



QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN

BÀI: HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 1. CÂU HỎI LÝ THUYẾT

- Câu 1:** Trong các phát biểu sau, phát biểu nào đúng?
- A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau.
 - B. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
 - C. Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì song song.
 - D. Hai đường thẳng không nằm trên cùng một mặt phẳng thì chéo nhau.

Lời giải

Phương án “Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau” sai vì hai đường thẳng có thể chéo nhau.

Phương án “Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau” sai vì hai đường thẳng có thể song song.

Phương án “Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì song song” sai vì hai đường thẳng có thể chéo nhau.

- Câu 2:** Cho hai đường thẳng phân biệt a và b trong không gian. Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa a và b ?
- A. 3 B. 1 C. 2 D. 4

Lời giải

Hai đường thẳng phân biệt a và b trong không gian có những vị trí tương đối sau:

Hai đường thẳng phân biệt a và b cùng nằm trong một mặt phẳng thì chúng có thể song song hoặc cắt nhau

Hai đường thẳng phân biệt a và b không cùng nằm trong một mặt phẳng thì chúng chéo nhau
Vậy chúng có 3 vị trí tương đối là song song hoặc cắt nhau hoặc chéo nhau.

- Câu 3:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?
- A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau.
 - B. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.
 - C. Hai đường thẳng không song song thì cắt nhau.
 - D. Hai đường thẳng không cắt nhau và không song song thì chéo nhau.

Lời giải

Phương án A sai do hai đường thẳng không có điểm chung có thể chéo nhau.



Phương án C sai do hai đường thẳng không song song thì có thể trùng nhau hoặc chéo nhau.
Phương án D sai do hai đường thẳng không cắt nhau và không song song với nhau thì có thể trùng nhau.

Đáp án B

Câu 4: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

Trong không gian:

- A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song.
- B. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
- C. Hai đường thẳng không song song, không cắt nhau thì chéo nhau.
- D. Hai đường thẳng song song khi và chỉ khi chúng nằm trong cùng một mặt phẳng và không có điểm chung.**

Lời giải

Hai đường thẳng song song khi và chỉ khi chúng nằm trong cùng một mặt phẳng và không có điểm chung.

Câu 5: Trong các khẳng định sau, có bao nhiêu khẳng định **sai**?

Hai đường thẳng chéo nhau thì chúng có điểm chung.

Hai đường thẳng không có điểm chung là hai đường thẳng song song hoặc chéo nhau.

Hai đường thẳng song song với nhau khi chúng ở trên cùng một mặt phẳng.

Khi hai đường thẳng ở trên hai mặt phẳng phân biệt thì hai đường thẳng đó chéo nhau.

- A. 1.
- B. 2.
- C. 3.**
- D. 4.

Lời giải

sai do hai đường thẳng chéo nhau thì chúng không có điểm chung.

đúng.

sai do có thể xảy ra trường hợp hai đường thẳng đó hoặc cắt nhau hoặc trùng nhau.

sai do có thể xảy ra trường hợp hai đường thẳng đó song song.

Vậy có 3 khẳng định sai.

Câu 6: Trong không gian, cho hai đường thẳng a và b chéo nhau. Một đường thẳng c song song với a . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. b và c chéo nhau.
- B. b và c cắt nhau.
- C. b và c chéo nhau hoặc cắt nhau.**
- D. b và c song song với nhau.

Lời giải

Phương án A sai vì b, c có thể cắt nhau.

Phương án B sai vì b, c có thể chéo nhau.

Phương án D sai vì nếu b và c song song thì a và b song song hoặc trùng nhau.

Câu 7: Cho ba mặt phẳng phân biệt cắt nhau từng đôi một theo ba giao tuyến d_1, d_2, d_3 trong đó d_1 song song với d_2 . Khi đó vị trí tương đối của d_2 và d_3 là?

- A. Chéo nhau.
- B. Cắt nhau.
- C. Song song.**
- D. trùng nhau.



Lời giải

Ba mặt phẳng cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến đó hoặc đôi một song song hoặc đồng quy.

Câu 8: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

- A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
- B. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.
- C. Hai đường thẳng không song song thì chéo nhau.
- D. Hai đường thẳng không cắt nhau và không song song thì chéo nhau.

Lời giải

Đáp án A sai do hai đường thẳng không có điểm chung có thể song song với nhau.

Đáp án C sai do hai đường thẳng không song song thì có thể trùng nhau hoặc cắt nhau.

Đáp án D sai do hai đường thẳng không cắt nhau và không song song với nhau thì có thể trùng nhau.

Đáp án B đúng.

Câu 9: Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (α) . Nếu (β) chứa a và cắt (α) theo giao tuyến là b thì a và b là hai đường thẳng

- A. cắt nhau.
- B. trùng nhau.
- C. chéo nhau.
- D. song song với nhau.

Lời giải

Câu 10: Cho hình tứ diện $ABCD$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. AB và CD cắt nhau.
- B. AB và CD chéo nhau.
- C. AB và CD song song.
- D. Tồn tại một mặt phẳng chứa AB và CD .

Lời giải

Do $ABCD$ là hình tứ diện nên bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng.

Câu 11: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

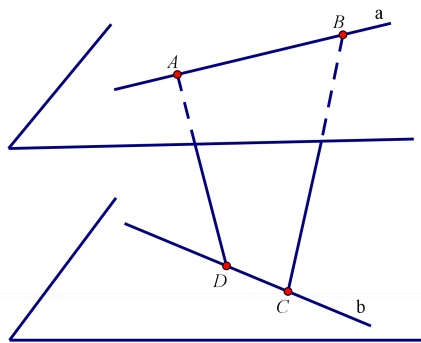
- A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau
- B. Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì song song
- C. Hai đường thẳng không cùng nằm trên một mặt phẳng thì chéo nhau
- D. Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau

Lời giải

Câu 12: Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b . Lấy A, B thuộc a và C, D thuộc b . Khẳng định nào sau đây đúng khi nói về hai đường thẳng AD và BC ?

- A. Cắt nhau.
- B. Song song nhau.
- C. Có thể song song hoặc cắt nhau.
- D. Chéo nhau.

Lời giải



Ta có: a và b là hai đường thẳng chéo nhau nên a và b không đồng phẳng.

Giả sử AD và BC đồng phẳng.

+ Nếu $AD \cap BC = M \Rightarrow M \in (ABCD) \Rightarrow M \in (a; b)$

Mà a và b không đồng phẳng, do đó không tồn tại điểm M .

+ Nếu $AD \parallel BC \Rightarrow a$ và b đồng phẳng.

Vậy điều giả sử là sai. Do đó AD và BC chéo nhau.

Câu 13: Trong không gian cho ba đường thẳng phân biệt a, b, c trong đó a song song với b . Khẳng định nào sau đây sai?

A. Tồn tại duy nhất một mặt phẳng chứa cả hai đường thẳng a và b .

B. Nếu b song song với c thì a song song với c .

C. Nếu điểm A thuộc a và điểm B thuộc b thì ba đường thẳng a, b và AB cùng ở trên một mặt phẳng.

D. Nếu c cắt a thì c cắt b .

Lời giải

Mệnh đề “nếu c cắt a thì c cắt b ” là mệnh đề sai, vì c và b có thể chéo nhau.

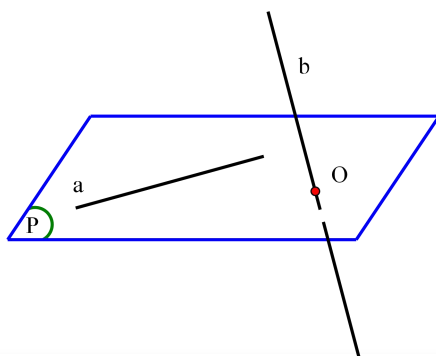
Câu 14: Cho đường thẳng a nằm trên $mp(P)$, đường thẳng b cắt (P) tại O và O không thuộc a . Vị trí tương đối của a và b là

A. chéo nhau.

B. cắt nhau.

C. song song với nhau. **D.** trùng nhau.

Lời giải



Do đường thẳng a nằm trên $mp(P)$, đường thẳng b cắt (P) tại O và O không thuộc a nên đường thẳng a và đường thẳng b không đồng phẳng nên vị trí tương đối của a và b là chéo nhau.

Câu 15: Trong không gian cho đường thẳng a chứa trong mặt phẳng (P) và đường thẳng b song song

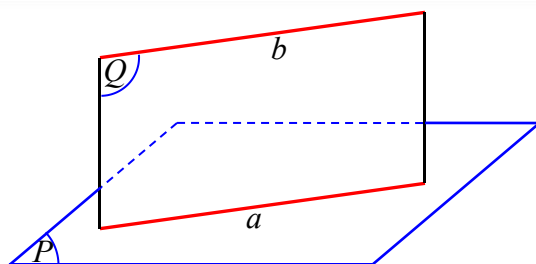


với mặt phẳng (P) . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

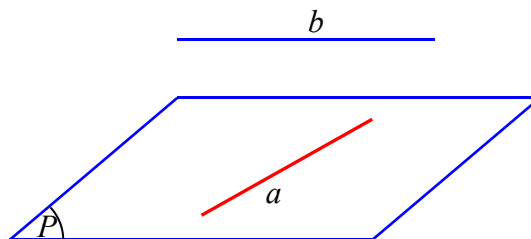
- A. $a // b$. B. a, b không có điểm chung.
 C. a, b cắt nhau. D. a, b chéo nhau.

Lời giải

○ $b // (P)$ thì b có thể song song với a mà b cũng có thể chéo a .



Hình 1



Hình 2

○ $b // (P) \Rightarrow b \cap (P) = \emptyset \Rightarrow b \cap a = \emptyset$. Vậy a, b không có điểm chung.

Câu 16: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Trong không gian hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
 B. Trong không gian hai đường thẳng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng phân biệt thì chéo nhau.
 C. Trong không gian hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.
 D. Trong không gian hai đường chéo nhau thì không có điểm chung.

Lời giải

Áp dụng định nghĩa hai đường thẳng được gọi là chéo nhau nếu chúng không đồng phẳng.

Câu 17: Trong không gian, cho tứ diện $ABCD$, vị trí tương đối giữa 2 đường thẳng AC và BD là

- A. song song. B. trùng nhau. C. chéo nhau. D. cắt nhau.

Lời giải

Ta có AC và BD là hai đường thẳng chéo nhau.

Câu 18: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau.
 B. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.
 C. Hai đường thẳng không song song thì cắt nhau.
 D. Hai đường thẳng không cắt nhau và không song song thì chéo nhau.

Lời giải

Phương án A sai do hai đường thẳng không có điểm chung có thể chéo nhau.

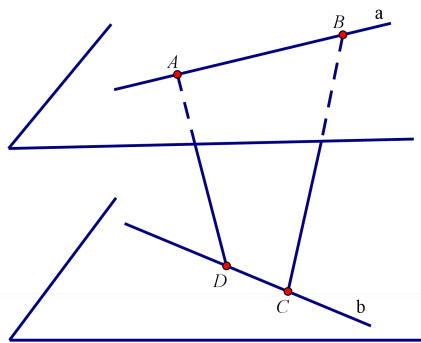
Phương án C sai do hai đường thẳng không song song thì có thể trùng nhau hoặc chéo nhau.

Phương án D sai do hai đường thẳng không cắt nhau và không song song với nhau thì có thể trùng nhau.

Câu 19: Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b . Lấy hai điểm A, B thuộc đường thẳng a và hai điểm C, D thuộc đường thẳng b . Khẳng định nào sau đây đúng khi nói về hai đường thẳng AD và BC ?

- A. Cắt nhau. B. Chéo nhau.
 C. Song song với nhau. D. Song song hoặc cắt nhau.

Lời giải



Ta có: a và b là hai đường thẳng chéo nhau nên a và b không đồng phẳng.

Giả sử AD và BC đồng phẳng. Khi đó bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng. Suy ra AB và CD đồng phẳng hay a và b đồng phẳng.

Vậy điều giả sử là sai. Do đó AD và BC chéo nhau.

Câu 20: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

- A. Trong không gian, hai đường thẳng cắt nhau là hai đường thẳng không có điểm chung.
- B. Trong không gian, hai đường thẳng không có điểm chung là hai đường thẳng song song.
- C. Trong không gian, hai đường thẳng không có điểm chung là hai đường thẳng chéo nhau.
- D. Trong không gian, hai đường thẳng song song là hai đường thẳng cùng nằm trong một mặt phẳng và không có điểm chung.**

Lời giải

A sai vì hai đường thẳng có điểm chung.

B sai vì hai đường thẳng có thể chéo nhau.

C sai vì hai đường thẳng có thể song song.

Câu 21: Trong không gian, cho ba đường thẳng phân biệt a, b, c trong đó $a \parallel b$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Nếu $a \parallel c$ thì $b \parallel c$.
- B. Nếu c cắt a thì c cắt b .**
- C. Nếu $A \in a$ và $B \in b$ thì ba đường thẳng a, b, AB cùng ở trên một mặt phẳng.
- D. Tồn tại duy nhất một mặt phẳng qua a và b .

Lời giải

Nếu c cắt a thì c cắt b hoặc c chéo b .

Câu 22: Cho hai đường thẳng a, b và mặt phẳng (α) . Nếu a cắt (α) và $b \subset (\alpha)$ thì

- A. $a \parallel b$.
- B. $a \parallel b$ hoặc a, b chéo nhau.
- C. a, b cắt nhau.
- D. a, b chéo nhau hoặc cắt nhau.**

Lời giải

TH 1: Nếu $a \parallel b$ thì $\begin{cases} a \parallel mp(\alpha) \\ a \subset mp(\alpha) \end{cases}$, khi đó mâu thuẫn với giả thiết a cắt $mp(\alpha)$.

TH 2: Tương tự trường hợp 1 nên loại phương án **B.**



TH 3: Nếu a cắt $mp(\alpha)$ và $b \subset (\alpha)$ thì $a; b$ cắt nhau hoặc không cắt nhau.

Câu 23: Trong không gian, cho ba đường thẳng a, b, c . Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

- A. Nếu a và b cắt nhau, b và c cắt nhau thì a và c cắt nhau.
- B. Nếu a và b không cắt nhau thì a và b song song.
- C. Nếu a và b cùng chéo nhau với c thì a song song với b .
- D. Nếu b và c chéo nhau thì b và c không cùng thuộc một mặt phẳng.

Lời giải

A sai vì: Nếu a và b cắt nhau, b và c cắt nhau thì a và c cắt nhau, chéo nhau hoặc song song.

B sai vì: Nếu a và b không cắt nhau thì a và b song song hoặc chéo nhau.

C sai vì: Nếu a và b cùng chéo nhau với c thì a và b song song hoặc cắt nhau.

D đúng vì: Nếu b và c chéo nhau thì b và c không cùng nằm trong bất kì mặt phẳng nào.

Câu 24: Chọn khẳng định đúng:

- A. Nếu ba mặt phẳng đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy song song với nhau.
- B. Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.
- C. Hai đường thẳng cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.
- D. Nếu ba mặt phẳng đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến thì ba giao tuyến ấy hoặc đồng quy hoặc đôi một song song.

Lời giải

Ta có: mệnh đề đúng là: Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

Câu 25: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song.
- B. Hai đường thẳng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng phân biệt thì chéo nhau.
- C. Hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.
- D. Hai đường thẳng song song thì không có điểm chung.

Lời giải

Trong 4 mệnh đề trên thì mệnh đề đúng là “Hai đường thẳng song song thì không có điểm chung”.

Câu 26: Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Trong không gian, hai đường thẳng cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.
- B. Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.
- C. Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba thì chéo nhau.
- D. Trong không gian, hai đường thẳng cùng song song với đường thẳng thứ ba thì chéo nhau.

Lời giải



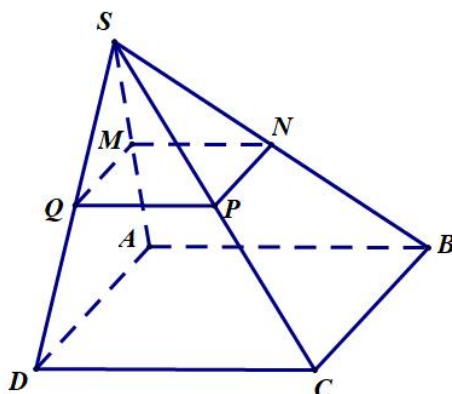
Theo định lí 3 trang 104 SGK11 Chân trời sáng tạo thì “Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau”.

DẠNG 2. MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC, SD . Trong các đường thẳng sau, đường nào không song song với NP ?

- A.** BD . **B.** MQ . **C.** BC . **D.** AD .

Lời giải



Vì NP là đường trung bình của tam giác SBC nên $NP \parallel BC$.

Mà $AD \parallel BC$ nên $NP \parallel AD$.

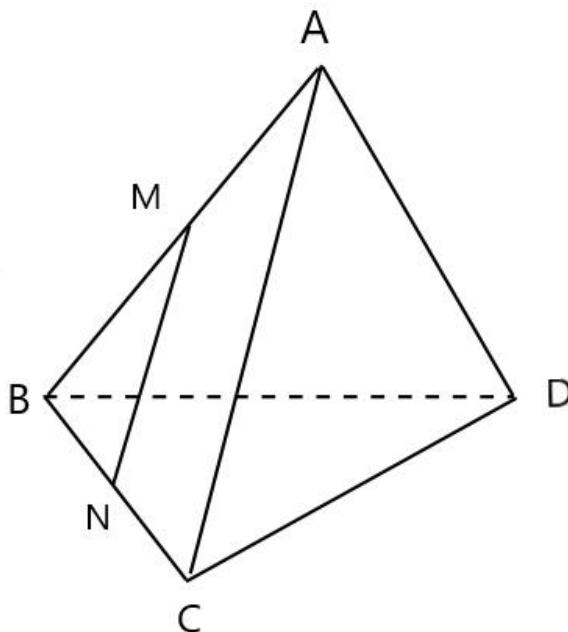
Vì MQ là đường trung bình của tam giác SAD nên $MQ \parallel AD \Rightarrow NP \parallel MQ$.

NP không song song với BD .

Câu 28: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BA, BC . Trong các đường thẳng sau, đường nào song song với MN ?

- A.** AB . **B.** AD . **C.** AC . **D.** BD .

Lời giải



Đường thẳng $MN // AC$ (MN là đường trung bình của tam giác ABC).

Câu 29: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J, E, F lần lượt là trung điểm SA, SB, SC, SD . Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào không song song với IJ ?

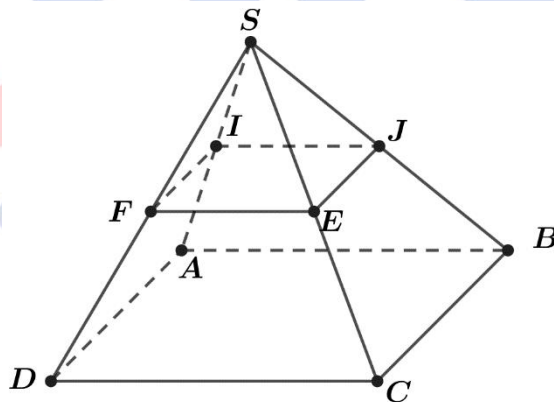
A. AD .

B. EF .

C. AB .

D. DC .

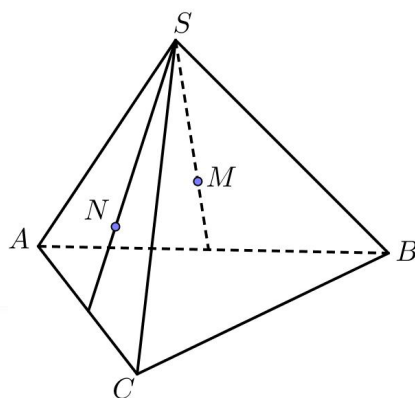
Lời giải



Ta có: I, J, E, F lần lượt là trung điểm SA, SB, SC, SD nên IJ, EF lần lượt là đường trung bình của $\triangle SAB, \triangle SCD$, khi đó:
$$\begin{cases} IJ // AB \\ EF // CD \end{cases}$$

Mặt khác: $AB // CD$ do $ABCD$ là hình bình hành. Vậy $IJ // AB // EF // CD$, IJ không song song với AD .

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trọng tâm tam giác SAB và SAC .



Khi đó đường thẳng MN song song với đường thẳng nào dưới đây?

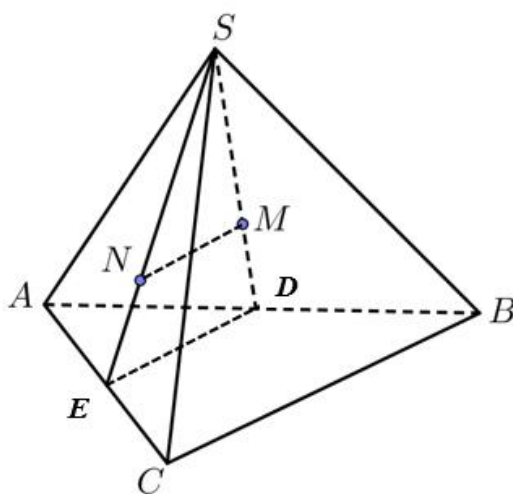
A. AB .

B. SC .

C. BC .

D. AC .

Lời giải



Gọi SD, SE lần lượt là đường trung tuyến trong tam giác SAB và SAC .

Trong tam giác SDE có $\frac{SM}{SD} = \frac{SN}{SE} = \frac{2}{3} \Rightarrow MN \parallel DE (1)$.

Lại có trong tam giác ABC có DE là đường trung bình $\Rightarrow BC \parallel DE (2)$.

Từ (1) và (2) $\Rightarrow MN \parallel BC$.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi I, J lần lượt là trung điểm SA, SC . Đường thẳng IJ song song với đường thẳng nào trong các đường thẳng sau?

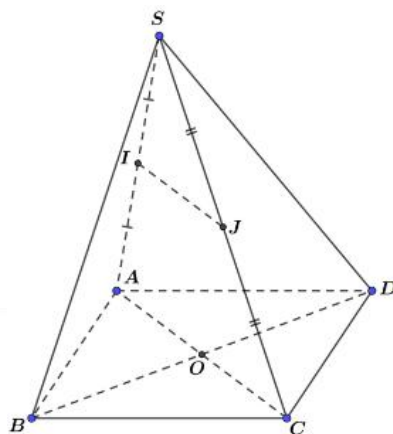
A. AC .

B. BC .

C. SO .

D. BD .

Lời giải



Do IJ là đường trung bình của tam giác $SAC \Rightarrow IJ \parallel AC$.

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABC$ và G, K lần lượt là trong tâm tam giác SAB, SBC . Khẳng định nào sau đây là đúng?

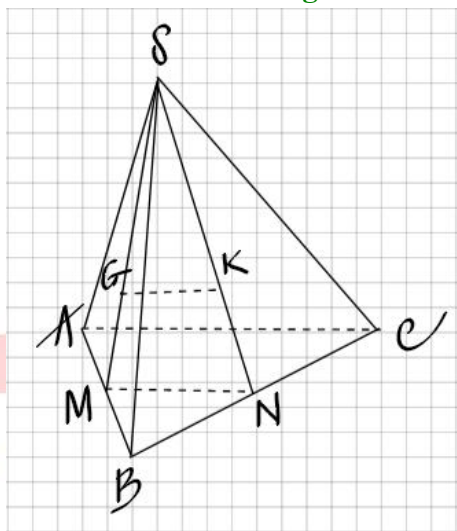
A. $GK \parallel AB$.

B. $GK \parallel BC$.

C. $GK \parallel AC$.

D. $GK \parallel SB$.

Lời giải



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, BC . Khi đó:

$$\frac{SG}{SM} = \frac{2}{3} \text{ và } \frac{SK}{SN} = \frac{2}{3} \text{ suy ra } \frac{SG}{SM} = \frac{SK}{SN}.$$

Suy ra $GK \parallel MN$ mà $MN \parallel AC$.

Nên $GK \parallel AC$.

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có AD không song song với BC . Gọi M, N, P, Q, R, T lần lượt là trung điểm AC, BD, BC, CD, SA và SD . Cặp đường thẳng nào sau đây song song với nhau?

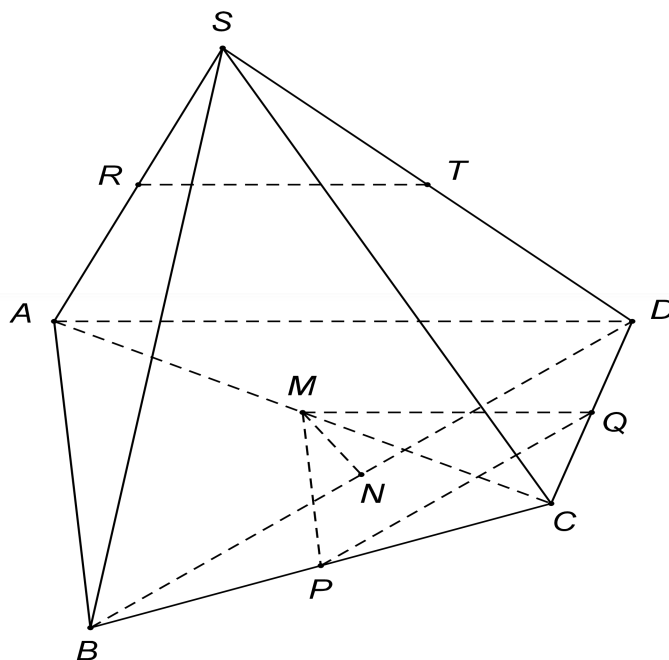
A. MP và RT .

B. MQ và RT .

C. MN và RT .

D. PQ và RT .

Lời giải



Ta có: M, Q lần lượt là trung điểm của AC, CD

$\Rightarrow MQ$ là đường trung bình của tam giác $CAD \Rightarrow MQ \parallel AD$ (1)

Ta có: R, T lần lượt là trung điểm của SA, SD

$\Rightarrow RT$ là đường trung bình của tam giác $SAD \Rightarrow RT \parallel AD$ (2)

Từ (1), (2) suy ra: $MQ \parallel RT$.

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi $G_1; G_2$ lần lượt là trọng tâm của $\Delta SAB; \Delta SAD$. Khi đó G_1G_2 song song với đường thẳng nào sau đây?

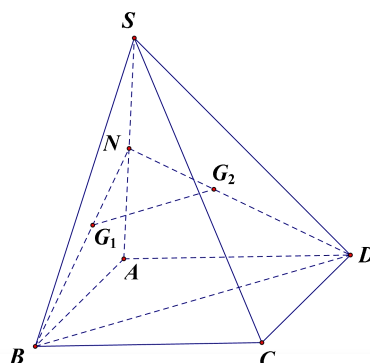
A. CD .

B. BD .

C. AD .

D. AB .

Lời giải



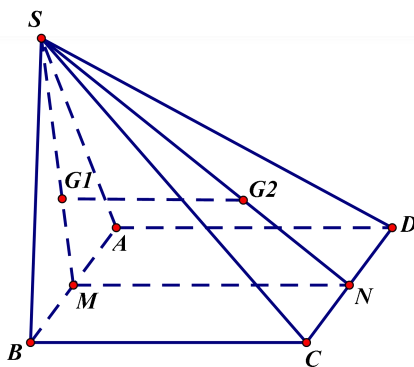
Gọi N là trung điểm của SA .

Vì $G_1; G_2$ lần lượt là trọng tâm của $\Delta SAB; \Delta SAD$ nên ta có: $\frac{NG_1}{NB} = \frac{NG_2}{ND} = \frac{1}{3} \Rightarrow G_1G_2 \parallel BD$.



- Câu 35:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm của các cạnh tam giác SAB, SCD . Trong các đường thẳng sau đây, đường thẳng nào **không** song song với G_1G_2 ?
- A. AD . B. BC . C. SA . D. MN .

Lời giải

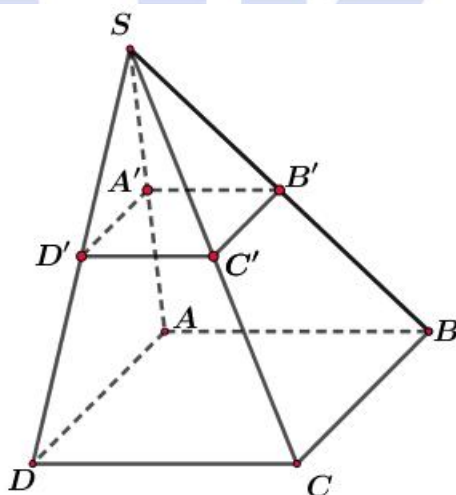


Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm của các tam giác SAB, SCD nên $G_1 \in SM, G_2 \in SN$

$$\text{Và } \frac{SG_1}{SM} = \frac{SG_2}{SN} = \frac{1}{3} \Rightarrow G_1G_2 \parallel MN (\parallel AD \parallel BC).$$

- Câu 36:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC, SD . Đường thẳng **không** song song với $A'B'$ là
- A. $C'D'$. B. AB . C. CD . D. SC .

Lời giải



Ta có $C'D' \parallel CD$; $AB \parallel CD \Rightarrow A'B' \parallel C'D'$.

$AB \parallel A'B'$.

$AB \parallel CD$.

- Câu 37:** Cho tứ diện $ABCD$ và M, N lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC, ABD . Khẳng định nào sau đây là đúng?



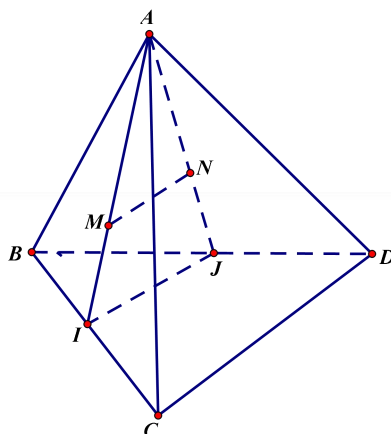
A. $MN // CD$.

B. $MN // AD$.

C. $MN // BD$.

D. $MN // CA$.

Lời giải



Dễ thấy MN, AD là hai đường thẳng chéo nhau nên loại B.

Dễ thấy MN, BD là hai đường thẳng chéo nhau nên loại C.

Dễ thấy MN, CA là hai đường thẳng chéo nhau nên loại D.

Câu 38: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I và J lần lượt là trọng tâm $\triangle ABC$ và $\triangle ABD$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

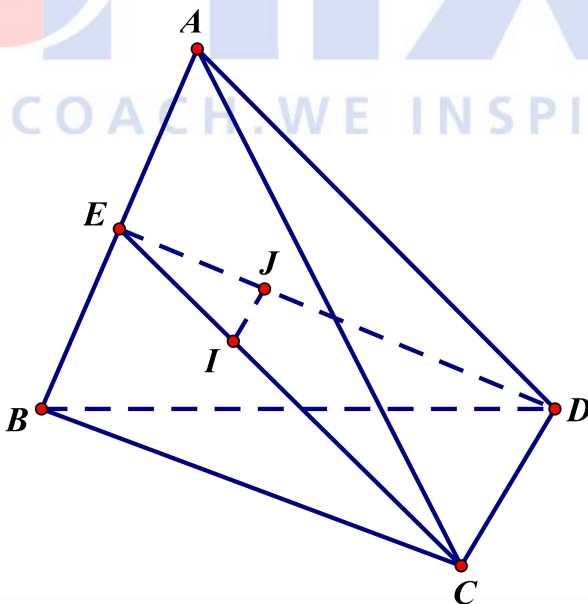
A. IJ song song với CD .

B. IJ song song với AB .

C. IJ chéo nhau với CD .

D. IJ cắt AB .

Lời giải



Gọi E là trung điểm AB .

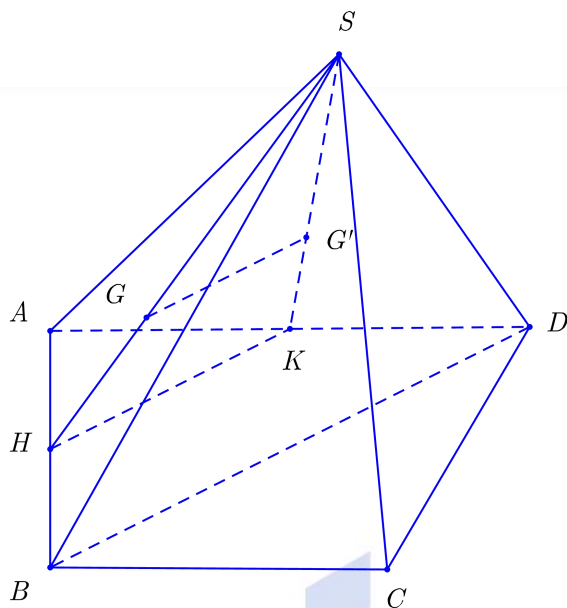
Vì I và J lần lượt là trọng tâm tam giác ABC và ABD nên: $\frac{EI}{EC} = \frac{EJ}{ED} = \frac{1}{3}$

Suy ra: $IJ // CD$.



- Câu 39:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn AD , $AD = 2BC$. Gọi G và G' lần lượt là trọng tâm tam giác SAB và SAD . GG' song song với đường thẳng
- A. AB . B. AC . C. BD . D. SC .

Lời giải



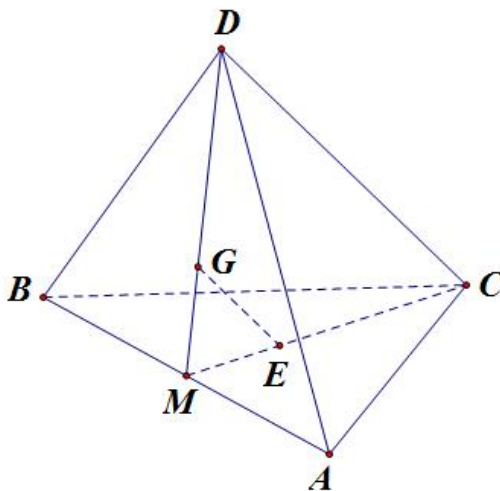
Gọi H và K lần lượt là trung điểm cạnh AB ; AD . Với G và G' lần lượt là trọng tâm tam giác SAB và SAD ta có: $\frac{SG}{SH} = \frac{SG'}{SK} = \frac{2}{3} \Rightarrow GG' \parallel HK$.

Mà $HK \parallel BD$ (HK là đường trung bình tam giác ABD).

Từ và suy ra GG' song song với BD .

- Câu 40:** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G và E lần lượt là trọng tâm của tam giác ABD và ABC . Mệnh đề nào dưới đây đúng
- A. GE và CD chéo nhau. B. $GE \parallel CD$.
 C. GE cắt AD . D. GE cắt CD .

Lời giải



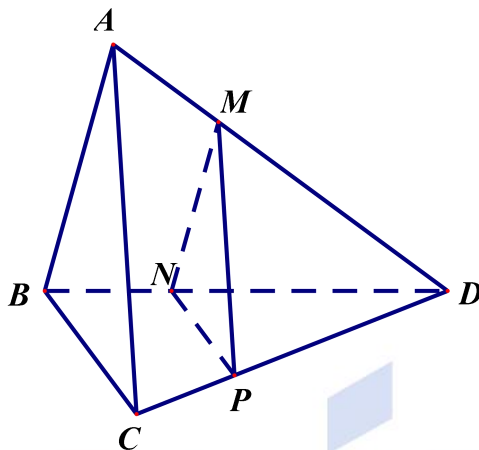


Gọi M là trung điểm của AB . Trong tam giác MCD có $\frac{MG}{MD} = \frac{ME}{MC} = \frac{1}{3}$ suy ra $GE \parallel CD$

Câu 41: Cho hình tứ diện $ABCD$, lấy điểm M tùy ý trên cạnh AD ($M \neq A, D$). Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M song song với mặt phẳng (ABC) lần lượt cắt BD, DC tại N, P . Khẳng định nào sau đây sai?

- A.** $MN \parallel AC$. **B.** $MP \parallel AC$. **C.** $MP \parallel (ABC)$. **D.** $NP \parallel BC$.

Lời giải



Do $(P) \parallel (ABC) \Rightarrow AB \parallel (P)$

Có $\begin{cases} MN = (P) \cap (ABD) \\ AB \subset (ABD), AB \parallel (P) \end{cases} \Rightarrow MN \parallel AB$, mà AB cắt AC nên $MN \parallel AC$ là sai.

Câu 42: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ABD . Đường thẳng IJ song song với đường thẳng:

- A.** CM trong đó M là trung điểm BD . **B.** AC .
C. DB . **D.** CD .

Lời giải:

Cách 1:

Gọi E là trung điểm của AB . Ta có $\begin{cases} I \in CE \\ J \in DE \end{cases}$ nên suy ra IJ và CD đồng phẳng.

Do I, J lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ABD nên ta có: $\frac{EI}{EC} = \frac{EJ}{ED} = \frac{1}{3}$. Suy ra $IJ \parallel CD$.

Cách 2:

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BD và BC . Suy ra $MN \parallel CD$.

Do I, J lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ABD nên ta có: $\frac{AI}{AN} = \frac{AJ}{AM} = \frac{2}{3}$. Suy ra $IJ \parallel MN$.

Từ và suy ra $IJ \parallel CD$.

Cách 3:.

Có lẽ trong ví dụ này cách này hơi dài, song chúng tôi vẫn sẽ trình bày ở đây, để các bạn có thể hiểu và vận dụng cách 3 hợp lí trong các ví dụ khác.

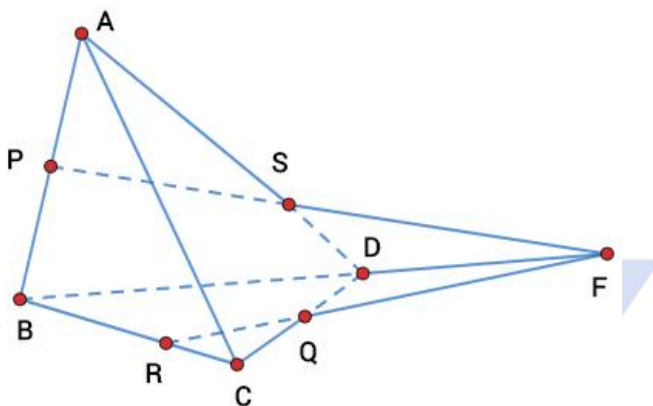
Dễ thấy, bốn điểm D, C, I, J đồng phẳng.

Ta có: $\left\{ \begin{array}{l} (DCIJ) \cap (AMN) = IJ \\ (DCIJ) \cap (BCD) = CD \\ (AMN) \cap (BCD) = MN \\ MN \parallel CD \end{array} \right. \Rightarrow IJ \parallel CD \parallel MN.$

Câu 43: Cho tứ diện $ABCD$. P , Q lần lượt là trung điểm của AB , CD . Điểm R nằm trên cạnh BC sao cho $BR = 2RC$. Gọi S là giao điểm của mặt phẳng (PQR) và AD . Khi đó

- A.** $SA = 3SD$. **B.** $SA = 2SD$. **C.** $SA = SD$. **D.** $2SA = 3SD$.

Lời giải



Gọi $F = BD \cap RQ$. Nối P với F cắt AD tại S .

Ta có $\frac{DF}{FB} \cdot \frac{BR}{RC} \cdot \frac{CQ}{QD} = 1 \Rightarrow \frac{DF}{FB} = \frac{RC}{BR} = \frac{1}{2}$.

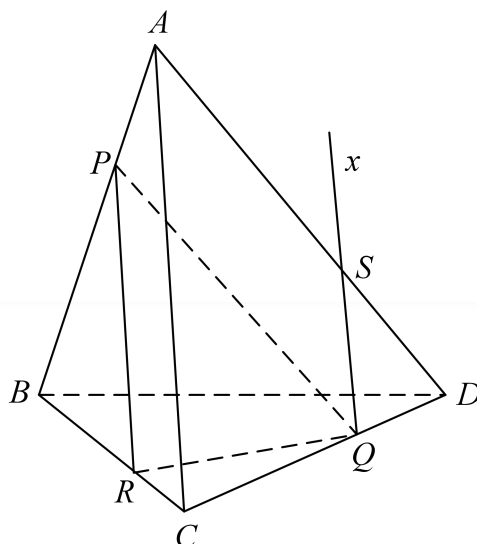
Tương tự ta có $\frac{DF}{FB} \cdot \frac{BP}{PA} \cdot \frac{AS}{SD} = 1 \Rightarrow \frac{SA}{SD} = \frac{FB}{DF} = 2 \Rightarrow SA = 2SD$.

Câu 44: Cho tứ diện $ABCD$. Lấy ba điểm P, Q, R lần lượt trên ba cạnh AB, CD, BC sao cho $PR \parallel AC$ và $CQ = 2QD$. Gọi giao điểm của đường thẳng AD và mặt phẳng (PQR) là S .

Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A.** $AS = 3DS$. **B.** $AD = 3DS$. **C.** $AD = 2DS$. **D.** $AS = DS$.

Lời giải



Ta có:
$$\begin{cases} Q \in (PQR) \cap (ACD) \\ PR \subset (PQR); AC \subset (ACD) \Rightarrow (PQR) \cap (ACD) = Qx \text{ với } Qx // PR // AC \\ PR // AC \end{cases}$$

Gọi $S = Qx \cap AD \Rightarrow S = (PQR) \cap AD$

Xét tam giác ACD có $QS // AC$

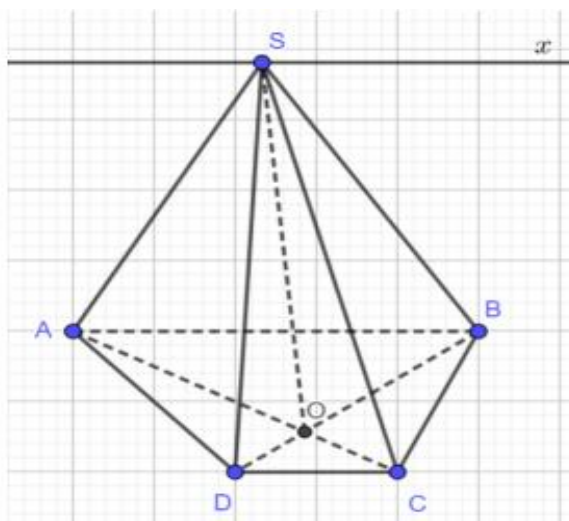
Ta có: $\frac{SD}{AD} = \frac{QD}{CD} = \frac{1}{3} \Rightarrow AD = 3SD.$

DẠNG 3. SỬ DỤNG YẾU TỐ SONG SONG ĐỂ TÌM GIAO TUYẾN

Câu 45: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là $ABCD$ hình thang ($AB // CD$). Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là

- A. Đường thẳng qua S và song song với AB và CD .
- B. Đường thẳng qua S và song song với AD và BC .
- C. Đường thẳng qua S và giao điểm của AD và BC .
- D. Đường thẳng qua S và giao điểm của AC và BD .

Lời giải





$$\text{Ta có } \begin{cases} AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \\ AB // CD \\ S \in (SAB) \cap (SCD) \end{cases} \Rightarrow (SAB) \cap (SCD) = Sx \text{ với } Sx // AB // CD$$

Câu 46: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là đường thẳng song song với đường thẳng nào sau đây?

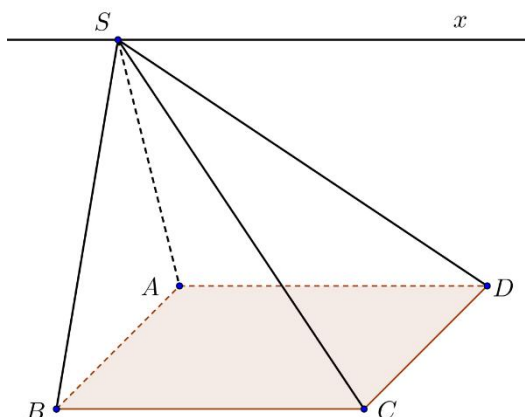
A. AD .

B. AC .

C. DC .

D. BD .

Lời giải



Câu 47: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) . Phát biểu nào dưới đây đúng?

A. d qua S và song song với AC .

B. d qua S và song song với BC .

C. d qua S và song song với BD .

D. d qua S và song song với DC .

Lời giải

Do hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) có điểm chung S và lần lượt chứa hai đường thẳng song song AD, BC nên d qua S và song song với BC .

Câu 48: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (CMN) và (BCD) là đường thẳng song song với đường thẳng nào sau đây?

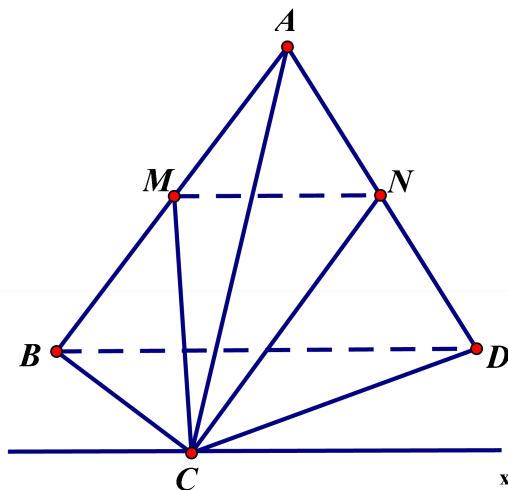
A. AB .

B. AC .

C. BD .

D. BC .

Lời giải



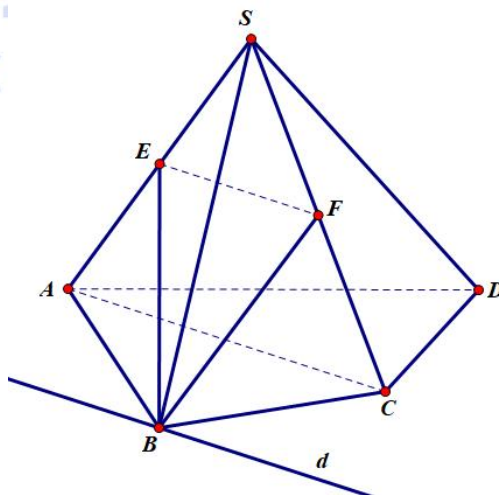
Có M, N lần lượt là trung điểm của AB, AD nên MN là đường trung bình tam giác ABD

Suy ra $MN \parallel BD$

Ta có: $\begin{cases} C \in (CMN) \cap (BCD) \\ MN \parallel BD \end{cases} \Rightarrow (CMN) \cap (BCD) = Cx \parallel BD \parallel MN$

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm SA, SC . Giao tuyến của hai mặt phẳng (BEF) và $(ABCD)$ là đường thẳng đi qua điểm B và song song với đường thẳng
A. AD . **B.** AC . **C.** CD . **D.** SD .

Lời giải



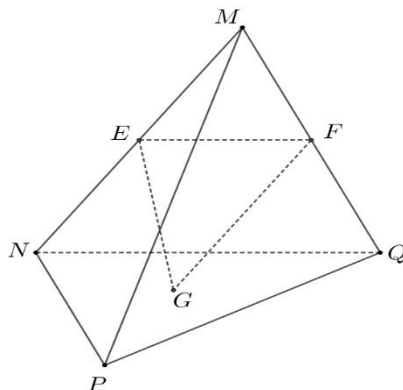
Ta có EF là đường trung bình trong ΔSAC

$$\left. \begin{array}{l} \Rightarrow EF \parallel AC \\ EF \subset (BEF), AC \subset (ABCD) \\ B \in (BEF) \cap (ABCD) \end{array} \right\} \Rightarrow (BEF) \cap (ABCD) = d \quad (B \in d, d \parallel EF \parallel AC).$$



- Câu 50:** Cho tứ diện $MNPQ$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của MN và MQ , G là trọng tâm của tam giác NPQ . Giao tuyến của hai mặt phẳng (GEF) và (NPQ) là đường thẳng
- A. đi qua F và song song với NQ . B. đi qua E và song song với MN .
 C. đi qua G và song song với MN . D. đi qua G và song song với NQ .

Lời giải

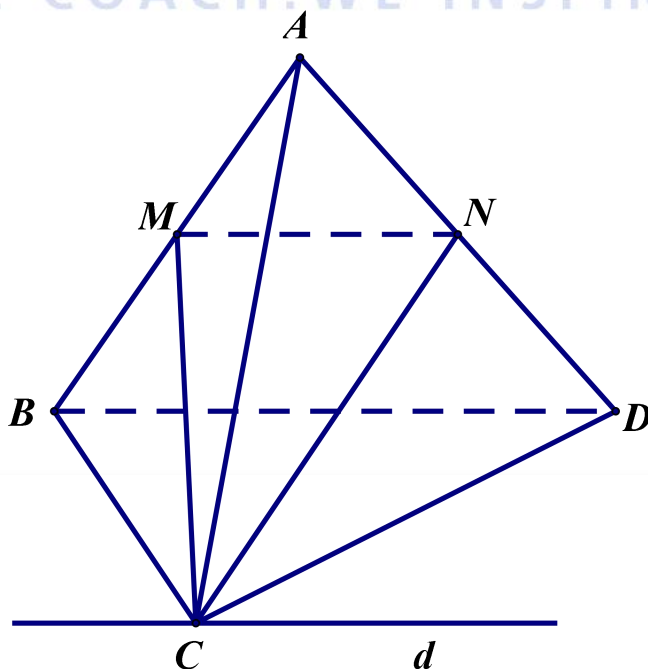


$$\text{Ta có } \begin{cases} G \in (GEF) \cap (NPQ) \\ EF \subset (GEF); NQ \subset (NPQ). \\ EF \parallel NQ \end{cases}$$

Suy ra giao tuyến của hai mặt phẳng (GEF) và (NPQ) là đường thẳng đi qua G và song song với NQ .

- Câu 51:** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (CMN) và (BCD) là đường thẳng song song với đường thẳng nào sau đây?
- A. AB . B. AC . C. AD . D. BD .

Lời giải



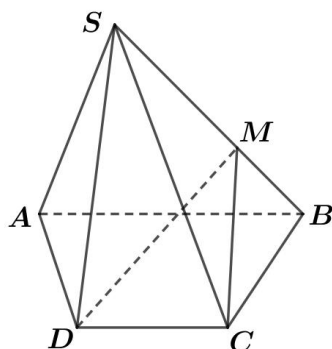
Hai mặt phẳng (CMN) và (BCD) có điểm chung là C .



Mà $(CMN) \supset MN$; $(BCD) \supset BD$ và $MN \parallel BD$

nên giao tuyến của (CMN) và (BCD) là đường thẳng qua C và song song với BD .

Câu 52: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với $AB \parallel CD$ như hình vẽ bên dưới. Gọi M điểm bất kì thuộc đoạn SB . Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (MCD) là đường thẳng qua M và song song với



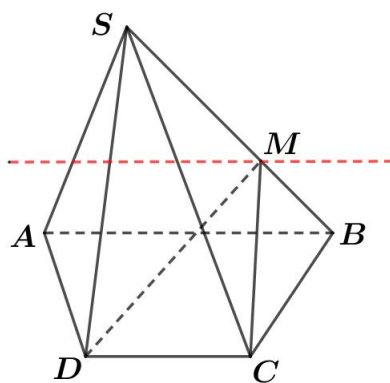
A. BD .

B. AC .

C. BC .

D. CD .

Lời giải



Ta có:
$$\begin{cases} (SAB) \cap (MCD) = M \\ AB \subset (SAB); CD \subset (MCD). \\ AB \parallel CD \end{cases}$$

Do đó giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (MCD) là đường thẳng qua M và song song với AB và CD .

Câu 53: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và AC . Gọi G là một điểm thuộc cạnh BC sao cho $BG = 2GC$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (GMN) và (BCD) là đường thẳng

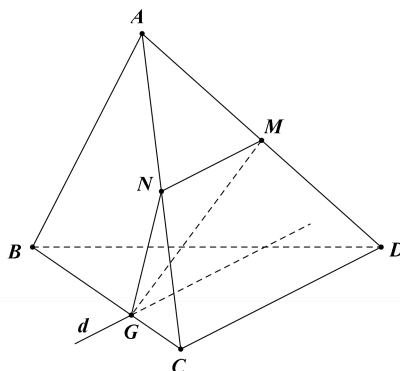
A. qua N và song song với BD .

B. qua G và song song với CD .

C. qua G và song song với BC .

D. qua M và song song với AB .

Lời giải



Ta có:
$$\begin{cases} MN \parallel CD \\ MN \subset (GMN) \\ CD \subset (BCD) \\ G \in (GMN) \cap (BCD) \end{cases} \Rightarrow (GMN) \cap (BCD) = d \parallel CD \parallel MN \text{ và } d \text{ đi qua } G.$$

Câu 54: [Mức độ 2] Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và AC . Gọi G là một điểm thuộc cạnh BC sao cho $BG = 2GC$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (GMN) và (BCD) là đường thẳng

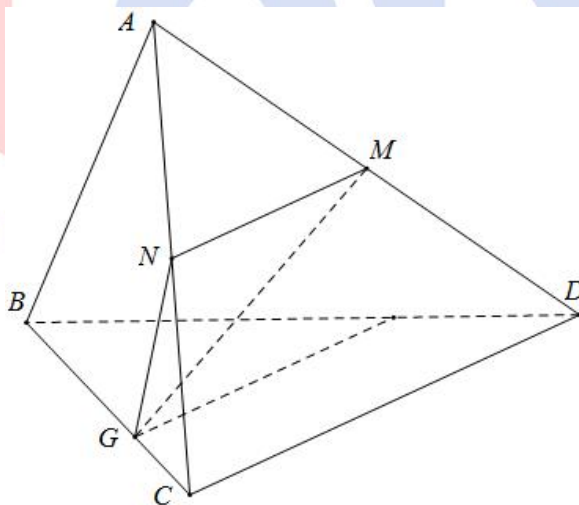
A. qua G và song song với CD .

B. qua G và song song với BC .

C. qua N và song song với BD .

D. qua M và song song với AB .

Lời giải



Hai mặt phẳng (GMN) và (BCD) lần lượt chứa hai đường thẳng song song là MN và CD nên giao tuyến của chúng là đường thẳng qua G và song song với CD .

Câu 55: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, SD . Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng (CMN) và $(ABCD)$ là

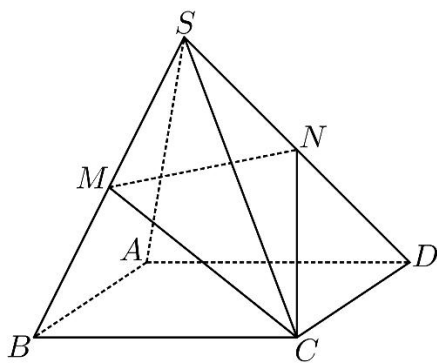
A. đường thẳng CI , với $I = MN \cap BD$.

B. đường thẳng MN .

C. đường thẳng BD .

D. đường thẳng d đi qua C và $d \parallel BD$.

Lời giải



M, N là trung điểm của SB, SD nên MN là đường trung bình của tam giác SBD .

Suy ra $MN \parallel BD$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} C \in (CMN) \cap (ABCD) \\ MN \subset (CMN) \\ BD \subset (ABCD) \\ MN \parallel BD \end{cases} \Rightarrow (CMN) \cap (ABCD) = d \parallel BD \parallel MN \text{ (} d \text{ đi qua điểm } C \text{)}.$$

Câu 56: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với $AD \parallel BC$. Gọi M là trung điểm của SC . Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SBC) và (MAD) . Kết luận nào sau đây **sai**.

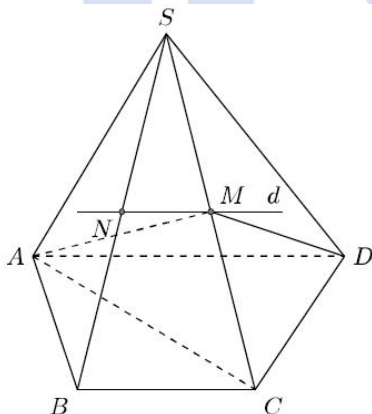
A. d cắt SB .

B. $d \parallel AD$.

C. d cắt SA .

D. d và AC chéo nhau.

Lời giải



$$\text{Ta có } \begin{cases} M \in (SBC) \cap (MAD) \\ BC \parallel AD \\ d = (SBC) \cap (MAD) \end{cases} \Rightarrow d \text{ đi qua } M \text{ và } d \parallel AD, d \parallel BC$$

Do đó d cắt SB , d và SA chéo nhau.

Câu 57: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SA , gọi (α) là mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng $(ABCD)$, $d = (\alpha) \cap (SAB)$. Khi đó

A. d là đường thẳng đi qua M và song song với AD .

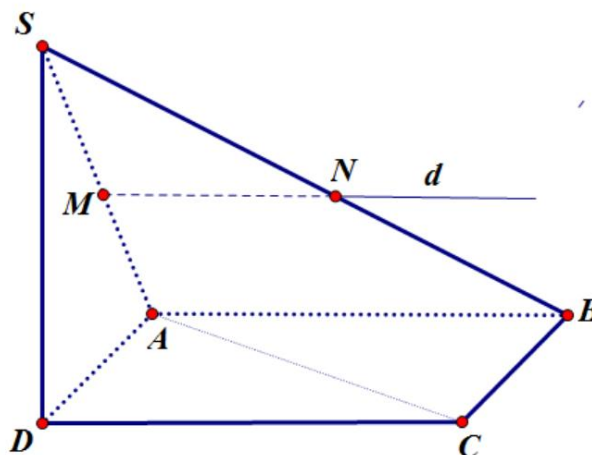
B. d là đường thẳng đi qua M và song song với BC .

C. d là đường thẳng đi qua M và song song với AC .

D. d là đường thẳng đi qua M và song song với AB .



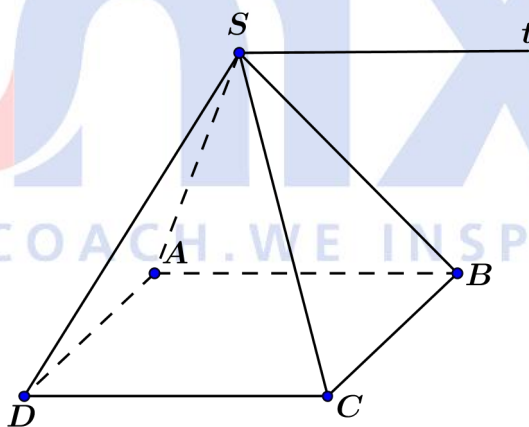
Lời giải



Vì $(\alpha) \parallel (ABCD)$, $(SAB) \cap (ABCD) = AB$ mà $M \in (SAB) \cap (\alpha)$, $(\alpha) \cap (SAB) = d$
 $\Rightarrow d$ đi qua M và song song với AB .

- Câu 58:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là
- A.** Đường thẳng qua S và song song với AD . **B.** Đường thẳng qua S và song song với CD .
C. Đường SO với O là tâm hình bình hành. **D.** Đường thẳng qua S và cắt AB .

Lời giải



✓ S là điểm chung của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .

$$\checkmark \text{ Mặt khác } \begin{cases} AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \\ AB \parallel CD \end{cases}$$

✓ Nên giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng St đi qua điểm S và song song với CD .

- Câu 59:** Cho $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

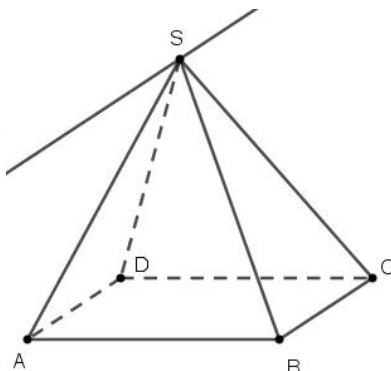
- A.** $(SAD) \cap (SBC)$ là đường thẳng qua S và song song với AC .
B. $(SAB) \cap (SAD) = SA$.



C. $(SBC) \parallel AD$.

D. SA và CD chéo nhau.

Lời giải



$(SAD) \cap (SBC)$ là đường thẳng qua S và song song với BC .

Câu 60: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CB . Khi đó giao tuyến của 2 mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng song song với

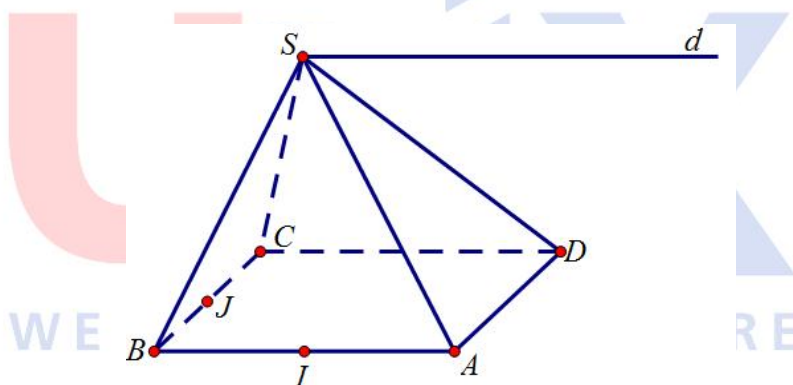
A. AD .

B. IJ .

C. BJ .

D. BI .

Lời giải



Gọi d là đường thẳng qua S và song song với $AB \Rightarrow d \parallel BI$

Ta có:
$$\begin{cases} AB \parallel CD \\ AB \subset (SAB) \Rightarrow (SAB) \cap (SCD) = d \\ CD \subset (SCD) \end{cases}$$

Vậy giao tuyến cần tìm song song với BI .

Câu 61: Cho hình chóp $S.ABCD$ có mặt đáy $(ABCD)$ là hình bình hành. Gọi đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) . Khẳng định nào sau đây đúng?

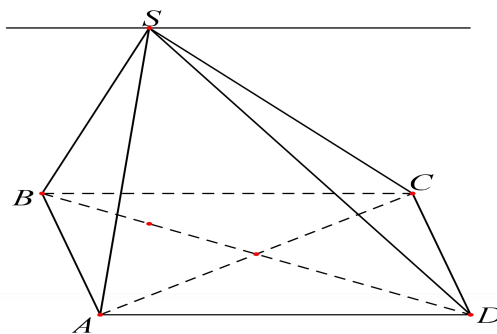
A. Đường thẳng d đi qua S và song song với AB .

B. Đường thẳng d đi qua S và song song với DC .

C. Đường thẳng d đi qua S và song song với BC .

D. Đường thẳng d đi qua S và song song với BD .

Lời giải

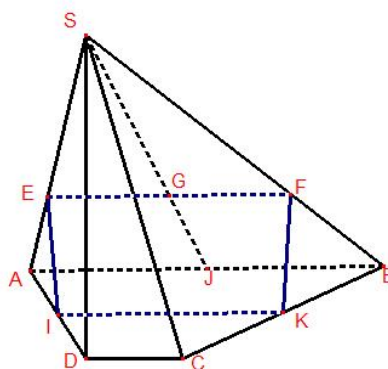


Ta có
$$\begin{cases} S \in (SAD) \cap (SBC) \\ AD \subset (SAD) \\ BC \subset (SBC) \\ AD \parallel BC \end{cases}$$
 do đó giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là đường thẳng d đi qua S và song song với BC, AD .

Câu 62: Cho chóp $S.ABCD$ đáy là hình thang. Gọi I, K lần lượt là trung điểm của AD, BC . G là trọng tâm tam giác SAB . Khi đó giao tuyến của 2 mặt phẳng (IKG) và (SAB) là?

- A. Giao tuyến của 2 mặt phẳng (IKG) và (SAB) là đường thẳng đi qua S và song song AB, IK
- B. Giao tuyến của 2 mặt phẳng (IKG) và (SAB) là đường thẳng đi qua S và song song AD .
- C. Giao tuyến của 2 mặt phẳng (IKG) và (SAB) là đường thẳng đi qua G và song song CB .
- D. Giao tuyến của 2 mặt phẳng (IKG) và (SAB) là đường thẳng đi qua G và song song AB, IK .**

Lời giải



Xét hai mặt phẳng $(IKG), (SAB)$

Ta có $G \in (GIK); G \in (SAB)$ suy ra G là điểm chung thứ nhất.

$IK \parallel AB, IK \subset (GIK), AB \subset (SAB)$.

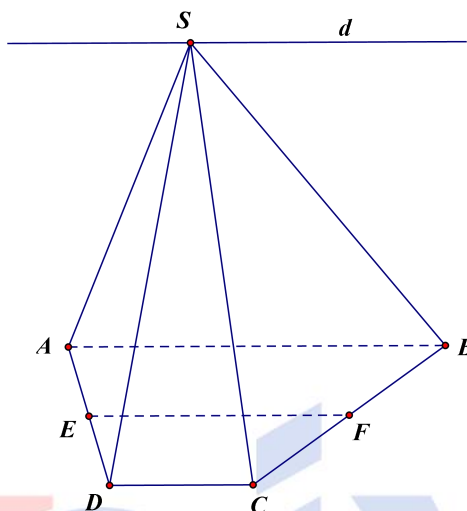
Suy ra $(IKG) \cap (SAB) = Gx \parallel IK \parallel AB$



Câu 63: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$). Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AD và BC . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là

- A. Đường thẳng đi qua S và qua giao điểm của cặp đường thẳng AB và SC .
- B. Đường thẳng đi qua S và song song với AD .
- C. Đường thẳng đi qua S và song song với AF .
- D. Đường thẳng đi qua S và song song với EF .

Lời giải



Ta có:

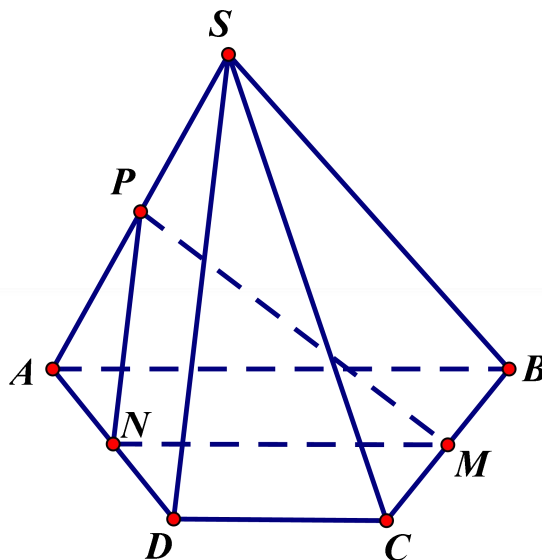
$$\begin{cases} AB \parallel CD \\ AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow \text{giao tuyến của hai mặt phẳng } (SAB) \text{ và } (SCD) \text{ là đường thẳng đi qua } S \text{ và}$$

song song với AB . Lại có $AB \parallel EF$, nên giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng đi qua S và song song với EF .

Câu 64: Cho tứ diện $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang ($AB \parallel CD$). Gọi M, N và P lần lượt là trung điểm của BC, AD và SA . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (MNP) là

- A. đường thẳng qua M và song song với SC .
- B. đường thẳng qua P và song song với AB .
- C. đường thẳng PM .
- D. đường thẳng qua S và song song với AB .

Lời giải



Ta có $P \in SA \subset (SAB)$; $P \in (MNP)$ nên P là điểm chung thứ nhất của mặt phẳng (SAB) và (MNP) .

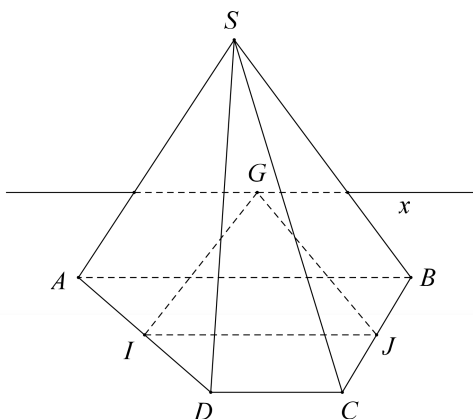
Mặt khác: $MN \parallel AB$.

Vậy giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (MNP) là đường thẳng qua P và song song với AB , SC .

Câu 65: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang ($AB \parallel CD$). Gọi I , J lần lượt là trung điểm của AD và BC , G là trọng tâm $\triangle SAB$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (IJG) là

- A. đường thẳng qua S và song song với AB . B. đường thẳng qua G và song song với DC .
 C. SC . D. đường thẳng qua G và cắt BC .

Lời giải



Ta có $IJ \parallel AB$ (1).

$G \in (GIJ) \cap (SAB)$ (2).

$IJ \subset (GIJ)$, $AB \subset (SAB)$ (3)

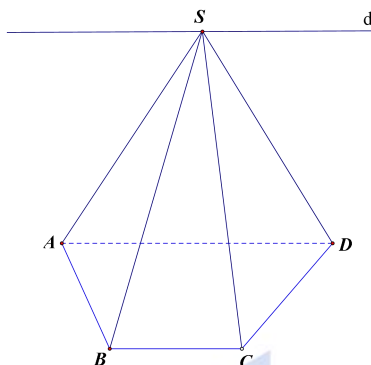


Từ (1), (2), (3) $\Rightarrow Gx = (GIJ) \cap (SAB)$, $Gx \parallel AB$, $Gx \parallel CD$.

Câu 66: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, $AD \parallel BC$. Giao tuyến của (SAD) và (SBC) là

- A. Đường thẳng đi qua S và song song với AB .
- B. Đường thẳng đi qua S và song song với CD .
- C. Đường thẳng đi qua S và song song với AC .
- D. Đường thẳng đi qua S và song song với AD .

Lời giải

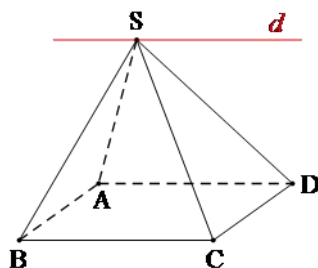


Ta có: hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) có 1 điểm chung là S và lần lượt chứa hai đường thẳng AD và BC song song nhau nên giao tuyến d của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) đi qua S và song song AD, BC .

Câu 67: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là đường thẳng song song với đường thẳng nào sau đây?

- A. AD .
- B. AC .
- C. DC .
- D. BD .

Lời giải

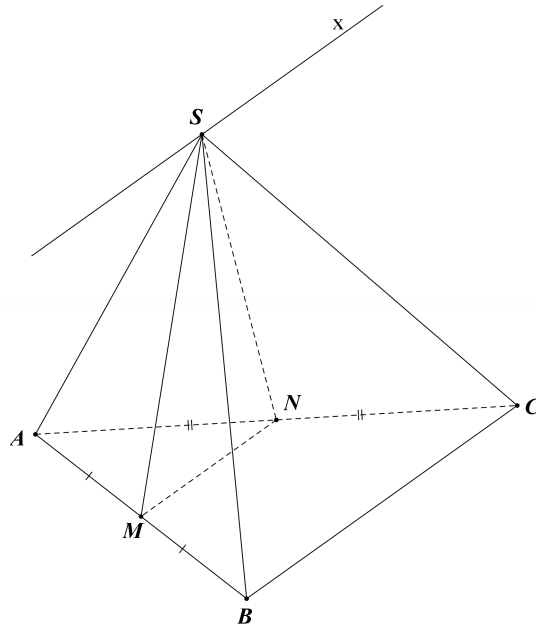


Ta có $AD \parallel BC \Rightarrow (SAD) \cap (SBC) = d$, với d là đường thẳng đi qua S và song song với AD

Câu 68: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và AC . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SBC) là một đường thẳng song song với đường thẳng nào sau đây?

- A. AC .
- B. BC .
- C. AB .
- D. SA .

Lời giải



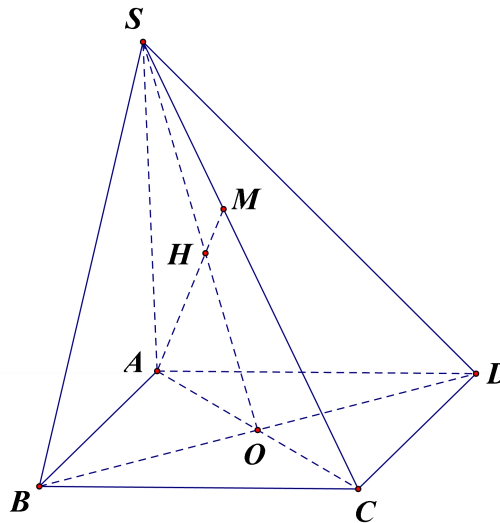
Xét $\triangle ABC$ có M và N lần lượt là trung điểm của AB và AC nên MN là đường trung bình suy ra $MN \parallel BC$.

Ta có:
$$\begin{cases} S \in (SMN) \cap (SBC) \\ MN \subset (SMN); BC \subset (SBC) \Rightarrow (SMN) \cap (SBC) = Sx \parallel MN \parallel BC. \\ MN \parallel BC \end{cases}$$

Câu 69: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . M là một điểm bất kì thuộc cạnh SC , H là giao điểm của AM và mặt phẳng (SBD) . Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

- A. H là giao điểm của AM và SD . B. H là giao điểm của AM và SB .
 C. H là giao điểm của AM và BD . D. H là giao điểm của AM và SO .

Lời giải



Gọi $O = AC \cap BD$. Ta có $(SAC) \cap (SBD) = SO$



Trong mặt phẳng (SAC) , kẻ $AM \cap SO = \{H\}$

Ta có: $\begin{cases} H \in AM \\ H \in SO \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow H = AM \cap (SBD).$

DẠNG 4. SỬ DỤNG YẾU TỐ SONG SONG TÌM THIẾT DIỆN

Câu 70: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AD, CD, BC . Tìm điều kiện để $MNPQ$ là hình thoi.

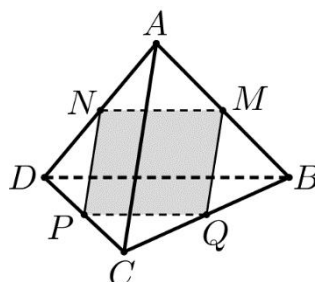
A. $AB = BC$.

B. $BC = AD$.

C. $AC = BD$.

D. $AB = CD$.

Lời giải



Xét tam giác ABD có MN là đường trung bình nên $MN \parallel BD$, $MN = \frac{1}{2}BD$. Tương tự tam giác BCD có PQ là đường trung bình nên $PQ \parallel BD$, $PQ = \frac{1}{2}BD$. Tứ giác $MNPQ$ có $MN \parallel PQ$, $MN = PQ$ suy ra tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành. Để $MNPQ$ là hình thoi thì $MN = MQ$ hay $BD = AC$.

Câu 71: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SA . Thiết diện của mặt phẳng (MCD) với hình chóp $S.ABCD$ là hình gì?

A. Tam giác.

B. Hình bình hành.

C. Hình thang.

D. Hình thoi.

Lời giải:

Gọi N là trung điểm của SB . Do $MN \parallel AB$, $AB \parallel CD \Rightarrow MN \parallel CD$.

Như vậy suy ra N thuộc mặt phẳng (MCD) .

Ta có: $\begin{cases} (MCD) \cap (SAD) = MD \\ (MCD) \cap (SAB) = MN \\ (MCD) \cap (SBC) = NC \\ (MCD) \cap (ABCD) = CD \end{cases}$

Vậy tứ giác $MNCD$ là thiết diện của hình chóp bị cắt bởi mặt phẳng (MCD) .

Kết hợp với $MN \parallel CD$, suy ra $MNCD$ là hình thang.

Câu 72: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, $AD \parallel BC$, $AD = 2BC$. M là trung điểm của SA . Mặt phẳng (MBC) cắt hình chóp theo thiết diện là

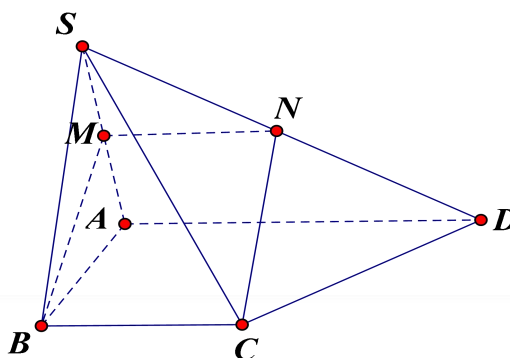
A. Hình bình hành.

B. Tam giác.

C. Hình chữ nhật.

D. Hình thang.

Lời giải



Ta có $(BMC) \cap (ABCD) = BC$,

$(BMC) \cap (SAB) = BM$ $(BMC) \cap (SAD) = M_x, M_x \parallel AD \parallel BC, M_x \cap SD = N$,

$(BMC) \cap (SCD) = NC$

Suy ra thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (MBC) là tứ giác $BMNC$.

Ta có $\begin{cases} MN = \frac{1}{2} AD \\ MN \parallel AD \end{cases}$ suy ra $\begin{cases} MN = BC \\ MN \parallel BC \end{cases}$ nên thiết diện $BMNC$ là hình bình hành.

Câu 73: Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AB, AD lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AD} = \frac{1}{3}$. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh CD, CB . Khẳng định nào sau đây là đúng

- A.** Tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành.
- B.** Tứ giác $MNPQ$ là một hình thang nhưng không phải hình bình hành.
- C.** Bốn điểm M, N, P, Q đồng phẳng.
- D.** Tứ giác $MNPQ$ không có cặp cạnh đối nào song song.

Lời giải

Ta có $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AD} = \frac{1}{3} \Rightarrow MN \parallel BD$ và $\frac{MN}{BD} = \frac{1}{3}$

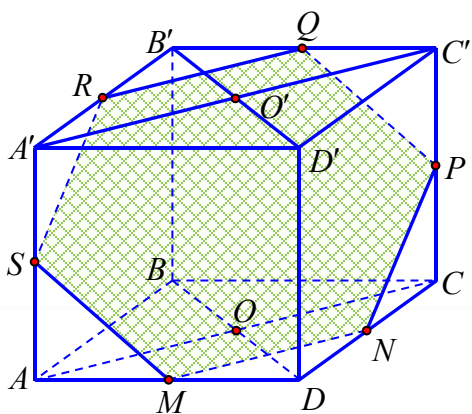
Mặt khác vì PQ là đường trung bình của tam giác $BCD \Rightarrow PQ = \frac{1}{2} BD, PQ \parallel BD$ (2)

Từ suy ra tứ giác $MNPQ$ là hình thang, nhưng không là hình bình hành.

Câu 74: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, $AC \cap BD = O$, $A'C' \cap B'D' = O'$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CC' . Khi đó thiết diện do mặt phẳng (MNP) cắt hình lập phương là hình:

- A.** Tam giác.
- B.** Tứ giác.
- C.** Ngũ giác.
- D.** Lục giác.

Lời giải



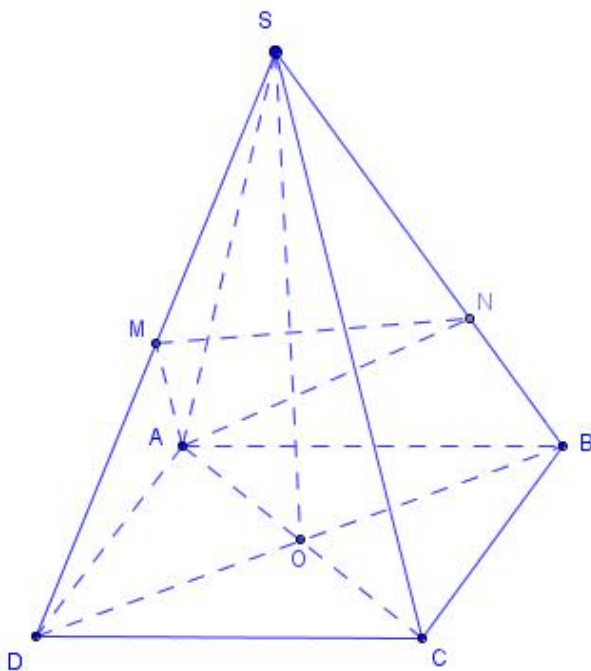
Ta có $\begin{cases} MN \parallel AC \\ NP \parallel AB' \end{cases} \Rightarrow (MNP) \parallel (AB'C)$

$\Rightarrow (MNP)$ cắt hình lập phương theo thiết diện là lục giác.

Câu 75: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SD , điểm N nằm trên cạnh SB sao cho $SN = 2NB$ và O là giao điểm của AC và BD . Khẳng định nào sau đây sai?

- A.** Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ với mặt phẳng (AMN) là một hình thang.
- B.** Đường thẳng MN cắt mặt phẳng $(ABCD)$.
- C.** Hai đường thẳng MN và SC chéo nhau.
- D.** Hai đường thẳng MN và SO cắt nhau.

Lời giải



- a) MN không song song với BD . Suy ra trong (SBD) ta có MN cắt BD . Do đó đáp án B đúng.
- b) Hai đường thẳng MN và SC chéo nhau. Hiển nhiên đúng do $S.ABCD$ là hình chóp. Do đó đáp án C đúng.

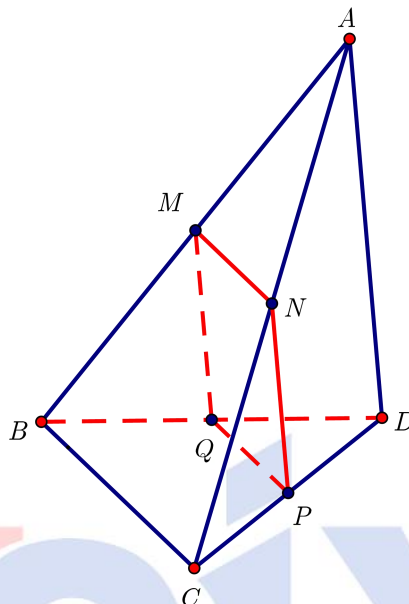


- c) Hai đường thẳng MN và SO cắt nhau vì chúng cùng nằm trong mặt phẳng (SBD) . Do đó đáp án D đúng. Vậy đáp án A sai.

Câu 76: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M là trung điểm của AB . Cắt tứ diện $ABCD$ bởi mặt phẳng đi qua M và song song với BC và AD , thiết diện thu được là hình gì?

- A.** Tam giác đều. **B.** Tam giác vuông. **C.** Hình bình hành. **D.** Ngũ giác.

Lời giải



Gọi α là mặt phẳng đi qua M và song song với BC và AD .

Xét (α) và (ABD) có $\begin{cases} M \in (\alpha) \cap (ABD) \\ (\alpha) \parallel AD \end{cases}$ nên $(\alpha) \cap (ABD) = MQ$ với Q là trung điểm BD .

Xét (α) và (BCD) có $\begin{cases} Q \in (\alpha) \cap (BCD) \\ (\alpha) \parallel BC \end{cases}$ nên $(\alpha) \cap (BCD) = QP$ với P là trung điểm CD .

Xét (α) và (ACD) có $\begin{cases} P \in (\alpha) \cap (ACD) \\ (\alpha) \parallel AD \end{cases}$ nên $(\alpha) \cap (ACD) = NP$ với N là trung điểm AC .

Mà MN, PQ là hai đường trung bình của tam giác ABC và DBC .

Nên ta có $\begin{cases} MN \parallel PQ \\ MN = PQ \end{cases}$

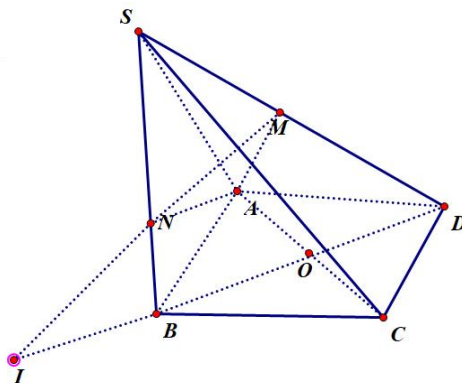
Vậy thiết diện là hình bình hành $MNPQ$.

Câu 77: Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SD , N là điểm trên cạnh SB sao cho $SN = 2SB$, O là giao điểm của AC và BD . Khẳng định nào sau đây **sai**?



- A. Đường thẳng MN cắt mặt phẳng $(ABCD)$.
 B. Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ với mặt phẳng (AMN) là một hình thang.
 C. Hai đường thẳng MN và SO cắt nhau.
 D. Hai đường thẳng MN và SC chéo nhau.

Lời giải



$MN \cap BD = I \Rightarrow MN \cap (ABCD) = I$. nên A đúng.

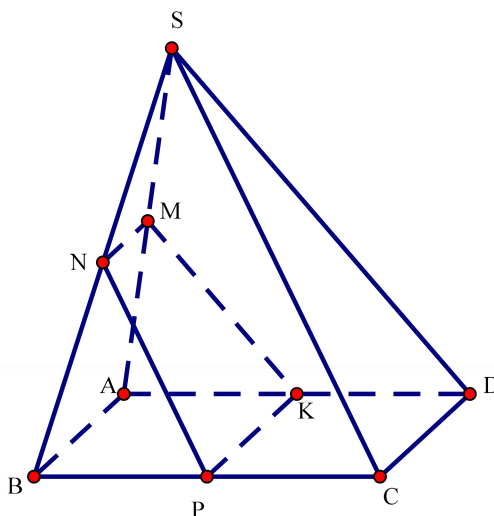
Hai đường thẳng MN và SO cắt nhau do cùng nằm trong mặt phẳng (SBD) và không song song nên C đúng.

Hai đường thẳng MN và SC chéo nhau vì không cùng nằm trong một mặt phẳng nên D đúng

Câu 78: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB và BC . Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNP) và hình chóp $S.ABCD$ là

- A. Tứ giác $MNPK$ với K là điểm tùy ý trên cạnh AD .
 B. Tam giác MNP .
 C. Hình bình hành $MNPK$ với K là điểm trên cạnh AD mà $PK \parallel AB$.
 D. Hình thang $MNPK$ với K là điểm trên cạnh AD mà $PK \parallel AB$.

Lời giải



Vì $MN \parallel AB \Rightarrow AB \parallel (MNP)$ mà $AB \subset (ABCD)$ nên $mp(MNP)$ cắt $mp(ABCD)$ theo giao tuyến là đường thẳng qua P và song song với AB .



Trong $mp(ABCD)$, qua P kẻ đường thẳng song song với AB cắt AD tại $K \Rightarrow MN // PK$.

Vậy thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNP) và hình chóp $S.ABCD$ là hình thang $MNPK$ với K là điểm trên cạnh AD mà $PK // AB$.

Câu 79: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M là trung điểm của OB , (α) là mặt phẳng đi qua M , song song với AC và song song với SB . Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ khi cắt bởi mặt phẳng (α) là hình gì?

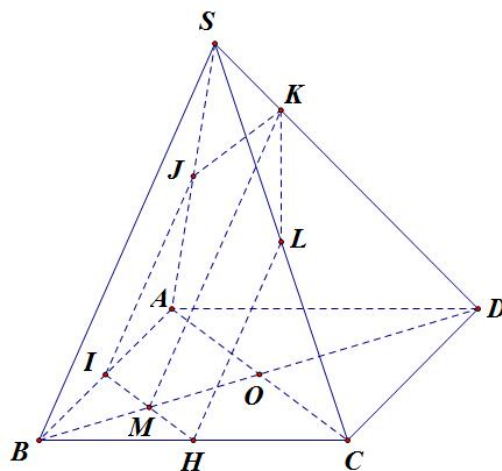
A. Lục giác.

B. Ngũ giác.

C. Tam giác.

D. Tứ giác.

Lời giải



Ta có:

$$\begin{cases} M \in (\alpha) \cap (ABCD) \\ (ABCD) \supset AC // (\alpha) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (ABCD) = d_1 \text{ đi qua } M \text{ và song song với } AC.$$

Trong $(ABCD)$, gọi I, H lần lượt là giao điểm của d_1 với AB và BC . Khi đó, I và H lần lượt là trung điểm của AB và BC .

Ta lại có:

$$\begin{cases} I \in (\alpha) \cap (SAB) \\ (SAB) \supset SB // (\alpha) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (AB) = d_2 \text{ đi qua } I \text{ và song song với } SB.$$

Trong (SAB) , gọi J là giao điểm của d_2 với SA . Khi đó, J là trung điểm của SA .

Ta cũng có:

$$\begin{cases} H \in (\alpha) \cap (SBC) \\ (SBC) \supset SB // (\alpha) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (SBC) = d_3 \text{ đi qua } H \text{ và song song với } SB.$$

Trong (SBC) , gọi L là giao điểm của d_3 với SC . Khi đó, L là trung điểm của SC .

Mặt khác:



$$\begin{cases} M \in (\alpha) \cap (SBD) \\ (SBD) \supset SB // (\alpha) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (SBD) = d_4 \text{ đi qua } M \text{ và song song với } SB.$$

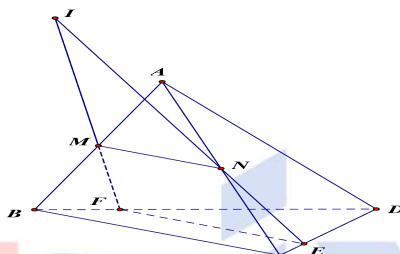
Trong (SBC) , gọi K là giao điểm của d_4 với SD .

Vậy thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ khi cắt bởi mặt phẳng (α) là ngũ giác $HIJKL$.

Câu 80: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC . E là điểm trên cạnh CD với $ED = 3EC$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNE) và tứ diện $ABCD$ là

- A. Tam giác MNE .
- B. Tứ giác $MNEF$ với E là điểm bất kì trên cạnh BD .
- C. Hình bình hành $MNEF$ với E là điểm trên cạnh BD mà $EF // BC$.
- D. Hình thang $MNEF$ với E là điểm trên cạnh BD mà $EF // BC$.**

Lời giải



Do M, N lần lượt là trung điểm của $AB, AC \Rightarrow MN // BC$.

Ta có

$$\begin{cases} E \in (MNE) \cap (BCD) \\ MN \subset (MNE), BC \subset (BCD) \Rightarrow (MNE) \cap (BCD) = EF // MN // BC \quad (F \in BD). \\ MN // BC \end{cases}$$

Ta có: $(MNE) \cap (ABC) = MN$, $(MNE) \cap (ACD) = NE$, $(MNE) \cap (BCD) = EF$,
 $(MNE) \cap (ABD) = FM$.

Vậy thiết diện là hình thang $MNEF$.

$$\text{Xét } \triangle CAD \text{ có } \frac{CN}{CA} = \frac{1}{2} \neq \frac{CE}{CD} = \frac{1}{4} \Rightarrow EN \cap AD = I.$$

Ta có

$$\left. \begin{aligned} (MNE) \cap (ABD) &= FM \\ (ABD) \cap (ACD) &= AD \\ (MNE) \cap (ACD) &= EN \\ EN \cap AD &= I \end{aligned} \right\} \Rightarrow MN, AD, FM \text{ đồng qui tại } I.$$

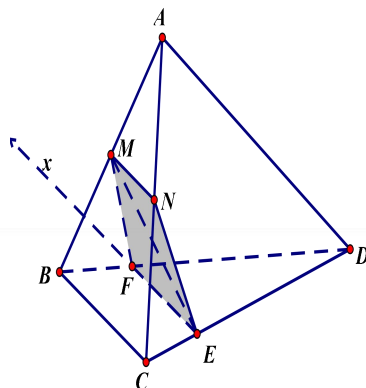
Do đó $MNEF$ không thể là hình bình hành.

Câu 81: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và AC . E là điểm trên cạnh CD với $ED = 3EC$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNE) và tứ diện $ABCD$ là:

- A. Tam giác MNE .
- B. Tứ giác $MNEF$ với F là điểm bất kì trên cạnh BD .
- C. Hình bình hành $MNEF$ với F là điểm bất kì trên cạnh BD mà EF song song với BC .
- D. Hình thang $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà EF song song với BC .**



Lời giải



Ta có: $(MNE) \cap (ABC) = MN$, $(MNE) \cap (ACD) = NE$.

Vì hai mặt phẳng (MNE) và (BCD) lần lượt chứa hai đường thẳng song song là MN và BC nên $(MNE) \cap (BCD) = Ex$, Ex cắt BD tại F .

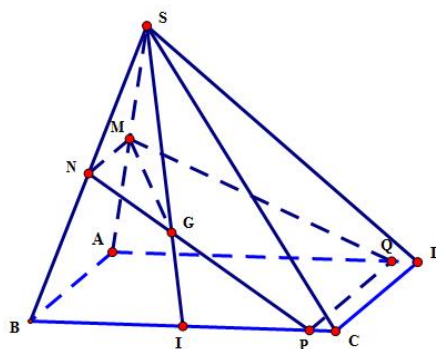
$(MNE) \cap (BCD) = EF$ và $(MNE) \cap (ADD) = FM$. Và $MN = \frac{1}{2}BC$; $EF = \frac{3}{4}BC$.

Vậy thiết diện là hình thang $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà EF song song với BC .

Câu 82: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M , N , I lần lượt là trung điểm của SA , SB , BC điểm G nằm giữa S và I sao cho $\frac{SG}{SI} = \frac{3}{5}$. Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ với mặt phẳng (MNG) là

A. hình thang. **B.** hình tam giác. **C.** hình bình hành. **D.** hình ngũ giác.

Lời giải



Xét trong mặt phẳng (SBC) ta có $NG \cap BC = \{P\}$.

Vì $MN \parallel AB$ nên $(MNG) \cap (ABCD)$ theo giao tuyến đi qua P song song với AB, CD và cắt AD tại Q .



$$\text{Do đó: } \begin{cases} (MNG) \cap (SAB) = MN \\ (MNG) \cap (SBC) = NP \\ (MNG) \cap (ABCD) = PQ \\ (MNG) \cap (SAD) = QM \end{cases}$$

Suy ra: Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ với mặt phẳng (MNG) là tứ giác $MNPQ$.

$$\text{Nhận xét: } \begin{cases} (MNG) \cap (SAB) = MN \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \\ (MNG) \cap (ABCD) = PQ \\ AB // MN \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} PQ // AB \\ PQ // MN \end{cases}$$

Suy ra: Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ với mặt phẳng (MNG) là hình thang $MNPQ$.

