



QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN

BÀI: HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG



HỆ THỐNG BÀI TẬP CÂU HỎI 4 MỆNH ĐỀ TRẢ LỜI ĐÚNG/SAI.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong không gian, cho ba đường thẳng a, b, c phân biệt.

- a) Nếu a và b không cắt nhau thì a và b song song.
- b) Nếu a và b cùng song song với c thì a và b song song.
- c) Nếu a và b cắt nhau, c và b cắt nhau thì a và c cắt nhau.
- d) Nếu a và b chéo nhau, c và b chéo nhau thì a và c song song.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
--------	---------	--------	--------

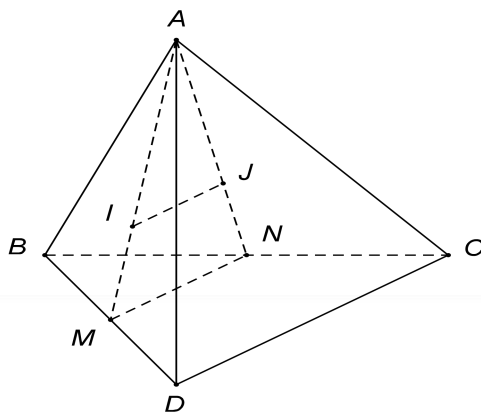
- a) Sai: Nếu a và b không cắt nhau thì a và b song song hoặc chéo nhau.
- b) Đúng: Nếu a và b cùng song song với c thì a và b song song.
- c) Sai: Nếu a và b cắt nhau, c và b cắt nhau thì a và c cắt nhau, song song hoặc chéo nhau.
- d) Sai: Nếu a và b chéo nhau, c và b chéo nhau thì a và c song song, chéo nhau hoặc cắt nhau.

Câu 2: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I và J lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABD và ABC . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của BD và BC .

- a) IJ song song với CD .
- b) IJ song song với AB .
- c) IJ song song MN .
- d) IJ cắt AB .

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BD, BC .

$\Rightarrow MN$ là đường trung bình của tam giác $BCD \Rightarrow MN \parallel CD$ (1)

Ta có: I, J lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABD và ABC nên $\frac{AI}{AM} = \frac{AJ}{AN} = \frac{2}{3} \Rightarrow IJ \parallel MN$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $IJ \parallel CD$.

a) Đúng.

b) Sai: A, B, I, J không đồng phẳng.

c) Đúng.

d) Sai.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, AD là đáy lớn và $AD = 2BC$. Gọi E là giao điểm của AB và CD , F là trung điểm AD .

a) Giao tuyến của (SAC) và (SAD) là đường thẳng SA .

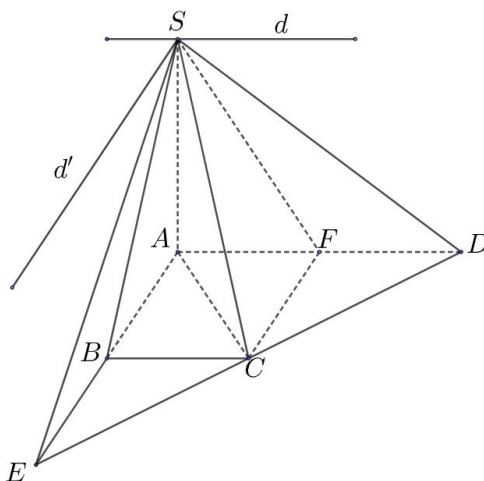
b) Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là đường thẳng SE .

c) Giao tuyến của (SAD) và (SBC) là đường thẳng d đi qua S và song song cạnh CD

d) Giao tuyến của (SAB) và (SFC) là đường thẳng d' đi qua S và song song cạnh CD

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------



a) Đúng, vì: $(SAC) \cap (SAD) = SA$.

b) Đúng, vì:

$$S \in (SAB) \cap (SCD) \quad (1)$$

$$\text{Trong } (ABCD), \text{ ta có } \begin{cases} E \in AB \subset (SAB) \\ E \in CD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow E \in (SAB) \cap (SCD) \quad (2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow (SAB) \cap (SCD) = SE$.

c) Sai, vì:

$$\text{Ta có: } \begin{cases} S \in (SAD) \cap (SBC) \\ AD \parallel BC \\ AD \subset (SAD); BC \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow (SAD) \cap (SBC) = d, \text{ với } d \text{ đi qua } S \text{ và song song } AD.$$

d) Sai, vì:

$$\text{Xét tứ giác } ABCF, \text{ ta có: } \begin{cases} BC \parallel AF \\ BC = AF = \frac{AD}{2} \end{cases} \Rightarrow ABCF \text{ là hình bình hành.}$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} S \in (SAB) \cap (SCF) \\ AB \parallel FC \\ AB \subset (SAB); FC \subset (SCF) \end{cases} \Rightarrow (SAB) \cap (SCF) = d', \text{ với } d' \text{ đi qua } S \text{ và song song } AB.$$

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là tứ giác không có cạnh nào song song với nhau. Gọi O là giao điểm của AC và BD , M là điểm thuộc miền trong của tam giác SAB , I là giao điểm của AB và CD .

a) Điểm I là một điểm chung của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .

b) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là đường thẳng SO .

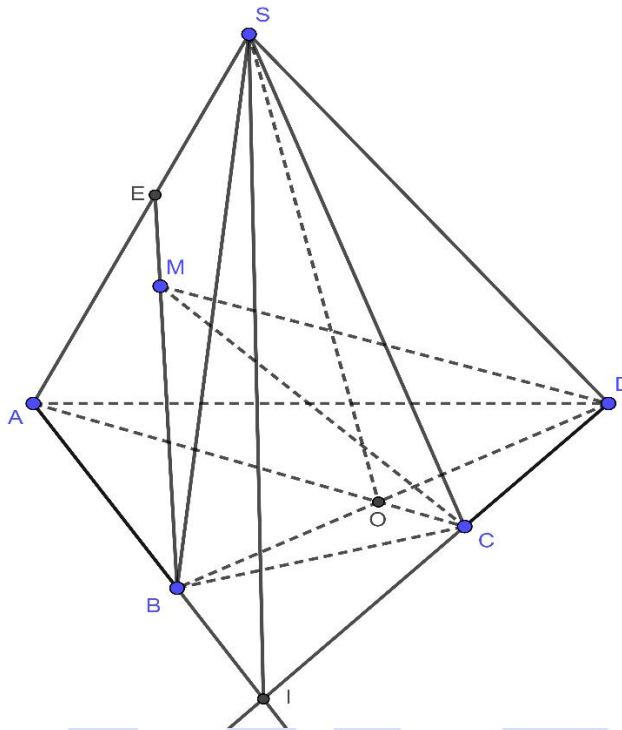
c) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng SM .



d) Nếu $BC \parallel AD$ thì giao tuyến của hai mặt phẳng (MBC) và (SAD) là đường thẳng d song song với AD và đi qua điểm M .

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
--------	---------	--------	--------



● Xét hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .

Ta có:
$$\begin{cases} S \in (SAC), S \in (SBD) \\ O \in AC, AC \subset (SAC) \text{ nên giao tuyến của hai mặt phẳng } (SAC) \text{ và } (SBD) \text{ là đường} \\ O \in BD, BD \subset (SBD) \end{cases}$$

thẳng SO , mà SO không đi qua điểm I nên a) là mệnh đề sai, b) là mệnh đề đúng.

● Xét hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) có:

$$\begin{cases} S \in (SAB) \\ S \in (SCD) \end{cases}$$
 nên S là một điểm chung của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .

Mặt khác,
$$\begin{cases} I \in AB, AB \subset (SAB) \\ I \in CD, CD \subset (SCD) \end{cases}$$
 nên I là một điểm chung của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) . Vậy giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng SI . Do đó, c) là mệnh đề sai.

● Nếu $BC \parallel AD$, xét hai mặt phẳng (MBC) và (SAD) .

Trong mặt phẳng (SAB) gọi E là giao điểm của BM và SA , ta có:



$$\begin{cases} E \in BM, BM \subset (MBC) \\ E \in SA, SA \subset (SAD) \end{cases} \text{ nên } E \in (MBC) \cap (SAD). \text{ Mặt khác, có } \begin{cases} BC // AD \\ BC \subset (MBC) \text{ nên giao} \\ AD \subset (SAD) \end{cases}$$

tuyến của hai mặt phẳng (MBC) và (SAD) là đường thẳng d song song với AD và đi qua điểm E . Vậy d) là mệnh đề sai.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Điểm M thuộc cạnh SA , điểm E và F lần lượt là trung điểm của AB và BC .

- Đường thẳng EF song song AC .
- Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là đường thẳng SO với O là giao điểm AC và BD .
- Giao tuyến của hai mặt phẳng (MBC) và (SAD) đường thẳng qua M và song song với AC
- Gọi N là giao điểm của mặt phẳng (MEF) và đường thẳng SC . Tứ giác $MNFE$ là hình thang.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) **Đúng.** Ta có $EF // AC$ (vì EF là đường trung bình của tam giác ABC).

b) **Đúng.**

Ta có S là điểm chung của hai mp (SAC) và (SBD) .

Trong mp $(ABCD)$, có AC cắt với BD tại O . Suy ra O là điểm chung thứ hai của hai mp (SAC) và (SBD) .

Vậy $SO = (SAC) \cap (SBD)$.

c) **Sai.** Ta có: $AD // BC$ (vì $ABCD$ là hình bình hành).

mà AD nằm trong (SAD) , BC nằm trong (MBC) .

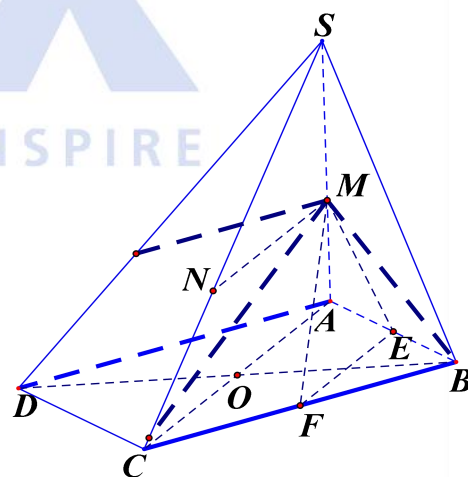
M nằm trên SA là điểm chung của (SAD) và (MBC) .

Vậy giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (MBC) là đường thẳng đi qua M và song song với AD và BC .

d) **Đúng.** Xét (SAC) chứa SC .

Ta có: $EF // AC$.

mà EF nằm trong (MEF) , AC nằm trong (SAC) .





M nằm trên SA là điểm chung của (MEF) và (SAC) .

Suy ra giao tuyến của (MEF) và (SAC) là đường thẳng MN song song với AC và EF .

Vậy Tứ giác $MNFE$ là hình thang.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M là trung điểm của SC . Gọi I là giao điểm của đường thẳng AM và mặt phẳng (SBD) . Gọi E là giao điểm của đường thẳng SD và mặt phẳng (ABM) .

a) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là SO .

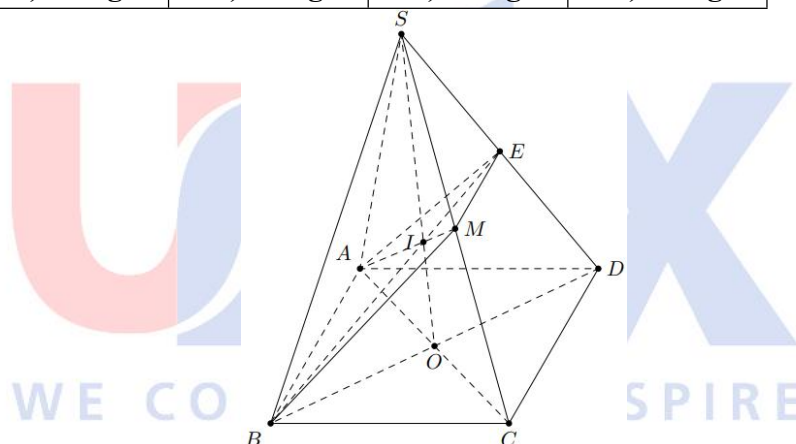
b) I nằm trên đường thẳng SO .

c) $IA = 2IM$.

d) $EM \parallel CD$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------



a) Đúng.

Vì $O = AC \cap BD$ nên giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là SO .

b) Đúng.

Ta có $I = AM \cap (SBD) \Rightarrow \begin{cases} I \in AM \subset (SAC) \\ I \in (SBD) \end{cases} \Rightarrow I \in (SAC) \cap (SBD) = SO$.

Vậy I nằm trên đường thẳng SO .

c) Đúng.

Ta có O và M lần lượt là trung điểm của AC và SC nên I là trọng tâm tam giác SAC suy ra $IA = 2IM$.

d) Đúng.

Vì I là trọng tâm tam giác SAC nên $\frac{SI}{SO} = \frac{2}{3}$.

Mặt khác SO là trung tuyến tam giác SBD nên I là trọng tâm tam giác SBD .



Do đó $AD \cap (ABM) = AD \cap BI = E$ nên E là trung điểm SD .

Suy ra ME là đường trung bình của tam giác SCD .

Vậy $ME \parallel CD$.

Câu 7: Cho hình tứ diện $ABCD$. Gọi I, J là trung điểm $AD; AC$. G là trọng tâm tam giác BCD .

a) Giao tuyến của hai mặt phẳng (ACD) và (BCD) là CD .

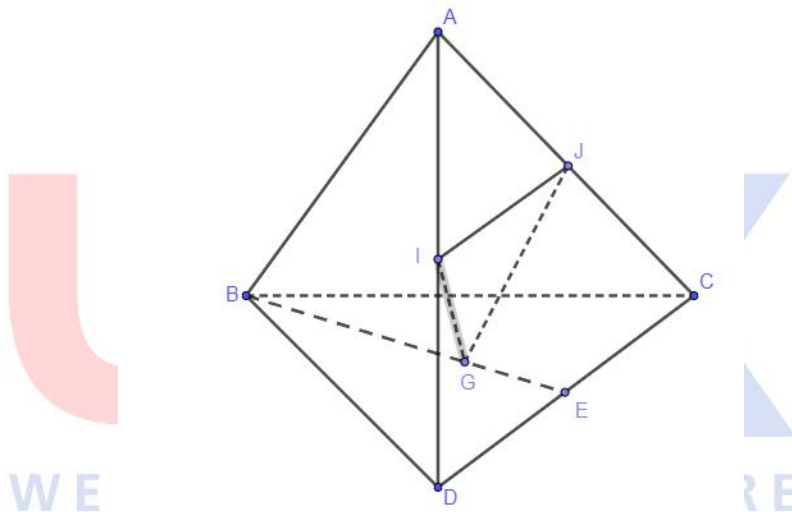
b) $IJ \parallel CD$.

c) Giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD) là đường thẳng qua BC .

d) Cho biết $CD = 6$. Biết (GIJ) cắt BC, BD lần lượt tại $M; N$. Khi đó $3IJ + 2MN = 18$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------



a) **Đúng** vì $(ACD) \cap (BCD) = CD$.

b) **Đúng** vì $(ACD): IJ \parallel DC$ (IJ là đường trung bình của ΔACD).

c) **Sai** vì

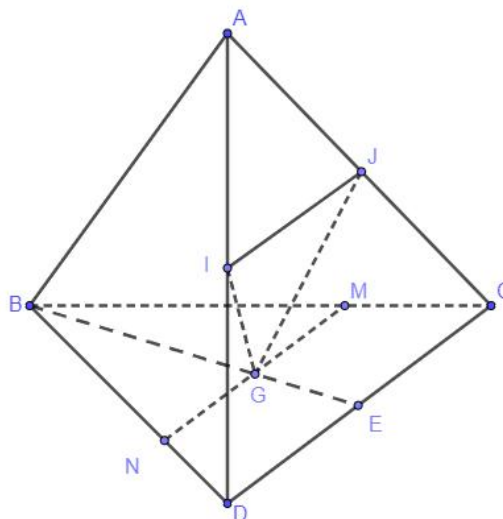
$$\begin{cases} G \in (BCD) \cap (GIJ) \\ CD \subset (BCD) \\ IJ \subset (GIJ) \\ IJ \parallel CD \end{cases}$$

Nên giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD) là đường thẳng Gx và song song với BC .

d) **Sai** vì:

$$\text{Ta có } \begin{cases} M = Gx \cap BC \\ N = Gx \cap BD \end{cases}$$

$$\text{Mà } \frac{BM}{BC} = \frac{BN}{BD} = \frac{MN}{CD} = \frac{2}{3} \Rightarrow MN = \frac{2}{3}CD = \frac{2}{3}.6 = 4$$



Vì IJ là đường trung bình của $\triangle ACD \Rightarrow \frac{IJ}{DC} = \frac{1}{2} \Rightarrow IJ = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2} \cdot 6 = 3$.

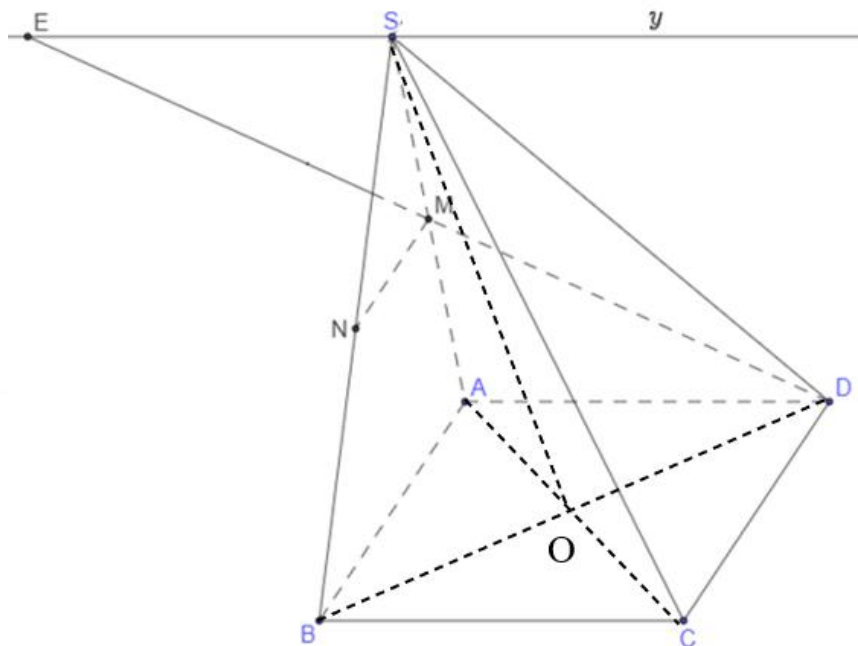
Khi đó $3IJ + 2MN = 3 \cdot 3 + 2 \cdot 4 = 9 + 8 = 17$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB , O là giao điểm của AC và BD .

- Giao điểm của đường thẳng SA và $(ABCD)$ là điểm D .
- Giao điểm của đường thẳng BD và (SAC) là trung điểm của đoạn thẳng AC .
- Giao điểm của đường thẳng SO và $(ABNM)$ là điểm D .
- Gọi E giao điểm của DM và mặt phẳng (SBC) . Khi đó $SE = 2BC$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
--------	---------	--------	--------





a) Giao điểm của đường thẳng SA và $(ABCD)$ là điểm D .

$SA \cap (ABCD) = \{A\}$. Vậy ý a) sai.

b) Giao điểm của đường thẳng BD và (SAC) là trung điểm của đoạn thẳng AC .

$\begin{cases} O \in BD \\ O \in AC \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow BD \cap (SAC) = \{O\}$. Vậy ý b) đúng.

c) Giao điểm của đường thẳng SO và $(ABNM)$ là điểm D .

$\begin{cases} S \in SO \\ S \in AM \subset (ABNM) \end{cases} \Rightarrow SO \cap (ABNM) = \{S\}$. Vậy ý c) sai.

d) Gọi E giao điểm của DM và mặt phẳng (SBC) . Khi đó $SE = 2BC$.

Ta có $\begin{cases} S \in (SAD) \cap (SBC) \\ AD \parallel BC \text{ (} ABCD \text{ là hhh)} \\ AD \subset (SAD) \\ BC \subset (SBC) \end{cases}$

$\Rightarrow (SAD) \cap (SBC) = Sy \text{ (} Sy \parallel AD \parallel BC \text{)}$

Trong mặt phẳng (SAD) , gọi $E = Sy \cap DM$

$\begin{cases} E \in Sy \subset (SBC) \\ E \in DM \end{cases} \Rightarrow E = DM \cap (SBC)$

Vì M là trung điểm của SA và $SE \parallel AD$ nên tứ giác $SEAD$ là hình bình hành.

$\Rightarrow SE = AD = BC$. Vậy ý d) sai.

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M là trung điểm của SC và N là trung điểm của OB .

a) Giao điểm của SC và mặt phẳng (AMN) là điểm N

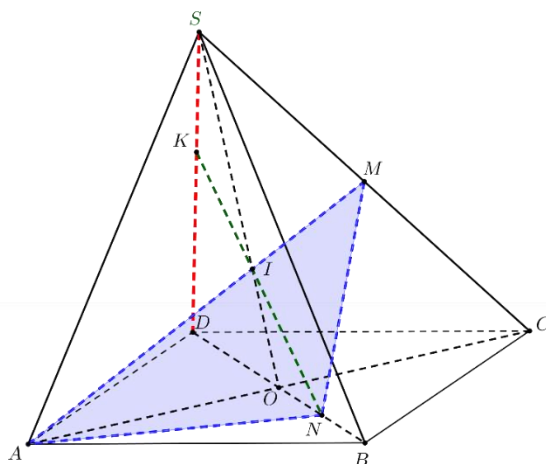
b) Giao điểm I của AM và mặt phẳng (SBD) là trọng tâm của tam giác SAC .

c) Giao điểm của NI và mặt phẳng (SAD) là điểm K thuộc đường thẳng SA .

d) Giao điểm của đường thẳng SD và mặt phẳng (AMN) là trung điểm của SD .

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
--------	---------	--------	--------



a) Sai

Dễ thấy giao điểm của SC và mặt phẳng (AMN) là điểm M .

b) Đúng

Trong mặt phẳng (SAC) gọi $I = AM \cap SO$

$$\Rightarrow \begin{cases} I \in AM \\ I \in SO \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow I = AM \cap (SBD)$$

Do $AM; SO$ là hai đường trung tuyến trong tam giác SAC nên I là trọng tâm của tam giác SAC .

c) Sai

$$\text{Trong mặt phẳng } (SBD) \text{ gọi } K = NI \cap SD \Rightarrow \begin{cases} K \in NI \\ K \in SD \subset (SAD) \end{cases} \Rightarrow K = NI \cap (SAD).$$

Vậy giao điểm của NI và mặt phẳng (SAD) là điểm K thuộc đường thẳng SD .

d) Sai

$$\text{Ta có: } \begin{cases} K \in SD \\ K \in NI \subset (AMN) \end{cases} \Rightarrow K = SD \cap (AMN).$$

Áp dụng định lý Menelaus cho tam giác SDO và cát tuyến KNI ta có:

$$\frac{KS}{KD} \cdot \frac{ND}{NO} \cdot \frac{IO}{IS} = 1 \Leftrightarrow \frac{KS}{KD} \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} = 1 \Leftrightarrow \frac{KS}{KD} = \frac{2}{3}.$$

Vậy K không là trung điểm của SD .

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Điểm M thuộc cạnh SA , điểm E và F lần lượt là trung điểm của AB và BC .

a) $EF \parallel AC$

b) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng qua S và song song với AC .

c) Giao tuyến của hai mặt phẳng (MBC) và (SAD) đường thẳng qua M và song song với BC .



d) Giao tuyến của hai mặt phẳng (MEF) và (SAC) là đường thẳng qua M và song song với AC .

Lời giải

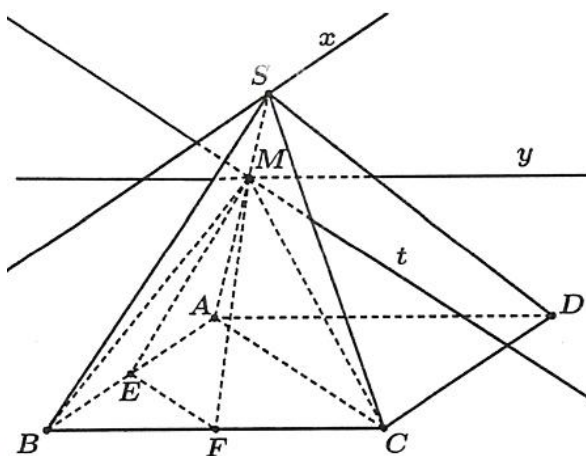
a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) $EF // AC$ vì EF là đường trung bình của tam giác ABC .

b) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD):

$$\text{Ta có: } \begin{cases} S \in (SAB) \cap (SCD) \\ AB \subset (SAB); CD \subset (SCD). \\ AB // CD \end{cases}$$

Suy ra $Sx = (SAB) \cap (SCD)$, với Sx là đường thẳng qua S và $Sx // AB // CD$.



c) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (MBC) và (SAD):

$$\text{Ta có: } \begin{cases} M \in SA, SA \subset (SAD) \\ M \in (MBC) \end{cases} \Rightarrow M \in (MBC) \cap (SAD).$$

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} M \in (MBC) \cap (SAD) \\ BC \subset (MBC); AD \subset (SAD). \\ BC // AD \end{cases}$$

Suy ra $My = (MBC) \cap (SAD)$, My là đường thẳng qua M và $My // BC // AD$.

d) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (MEF) và (SAC):

$$\text{Ta có: } \begin{cases} M \in SA, SA \subset (SAC) \\ M \in (MEF) \end{cases} \Rightarrow M \in (MEF) \cap (SAC).$$

Xét tam giác ABC , ta có EF là đường trung bình $\Rightarrow EF // AC$.

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} M \in (MEF) \cap (SAC) \\ EF \subset (MEF); AC \subset (SAC). \\ EF // AC \end{cases}$$



Suy ra $Mt = (MEF) \cap (SAC)$, Mt là đường thẳng qua M và $Mt \parallel EF \parallel AC$.

Câu 11: Cho tứ diện $ABCD$, gọi I và J lần lượt là trung điểm của AD và AC , G là trọng tâm của tam giác BCD .

a) $IJ \parallel CD$

b) Giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD) là đường thẳng qua G và song song với BC

c) Cho biết $CD = 6$. Biết (GIJ) cắt BC, BD lần lượt tại M và N . Khi đó $2IJ + 3MN = 18$.

d) Cho biết $CD = 6$. Biết (GIJ) cắt BC, BD lần lượt tại M và N . Khi đó $3IJ + 2MN = 17$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

b) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD) :

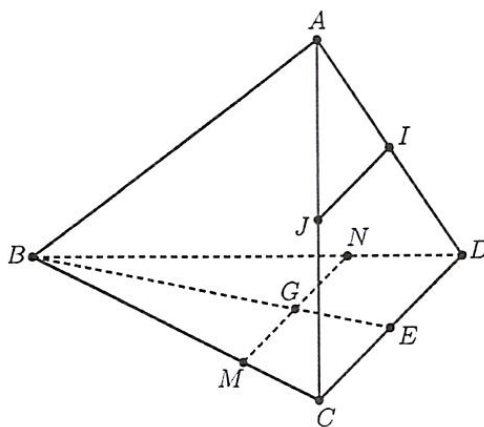
Vì IJ là đường trung bình của tam giác ACD nên $IJ \parallel CD$.

Ta có: $\begin{cases} G \in (GIJ) \cap (BCD) \\ IJ \parallel CD \\ IJ \subset (GIJ), CD \subset (BCD) \end{cases} \Rightarrow Gx = (GIJ) \cap (BCD)$, trong đó Gx là đường thẳng qua G

và $Gx \parallel IJ \parallel CD$.

c) Trong mặt phẳng (BCD) , kẻ Gx song song CD cắt BC tại M , cắt BD tại N .

-Tính $2IJ + 3MN$



Gọi E là trung điểm CD , theo định lý Thalès, ta có:

$$\frac{BM}{BC} = \frac{BG}{BE} = \frac{2}{3} \text{ (vì } GM \parallel CE); \frac{MN}{CD} = \frac{BM}{BC} \text{ (vì } MN \parallel CD).$$

$$\text{Suy ra } \frac{MN}{CD} = \frac{2}{3} \text{ hay } MN = \frac{2}{3}CD = \frac{2}{3} \cdot 6 = 4.$$

$$\text{Vì } IJ \text{ là đường trung bình tam giác } ACD \text{ nên } IJ = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2} \cdot 6 = 3.$$



Do đó $2IJ + 3MN = 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 = 18$.

d) $3IJ + 2MN = 3 \cdot 3 + 2 \cdot 4 = 17$

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, AC và BD cắt nhau tại O . Gọi I là trung điểm SO . Mặt phẳng (ICD) cắt SA, SB lần lượt tại M, N .

a) Điểm M là giao điểm của đường thẳng SA với mặt phẳng (ICD)

b) Ta có $SN = \frac{2}{3}SB$

c) Cho $AB = a$ thì $MN = \frac{a}{2}$

d) Trong mặt phẳng $(CDMN)$, gọi K là giao điểm của CN và DM . Khi đó SK và BC chéo nhau

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

- Xác định M, N :

Trong mặt phẳng (SAC) , kẻ CI cắt SA tại M ;

Trong mặt phẳng (SBD) , kẻ DI cắt SB tại N .

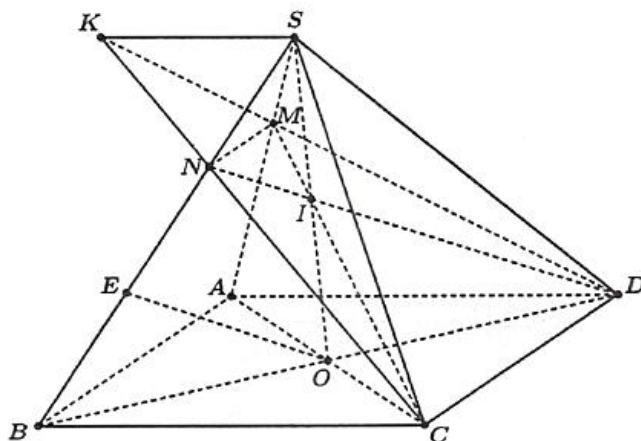
Vì $\begin{cases} M \in CI, CI \subset (ICD) \\ M \in SA \end{cases} \Rightarrow M = SA \cap (ICD).$

Tương tự: $\begin{cases} N \in DI, DI \subset (ICD) \\ N \in SB \end{cases} \Rightarrow N = SB \cap (ICD).$

-Tính MN theo a :

Gọi E là trung điểm BN , OE là đường trung bình của tam giác $BDN \Rightarrow OE \parallel DN$.

Trong tam giác SOE , ta có NI qua trung điểm I của SO và $NI \parallel OE$, N là trung điểm của SE .





-Vậy $SN = NE = EB$ hay $SN = \frac{1}{3}SB$.

Hoàn toàn tương tự, ta chứng minh được $SM = \frac{1}{3}SA$.

Khi đó hai tam giác SMN, SAB đồng dạng vì có góc S chung và $\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{1}{3}$.

Xét tam giác SAB , theo định lí Thalès, ta có:

$$\frac{MN}{AB} = \frac{SM}{SA} = \frac{1}{3} \Rightarrow MN = \frac{AB}{3} = \frac{a}{3}.$$

- Chứng minh $SK // BC // AD$:

Dễ thấy S là điểm chung của hai mặt phẳng (SBC) và (SAD) .

Ta có: $\begin{cases} K \in CN, CN \subset (SBC) \\ K \in DM, DM \subset (SAD) \end{cases} \Rightarrow K \in (SBC) \cap (SAD).$

Vì vậy $SK = (SBC) \cap (SAD)$.

Khi đó: $\begin{cases} SK = (SBC) \cap (SAD) \\ BC \subset (SBC), AD \subset (SAD) \Rightarrow SK // BC // AD. \\ BC // AD \end{cases}$

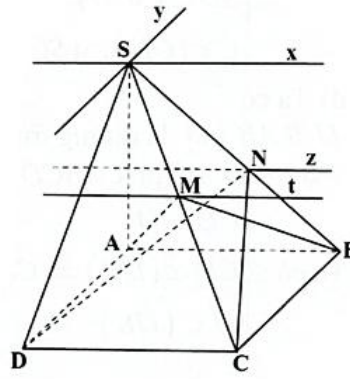
Câu 13: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành.

- Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là đường thẳng đi qua S và song song với AB
- Giao tuyến (SAD) và (SBC) là đường thẳng đi qua S và song song với AB
- Gọi $M \in SC$, giao tuyến của (ABM) và (SCD) là đường thẳng đi qua M và song song với AB
- Gọi $N \in SB$, giao tuyến của (SAB) và (NCD) là đường thẳng đi qua N và song song với AB

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nên $AB // CD; AD // BC$.



$$\text{a) Ta có: } \begin{cases} AB // CD \\ AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \\ S \in (SAB) \cap (SCD) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Sx = (SAB) \cap (SCD) \\ Sx // AB // CD \end{cases}$$

$$\text{b) Ta có: } \begin{cases} AD // BC \\ AD \subset (SAD) \\ BC \subset (SBC) \\ S \in (SAD) \cap (SBC) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Sy = (SAD) \cap (SBC) \\ Sy // AD // BC \end{cases}$$

$$\text{c) Ta có: } \begin{cases} AB // CD \\ AB \subset (MAB) \\ CD \subset (SCD) \\ M \in (MAB) \cap (SCD) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Mt = (MAB) \cap (SCD) \\ Mt // AB // CD \end{cases}$$

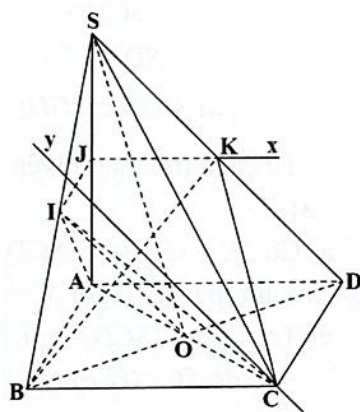
$$\text{d) Ta có: } \begin{cases} AB // CD \\ AB \subset (SAB) \\ CD \subset (NCD) \\ N \in (SAB) \cap (NCD) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Nz = (SAB) \cap (NCD) \\ Nz // AB // CD \end{cases}$$

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là một hình bình hành tâm O . Gọi I, K lần lượt là trung điểm của SB và SD . Khi đó:

- SO là giao tuyến của (SAC) và (SBD)
- Giao điểm J của SA với (CKB) thuộc đường thẳng đi qua K và song song với DC
- Giao tuyến của (OIA) và (SCD) là đường thẳng đi qua C và song song với SD
- $CD // IJ$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------



$$a) \begin{cases} O \in AC \subset (SAC) \\ O \in BD \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow O \in (SAB) \cap (SCD)$$

$$S \in (SAB) \cap (SCD)$$

$$\Rightarrow SO = (SAC) \cap (SBD).$$

b) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nên $AB // CD; AD // BC$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} AD // CB \\ AD \subset (SAD) \\ BC \subset (SBC) \\ K \in (KBC) \cap (SAD) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Kx = (KBC) \cap (SAD) \\ Kx // AD // BC \end{cases}.$$

$$\text{Trong } (SAD) \text{ gọi } J = Kx \cap SA, \text{ có } \Rightarrow \begin{cases} J \in SA \\ J \in Kx \subset (BKC) \end{cases} \Rightarrow J = SA \cap (BKC)$$

c) Có OI là đường trung bình của $\Delta SBD \Rightarrow OI // SD$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} OI // SD \\ OI \subset (OIA) \\ SD \subset (SCD) \\ C \in (OIA) \cap (SCD) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Cy = (OIA) \cap (SCD) \\ Cy // SD // OI \end{cases}.$$

d) Ta có:

$$IJ // AB \text{ (} IJ \text{ là đường trung bình của } \Delta SAB \text{)}$$

$$AB // CD \text{ (tứ giác } ABCD \text{ là hình bình hành)} \Rightarrow CD // IJ.$$

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang (AD là đáy lớn, BC là đáy nhỏ). Gọi E, F lần lượt là trung điểm của SA và SD . K là giao điểm của các đường thẳng AB và CD . Khi đó:

a) Giao điểm M của đường thẳng SB và mặt phẳng (CDE) là điểm thuộc đường thẳng KE

b) Đường thẳng SC cắt mặt phẳng (EFM) tại N . Tứ giác $EFNM$ là hình bình hành

c) Các đường thẳng AM, DN, SK cùng đi qua một điểm



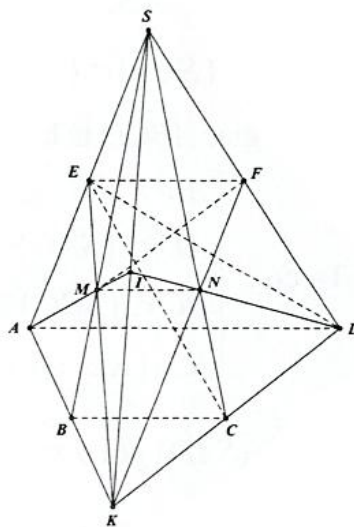
d) Cho biết $AD = 2BC$. Tỉ số diện tích của hai tam giác KMN và KEF bằng $\frac{S_{\triangle KMN}}{S_{\triangle KEF}} = \frac{2}{3}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Có $SK = (SAB) \cap (SCD)$.

Trong mp (SAB) , gọi $M = KE \cap SB$, có $KE \subset (CDE)$. Do đó $SB \cap (CDE) = M$.



b) Trong mp (SCD) , gọi $N = KF \cap SC$, có $KF \subset (EFM)$.

Do đó $SC \cap (EFM) = N$.

Có $\Rightarrow \begin{cases} MN = (EFK) \cap (SBC) \\ EF \parallel BC; EF \subset (EFK), BC \subset (SBC) \end{cases}$

$\Rightarrow MN \parallel EF \parallel BC$.

Suy ra tứ giác $EFNM$ là hình thang.

c) Trong mp $(ADNM)$, gọi $I = AM \cap DN$.

Mà $\begin{cases} I \in AM, AM \subset (SAB) \\ I \in CD, CD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow I \in (SAB) \cap (SCD),$

Hay $I \in SK$. Kết luận 3 đường thẳng AM, DN, SK đồng quy tại điểm I .

d) Khi $AD = 2BC$ dễ dàng chứng minh được B, C lần lượt là trung điểm của KA và KD . Suy ra M, N lần lượt là trọng tâm của hai tam giác SAK và SDK .

Do đó $MN = \frac{2}{3}EF$, gọi h_1, h_2 lần lượt là độ dài đường cao xuất phát từ đỉnh K xuống hai đáy

MN và EF , dễ thấy $h_1 = \frac{2}{3}h_2$.



$$\text{Vậy } \frac{S_{\Delta KMN}}{S_{\Delta KEF}} = \frac{\frac{1}{2}MN \cdot h_1}{\frac{1}{2}EF \cdot h_2} = \frac{\frac{2}{3}EF \cdot \frac{2}{3}h_2}{EF \cdot h_2} = \frac{4}{9}.$$

