm là $\frac{6,25 + 6,45}{2} = 6,45$.

Độ dài của nhóm là $6,65 - 6,25 = 0,4$.

Câu 130: Thời gian (phút) đi từ nhà đến trường của bạn A trong 35 ngày được cho trong bảng sau

Thời gian (phút)	$[19;21)$	$[21;23)$	$[23;25)$	$[25;27)$	$[27;29)$
Tần số	5	8	7	9	6

Dự đoán thời gian bạn A thường dành ra để đi từ nhà đến trường là

Lời giải

Ta có bảng thống kê thời gian đi từ nhà đến trường của A theo giá trị đại diện

Thời gian (phút)	$[19;21)$	$[21;23)$	$[23;25)$	$[25;27)$	$[27;29)$
Thời gian đại diện	20	22	24	26	28
Tần số	5	8	7	9	6

Thời gian trung bình bạn A thường dành ra để đi từ nhà đến trường là

$(20 \cdot 5 + 22 \cdot 8 + 24 \cdot 7 + 26 \cdot 9 + 28 \cdot 6) : 35 = 24,2$.

Câu 131: Cân lần lượt 40 quả cam (đơn vị gram) ta được kết quả sau (mẫu số liệu)

85 86 86 86 86 86 87 87 87 87 87 88 88 88 88 89



89 89 89 89 89 89 90 90 90 90 90 91 91 91 92 93

93 93 93 94 94 94 94 94 94

a) Tính khối lượng trung bình của 40 quả cam

b) Tổng hợp lại số liệu trên vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:

Khối lượng	[85;87)	[87;89)	[89;91)	[91;93)	[93;95)
Số quả	?	?	?	?	?

c) Hãy ước lượng trung bình khối lượng của 40 quả cam từ bảng tần số ghép nhóm trên.

d) Dự đoán khối lượng quả cam xuất hiện nhiều nhất.

Lời giải

a) Khối lượng trung bình của 40 quả cam là:

$$\bar{x} = \frac{85 + 86.5 + 87.5 + 88.4 + 89.7 + 90.5 + 91.3 + 92 + 93.4 + 94.6}{40} = 91.9(g)$$

b) Bảng tần số ghép nhóm:

Khối lượng	[85;87)	[87;89)	[89;91)	[91;93)	[93;95)
Số quả	6	9	11	4	10

c)

Khối lượng	[85;87)	[87;89)	[89;91)	[91;93)	[93;95)
Giá trị đại diện	86	88	90	92	94
Số quả	6	9	11	4	10

Khối lượng trung bình của 40 quả cam xấp xỉ bằng: $\frac{86.6 + 88.9 + 90.11 + 92.4 + 94.10}{40} = 90,15(g)$.

d) Nhóm chứa một của mẫu số liệu trên là [89;91)

Do đó: $u_m = 89; n_{m-1} = 9; n_{m+1} = 4; u_{m+1} - u_m = 91 - 89 = 2$

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$M_0 = 89 + \frac{11-9}{(11-9)+(11-4)} \cdot 2 = \frac{805}{9} \approx 89,44(g)$$

Vậy khả năng quả cam nặng 89,44(g) là cao nhất.

Câu 132: Một lần kiểm tra toán của một lớp gồm 55 học sinh, thống kê điểm số như sau:

Điểm 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Số hs 0 3 3 5 4 12 10 8 7 1 2

a) Tính số điểm toán trung bình của 55 học sinh trên.

b) Tổng hợp lại số liệu trên vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:



Điểm	[1;2]	[3;4]	[5;6]	[7;8]	[9;10]
Số học sinh	?	?	?	?	?

c) Hãy ước lượng trung bình số điểm toán của 55 học sinh từ bảng tần số ghép nhóm trên.

Lời giải

a) Số điểm toán trung bình của 55 học sinh trên là:

$$\bar{x} = (1.3 + 2.3 + 3.5 + 4.4 + 5.12 + 6.10 + 7.8 + 8.7 + 9.1 + 10.2) : 55 \approx 5,47.$$

b) Bảng tần số ghép nhóm:

Điểm	[1;2]	[3;4]	[5;6]	[7;8]	[9;10]
Số học sinh	6	9	22	15	3

c) Hiệu chỉnh lại bảng số liệu ta có:

Điểm	[0,5;2,5)	[2,5;4,5)	[4,5;6,5)	[6,5;8,5)	[8,5;10,5)
Giá trị đại diện	1,5	3,5	5,5	7,5	9,5
Số học sinh	6	9	22	15	3

Trung bình số điểm toán của 55 học sinh xấp xỉ bằng:

$$\bar{x} = \frac{1,5.6 + 3,5.9 + 5,5.22 + 7,5.15 + 9,5.3}{55} = 5,5.$$

Câu 133: Điều tra về thu nhập của công nhân xí nghiệp X (đơn vị: nghìn đồng/ tháng), người ta ghi được bảng tần số ghép lớp sau đây:

Tiền lương	Số người
[800; 890]	15
[900; 990]	25
[1000; 1090]	28
[1100; 1190]	35
[1200; 1290]	40
[1300; 1390]	30
[1400; 1490]	27

Hãy ước lượng số trung bình và một của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

Hiệu chỉnh lại bảng số liệu ta có:

Tiền lương	[795;895)	895;995)	995;1095)	1095;1195)	1195;1295)	1295;1395)	1395;1495)
Giá trị đại diện	845	945	1045	1145	1245	1345	1445
Số người	15	25	28	35	40	30	27

Thu nhập trung bình của công nhân xấp xỉ bằng:

$$\bar{x} = \frac{845.15 + 945.25 + 1045.28 + 1145.35 + 1245.40 + 1345.30 + 1445.27}{200} = 1174.$$



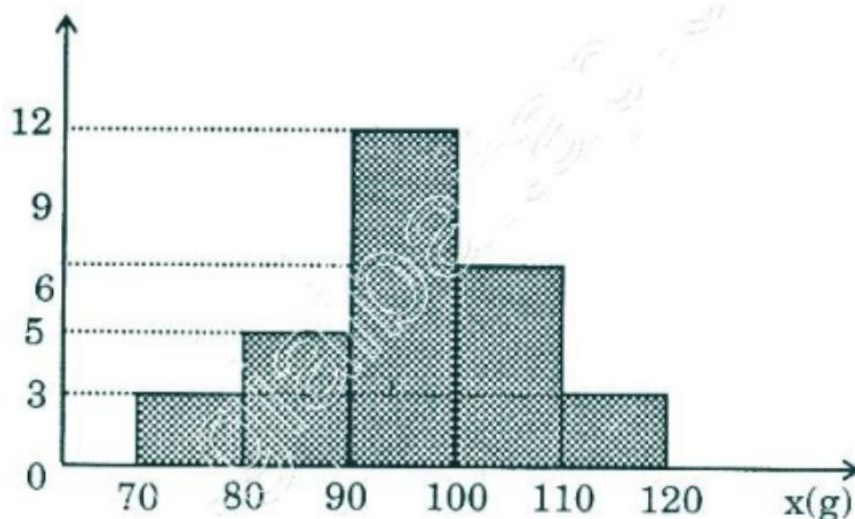
Nhóm chứa một của mẫu số liệu là $[1195;1295)$

Do đó $u_m = 1195; n_{m-1} = 35, n_{m+1} = 30, u_{m+1} - u_m = 1295 - 1195 = 100$.

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$M_0 = 1195 + \frac{40 - 35}{(40 - 35) + (40 - 30)} \cdot 100 = \frac{3685}{3} \approx 1228,33.$$

Câu 134: Kết quả đo khối lượng của 30 củ khoai tây ở nông trường được biểu diễn ở biểu đồ dưới đây.



Khối lượng 30 củ khoai tây

Hãy ước lượng số trung bình và một của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

Khối lượng	$70;80)$	$[80;90)$	$[90;100)$	$[100;110)$	$[110;120)$
Giá trị đại diện	75	85	95	105	115
Số củ	3	5	12	6	3

Khối lượng trung bình mỗi củ khoai tây xấp xỉ bằng:

$$\frac{75.3 + 85.5 + 95.12 + 105.6 + 115.3}{30} = \frac{553}{6} \approx 92,17(g).$$

Nhóm chứa một của mẫu số liệu là $[90;100)$

Do đó $u_m = 90; n_{m-1} = 5, n_{m+1} = 6, u_{m+1} - u_m = 100 - 90 = 10$.

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$M_0 = 90 + \frac{12 - 5}{(12 - 5) + (12 - 6)} \cdot 10 = \frac{1240}{13} \approx 95,38(g).$$

Câu 135: Cân nặng (đơn vị: kg) của 28 học sinh lớp 11 được thống kê trong bảng tần số ghép nhóm sau:



Cân nặng	[45;49)	[49;53)	[53;57)	[57;61)	[61;65)
Số học sinh	4	5	7	7	5

Tính cân nặng trung bình của 28 học sinh trên.

Lời giải

Cân nặng trung bình của 28 học sinh trên xấp xỉ bằng:

$$\bar{x} = \frac{47.4 + 51.5 + 55.7 + 59.7 + 63.5}{28} \approx 55,57(kg).$$

Câu 136: Tuổi thọ (năm) của 50 bình ắc quy ô tô được cho như sau:

Tuổi thọ (năm)	[2; 2,5)	[2,5; 3)	[3; 3,5)	[3,5; 4)	[4; 4,5)	[4,5; 5)
Tần số	4	9	14	11	7	5

Giá trị đại diện của nhóm [2,5;3) là:

Lời giải

Giá trị đại diện của nhóm [2,5;3) là: $\frac{2,5+3}{2} = 2,75$.

Câu 137: Quãng đường (km) từ nhà đến nơi làm việc của 40 công nhân một nhà máy được ghi lại như sau:

5 3 10 20 25 11 13 7 12 31 19 10 12 17 18 11 32 17 16 2
 7 9 7 8 3 5 12 15 18 3 12 14 2 9 6 15 15 7 6 12.

Ghép nhóm số liệu trên thành các nhóm

[0;5);[5;10);[10;15);[15;20);[20;25);[25;30);[30;35). Tần số của nhóm [15;20) là:

Lời giải

Tần số của nhóm [15;20) là: $n = 9$.

Câu 138: Điểm thi môn Toán (thang điểm 100, điểm được làm tròn đến 1) của 60 thí sinh được cho trong bảng sau:

Điểm	[0;10)	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50)	[50;60)	[60;70)	[70;80)	[80;90)	[90;100)
Số thí sinh	1	2	4	6	15	12	10	6	3	1

Mốt của mẫu số liệu trên bằng

Lời giải

Nhóm chứa một của mẫu số liệu là [40;50)

Do đó $u_m = 40; n_{m-1} = 6, n_{m+1} = 12, u_{m+1} - u_m = 50 - 40 = 10$.

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$M_0 = 40 + \frac{15-6}{(15-6)+(15-12)} \cdot 10 = 47,5.$$

Câu 139: Một thư viện thống kê số lượng sách được mượn mỗi ngày trong 3 tháng ở bảng sau:



Số sách	[16; 20]	[21; 25]	[26; 30]	[31; 35]	[36; 40]	[41; 45]	[46; 50]
Số ngày	3	6	15	27	22	14	5

Trong 3 tháng trên số sách được mượn mỗi ngày cao nhất gần bằng giá trị nào sau đây?

A. 32.

B. 34.

C. 33.

D. 35

Lời giải

Do số sách là số nguyên nên ta hiệu chỉnh lại như sau:

Số sách	[15,5;20,5)	[20,5;25,5)	[25,5;30,5)	[30,5;35,5)	[35,5;40,5]	[40,5;45,5]	[45,5;50,5)
Số ngày	3	6	15	27	22	14	5

Ta có nhóm chứa một của mẫu số liệu trên là nhóm $[30,5; 35,5)$.

Do đó $u_m = 30,5$, $n_{m-1} = 15$, $n_m = 27$, $n_{m+1} = 22$, $u_{m+1} - u_m = 35,5 - 30,5 = 5$.

Một của mẫu số liệu ghép nhóm là: $M_0 = 30,5 + \frac{27-15}{(27-15)+(27-22)} \cdot 5 = \frac{1157}{34} \approx 34$.

Câu 140: Anh Thắng ghi lại cự li 20 lần ném tạ sắt 3 kg của mình ở bảng sau (đơn vị: mét):

12,1	12,9	10,2	10,9	12,2	11,5	12,5	9,3	12,3	9,7
12,3	11,5	11,2	9,8	11,5	12,1	9,5	11,5	10,9	13,1

a) Tính cự li trung bình của mỗi lần ném.

b) Tổng hợp lại kết quả ném tạ xa của anh Thắng vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:

Cự li (m)	[9,2;10)	[10;10,8)	[10,8;11,6)	[11,6;12,4)	[12,4;13,2)
Số lần	?	?	?	?	?

c) Hãy ước lượng cự li trung bình mỗi lần ném tạ xa từ bảng tần số ghép nhóm trên.

d) Khả năng anh Thắng ném tạ xa được khoảng bao nhiêu mét là cao nhất?

Lời giải

a)

$$\bar{x} = \frac{12,1 \times 2 + 12,9 + 10,2 + 10,9 \times 2 + 12,2 + 11,5 \times 4 + 12,5 + 9,3 + 12,3 \times 2 + 11,2 + 9,8 + 9,7 + 9,5 + 13,1}{20} = 11,3535$$

b)

Cự li (m)	[9,2;10)	[10;10,8)	[10,8;11,6)	[11,6;12,4)	[12,4;13,2)
Số lần	4	1	7	5	3

c)

Cự li (m)	[9,2;10)	[10;10,8)	[10,8;11,6)	[11,6;12,4)	[12,4;13,2)
Giá trị đại diện	9,6	10,4	11,2	12	12,8
Số lần	4	1	7	5	3



Cụ li trung bình:

$$\bar{x} = \frac{9,6 \times 4 + 10,4 \times 1 + 11,2 \times 7 + 12 \times 5 + 12,8 \times 3}{20} = 11,28$$

d) Ta có: $u_m = 10,8, u_{m+1} = 11,6, n_m = 7, n_{m+1} = 5; n_{m-1} = 1, u_{m+1} - u_m = 0,8$.

Do đó: $M_0 = 10,8 + \frac{7-5}{7-5+7-1} \times 0,8 = 11$

Khả năng anh Thắng ném tạ xa được khoảng 11,6 mét là cao nhất

Câu 141: Người ta đếm số xe ô tô đi qua một trạm thu phí mỗi phút trong khoảng thời gian từ 11 giờ đến 11 giờ 30 phút buổi trưa. Kết quả được ghi lại ở bảng sau:

25	21	23	29	37	23	25	31	26	16	32	33	29	16	31
25	17	29	21	28	36	24	26	21	18	21	21	19	27	25

a) Tính số xe trung bình đi qua trạm thu phí trong mỗi phút.

b) Tổng hợp lại số liệu trên vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:

Số xe	[16; 20]	[21; 25]	[26; 30]	[31; 35]	[36; 40]
Số lần	?	?	?	?	?

c) Hãy ước lượng trung bình số xe đi qua trạm thu phí trong mỗi phút từ bảng tần số ghép nhóm trên.

Lời giải

a) Số xe trung bình đi qua trạm thu phí trong mỗi phút:

$$\bar{x} = \frac{16 \times 2 + 17 + 18 + 19 + 21 \times 5 + 23 \times 2 + 24 + 25 \times 4 + 26 \times 2 + 27 + 28 + 29 \times 3 + 31 \times 2 + 32 + 33 + 36 + 37}{30} = 25,16$$

b) Tổng hợp lại số liệu trên vào bảng tần số ghép nhóm:

Số xe	[16; 20]	[21; 25]	[26; 30]	[31; 35]	[36; 40]
Số lần	5	12	7	4	2

c) Ước lượng số xe trung bình đi qua trạm thu phí trong mỗi phút:

$$\bar{x} = \frac{18 \times 5 + 23 \times 12 + 28 \times 7 + 33 \times 4 + 38 \times 2}{30} = 25,66$$

Câu 142: Một Thư viện trường THPT trong Tỉnh Quảng Ninh thống kê số lượng sách học sinh được mượn mỗi ngày trong hai tháng ở bảng sau:

Số sách	[16; 20]	[21; 25]	[26; 30]	[31; 35]	[36; 40]	[41; 45]	[46; 50]
Số ngày	10	11	14	9	8	5	3

Hãy ước lượng số trung bình và một của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

+) Tổng hợp lại số liệu trên vào bảng tần số ghép nhóm:



Số sách	[16; 20]	[21; 25]	[26; 30]	[31; 35]	[36; 40]	[41; 45]	[46; 50]
Giá trị đại diện	18	23	28	33	38	43	48
Số ngày	10	11	14	9	8	5	3

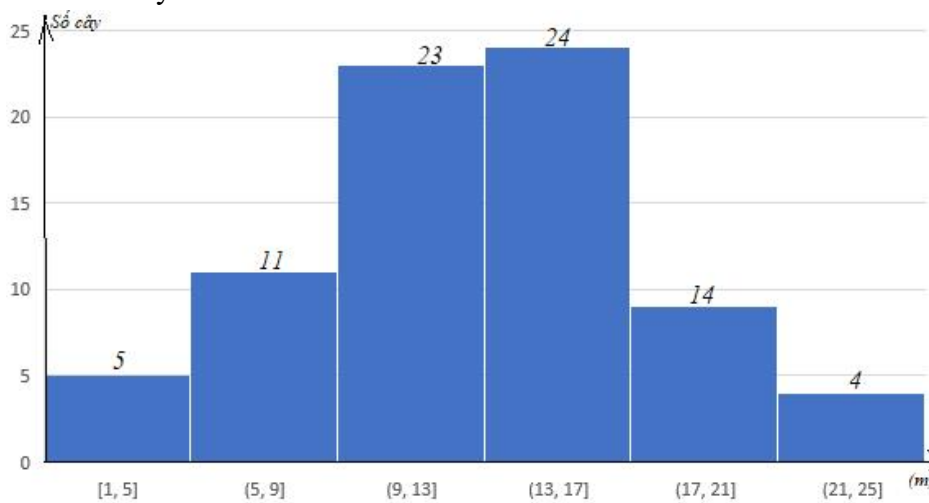
Số sách trung bình học sinh mượn trong hai tháng là:

$$\bar{x} = \frac{18 \times 10 + 23 \times 11 + 28 \times 14 + 33 \times 9 + 38 \times 8 + 43 \times 5 + 48 \times 3}{60} = 29,75$$

+) Ta có: $u_m = 26, u_{m+1} = 30, n_m = 14, n_{m+1} = 9; n_{m-1} = 11, u_{m+1} - u_m = 4$.

Do đó một của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $M_0 = 26 + \frac{14-11}{14-11+14-9} \times 4 = 27,5$

Câu 143: Kết quả đo chiều cao của 81 cây tre 2 năm tuổi ở một ngọn đồi được biểu diễn ở biểu đồ dưới đây. Chiều cao 81 cây tre 2 năm tuổi.



Hãy ước lượng số trung bình và một của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

Chiều cao	[1; 5]	[5; 9]	[9; 13]	[13; 17]	[17; 21]	[21; 25]
Giá trị đại diện	3	7	11	15	19	23
Số cây	5	11	23	24	14	4

Chiều cao trung bình của các cây tre 2 năm tuổi trong ngọn đồi là:

$$\bar{x} = \frac{5 \times 3 + 11 \times 7 + 23 \times 11 + 24 \times 15 + 14 \times 19 + 4 \times 23}{81} \approx 13,123$$

+) Ta có: $u_m = 13, u_{m+1} = 17, n_m = 24, n_{m+1} = 14; n_{m-1} = 23, u_{m+1} - u_m = 4$.

Do đó một của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $M_0 = 13 + \frac{24-23}{24-23+24-14} \times 4 \approx 13,363$

