



QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN

BÀI: ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG TRONG KHÔNG GIAN



HỆ THỐNG BÀI TẬP CÂU HỎI 4 MỆNH ĐỀ TRẢ LỜI ĐÚNG/SAI.

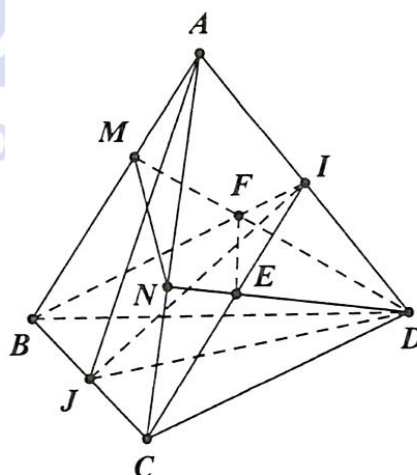
PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AD, BC , M là một điểm trên cạnh AB, N là một điểm trên cạnh AC .

- a) ND là giao tuyến của hai mặt phẳng $(MND), (ADC)$.
- b) BI là giao tuyến của hai mặt phẳng $(BCI), (ABD)$.
- c) IJ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(IBC), (JAD)$.
- d) Giao tuyến của hai mặt phẳng $(IBC), (DMN)$ song song với đường thẳng IJ .

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------



a) ND là giao tuyến của hai mặt phẳng $(MND), (ADC)$.

Ta có: N và D là hai điểm chung của hai mặt phẳng (MND) và (ADC) .

Suy ra $(MND) \cap (ADC) = ND$.

Chọn Đúng.

b) BI là giao tuyến của hai mặt phẳng $(BCI), (ABD)$.

Ta có: B và I là hai điểm chung của hai mặt phẳng (BCI) và (ABD) .

Suy ra $(BCI) \cap (ABD) = BI$.



Chọn Đúng

c) IJ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(IBC), (JAD)$.

Ta có: $I \in AD, AD \subset (JAD) \Rightarrow I \in (JAD) \Rightarrow IJ \subset (JAD)$;

$J \in BC, BC \subset (IBC) \Rightarrow J \in (IBC) \Rightarrow IJ \subset (IBC)$.

Vậy $(IBC) \cap (JAD) = IJ$.

Chọn Đúng

d) Giao tuyến của hai mặt phẳng $(IBC), (DMN)$ song song với đường thẳng IJ .

Gọi $E = DN \cap CI$ (trong $mp(ACD)$) và $F = DM \cap BI$ (trong $mp(ABD)$).

Ta có:
$$\begin{cases} E \in DN, DN \subset (DMN) \\ E \in IC, IC \subset (IBC) \end{cases}$$

$\Rightarrow E \in (DMN) \cap (IBC) (1)$.

Tương tự:
$$\begin{cases} F \in DM, DM \subset (DMN) \\ F \in BI, BI \subset (IBC) \end{cases} \Rightarrow F \in (DMN) \cap (IBC) (2)$$
.

Từ (1) và (2) suy ra $(DMN) \cap (IBC) = EF$.

Khi đó EF cắt IJ .

Chọn Sai

Câu 2: Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và BC .

Trên đoạn BD lấy điểm P sao cho $BP = 2PD$, $E = CD \cap NP$.

a) NM là giao tuyến của hai mặt phẳng $(MNP), (ABC)$

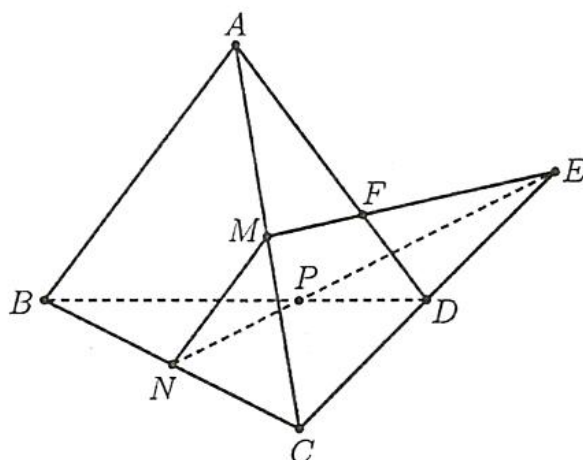
b) DC là giao tuyến của hai mặt phẳng $(BCD), (ADC)$

c) Giao điểm của đường thẳng CD và mặt phẳng (MNP) là điểm E

d) Giao điểm của đường thẳng AD và mặt phẳng (MNP) là giao điểm của đường thẳng AD với đường thẳng MP

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------



a) NM là giao tuyến của hai mặt phẳng (MNP) và (ABC)

b) DC là giao tuyến của hai mặt phẳng (BCD) và (ADC)

c) Trong mặt phẳng (BCD) , gọi $E = CD \cap NP$.



$$\Rightarrow \begin{cases} E \in CD \\ E \in NP \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow E = CD \cap (MNP).$$

d) Xét mặt phẳng phụ là (ACD) chứa AD . Ta cần tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (ACD) và (MNP) .

Vì $M \in AC \subset (ACD)$ nên $M \in (ACD) \cap (MNP)$. (1)

Theo câu a), ta có $\begin{cases} E \in CD \subset (ACD) \\ E \in (MNP) \end{cases} \Rightarrow E \in (ACD) \cap (MNP)$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $ME = (ACD) \cap (MNP)$.

Trong mặt phẳng (ACD) , gọi $F = AD \cap ME$.

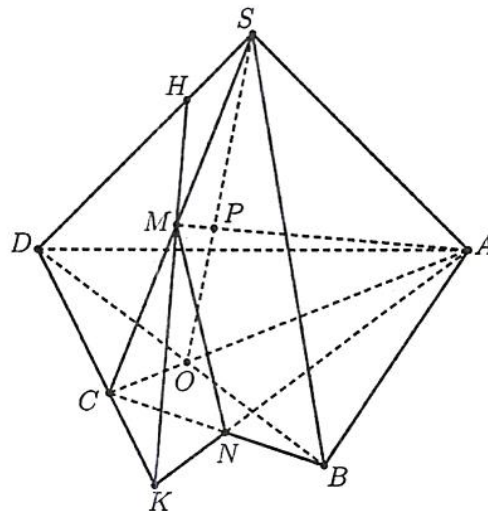
Vì $\begin{cases} F \in AD \\ F \in ME \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow F = AD \cap (MNP)$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ với M là một điểm trên cạnh SC , N là một điểm trên cạnh BC . Gọi $O = AC \cap BD$ và $K = AN \cap CD$.

- Giao điểm của đường thẳng AN và mặt phẳng (SCD) là giao điểm của AN và SC .
- Giao điểm của đường thẳng AK và mặt phẳng (SBC) là điểm nằm trên cạnh SC .
- Giao điểm của đường thẳng AM và mặt phẳng (SBD) là điểm nằm trên cạnh SO .
- Giao điểm của đường thẳng SD và mặt phẳng (AMN) là điểm nằm trên cạnh KM .

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------



a) Sai

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, $K = AN \cap CD$.

Ta có: $\begin{cases} K \in AN \\ K \in CD, CD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow K = AN \cap (SCD)$.

b) Sai

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, $N = AK \cap BC$.

Ta có: $\begin{cases} N \in AK \\ N \in BC, BC \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow N = AK \cap (SBC)$.

Vậy $N \notin SC$



c) Đúng

Tìm giao điểm của AM và mặt phẳng (SBD) :

Trong mặt phẳng (SAC) , gọi $P = AM \cap SO$.

Ta có: $\begin{cases} P \in AM \\ P \in SO, SO \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow P = AM \cap (SBD)$.

Vậy $P \in SO$

d) Đúng

Xét mặt phẳng phụ (SCD) chứa SD . Ta tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (AMN) và (SCD) .

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $K = AN \cap CD$.

Khi đó: $\begin{cases} K \in AN, AN \subset (AMN) \\ K \in CD, CD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow K \in (AMN) \cap (SCD)$.

Mặt khác: $M \in SC, SC \subset (SCD) \Rightarrow M \in (SCD) \Rightarrow M \in (SCD) \cap (AMN)$.

Vậy $KM = (SCD) \cap (AMN)$.

Trong mặt phẳng (SCD) gọi $H = KM \cap SD$.

Ta có: $\begin{cases} H \in SD \\ H \in KM, KM \subset (AMN) \end{cases} \Rightarrow H = SD \cap (AMN)$.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$, biết AB cắt CD tại E , AC cắt BD tại F .

a) Đường thẳng EF nằm trong mặt phẳng $(ABCD)$.

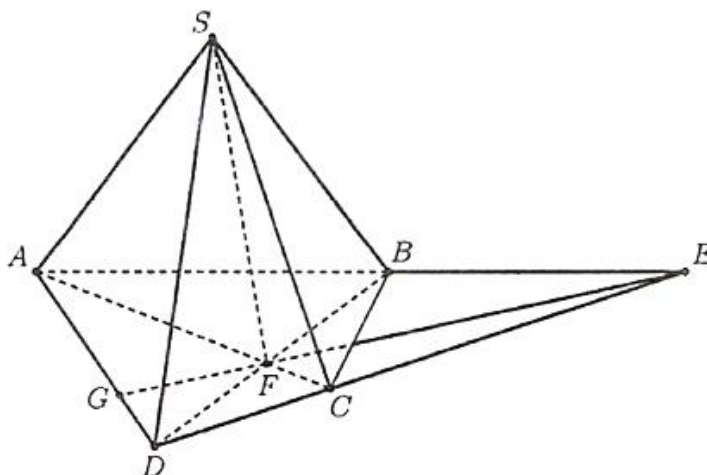
b) SF là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .

c) SE là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .

d) Giao điểm của đường thẳng EF và mặt phẳng (SAD) là một điểm nằm trên đường thẳng SA .

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------



a) Đúng

Ta có: $E = AB \cap CD \Rightarrow E \in AB, AB \subset (ABCD) \Rightarrow E \in (ABCD)$.

Tương tự: $F = AC \cap BD \Rightarrow F \in AC, AC \subset (ABCD) \Rightarrow F \in (ABCD)$. Vậy $EF \subset (ABCD)$.



b) Sai

Tìm giao tuyến của (SAB) và (SCD) :

Dễ thấy S là một điểm chung của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .

Ta có: $\begin{cases} E \in AB, AB \subset (SAB) \\ E \in CD, CD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow E \in (SAB) \cap (SCD).$

Suy ra E là một điểm chung nữa của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .

Vậy $SE = (SAB) \cap (SCD)$.

c) Sai

Tìm giao tuyến của (SAC) và (SBD) :

Dễ thấy S là một điểm chung của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .

Ta có: $\begin{cases} F \in AC, AC \subset (SAC) \\ F \in BD, BD \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow F \in (SAC) \cap (SBD).$

Suy ra F là một điểm chung nữa của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .

Vậy $SF = (SAC) \cap (SBD)$.

d) Sai

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $G = EF \cap AD$.

Ta có: $\begin{cases} G \in EF \\ G \in AD, AD \subset (SAD) \end{cases} \Rightarrow G = EF \cap (SAD).$

Vậy giao điểm của đường thẳng EF và mặt phẳng (SAD) là một điểm nằm trên đường thẳng AD và không nằm trên đường thẳng SA .

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và BC , P là điểm trên cạnh

AB sao cho $\frac{AP}{AB} = \frac{1}{3}$. Gọi I là giao điểm của AC và NP .

a) Giao tuyến của mặt phẳng (MNP) và mặt phẳng (SAC) là MI .

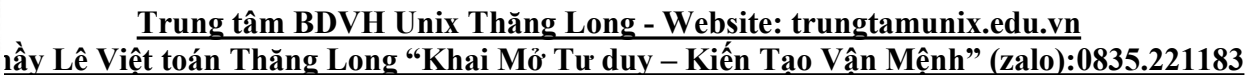
b) MP và SB là hai đường thẳng cắt nhau.

c) Giao điểm của SC và mặt phẳng (MNP) là giao điểm của đường thẳng MI và SC .

d) Điểm N thuộc mặt phẳng (SAB) .

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------



Tương tự: M là điểm chung của mặt phẳng (MNP) và mặt phẳng (SAC)

Vì vậy giao tuyến của mặt phẳng (MNP) và mặt phẳng (SAC) là MI .

b) Đúng

thẳng phân biệt nên MP và SB cắt nhau.

c) Đúng

Gọi $Q = MI \cap SC$. Do $\begin{cases} Q \in MI \\ MI \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow Q \in (MNP)$. Vì vậy $Q = SC \cap (MNP)$

d) Sai

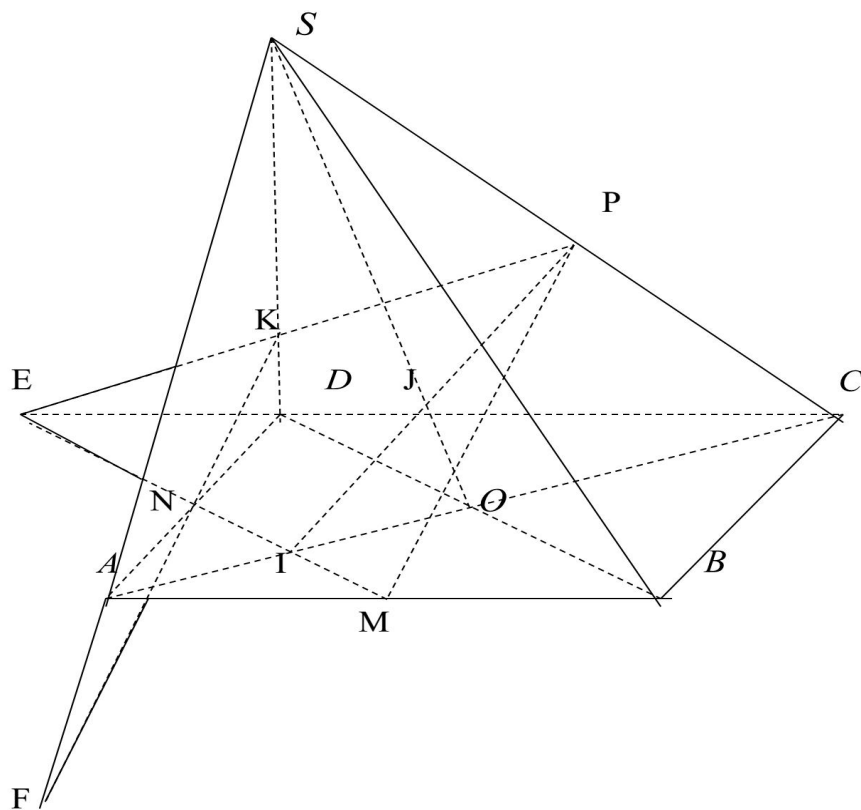
Ta có $N \in BC$ mà BC không nằm trong (SAB) . Nên N không thuộc (SAB) .

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB và AD . P là điểm bất kỳ trên cạnh SC ($P \neq S; P \neq C$). Trong mặt phẳng $(ABCD)$, đường thẳng MN lần lượt cắt đường thẳng AC, CD tại I và E .

- Giao tuyến của (SAC) và (SBD) là đường thẳng SI .
- Giao tuyến của (SCD) và (MNP) là đường thẳng PE .
- Giao điểm của đường thẳng SA và (MNP) là giao điểm của hai đường thẳng PE và SA .
- Gọi J là giao điểm của SO và (MNP) , khi đó ba điểm I, P, J thẳng hàng.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------------	----------------	---------------	----------------



a) Sai

$$(SAC) \cap (SBD) = SO$$

b) Đúng

$$(SCD) \cap (MNP) = PE$$

c) Sai

$$\text{Gọi } K = PE \cap SD$$

Giao điểm của đường thẳng SA và (MNP) là giao điểm của hai đường thẳng KN và SA .

d) Đúng

Ta có trong mặt phẳng (SAC) , SO và IP cắt nhau

Mà $IP \subset (MNP)$, $J = SO \cap (MNP)$ nên $J = SO \cap IP$, hay ba điểm I, P, J thẳng hàng.

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi O là giao điểm của AC và BD ; M, N lần lượt là trung điểm của SA, SC ; P thuộc đoạn SB và không là trung điểm của SB . Khi đó:

a) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là SO .

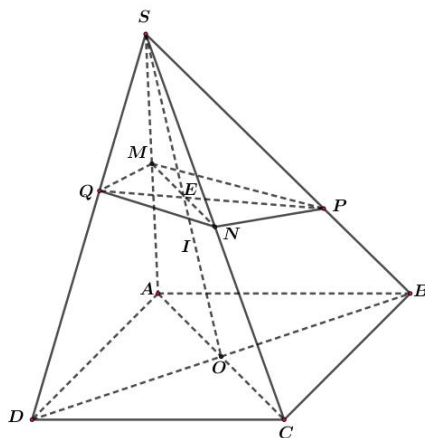
b) Gọi I, J, K lần lượt là giao điểm của QM và AD , QP và BD , QN và CD . Vậy I, J, K thẳng hàng.

c) Giao điểm Q của SD và (MNP) là giao điểm của PE và SO .

d) Giao điểm E của SO và (MNP) là giao điểm của MN và SO .

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------



a) Đúng

Ta có $S \in (SAC) \cap (SBD)$ (1)

Mà $O = AC \cap BD \Rightarrow O \in (SAC) \cap (SBD)$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là SO .

b) Đúng

Theo giả thiết I, J, K lần lượt là giao điểm của QM và AD , QP và BD , QN và CD

$$\text{Mà } \begin{cases} QM, QP, QN \subset (MPNQ) \\ AD, BD, CD \subset (ABCD) \end{cases}$$

$\Rightarrow I, J, K$ thuộc giao tuyến của hai mặt phẳng $(MPNQ)$ và $(ABCD)$

Gọi $MP \cap AB = J \Rightarrow$ hai mặt phẳng $(MPNQ)$ và $(ABCD)$ không song song với nhau.

Vậy I, J, K thẳng hàng.

c) Sai

Ta có $SD \subset (SBD), (SBD) \cap (MNP) = PE$. Gọi $Q = PE \cap SD \Rightarrow Q = SD \cap (MNP)$.

d) Đúng

Trong mặt phẳng (SAC) gọi $E = MN \cap SO$, mà $MN \subset (MNP) \Rightarrow E = SO \cap (MNP)$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi O là giao điểm của AC và BD ; gọi M là trung điểm của SC . Gọi I giao điểm của đường thẳng AM và mặt phẳng (SBD) .

a) $AM \cap SO = I$.

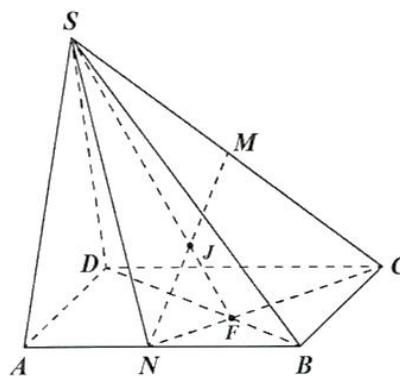
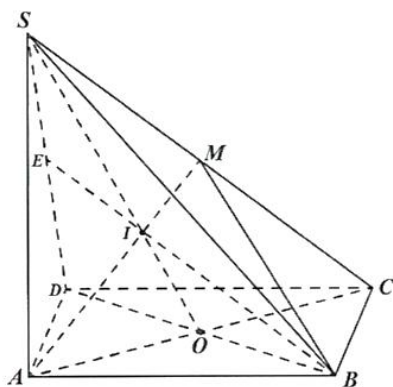
b) $\frac{IA}{IM} = 3$.

c) Giao điểm E của đường thẳng SD và mặt phẳng (ABM) là điểm thuộc đường thẳng BI .

d) Gọi N là một điểm tùy ý trên cạnh AB . Khi đó giao điểm của đường thẳng MN và mặt phẳng (SBD) là điểm thuộc giao tuyến của hai mặt phẳng $(SBD), (SNC)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------



a) Trong (SAC) : $AM \cap SO = I$.

b) Ta có $\begin{cases} I \in AM \\ I \in SO \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow I \in AM \cap (SBD)$.

Tam giác SAC có hai đường trung tuyến AM và SO cắt nhau tại I , suy ra I là trọng tâm của tam giác SAC . Từ đó ta có $IA = 2IM \Rightarrow \frac{IA}{IM} = 2$.

c) Trong (SBD) : $BI \cap SD = E$.

Ta có $\begin{cases} E \in SD \\ E \in BI \subset (ABM) \end{cases} \Rightarrow E \in SD \cap (ABM)$.

d) Trong $(ABCD)$: $CN \cap BD = F$.

Trong (SNC) : $SF \cap MN = J$.

Ta có $\begin{cases} J \in MN \\ J \in SF \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow J \in MN \cap (SBD)$.

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là một hình bình hành tâm O . Gọi I, K lần lượt là trung điểm của SB và SD .

a) SO là giao tuyến của (SAC) và (SBD)

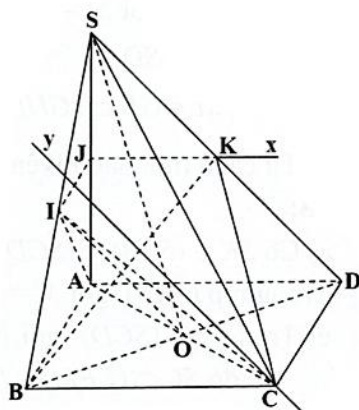
b) Giao điểm J của SA với (CKB) thuộc đường thẳng đi qua K và song song với DC

c) Giao tuyến của (OIA) và (SCD) là đường thẳng đi qua C và song song với SD

d) $CD // IJ$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------





$$a) \begin{cases} O \in AC \subset (SAC) \\ O \in BD \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow O \in (SAB) \cap (SCD)$$

$$S \in (SAB) \cap (SCD)$$

$$\Rightarrow SO = (SAC) \cap (SBD).$$

Vậy a) đúng

b) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nên $AB // CD; AD // BC$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} AD // CB \\ AD \subset (SAD) \\ BC \subset (SBC) \\ K \in (KBC) \cap (SAD) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Kx = (KBC) \cap (SAD) \\ Kx // AD // BC \end{cases}.$$

$$\text{Trong } (SAD) \text{ gọi } J = Kx \cap SA, \text{ có } \Rightarrow \begin{cases} J \in SA \\ J \in Kx \subset (BKC) \end{cases} \Rightarrow J = SA \cap (BKC)$$

Vậy b) sai

c) Có OI là đường trung bình của $\Delta SBD \Rightarrow OI // SD$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} OI // SD \\ OI \subset (OIA) \\ SD \subset (SCD) \\ C \in (OIA) \cap (SCD) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Cy = (OIA) \cap (SCD) \\ Cy // SD // OI \end{cases}.$$

Vậy c) đúng

d) Ta có:

$IJ // AB$ (IJ là đường trung bình của ΔSAB)

$AB // CD$ (tứ giác $ABCD$ là hình bình hành) $\Rightarrow CD // IJ$.

Vậy d) đúng

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi O là giao điểm của AC và BD ; M, N lần lượt là trung điểm của SB, SD ; P thuộc đoạn SC và không là trung điểm của SC .

a) Giao điểm của đường thẳng BD và mặt phẳng (SAC) là điểm O .

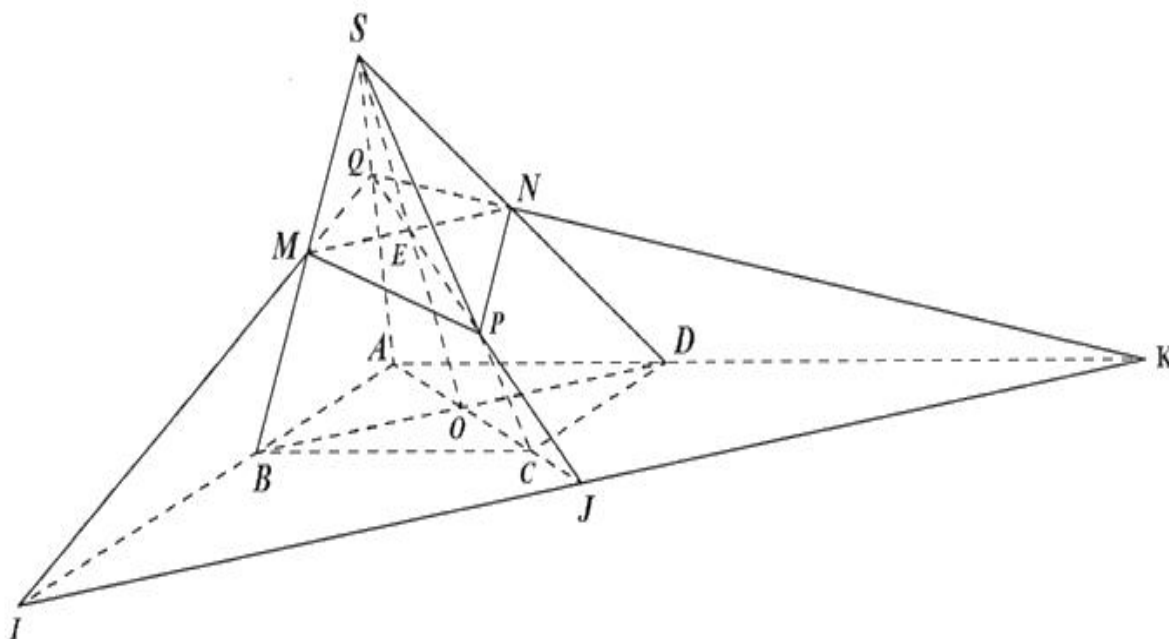
b) Giao điểm E của đường thẳng SO và mặt phẳng (MNP) là giao điểm của MN và SO .

c) Giao điểm Q đường thẳng SA và mặt phẳng (MNP) là giao điểm của PE và SO .

d) Gọi I, J, K lần lượt là giao điểm của QM và AB, QP và AC, QN và AD . Vậy I, J, K thẳng hàng.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------



a) Đúng

Tìm giao điểm của BD và mặt phẳng (SAC) :

$$\text{Ta có } \begin{cases} O \in BD \\ O \in AC \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow O = BD \cap (SAC).$$

b) Đúng

$$(SBD): SO \cap MN = E. \text{ Ta có } \begin{cases} E \in SO \\ E \in MN \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow E = SO \cap (MNP).$$

c) Sai

$$\text{Trong } (SAC): PE \cap SA = Q. \text{ Ta có } \begin{cases} Q \in SA \\ Q \in PE \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow Q = SA \cap (MNP).$$

d) Đúng

$$\text{Từ giả thiết ta có } \begin{cases} I \in QM \subset (MNP) \\ J \in QP \subset (MNP) \\ K \in QN \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow I, J, K \in (MNP) \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác } \begin{cases} I \in AB \subset (ABCD) \\ J \in AC \subset (ABCD) \\ K \in AD \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow I, J, K \in (ABCD) \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $I, J, K \in (MNP) \cap (ABCD)$. Suy ra I, J, K thẳng hàng.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy là hình bình hành có tâm là O ; M, N lần lượt là trung điểm của BC, SD ; G là trọng tâm của tam giác SBC . Các khẳng định sau Đúng hay Sai?

a) Giao điểm của (ANC) và SM là G

b) Giao điểm của (SBD) và AM là O

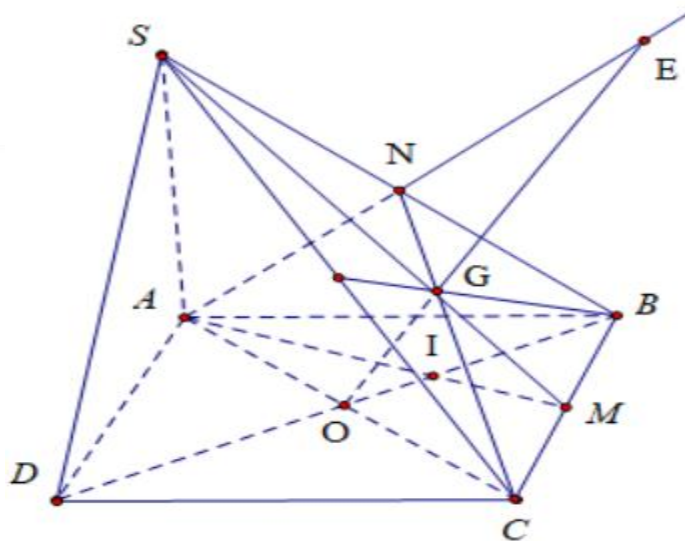
c) Giao điểm của AN và OG là giao điểm của OG và (SAB)



d) Giao điểm của (SAM) và BD là trung điểm của OB

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------



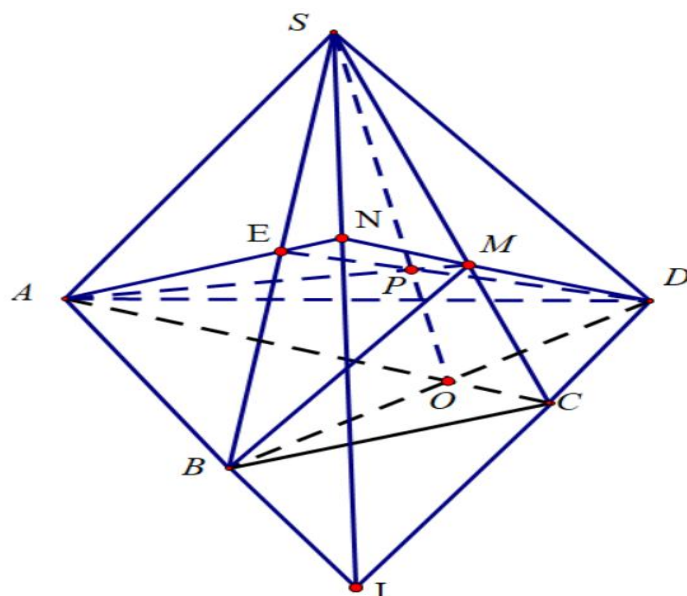
- a) Trong (SBC) , $CN \cap SM = G \Rightarrow G$ là giao điểm của (ANC) và SM . Ý a) **Đúng**
 b) Trong $(ABCD)$, gọi giao điểm của AM, BD là I , ta thấy ngay $I \neq O$ nên ý b) **Sai**
 c) Trong (ANC) kéo dài OG, AN cắt nhau tại E , vì $AN \subset (SAB)$ suy ra E là giao điểm của OG và (SAB) . Ý c) **Đúng**
 d) Theo trên $AM \cap BD = I$, mà $AM \subset (SAM) \Rightarrow BD \cap (SAM) = I$.
 Vì $ABCD$ là hình bình hành nên O là trung điểm của BD suy ra I là trọng tâm của tam giác ABC , ý d) **Sai**.

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$, $AC \cap BD = O$; $AB \cap CD = I$, điểm M thuộc cạnh SC (M khác S, C). Các khẳng định sau Đúng hay Sai?

- a) Giao tuyến của 2 mặt phẳng (SAC) và (SBD) là SO
 b) Giao điểm của (SAB) và DM là giao điểm của SB và DM
 c) Gọi giao điểm của AM và SO là P thì P là giao điểm của SO và (BDM)
 d) Gọi giao điểm của DM và SI là N , giao điểm của AN và SB là E thì 3 điểm D, E, P thẳng hàng.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------



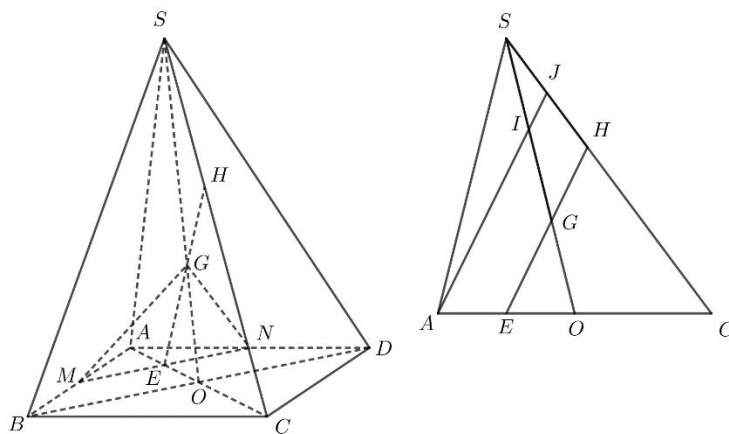
- a) Trong $(ABCD)$, $AC \cap BD = O \Rightarrow S, O$ là 2 điểm chung của 2 mặt phẳng (SAC) và $(SBD) \Rightarrow (SAC) \cap (SBD) = SO$. Ý a) **Đúng**
- b) Nếu SB cắt $DM \Rightarrow M \in (SBD) \Rightarrow C \in (SBD) \Rightarrow 4$ điểm S, B, C, D đồng phẳng, vô lý. Vậy SB không cắt DM . Nên ý b) **Sai**
- c) Ta thấy $P \notin (BDM)$ vì $P \in (BDM) \Rightarrow A \in (BDM) \Rightarrow 4$ điểm A, B, D, M đồng phẳng, vô lý. Ý c) **Sai**
- d) Theo giả thiết, $SB \cap AN = E, SB \subset (SBD), AN \subset (ADN) \Rightarrow E$ là 1 điểm chung của 2 mặt phẳng $(SBD), (ADN)$. Mà D cũng là 1 điểm chung của 2 mặt phẳng đó, suy ra $(SBD) \cap (ADN) = DE$.
- Lại có $AM \cap SO = P, AM \subset (ADN), SO \subset (SBD) \Rightarrow P$ là 1 điểm chung của 2 mặt phẳng $(SBD), (ADN) \Rightarrow P \in DE$. Ý d) **Đúng**.

Câu 13: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AD và G là trọng tâm tam giác SBD .

- a) Đường thẳng MN song song với đường thẳng CD .
- b) Giao tuyến giữa hai mặt phẳng (MNG) và (SBD) là đường thẳng song song với đường thẳng BD .
- c) Gọi E là giao điểm của AC với (MNG) . Khi đó tỉ số $\frac{EA}{EC} = \frac{1}{3}$.
- d) Mặt phẳng (MNG) cắt SC tại điểm H . Tỉ số $\frac{SH}{SC} = \frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{N}; (a, b) = 1$. Khi đó $a + b = 8$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------



a) Sai

Ta có M, N lần lượt là trung điểm của AB, AD nên MN là đường trung bình của tam giác $ABD \Rightarrow MN \parallel BD$. Suy ra MN không song song CD .

b) Đúng

Xét hai mặt phẳng (MNG) và mặt phẳng (SBD) có

Ta có $\begin{cases} G \in SO \subset (SBD) \\ G \in (MNG) \end{cases} \Rightarrow G$ là điểm chung thứ nhất của hai mặt phẳng.

Theo câu a) ta có $\Rightarrow MN \parallel BD$. Suy ra giao tuyến của hai mặt phẳng là đường thẳng đi qua G và song song với BD .

c) Đúng

Trong mặt phẳng $(ABCD)$ gọi E là giao điểm của AC và MN .

Suy ra E là giao điểm của AC với (MNG) và E là trung điểm của AO .

$$\Rightarrow \frac{EA}{EO} = 1 \Rightarrow \frac{EA}{EC} = \frac{1}{3}$$

d) Sai

Trong mặt phẳng (SAC) , gọi $H = EG \cap SC$.

Ta có: $\begin{cases} H \in EG; EG \subset (MNG) \\ H \in SC \end{cases} \Rightarrow H = SC \cap (MNG).$

Gọi I, J lần lượt là trung điểm của SG và SH .

Ta có $\begin{cases} IJ \parallel HG \\ IA \parallel GE \end{cases} \Rightarrow A, I, J$ thẳng hàng

$$\text{Xét } \triangle ACJ \text{ có } EH \parallel AJ \Rightarrow \frac{CH}{HJ} = \frac{CE}{EA} = 3 \Rightarrow CH = 3HJ.$$

Lại có $SH = 2HJ$ nên $SC = 5HJ$.

$$\text{Vậy } \frac{SH}{SC} = \frac{2}{5} \Rightarrow a = 2, b = 5 \Rightarrow a + b = 7.$$

Câu 14: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E, F, G lần lượt là ba điểm trên ba cạnh AB, AC, BD sao cho EF cắt BC tại $I (I \neq C)$, EG cắt AD tại $H (H \neq D)$.

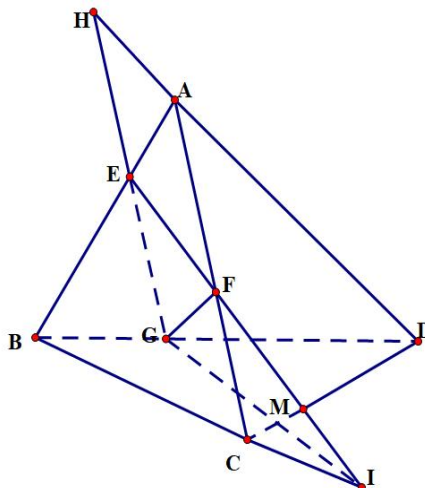
a) Giao tuyến của mặt phẳng (EFG) và mặt phẳng (BCD) là đường thẳng GF .



- b) Giao tuyến của mặt phẳng (EFG) và mặt phẳng (ACD) là đường thẳng MF với M là giao điểm của GI và CD .
- c) Điểm M là giao điểm của đường thẳng AD và (EFG) .
- d) Ba đường thẳng CD, IG, HF cùng đi qua một điểm.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------



- Ta có I và G là hai điểm chung của mặt phẳng (EFG) và (BCD) nên giao tuyến của (EFG) và (BCD) là GI .
- Gọi M là giao điểm của GI và $CD, CD \subset (ACD)$ nên $M \in (ACD)$.
- Ta có M và F là điểm chung của mặt phẳng (EFG) và (ACD) nên giao tuyến của (EFG) và (ACD) là MF .
- Ta có $H \in AD, AD \subset (ACD)$ nên $H \in (ACD)$, $H \in EG; EG \subset (EFG)$ nên $H \in (EFG)$.
- Suy ra H nằm trên giao tuyến của (EFG) và (ACD) hay $H \in FM$.
- Do đó, CD, IG, HF cùng đi qua điểm M .

- a) Sai: Giao tuyến của mặt phẳng (EFG) và mặt phẳng (BCD) là đường thẳng GF .
- b) Đúng: Giao tuyến của mặt phẳng (EFG) và mặt phẳng (ACD) là đường thẳng MF với M là giao điểm của GI và CD .
- c) Sai: Điểm M là giao điểm của đường thẳng AD và (EFG) .
- d) Đúng: Ba đường thẳng CD, IG, HF cùng đi qua một điểm.

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi O là giao điểm của AC và BD, M, N lần lượt là trung điểm của $SB, SD; P$ thuộc đoạn SC và không là trung điểm của SC .

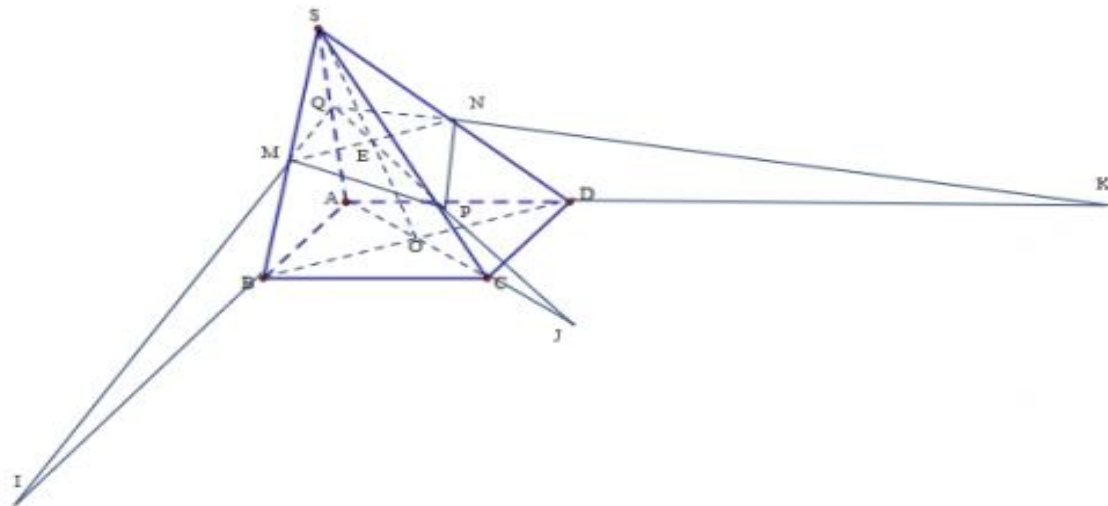
- a) Giao tuyến của mặt phẳng (SAC) và mặt phẳng (SBD) là đường thẳng SP .
- b) Giao điểm E của SO và MN cũng là giao điểm của đường thẳng SO và mặt phẳng (MNP) .
- c) Giao điểm Q của PE và SA cũng là giao điểm của đường thẳng SA và mặt phẳng (MNP) .



d) Giả sử I, J, K lần lượt là giao điểm của QM và AB, QP và AC, QN và AD khi đó ta có ba điểm I, J, K thẳng hàng.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------



- Giao tuyến của mặt phẳng (SAC) và mặt phẳng (SBD) là đường thẳng SO .
- Trong mặt phẳng (SBD) , gọi E là giao điểm của SO và MN . Do $MN \subset (MNP)$ nên $E \in (MNP)$.
- Vậy E là giao điểm của SO và (MNP) .
- Trong mặt phẳng (SAC) , gọi Q là giao điểm của EP và SA . Do $EP \subset (MNP)$ nên $Q \in (MNP)$.
- Vậy Q là giao điểm của SA và (MNP) .
- Ta có: I và K là điểm chung của hai mặt phẳng (QMN) và $(ABCD)$.
- Nên IK là giao tuyến của (MNP) và $(ABCD)$.
- Ta có $J \in QP, QO \subset (MNPQ)$ nên $J \in (MNPQ) \cap J \in AC, AC \subset (ABCD)$ nên $J \in (ABCD)$.
- Do đó J là giao điểm của hay J nằm trên giao tuyến của $(ABCD)$ và (MNP) .
- Vậy I, J, K thẳng hàng.

- a) Sai : Giao tuyến của mặt phẳng (SAC) và mặt phẳng (SBD) là đường thẳng SP .
- b) Đúng: Giao điểm E của SO và MN cũng là giao điểm của đường thẳng SO và mặt phẳng (MNP) .
- c) Đúng: Giao điểm Q của PE và SA cũng là giao điểm của đường thẳng SA và mặt phẳng (MNP) .
- d) Đúng: Giả sử I, J, K lần lượt là giao điểm của QM và AB, QP và AC, QN và AD khi đó ta có ba điểm I, J, K thẳng hàng.

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O . Gọi M là trung điểm của SA và N là một điểm trên cạnh SC sao cho

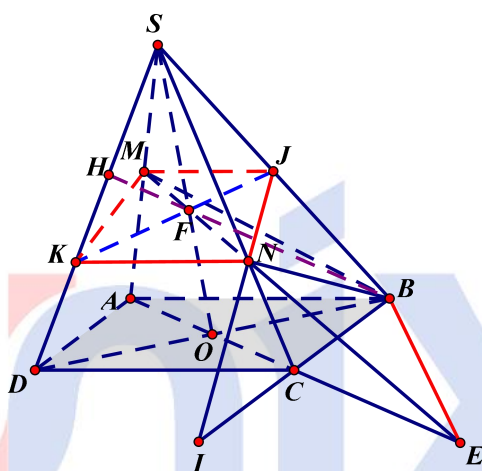


$SN = 2NC$. Gọi F là giao điểm của MN và SO , I là điểm đối xứng của B qua C và J là giao điểm của IN và SB .

- a) Giao tuyến của mặt phẳng (SAC) và mặt phẳng (SBD) là SF .
- b) Giao tuyến của mặt phẳng (BMN) và mặt phẳng $(ABCD)$ là SE với E là giao điểm của MN và AC .
- c) Giao điểm H của đường thẳng SD và mặt phẳng (BMN) cũng là giao điểm của BF và SD .
- d) Với K là giao điểm của SD và (MNJ) thì 3 đường thẳng KM, IE, AD đồng quy tại 1 điểm.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------



- $B \in (BMN) \cap (ABCD)$

Trong (SAC) , gọi E là giao điểm của MN và AC .

$$\Rightarrow \begin{cases} E \in AC \subset (ABCD) \\ E \in MN \subset (BMN) \end{cases} \Rightarrow E \in (BMN) \cap (ABCD)$$

$$\Rightarrow (BMN) \cap (ABCD) = BE$$

- Trong (SBD) , gọi H là giao điểm của BF và SD .

$$\Rightarrow \begin{cases} H \in SD \\ H \in BF \subset (BMN) \end{cases} \Rightarrow H = SD \cap (BMN).$$

- Trong (SBD) , gọi K là giao điểm của JF và SD .

$$\begin{cases} K \in JF \subset (MNJ) \\ K \in SD \end{cases} \Rightarrow K = SD \cap (MNJ)$$

- Trong (SAD) , gọi T là giao điểm của MK và AD .



$$\begin{cases} I \in (MNJ) \cap (ABCD) \\ E \in (MNJ) \cap (ABCD) \Rightarrow I, E, T \text{ thẳng hàng} \\ T \in (MNJ) \cap (ABCD) \end{cases}$$

Vậy KM, IE, AD đồng quy tại 1 điểm T .

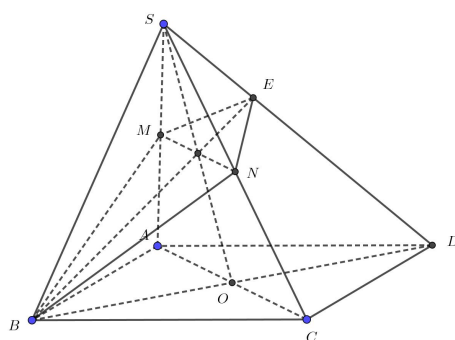
- a) Sai: Giao tuyến của mặt phẳng (SAC) và mặt phẳng (SBD) là SO .
- b) Sai: Giao tuyến của mặt phẳng (BMN) và mặt phẳng $(ABCD)$ là BE với E là giao điểm của MN và AC .
- c) Đúng: Giao điểm H của đường thẳng SD và mặt phẳng (BMN) cũng là giao điểm của BF và SD .
- d) Đúng: Với K là giao điểm của SD và (MNJ) thì 3 đường thẳng KM, IE, AD đồng quy tại 1 điểm.

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là tứ giác lồi có các cặp cạnh đối không song song với nhau. Giao điểm của AC và BD là O .

- a) Giao điểm của AC và (SBD) là điểm O .
- b) Giao điểm của AB và (SCD) chính là giao điểm của AD và BC .
- c) Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SC . Khi đó giao điểm của MN và (SBD) chính là trung điểm của SO .
- d) Nếu $ABCD$ là hình bình hành thì giao điểm của SD và (BMN) là điểm E nằm trên đoạn thẳng SD và $\frac{SE}{ED} = \frac{1}{3}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------



- a) Đúng.
- b) Sai.
 Giao điểm của AB và (SCD) chính là giao điểm của AB và CD .
- c) Đúng.
- d) Sai.
 Gọi F là giao điểm của MN và SO .
 Khi đó ta có giao điểm của SD và (BMN) chính là giao của BF và SD .



Áp dụng định lý Menelaus cho tam giác SOD với cát tuyến B, F, E

Có $\frac{BD}{BO} \cdot \frac{FO}{FS} \cdot \frac{ES}{ED} = 1 \Rightarrow \frac{ES}{ED} = \frac{1}{2}$. Vậy mệnh đề d) sai.

Câu 18: Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AB, AC, BD lần lượt lấy ba điểm E, F, G sao cho $AB = 3AE; AC = 2AF; GB = 4GD$.

a) Giao tuyến của hai mặt phẳng (EFG) và (ABC) là đường thẳng EF .

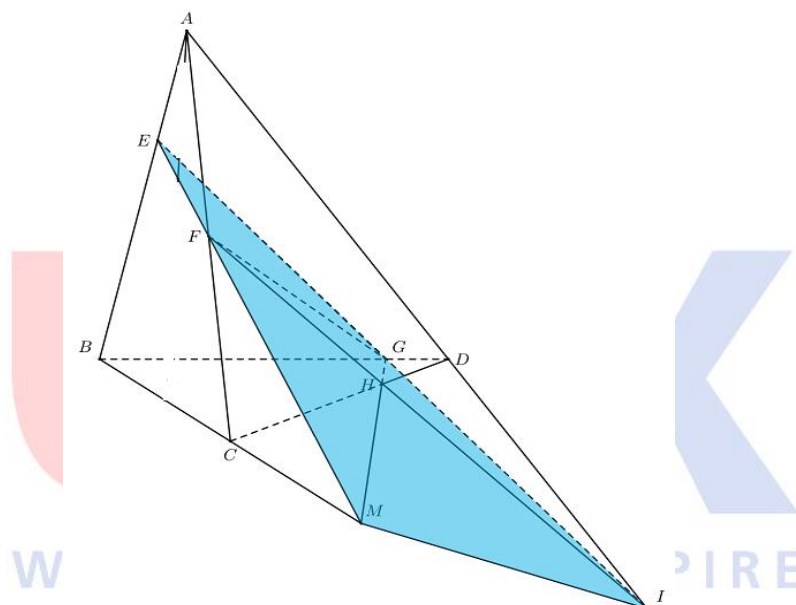
b) Giao điểm của đường thẳng BC và mặt phẳng (EFG) là điểm M với $\{M\} = EF \cap BC$.

c) Nếu điểm H là giao điểm của CD với (EFG) thì 3 điểm H, G, M thẳng hàng.

d) Gọi I là giao điểm của đường thẳng AD và (EFG) . Tỉ số $\frac{IA}{ID} = \frac{7}{3}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------



a) Ta có $\begin{cases} E \in (EFG), E \in (ABC) \\ F \in (EFG), F \in (ABC) \end{cases} \Rightarrow$ Giao tuyến của hai mặt phẳng (EFG) và (ABC) là đường thẳng EF .

Chọn Đúng.

b) Trong mặt phẳng (ABC) kéo dài BC và EF cắt nhau tại M .

Ta có $\begin{cases} M \in EF \subset (EFG) \\ M \in BC \end{cases} \Rightarrow$ giao điểm của đường thẳng BC và mặt phẳng (EFG) là điểm M .

Chọn Đúng

c) Chọn (BCD) chứa CD .

Ta có $G \in (EFG), G \in BD \subset (BCD) \Rightarrow G$ là điểm chung thứ nhất của hai mặt phẳng (BCD) và (EFG) .

$M \in EF \subset (EFG), M \in BC \subset (BCD) \Rightarrow M$ là điểm chung thứ hai.

Suy ra $MG = (EFG) \cap (BCD)$.



Gọi H là giao điểm của CD và $MG \Rightarrow H$ là giao điểm của CD với (EFG) và 3 điểm H, G, M thẳng hàng.

Chọn Đúng.

d) Trong (ABD) kéo dài EG và AD cắt nhau tại $I \Rightarrow \{I\} = AD \cap (EFG)$.

Áp dụng định lý Menelaus trong ΔABD ta có $\frac{BE}{EA} \cdot \frac{AI}{ID} \cdot \frac{DG}{GB} = 1 \Leftrightarrow \frac{2}{1} \cdot \frac{AI}{ID} \cdot \frac{1}{4} = 1 \Rightarrow \frac{AI}{ID} = 2$.

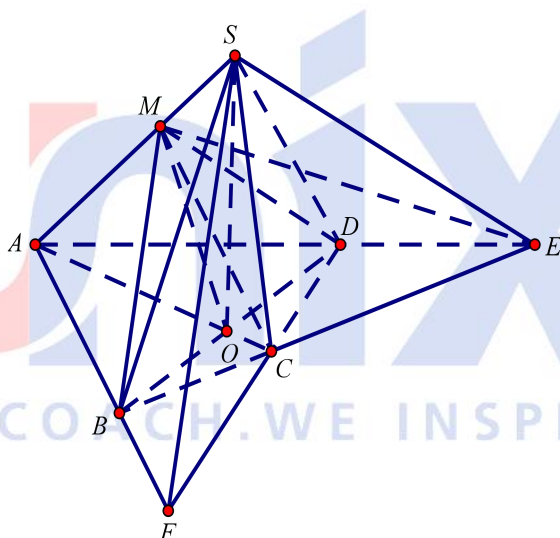
Chọn Sai

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy là tứ giác lồi $ABCD$ có các cạnh đối không song song với nhau. Gọi M là điểm trên cạnh SA , O là giao điểm của AC và BD . Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

- Giao tuyến của (SAC) và (SBD) là SO .
- Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là SF , F là giao điểm của AB và CD .
- Giao tuyến của (BCM) và (SAD) là SM .
- Giao tuyến của (CDM) và (SAB) là ME .

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------



a) Trong mp $(ABCD)$:

$$\left. \begin{array}{l} AC \cap BD = \{O\} \\ AC \subset (SAC) \\ BD \subset (SBD) \end{array} \right\} \Rightarrow O \in (SAC) \cap (SBD)$$

Mà $S \in (SAC) \cap (SBD)$ nên $SO = (SAC) \cap (SBD)$. Vậy giao tuyến của (SAC) và (SBD) là SO .

Vậy ý a đúng.

b) Trong $(ABCD)$ ta có:

$$\left. \begin{array}{l} AB \cap CD = \{F\} \\ AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \end{array} \right\} \Rightarrow F \in (SAB) \cap (SCD)$$

Mà $S \in (SAB) \cap (SCD)$ nên $SF = (SAB) \cap (SCD)$. Vậy giao tuyến của (SAB) và (SCD) là SF .

Vậy ý b đúng.



c) Trong (ABCD) ta có:

$$\left. \begin{array}{l} BC \cap AD = \{E\} \\ BC \subset (SBC) \\ AD \subset (SAD) \end{array} \right\} \Rightarrow E \in (SAD) \cap (SBC)$$

Mà $S \in (SAD) \cap (SBC)$ nên $SE = (SAD) \cap (SBC)$. Vậy ý c sai.

d) Ta có: $M \in (MBC) \cap (SAD)$

$$F \in BC \cap AD \Rightarrow F \in (MBC) \cap (SAD)$$

Nên $MF = (MBC) \cap (SAD)$. Vậy ý d Sai.

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABCD$, biết AB cắt CD tại E , AC cắt BD tại F trong mặt phẳng đáy.

a) Đường thẳng EF nằm trong mặt phẳng $(ABCD)$.

b) AB là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$.

c) SF là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) , SE là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .

d) Gọi $G = EF \cap AD$ khi đó, SG giao tuyến của mặt phẳng (SEF) và mặt phẳng (SAD) .

Lời giải

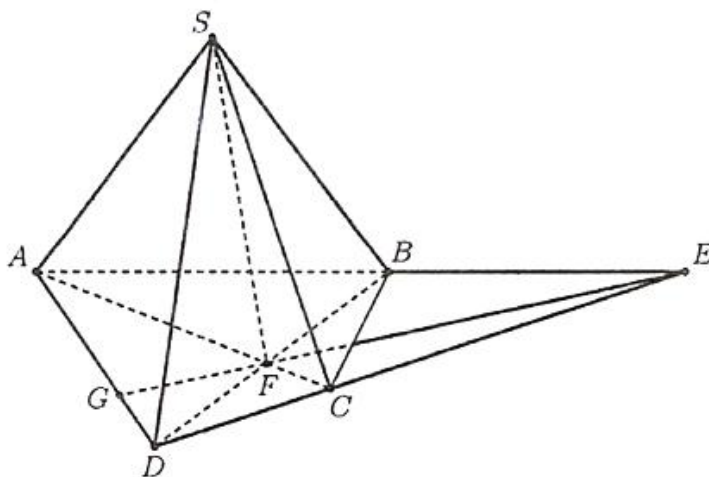
a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Ta có: $E = AB \cap CD \Rightarrow E \in AB, AB \subset (ABCD) \Rightarrow E \in (ABCD)$.

Tương tự: $F = AC \cap BD \Rightarrow F \in AC, AC \subset (ABCD) \Rightarrow F \in (ABCD)$. Vậy $EF \subset (ABCD)$.

b) Dễ thấy A là điểm chung của hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$, B cũng là điểm chung của hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$.

Suy ra $AB = (SAB) \cap (ABCD)$.



c) Tìm giao tuyến của (SAB) và (SCD) :

Dễ thấy S là điểm chung của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .

$$\text{Ta có: } \left\{ \begin{array}{l} E \in AB, AB \subset (SAB) \\ E \in CD, CD \subset (SCD) \end{array} \right\} \Rightarrow E \in (SAB) \cap (SCD).$$

Vậy $SE = (SAB) \cap (SCD)$.

Tìm giao tuyến của (SAC) và (SBD) :



Dễ thấy S là điểm chung của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .

Ta có: $\begin{cases} F \in AC, AC \subset (SAC) \\ F \in BD, BD \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow F \in (SAC) \cap (SBD)$.

Vậy $SF = (SAC) \cap (SBD)$.

d) Tìm giao tuyến của (SEF) với (SAD) :

Dễ thấy S là điểm chung của hai mặt phẳng (SEF) và (SAD) .

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $G = EF \cap AD$.

Ta có: $\begin{cases} G \in EF, EF \subset (SEF) \\ G \in AD, AD \subset (SAD) \end{cases} \Rightarrow G \in (SEF) \cap (SAD)$.

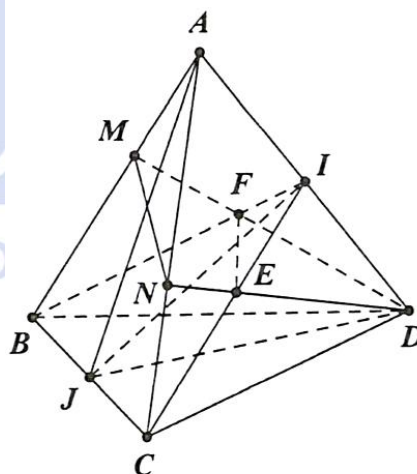
Vậy $SG = (SEF) \cap (SAD)$.

Câu 21: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AD, BC , M là một điểm trên cạnh AB, N là một điểm trên cạnh AC .

- IJ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(IBC), (JAD)$.
- ND là giao tuyến của hai mặt phẳng $(MND), (ADC)$.
- BI là giao tuyến của hai mặt phẳng $(BCI), (ABD)$.
- Giao tuyến của hai mặt phẳng $(IBC), (DMN)$ song song với đường thẳng IJ .

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------



- Ta có: $I \in AD, AD \subset (JAD) \Rightarrow I \in (JAD) \Rightarrow IJ \subset (JAD)$;
 $J \in BC, BC \subset (IBC) \Rightarrow J \in (IBC) \Rightarrow IJ \subset (IBC)$. Vậy $(IBC) \cap (JAD) = IJ$.
- ND là giao tuyến của hai mặt phẳng $(MND), (ADC)$.
- BI là giao tuyến của hai mặt phẳng $(BCI), (ABD)$.
- Gọi $E = DN \cap CI$ (trong $mp(ACD)$) và $F = DM \cap BI$ (trong $mp(ABD)$).

Ta có: $\begin{cases} E \in DN, DN \subset (DMN) \\ E \in IC, IC \subset (IBC) \end{cases}$

$\Rightarrow E \in (DMN) \cap (IBC)$. (1)

Tương tự: $\begin{cases} F \in DM, DM \subset (DMN) \\ F \in BI, BI \subset (IBC) \end{cases} \Rightarrow F \in (DMN) \cap (IBC)$.

Từ (1) và (2) suy ra $(DMN) \cap (IBC) = EF$.



Khi đó EF cắt IJ

Câu 22: Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và BC . Trên đoạn BD lấy điểm P sao cho $BP = 2PD$, $E = CD \cap NP$.

- NM là giao tuyến của hai mặt phẳng $(MNP), (ABC)$
- DC là giao tuyến của hai mặt phẳng $(BCD), (ADC)$
- Giao điểm của đường thẳng CD và mặt phẳng (MNP) là điểm E
- Giao điểm của đường thẳng AD và mặt phẳng (MNP) là giao điểm của đường thẳng AD với đường thẳng MP

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

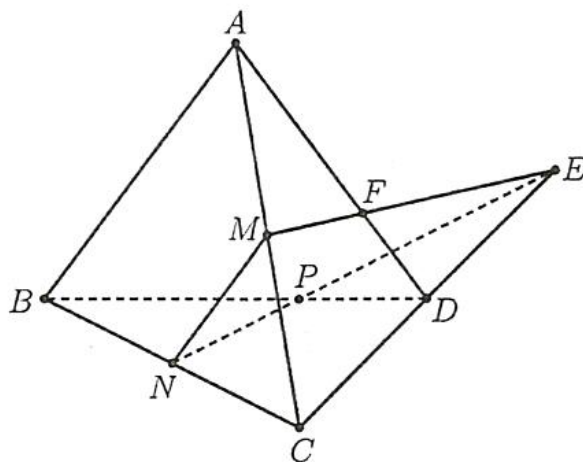
a) NM là giao tuyến của hai mặt phẳng $(MNP), (ABC)$

b) DC là giao tuyến của hai mặt phẳng $(BCD), (ADC)$

c) Tìm giao điểm của CD và mặt phẳng (MNP) :

Trong mặt phẳng (BCD) , vì NP và CD không song song nhau nên ta có thể gọi $E = CD \cap NP$.

$$\text{Vì } \begin{cases} E \in CD \\ E \in NP, NP \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow E = CD \cap (MNP).$$



d) Tìm giao điểm của AD và (MNP) :

Xét mặt phẳng phụ là (ACD) chứa AD . Ta cần tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (ACD) và (MNP) .

$$\text{Vì } M \in AC, AC \subset (ACD) \Rightarrow M \in (ACD) \Rightarrow M \in (ACD) \cap (MNP). (1)$$

$$\text{Theo câu c), ta có } \begin{cases} E \in CD, CD \subset (ACD) \\ E \in (MNP) \end{cases} \Rightarrow E \in (ACD) \cap (MNP). (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $ME = (ACD) \cap (MNP)$.

Trong mặt phẳng (ACD) , gọi $F = AD \cap ME$.

$$\text{Vì } \begin{cases} F \in AD \\ F \in ME, ME \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow F = AD \cap (MNP).$$

Câu 23: Cho tứ giác $ABCD$ có AC và BD giao nhau tại O và một điểm S không thuộc mặt phẳng $(ABCD)$. Trên đoạn SC lấy một điểm M không trùng với S và C , $K = AM \cap SO$.



- a) SO là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) , (ABC)
 b) SO là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) , (SBD)
 c) Giao điểm của đường thẳng SO với mặt phẳng (ABM) là điểm K
 d) Giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (ABM) là điểm N thuộc đường thẳng AK

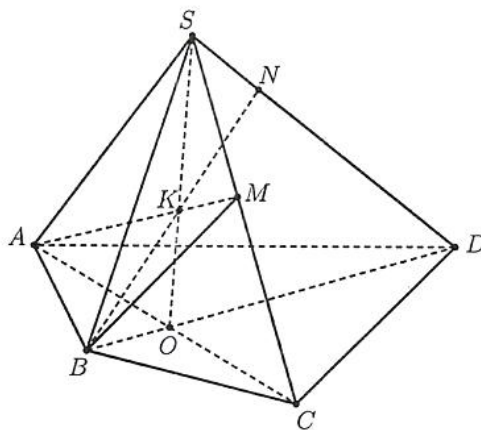
Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

- a) AC là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) , (ABC)
 b) SO là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) , (SBD)
 c) Tìm giao điểm của SO và (ABM) :

Trong mặt phẳng (SAC) , gọi $K = AM \cap SO$.

$$\text{Vì } \begin{cases} K \in AM, AM \subset (ABM) \\ K \in SO \end{cases} \Rightarrow K = SO \cap (ABM).$$



- d) Tìm giao điểm của SD và (ABM) :

Xét mặt phẳng phụ (SBD) chứa SD .

Dễ thấy B là điểm chung của hai mặt phẳng (SBD) và (ABM) .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} K \in AM, AM \subset (ABM) \\ K \in SO, SO \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow K \in (SBD) \cap (ABM).$$

Do đó $BK = (SBD) \cap (ABM)$.

Trong mặt phẳng (SBD) , gọi $N = BK \cap SD$.

$$\text{Vì } \begin{cases} N \in SD \\ N \in BK, BK \subset (ABM) \end{cases} \Rightarrow N = SD \cap (ABM).$$

Câu 24: Cho hình chóp $S.ABCD$ với M là một điểm trên cạnh SC , N là một điểm trên cạnh BC . Gọi $O = AC \cap BD$ và $K = AN \cap CD$.

- a) SO là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .
 b) Giao điểm của đường thẳng AM và mặt phẳng (SBD) là điểm nằm trên cạnh SO .
 c) KM là giao tuyến của hai mặt phẳng (AMN) và (SCD) .
 d) Giao điểm của đường thẳng SD và mặt phẳng (AMN) là điểm nằm trên cạnh KM

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------



a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) :

Dễ thấy S là điểm chung của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $O = AC \cap BD$.

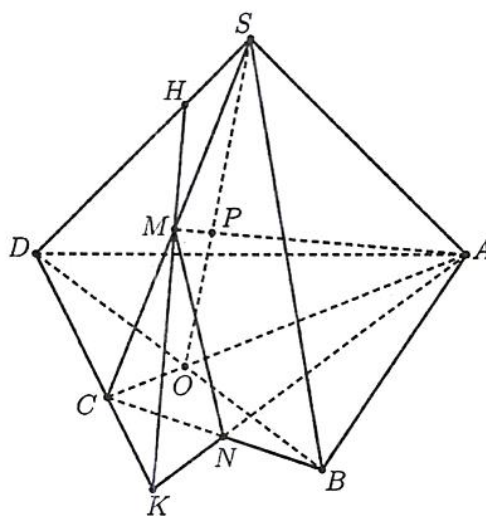
$$\text{Vì } \begin{cases} O \in AC, AC \subset (SAC) \\ O \in BD, BD \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow O \in (SAC) \cap (SBD).$$

Vậy $SO = (SAC) \cap (SBD)$.

b) Tìm giao điểm của AM và mặt phẳng (SBD) :

Trong mặt phẳng (SAC) , gọi $P = AM \cap SO$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} P \in AM \\ P \in SO, SO \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow P = AM \cap (SBD).$$



c) Xét mặt phẳng phụ (SCD) chứa SD . Ta tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (AMN) và (SCD) .

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $K = AN \cap CD$.

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} K \in AN, AN \subset (AMN) \\ K \in CD, CD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow K \in (AMN) \cap (SCD).$$

Mặt khác: $M \in SC, SC \subset (SCD) \Rightarrow M \in (SCD) \Rightarrow M \in (SCD) \cap (AMN)$.

Vậy $KM = (SCD) \cap (AMN)$.

d) Trong mặt phẳng (SCD) , gọi $H = KM \cap SD$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} H \in SD \\ H \in KM, KM \subset (AMN) \end{cases} \Rightarrow H = SD \cap (AMN).$$

Câu 25: Cho hình bình hành $ABCD$ và một điểm S không thuộc mặt phẳng $(ABCD)$, các điểm M, N lần lượt là trung điểm của đoạn thẳng AB, SC . Gọi $O = AC \cap BD$.

a) SO giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .

b) Giao điểm của I của đường thẳng AN và mặt phẳng (SBD) là điểm nằm trên đường thẳng SO

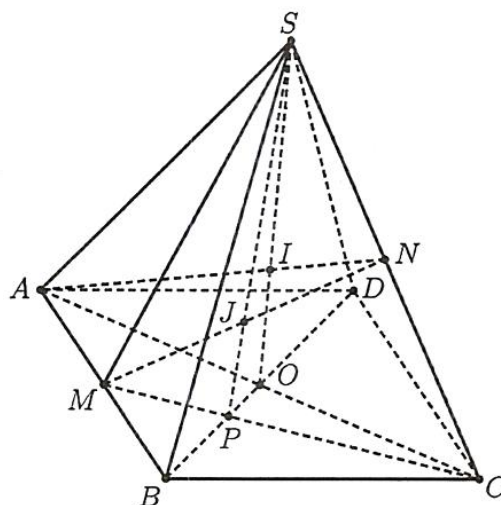
c) Giao điểm của J của đường thẳng MN và mặt phẳng (SBD) là điểm nằm trên đường thẳng SD

d) Ba điểm I, J, B thẳng hàng.



Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------



a) SO giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .

b) Tìm giao điểm I của AN và mặt phẳng (SBD) :

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $O = AC \cap BD$;

Trong mặt phẳng (SAC) , gọi $I = SO \cap AN$.

Ta có: $\begin{cases} I \in AN \\ I \in SO, SO \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow I = AN \cap (SBD)$.

c) Tìm giao điểm J của MN và mặt phẳng (SBD) :

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $P = CM \cap BD$;

Trong mặt phẳng (SCM) , gọi $J = MN \cap SP$;

Ta có: $\begin{cases} J \in MN \\ J \in SP, SP \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow J = MN \cap (SBD)$.

d) Chứng minh I, J, B thẳng hàng:

Dễ thấy $B \in (ABN) \cap (SBD)$. (1)

Ta có: $\begin{cases} I \in AN, AN \subset (ABN) \\ I \in SO, SO \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow I \in (ABN) \cap (SBD)$. (2)

Tương tự: $\begin{cases} J \in MN, MN \subset (ABN) \\ J \in SP, SP \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow J \in (ABN) \cap (SBD)$. (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra B, I, J cùng thuộc giao tuyến của hai mặt phẳng (ABN) và (SBD) nên ba điểm này thẳng hàng.

Câu 26: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M là điểm trên cạnh AB , N là điểm thuộc cạnh AC sao cho MN không song song với BC . Gọi P là điểm nằm trong ΔBCD .

a) $MN = (MNP) \cap (ABC)$

b) Giao tuyến của hai mặt phẳng $(MNP), (BCD)$ là đường thẳng cắt BC

c) Giao tuyến của hai mặt phẳng $(MNP), (ABD)$ là đường thẳng cắt AB và DC

d) Giao tuyến của hai mặt phẳng $(MNP), (ACD)$ là đường thẳng cắt AB và DC

Lời giải



a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

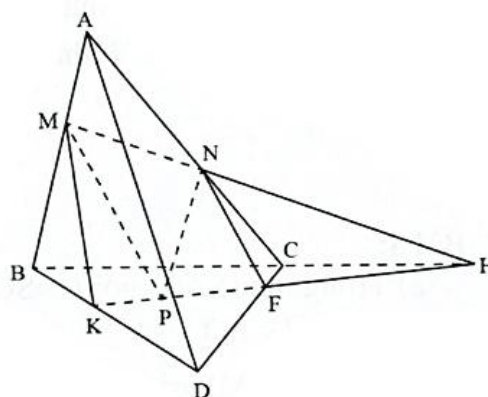
a) $MN = (MNP) \cap (ABC)$

b Trong (ABC) gọi $H = MN \cap BC$.

Ta có:
$$\begin{cases} H \in MN \subset (MNP) \\ H \in BC \subset (BCD) \end{cases} \Rightarrow H \in (MNP) \cap (BCD) (1)$$

Lại có:
$$\begin{cases} P \in (MNP) \\ P \in (BCD) \end{cases} \Rightarrow P \in (MNP) \cap (BCD) (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $HP = (MNP) \cap (BCD)$



c) Trong (BCD) gọi $K = HP \cap BD$

Ta có:
$$\begin{cases} K \in BD \subset (ABD) \\ K \in HP \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow K \in (MNP) \cap (ABD) (1)$$

Lại có:
$$\begin{cases} M \in (MNP) \\ M \in AB \subset (ABD) \end{cases} \Rightarrow M \in (MNP) \cap (ABD) (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $MK \in (MNP) \cap (ABD)$.

d) Trong (BCD) gọi $F = HK \cap DC$.

Trình bày tương tự như hai câu trên ta được $NF = (MNP) \cap (ACD)$

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SC . Gọi I giao điểm của đường thẳng AM và mặt phẳng (SBD) .

a) $AM \cap SO = I$.

b) $IA = 3IM$.

c) Giao điểm E của đường thẳng SD và mặt phẳng (ABM) là điểm thuộc đường thẳng BI

d) Gọi N là một điểm tùy ý trên cạnh AB . Khi đó giao điểm của đường thẳng MN và mặt phẳng (SBD) là điểm thuộc giao tuyến của hai mặt phẳng $(SBD), (SNC)$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) b) Trong (SAC) : $AM \cap SO = I$.

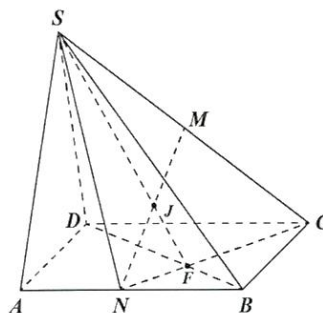
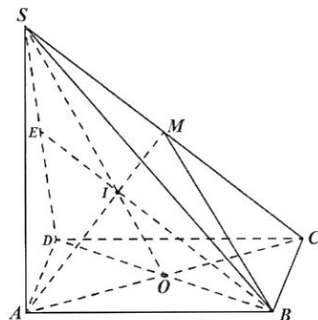
Ta có
$$\begin{cases} I \in AM \\ I \in SO \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow I \in AM \cap (SBD)$$

Tam giác SAC có hai đường trung tuyến AM và SO cắt nhau tại I , suy ra I là trọng tâm của tam giác SAC . Từ đó ta có $IA = 2IM$.



c) Trong (SBD) : $BI \cap SD = E$.

Ta có $\begin{cases} E \in SD \\ E \in BI \subset (ABM) \end{cases} \Rightarrow E \in SD \cap (ABM)$.



d) Trong $(ABCD)$: $CN \cap BD = F$.

Trong (SNC) : $SF \cap MN = J$.

Ta có $\begin{cases} J \in MN \\ J \in SF \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow J \in MN \cap (SBD)$.

Câu 28: Cho tứ diện $SABC$. Gọi M và N lần lượt là hai điểm trên hai cạnh AB và BC sao cho MN không song song với AC .

a) Đường thẳng MN cắt đường thẳng AC

b) Giao điểm của đường thẳng MN và mặt phẳng (SAC) là giao điểm của MN và AC .

c) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) là đường thẳng đi qua giao điểm của MN và AC .

d) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAN) và (SCM) là đường thẳng đi qua giao điểm của MN và AC .

Lời giải

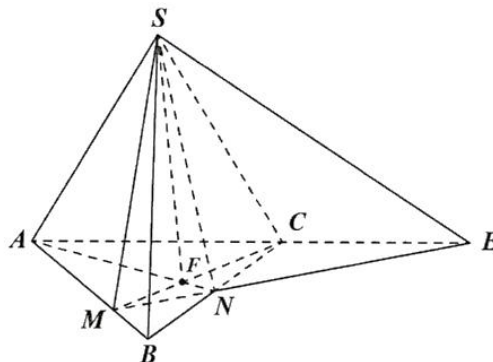
a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

b) Trong mặt phẳng (ABC) , vẽ giao điểm E của MN và AC .

Ta có $E \in AC$, suy ra $E \in (SAC)$.

Vậy E là giao điểm của đường thẳng MN và mặt phẳng (SAC) .

c) Ta có S và E là hai điểm chung của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) .



Suy ra $(SMN) \cap (SAC) = SE$.

d) Trong mặt phẳng (ABC) , vẽ giao điểm F của AN và MC .

Ta có S và F là hai điểm chung của hai mặt phẳng (SAN) và (SCM) .

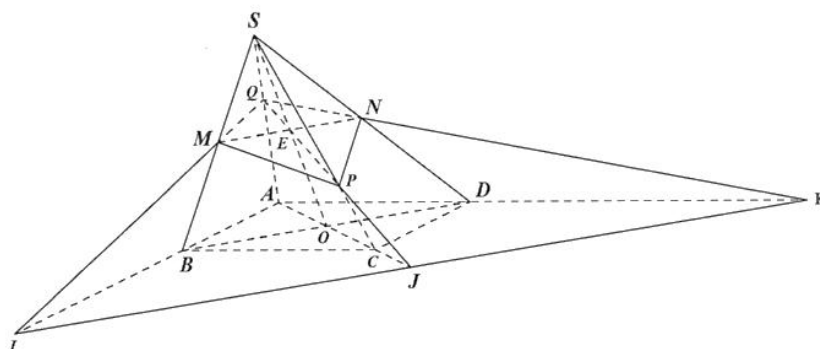
Suy ra $(SAN) \cap (SCM) = SF$.



- Câu 29:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi O là giao điểm của AC và BD ; M, N lần lượt là trung điểm của SB, SD ; P thuộc đoạn SC và không là trung điểm của SC .
- a) Giao điểm E của đường thẳng SO và mặt phẳng (MNP) là giao điểm của MN và SO .
- b) Giao điểm Q đường thẳng SA và mặt phẳng (MNP) là giao điểm của PE và SO .
- c) Gọi I, J, K lần lượt là giao điểm của QM và AB, QP và AC, QN và AD . Vậy I, J, K thẳng hàng.
- d) Gọi I, J, K lần lượt là giao điểm của QM và AB, QP và AC, QN và AD . Vậy I, J, K không thẳng hàng.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------



a) Trong (SBD) : $SO \cap MN = E$.

Ta có $\begin{cases} E \in SO \\ E \in MN \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow E \in SO \cap (MNP)$.

b) Trong (SAC) : $PE \cap SA = Q$.

Ta có $\begin{cases} Q \in SA \\ Q \in PE \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow Q \in SA \cap (MNP)$.

c) Từ giả thiết ta có $\begin{cases} I \in QM \subset (MNP) \\ J \in QP \subset (MNP) \\ K \in QN \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow I, J, K \in (MNP) \quad (1)$

Mặt khác $\begin{cases} I \in AB \subset (ABCD) \\ J \in AC \subset (ABCD) \\ K \in AD \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow I, J, K \in (ABCD) \quad (2)$

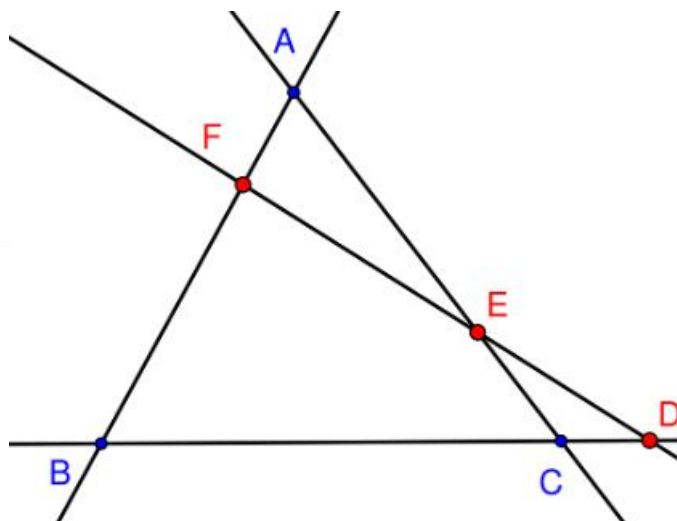
Từ (1) và (2) suy ra $I, J, K \in (MNP) \cap (ABCD)$.

Suy ra I, J, K thẳng hàng.

KIẾN THỨC BỔ TRỢ: Định lý Menelaus

Định lý Menelaus là một định lý nâng cao trong hình học tam giác, được phát biểu như sau: Cho tam giác ABC . Các điểm D, E, F lần lượt nằm trên các đường thẳng BC, CA, AB . Khi đó D, E, F thẳng hàng khi và chỉ khi

$$\frac{FA}{FB} \cdot \frac{DB}{DC} \cdot \frac{EC}{EA} = 1$$



***Phần thuận:** Giả sử D, E, F là 3 điểm thẳng hàng với nhau. Vẽ đường thẳng qua C và song song với AB cắt đường thẳng DE tại G.

Vì $CG \parallel AB$ (c.dựng) nên theo định lý Ta-lét, ta có:

$$\frac{DB}{DC} = \frac{FB}{CG} \quad (1) \text{ và } \frac{EC}{EA} = \frac{CG}{FA} \quad (2)$$

Nhân (1) và (2) và về theo về

$$\frac{DB}{DC} \cdot \frac{EC}{EA} = \frac{FB}{FA}$$

Từ đó suy ra

$$\frac{FA}{FB} \cdot \frac{DB}{DC} \cdot \frac{EC}{EA} = 1$$

***Phần đảo:** Giả sử $\frac{FA}{FB} \cdot \frac{DB}{DC} \cdot \frac{EC}{EA} = 1$. Khi đó gọi F' là giao của đường thẳng ED với đường thẳng AB.

Theo chứng minh ở trên, ta có $\frac{F'A}{F'B} \cdot \frac{DB}{DC} \cdot \frac{EC}{EA} = 1$

Kết hợp giả thiết $\Rightarrow \frac{FA}{FB} = \frac{F'A}{F'B}$

$$\text{Hay } \frac{FA}{F'A} = \frac{FB}{F'B} = \frac{FA + FB}{F'A + F'B} = \frac{AB}{AB} = 1$$

Nên $F'A = FA$ và $F'B = FB$

$\Rightarrow F'$ trùng với F .

Vậy định lý đã được chứng minh.