



QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN

BÀI: ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG SONG SONG



HỆ THỐNG BÀI TẬP CÂU HỎI 4 MỆNH ĐỀ TRẢ LỜI ĐÚNG/SAI.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho mặt phẳng (P) và hai đường thẳng song song a và b .

- a) Có vô số mặt phẳng chứa đường thẳng a mà không chứa đường thẳng b
- b) Nếu mặt phẳng (P) song song với đường thẳng a thì mặt phẳng (P) cũng song song với đường thẳng b .
- c) Nếu mặt phẳng (P) cắt đường thẳng a thì mặt phẳng (P) cũng cắt đường thẳng b .
- d) Nếu mặt phẳng (P) chứa đường thẳng a thì mặt phẳng (P) cũng chứa đường thẳng b .

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Có vô số mặt phẳng chứa đường thẳng a mà không chứa đường thẳng b

Khẳng định b sai vì nếu mặt phẳng (P) song song với đường thẳng a thì mặt phẳng (P) có thể song song hoặc chứa đường thẳng b .

Khẳng định c đúng.

Khẳng định d sai. Có vô số mặt phẳng chứa đường thẳng a mà không chứa đường thẳng b (a, b là hai đường thẳng song song).

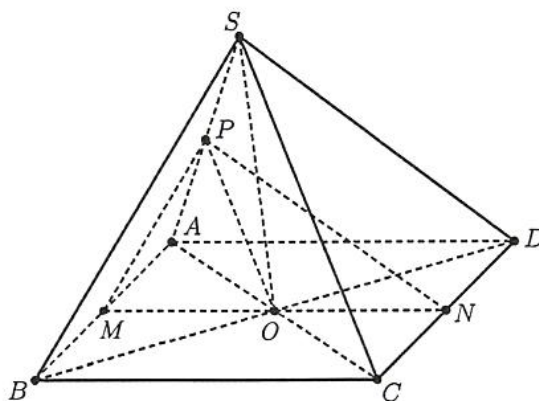
Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và CD , P là trung điểm cạnh SA .

- a) $MN // BC$
- b) $PN // SD$
- c) $MN // (SAD)$
- d) SC cắt mặt phẳng (MNP)

Lời giải



a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------



a) Đúng

Vì M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và CD nên $MNCB$ là hình bình hành nên $MN \parallel BC$.

b) Sai

Do PN, SD không đồng phẳng nên PN không thể song song với SD

c) Đúng

Do $MN \parallel BC \Rightarrow MN \parallel AD$ mà $AD \subset (SAD) \Rightarrow MN \parallel (SAD)$.

d) Sai

Do OP là đường trung bình của tam giác SAC nên $SC \parallel OP$, mà $OP \subset (MNP)$ nên $SC \parallel (MNP)$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và CD , P là trung điểm cạnh SA .

a) $MN \parallel (SBC)$

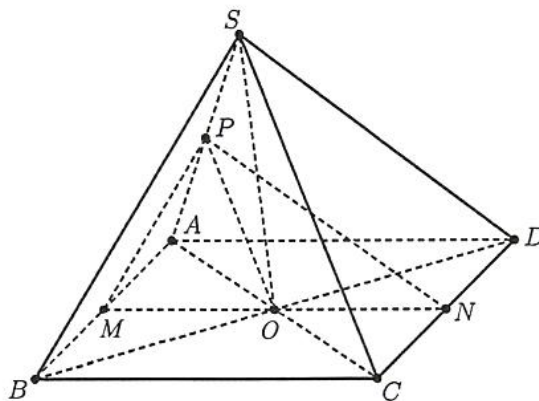
b) $MN \parallel (SAD)$

c) SB cắt với mặt phẳng (MNP)

d) SC cắt với mặt phẳng (MNP)

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------



a) b) Chứng minh $MN \parallel (SBC), MN \parallel (SAD)$:

Vì MN là đường trung bình của hình bình hành $ABCD$ nên $MN \parallel BC$, mà $BC \subset (SBC) \Rightarrow MN \parallel (SBC)$.

Tương tự: $MN \parallel AD, AD \subset (SAD) \Rightarrow MN \parallel (SAD)$.

c) d) Chứng minh $SB \parallel (MNP), SC \parallel (MNP)$:

Ta có MP là đường trung bình của tam giác SAB nên $SB \parallel MP$, mà $MP \subset (MNP)$ nên $SB \parallel (MNP)$.

Tương tự: OP là đường trung bình của tam giác SAC nên $SC \parallel OP$, mà $OP \subset (MNP)$ nên $SC \parallel (MNP)$.

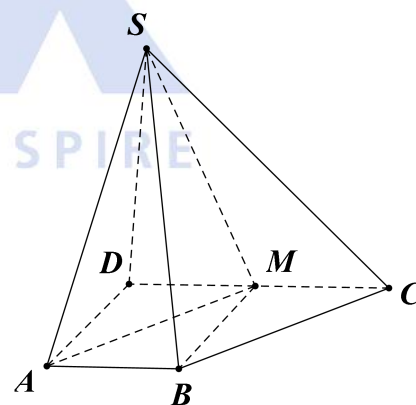
Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, $AB \parallel CD$, $DC = 2AB$. Gọi M là trung điểm của CD .

a) $AB \parallel (SCD)$.

b) $BC \parallel (SMD)$.

c) $BC \parallel (SAM)$.

d) $AD \parallel (SBM)$



Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) Đúng.

Vì $AB \parallel CD$ nên $AB \parallel (SCD)$.

b) Sai.

BC và (SMD) có điểm chung là C .



c) Đúng.

Ta có $AB = MC = \frac{DC}{2}$ và $AB \parallel MC$ nên tứ giác $ABCM$ là hình bình hành $\Rightarrow BC \parallel AM$ nên $BC \parallel (SAM)$.

d) Đúng.

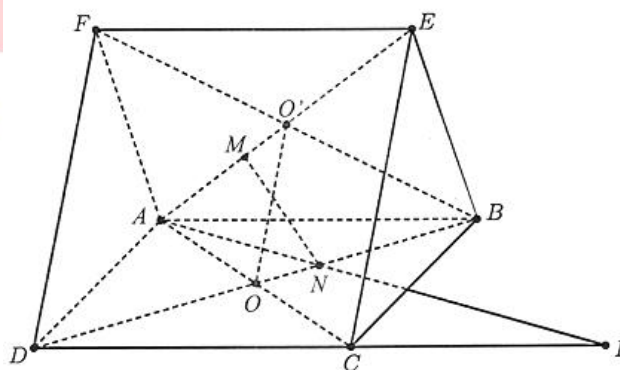
Ta có $AB = MD = \frac{DC}{2}$ và $AB \parallel MD$ nên tứ giác $ABMD$ là hình bình hành $\Rightarrow AD \parallel BM$ mà $BM \subset (SBM)$ nên $AD \parallel (SBM)$.

Câu 5: Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng và có tâm lần lượt là O và O' . Gọi M, N lần lượt là hai điểm trên các cạnh AE, BD sao cho $AM = \frac{1}{3}AE$, $BN = \frac{1}{3}BD$.

- a) OO' song song với mặt phẳng (ADF)
- b) OO' cắt mặt phẳng (BCE)
- c) $\frac{BN}{BD} = \frac{2}{3}$
- d) MN song song với mặt phẳng $(CDFE)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------



a) b) Chứng minh OO' song song với mặt phẳng (ADF) và (BCE) : Ta có OO' là đường trung bình của tam giác BDF nên $OO' \parallel DF$, mà $DF \subset (ADF)$ suy ra $OO' \parallel (ADF)$

Tương tự, OO' là đường trung bình của tam giác ACE nên $OO' \parallel CE$, mà $CE \subset (BCE)$ suy ra $OO' \parallel (BCE)$

c) d) Chứng minh MN song song với mặt phẳng $(CDFE)$:

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $I = AN \cap CD$.

Do $AB \parallel CD$ nên $\frac{AN}{AI} = \frac{BN}{BD} = \frac{1}{3}$.



Mặt khác: $\frac{AM}{AE} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{AN}{AI} = \frac{AM}{AE} \Rightarrow MN // IE$, mà $IE \subset (CDFE)$, suy ra $MN // (CDFE)$.

Câu 6: Cho tứ diện $ABCD$. Giả sử M thuộc đoạn thẳng BC . Mặt phẳng (α) qua M song song với AB và CD .

- Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (ABC) là đường thẳng đi qua M và song song với AB
- Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (BCD) là đường thẳng đi qua M và song song với CD
- Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (ABD) là đường thẳng đi qua N và song song với AB
- Hình tạo bởi các giao tuyến của mặt phẳng (α) với các mặt của tứ diện (ta gọi là thiết diện) là hình bình hành

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------

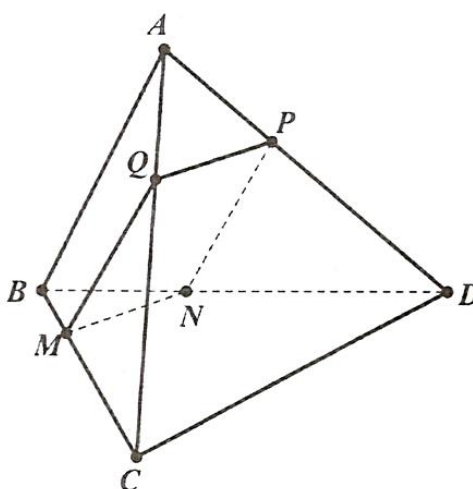
Vì $(\alpha) // AB$ nên giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (ABC) là đường thẳng đi qua M và song song với AB và cắt AC tại Q .

Vì $(\alpha) // CD$ nên giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (BCD) là đường thẳng đi qua M và song song với CD và cắt BD tại N .

Vì $(\alpha) // AB$ nên giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (ABD) là đường thẳng đi qua N và song song với AB và cắt AD tại P .

Ta có $MN // PQ // CD, MQ // PN // AB$.

Vậy hình tạo bởi các giao tuyến của mặt phẳng (α) với các mặt của tứ diện (ta gọi là thiết diện) là hình bình hành $MNPQ$.



Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm của hai tam giác SAB và SCD ; E, F lần lượt là trung điểm của AB và CD .

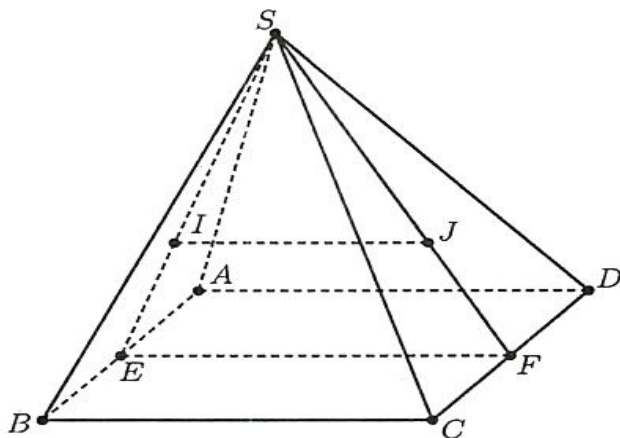
a) $\frac{SJ}{SF} = \frac{2}{3}$.



- b) $IJ // (ABCD)$.
- c) BC song song với mặt phẳng $(SAD), (SEF)$.
- d) BC cắt mặt phẳng (AIJ) .

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------



a) Đúng.

Do I, J lần lượt là trọng tâm của tam giác SAB và SCD nên $\frac{SI}{SE} = \frac{SJ}{SF} = \frac{2}{3}$.

b) Đúng.

Do I, J lần lượt là trọng tâm của tam giác SAB và SCD nên

$$\frac{SI}{SE} = \frac{SJ}{SF} = \frac{2}{3} \Rightarrow IJ // EF \text{ mà } EF \subset (ABCD) \Rightarrow IJ // (ABCD).$$

c) Đúng.

Vì $BC // AD, AD \subset (SAD) \Rightarrow BC // (SAD)$.

Vì EF là đường trung bình của hình bình hành $ABCD$ nên

$$BC // EF, EF \subset (SEF) \Rightarrow BC // (SEF).$$

d) Sai.

Ta có: $IJ // EF, EF // BC \Rightarrow BC // IJ$ mà $IJ \subset (AIJ) \Rightarrow BC // (AIJ)$.

Câu 8: Cho hình chóp $SABCD$ có đáy là hình chữ nhật. Gọi E, F lần lượt là trọng tâm $\triangle SAB$ và $\triangle SCD$.

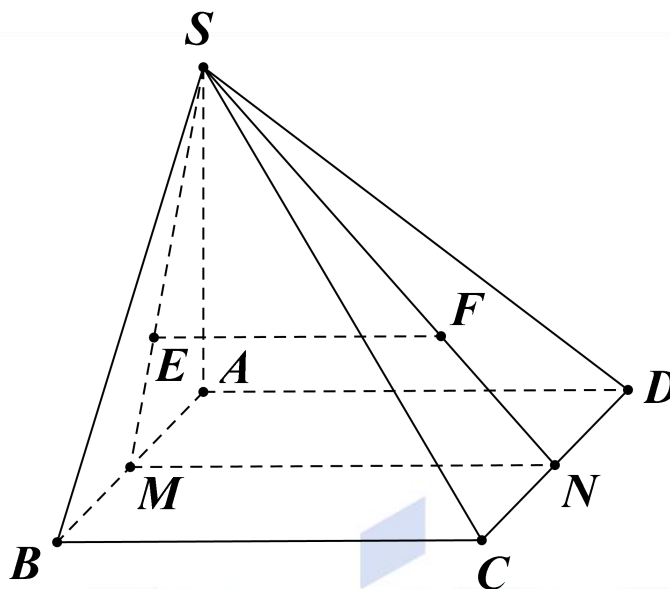
- a) $SA // (SBC)$.
- b) $AB // (SCD)$.
- c) $EF // (ABCD)$.



d) $EF \parallel (SBC)$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------



a) Sai.

SA và (SBC) có một điểm chung là S .

b) Đúng.

Vì $ABCD$ là hình chữ nhật nên $AB \parallel CD$ mà $CD \subset (SCD)$ nên $AB \parallel (SCD)$.

c) Đúng.

Trong (SAB) gọi giao điểm của SE và AB là M .

Trong (SCD) gọi giao điểm của SF và CD là N .

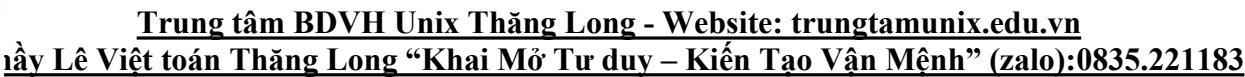
Xét $\triangle SMN$ có $\frac{SE}{SM} = \frac{SE}{SN} = \frac{2}{3}$ nên $EF \parallel MN$ (định lý Ta-lét đảo) mà $MN \subset (ABCD)$ nên $EF \parallel (ABCD)$.

d) Đúng.

Ta có $EF \parallel MN$ mà $MN \parallel BC$ nên $EF \parallel BC \Rightarrow EF \parallel (SBC)$.

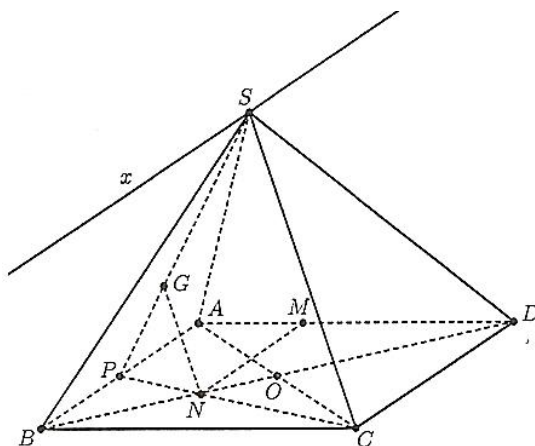
Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Lấy điểm M trên cạnh AD sao cho $AD = 3AM$. G, N theo thứ tự là trọng tâm các tam giác SAB, ABC .

a) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng đi qua S và song song AC, BD .



d) NG cắt (SAC).

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------------	---------------	----------------	---------------



$\Rightarrow NG // SC, SC \subset (SAC) \Rightarrow NG // (SAC)$. Vậy d) **sai**.

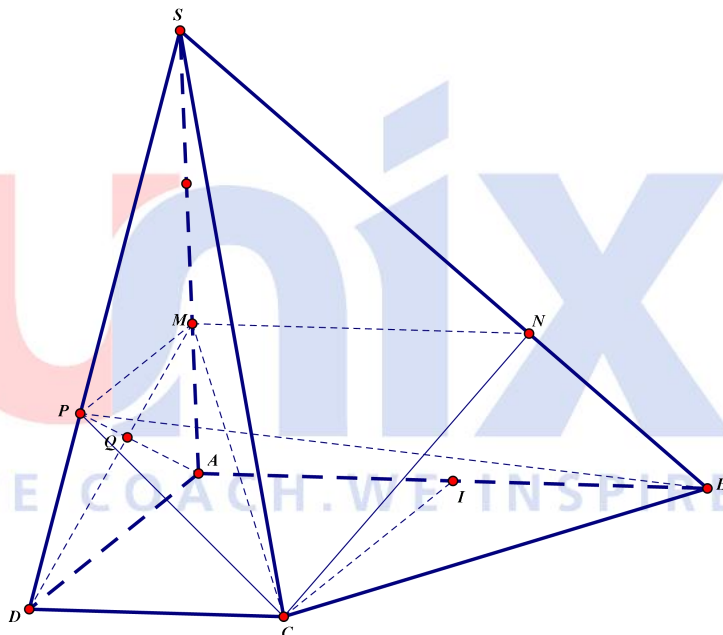


Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D , $AB = 2CD$. Trên các cạnh SA, SB, SD lấy các điểm M, N, P sao cho $\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{SP}{SD} = \frac{2}{3}$.

- Giao tuyến của hai mặt phẳng (CMN) và (PAB) là đường thẳng đi qua Q và song song với MN với $Q = PA \cap MD$.
- Giao tuyến của hai mặt phẳng (CPM) và $(ABCD)$ là đường thẳng CI với I là trung điểm của AB .
- Giao tuyến của hai mặt phẳng (SCD) và (SMN) là đường thẳng đi qua S và song song với AB .
- MN song song với mặt phẳng $(ABCD)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------



a) Vì $\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB}$ nên $MN \parallel AB$.

Mà $AB \parallel CD$ (do $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D).

Suy ra: $MN \parallel CD$. Do đó: $D \in (CMN)$.

Gọi $Q = PA \cap MD$. Khi đó: $Q \in (CMN) \cap (PAB)$

Vì $MN \parallel AB$ nên hai mặt phẳng (CMN) và (PAB) cắt nhau theo giao tuyến là đường thẳng đi qua Q và song song với MN .

b) Vì $\frac{SM}{SA} = \frac{SP}{SD}$ nên $MP \parallel AD$.

Mà: $C \in (CPM) \cap (ABCD)$



Suy ra: giao tuyến của hai mp (CPM) và $(ABCD)$ là đường thẳng d đi qua C và song song với AD .

Gọi $I = d \cap AB$.

Khi đó: $CI // AD; CD // AI$ nên tứ giác $CDAI$ là hình bình hành.

$\Rightarrow AI = CD = \frac{1}{2} AB$, nên I là trung điểm của AB .

Vậy giao tuyến của hai mặt phẳng (CPM) và $(ABCD)$ là đường thẳng CI với I là trung điểm của AB .

c) Vì $MN // CD$ (chứng minh trên).

Nên giao tuyến của hai mặt phẳng (SCD) và (SMN) là đường thẳng Δ qua S và song song với CD, MN .

Mà $CD // AB$ nên $\Delta // AB$.

d) Ta có: $MN // AB$ (chứng minh trên).

Mà $MN \notin (ABCD)$

Nên $MN // (ABCD)$.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Lấy điểm M trên cạnh DC sao cho $DC = 3.DM$. Gọi G, N theo thứ tự là trọng tâm các tam giác SAD, ADC .

a) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là đường thẳng đi qua S và song song với AC, BD .

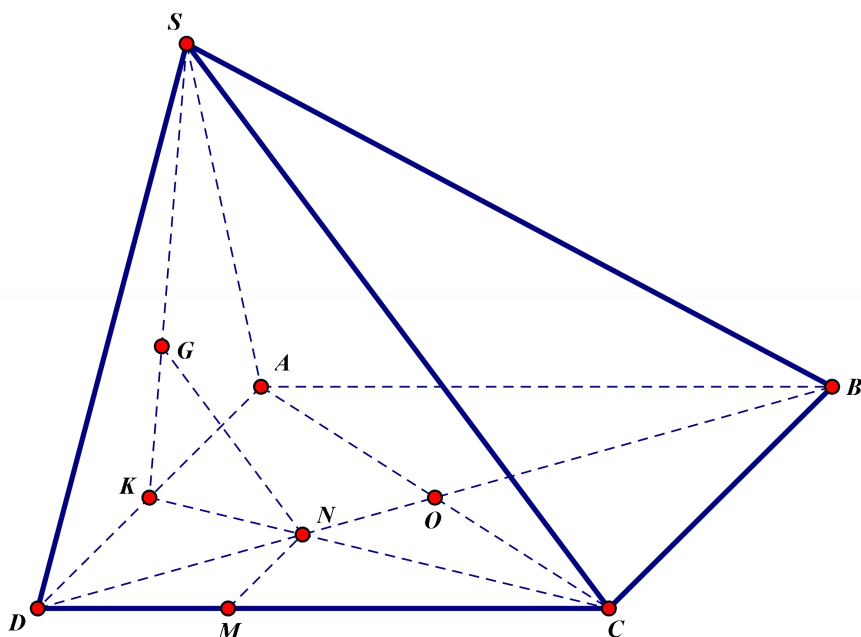
b) $\frac{DN}{DB} = \frac{1}{3}$.

c) MN song song với mặt phẳng (SAD) .

d) NG cắt mặt phẳng (SAC) .

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------



a) Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $AD \parallel BC$.

Suy ra: giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là đường thẳng đi qua S và song song với AD, BC .

b) Gọi $O = AC \cap BD$.

Khi đó: O là trung điểm BD nên $DO = \frac{1}{2}DB$.

Mà O là trung điểm AC , N là trọng tâm tam giác ACD nên $DN = \frac{2}{3}DO$.

Suy ra: $DN = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}DB = \frac{1}{3}DB \Rightarrow \frac{DN}{DB} = \frac{1}{3}$

c) Gọi K là trung điểm AD .

Do N là trọng tâm tam giác ACD nên $\frac{KN}{KC} = \frac{1}{3}$.

Mà $DC = 3DM \Rightarrow \frac{DM}{DC} = \frac{1}{3}$.

Suy ra: $\frac{KN}{KC} = \frac{DM}{DC} \Rightarrow MN \parallel KD$, hay $MN \parallel AD$.

Mà $MN \not\subset (SAD)$.

Nên $MN \parallel (SAD)$.

d) Vì G, N theo thứ tự là trọng tâm các tam giác SAD, ADC nên $\frac{KG}{KS} = \frac{KN}{KC} = \frac{1}{3}$ (tính chất trọng tâm).

Suy ra: $GN \parallel SC$.

Mà $GN \not\subset (SAC)$.

Do đó: $GN \parallel (SAC)$.



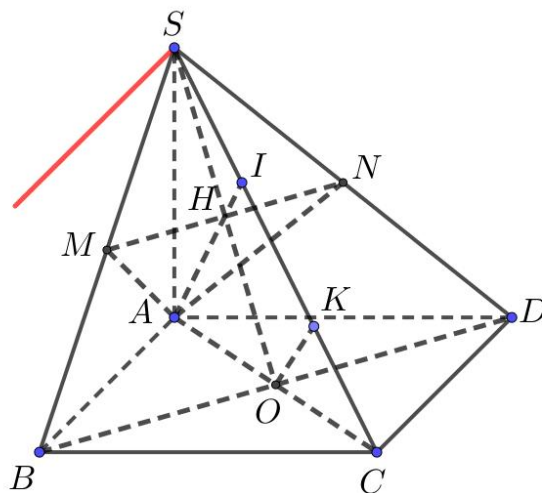
Vậy NG không cắt mặt phẳng (SAC) .

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Các điểm M, N lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng SB, SD .

- Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng song song với AD .
- Đường thẳng MN song song với mặt phẳng (SBD) .
- Mặt phẳng (SAC) đi qua trung điểm của đoạn thẳng MN .
- Nếu gọi I là giao điểm của mặt phẳng (AMN) với đường thẳng SC thì $SI = \frac{1}{2}IC$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------



a) Sai.

$$\text{Ta có } \begin{cases} S \in (SAB) \cap (SCD) \\ AB \parallel CD \\ AB \subset (SAB), CD \subset (SCD) \end{cases}$$

Suy ra giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng đi qua S và song song với AB và CD .

b) Đúng.

Vì $MN \subset (SBD)$ nên đường thẳng MN không thể song song với mặt phẳng (SBD) .

c) Sai.

Gọi O là tâm của hình bình hành $ABCD$.

Trong mặt phẳng (SBD) gọi $H = MN \cap SO$.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} H \in MN \\ H \in SO \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow H = MN \cap (SAC).$$

Xét $\triangle SBO$ có $MH \parallel BO$ (Vì $MN \parallel BD$).

$$\text{Suy ra } \frac{MH}{BO} = \frac{SM}{SB} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Mà } MN = BO = \frac{1}{2}BD.$$



Nên $\frac{MH}{MN} = \frac{1}{2}$ hay H là trung điểm của MN .

d) Đúng.

Trong mặt phẳng (SAC) gọi $I = SC \cap AH$.

$$\Rightarrow \begin{cases} I \in SC \\ I \in AH \end{cases} (AMN) \Rightarrow I = SC \cap (AMN).$$

Kẻ $OK \parallel AI$ ($K \in SC$).

$\triangle AIC$ có OK là đường trung bình

$$\text{Suy ra } \frac{CK}{CI} = \frac{CO}{CA} = \frac{1}{2}.$$

$\Rightarrow K$ là trung điểm của CI (1).

Mặt khác $\triangle SOK$ có IH là đường trung bình

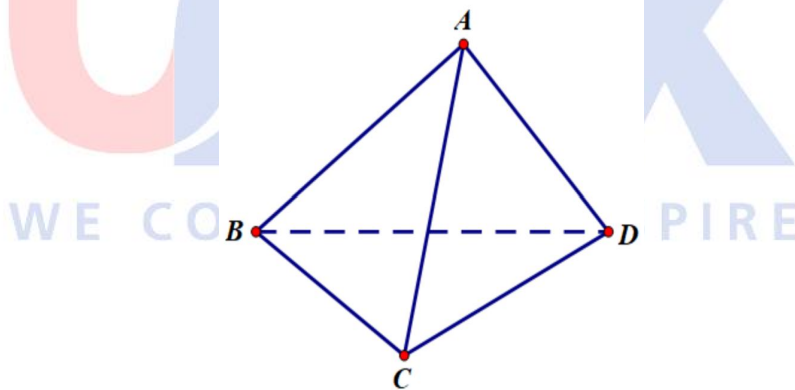
$$\text{Suy ra } \frac{SI}{SK} = \frac{SH}{SO} = \frac{1}{2}.$$

Do đó I là trung điểm SK (2).

Từ (1), (2) suy ra $SI = IK = KC$.

$$\text{Vậy } SI = \frac{1}{2} IC.$$

Câu 13: Trong không gian cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABD và M là điểm nằm trên cạnh BC sao cho $BM = 2MC$.



a) CD và BG là hai đường thẳng chéo nhau.

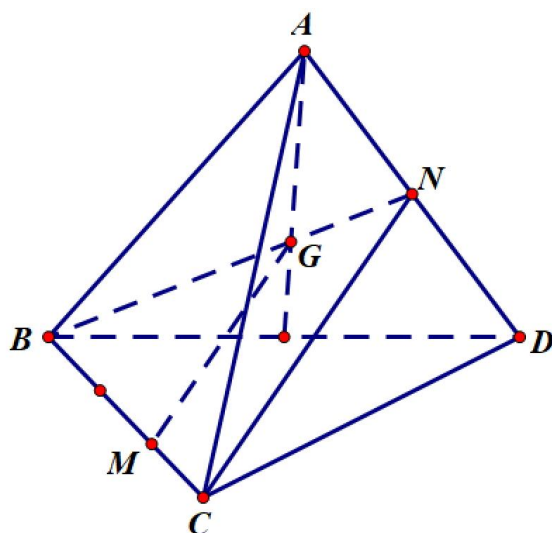
b) $(BGC) \cap (ABD) = BG$.

c) Gọi N là giao điểm của AD với mặt phẳng (BGC) . Khi đó $\frac{AN}{AD} = \frac{2}{3}$.

d) $MG \parallel (ACD)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------



a) Đúng vì CD và BG chéo nhau.

b) Đúng vì $(BGC) \cap (ABD) = BG$.

c) Sai

Trong mặt phẳng (ABD) , $BG \cap AD = N$.

Ta có $\begin{cases} N \in AD \\ N \in BG \subset (BGC) \end{cases} \Rightarrow N = AD \cap (BGC)$.

Tam giác ABD có G là trọng tâm nên N là trung điểm của $AD \Rightarrow \frac{AN}{AD} = \frac{1}{2}$.

d) Đúng

Tam giác BCN có $\frac{BG}{BN} = \frac{BM}{BC} = \frac{2}{3}$ nên $MG \parallel CN$.

Ta có $\begin{cases} MG \not\subset (ACD) \\ MG \parallel CN \subset (ACD) \end{cases} \Rightarrow MG \parallel (ACD)$.

Câu 14: Cho hình chóp đều $S.ABCD$. Lấy điểm M trên cạnh AD sao cho $AD = 3AM$. Gọi G, N theo thứ tự là trọng tâm các tam giác SAB, ABC .

a) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng đi qua S và song song với AB, CD ;

b) $\frac{DN}{DB} = \frac{2}{3}$;

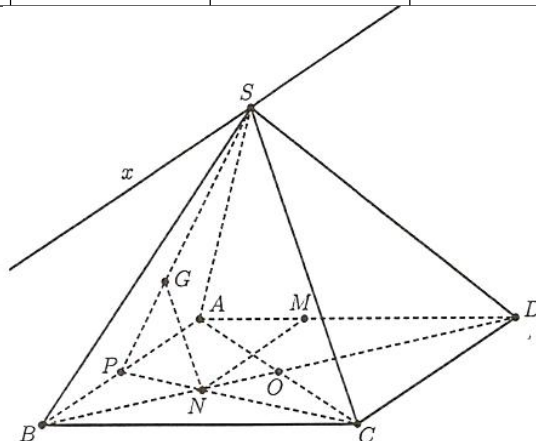
c) MN song song với mặt phẳng (SCD) ;

d) NG song song với mặt phẳng (SAD) .

Lời giải



a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------



a) Ta có: $\begin{cases} S \in (SAB) \cap (SCD) \\ AB \parallel CD \\ AB \subset (SAB), CD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow (SAB) \cap (SCD) = Sx, \text{ với } Sx \text{ qua } S \text{ và } Sx \parallel AB \parallel CD.$

b) Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD$.

Vì N là trọng tâm của $\triangle ABC$ nên $BN = \frac{2}{3}BO = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}BD = \frac{1}{3}BD \Rightarrow \frac{DN}{DB} = \frac{2}{3}.$

c) Mặt khác, ta có: $AD = 3AM \Rightarrow \frac{DM}{DA} = \frac{2}{3}.$

Xét tam giác ADB , ta có: $\frac{DM}{DA} = \frac{DN}{DB} = \frac{2}{3}$ nên $MN \parallel AB \Rightarrow MN \parallel CD,$

mà $CD \subset (SCD) \Rightarrow MN \parallel (SCD).$

d) Gọi P là trung điểm AB .

Tam giác SPC có: $\frac{PG}{PS} = \frac{PN}{PC} = \frac{1}{3}$ (tính chất trọng tâm)

$\Rightarrow NG \parallel SC$; mà $SC \cap (SAD) = \{S\}$ nên NG cắt (SAD) hay NG không song song với mặt phẳng $(SAD).$

Câu 15: Cho tứ diện đều $ABCD$. Lấy điểm M thuộc đoạn thẳng BC sao cho $BM = \frac{1}{2}MC$. Mặt phẳng

(α) qua M song song với AB và CD đồng thời cắt BD tại N và cắt AC tại P .

a) $(MNP) \cap (ABC) = MN$;

b) $(\alpha) \cap (BCD) = MN$;

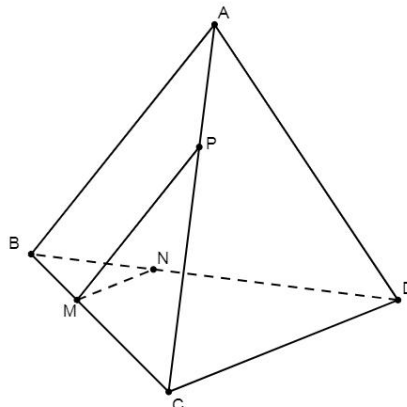
c) Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (ABD) là đường thẳng đi qua M và song song với AB

d) Tam giác MNP có $MN = \frac{1}{3}MP$.

Lời giải



a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
--------	---------	--------	--------



a) Dễ thấy $(MNP) \cap (ABC) = MP$.

b) Vì $(\alpha) \parallel CD$ nên giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (BCD) là đường thẳng đi qua M và song song với CD và cắt BD tại N .

c) Ta có
$$\begin{cases} (\alpha) \cap (ABD) = N \\ MP \subset (\alpha); AB \subset (ABD) \Rightarrow (\alpha) \cap (ABD) = Nx, Nx \parallel AB \parallel MP. \\ MP \parallel AB \end{cases}$$

Khi đó, giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (ABD) là đường thẳng đi qua N và song song với AB .

d) Xét $\triangle BCD$ có $MN \parallel CD \Rightarrow \frac{BM}{BC} = \frac{MN}{CD} = \frac{1}{3} \Rightarrow MN = \frac{1}{3}CD$.

Xét $\triangle ABC$ có $MP \parallel AB \Rightarrow \frac{CM}{BC} = \frac{MP}{AB} = \frac{2}{3} \Rightarrow MP = \frac{2}{3}AB$.

Khi đó $\frac{MN}{MP} = \frac{\frac{1}{3}CD}{\frac{2}{3}AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow MN = \frac{1}{2}MP$.

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O , M và N lần lượt là trung điểm cạnh SA , SB .

a) $MN \parallel (ABCD)$.

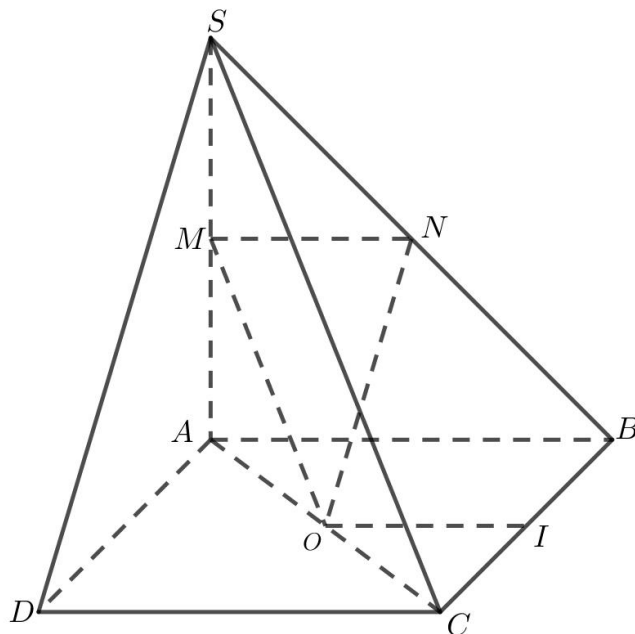
b) $MO \parallel (SBC)$.

c) MN cắt mặt phẳng (SCD) .

d) CB cắt mặt phẳng (OMN) tại điểm I , khi đó $\frac{IC}{CB} = \frac{1}{2}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------



a) Đúng.

Theo giả thiết MN là đường trung bình của ΔSAB

$$\left. \begin{array}{l} MN \parallel AB \\ AB \subset (ABCD) \end{array} \right\} \Rightarrow MN \parallel (ABCD).$$

b) Đúng.

Theo giả thiết MO là đường trung bình của ΔSAC

$$\left. \begin{array}{l} MO \parallel SC \\ SC \subset (SBC) \end{array} \right\} \Rightarrow MO \parallel (SBC).$$

c) Sai.

$$\left. \begin{array}{l} MN \parallel AB \\ AB \parallel CD \end{array} \right\} \Rightarrow MN \parallel CD$$

Mà $CD \subset (SCD)$, suy ra $MN \parallel (SCD)$.

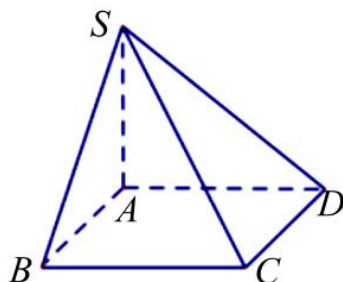
d) Đúng.

$$\left. \begin{array}{l} MN \parallel (ABCD) \\ MN \subset (OMN) \\ (ABCD) \cap (OMN) = OI \end{array} \right\} \Rightarrow OI \parallel MN \Rightarrow OI \parallel AB$$

Suy ra I là trung điểm CB nên $\frac{IC}{CB} = \frac{1}{2}$.



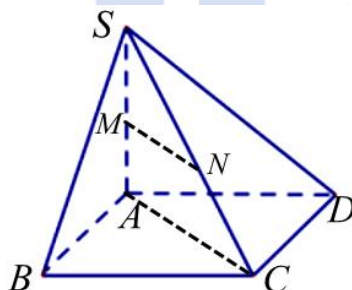
Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, M và N lần lượt là trung điểm của cạnh SA và SC .



- Đường thẳng MN song song với đường thẳng AC .
- Gọi đường thẳng Bt là giao tuyến của hai mặt phẳng (BMN) và $(ABCD)$. Khi đó hai đường thẳng Bt và AC chéo nhau.
- Đường thẳng AC song song với mặt phẳng (DMN) .
- Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (α) chứa MN và song song với SB là ngũ giác $KMEFN$, với K, E, F lần lượt nằm trên các cạnh SD, AB, BC . Khi đó $\frac{SK}{SD} = \frac{1}{4}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------



a) Đúng

Có M và N lần lượt là trung điểm của cạnh SA và SC nên $MN \parallel AC$.

b) Sai

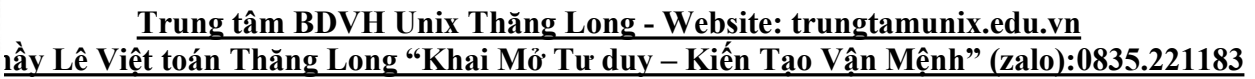
Xét hai mặt phẳng (BMN) và $(ABCD)$ có điểm chung là B .

$MN \subset (BMN)$, $AC \subset (ABCD)$ và $MN \parallel AC$

suy ra $(BMN) \cap (ABCD) = Bt \parallel AC$.

c) Đúng

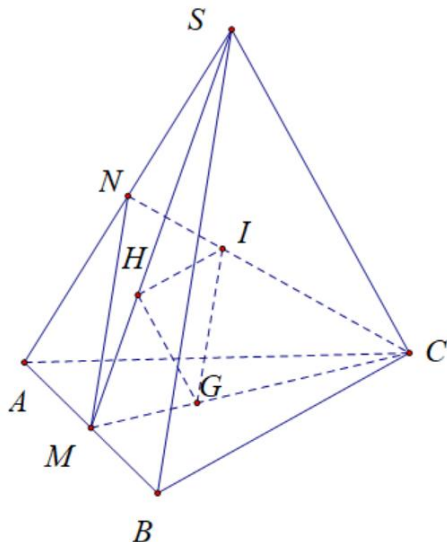
Ta có $\begin{cases} AC \parallel MN \\ MN \subset (DMN) \end{cases}$ suy ra $AC \parallel (DMN)$.



19 | Th.s Lê Việt (THPT Thăng Long, Hà Nội) – Chuyên gia Chiến lược Giáo dục và Sự nghiệp



a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------



a) $CG \cap (SAB) = M$ với M là trung điểm của AB .

b) Ta có: G, H lần lượt là trọng tâm các tam giác ΔABC và ΔSAB , M là trung điểm của AB

$$\Rightarrow \frac{SH}{SM} = \frac{CG}{CM} = \frac{2}{3} \Rightarrow HG \parallel SC$$

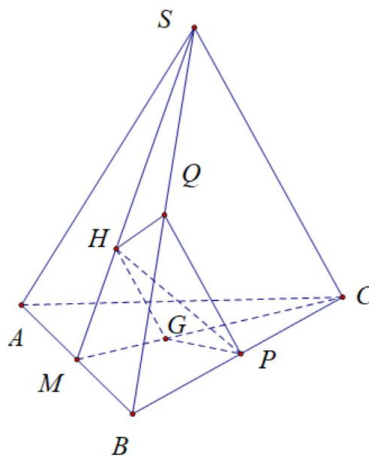
$$SC \subset (SAC) \Rightarrow HG \parallel (SAC).$$

c) Gọi N là trung điểm của SA suy ra $SB \parallel MN$

$$\text{Ta có: } \frac{CI}{CN} = \frac{CG}{CM} = \frac{2}{3} \Rightarrow MN \parallel IG.$$

$$\text{Vậy } SB \parallel IG \Rightarrow SB \parallel (HGI).$$

d)



$$\text{Ta có } \begin{cases} P \in (SBC) \cap (PHG) \\ HG \parallel SC, SC \subset (SBC), HG \subset (PHG) \end{cases} \Rightarrow (SBC) \cap (PHG) = Px \text{ (với } Px \parallel SC \parallel HG).$$

$$Px \cap SB = Q \Rightarrow Q = SB \cap (PHG).$$



Ta có: $PQ \parallel HG \Rightarrow$ Tứ giác $HGPQ$ là hình thang.

Để hình thang $HGPQ$ là hình bình hành thì $HG = PQ \Rightarrow \frac{PQ}{SC} = \frac{HG}{SC} = \frac{1}{3}$

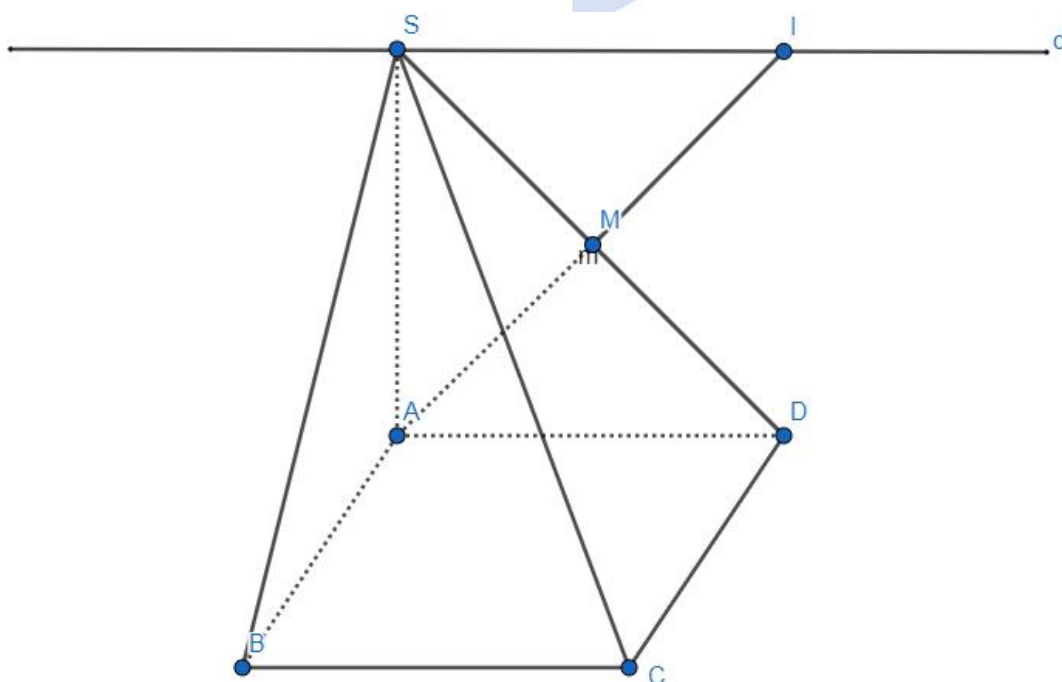
Vì $PQ \parallel SC \Rightarrow \frac{BP}{BC} = \frac{PQ}{SC} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{PC}{PB} = 2$.

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm SD và O là giao điểm của AC và BD .

- Đường thẳng AB song song với đường thẳng CD
- Đường thẳng BC song song với mặt phẳng (SAD)
- Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và mặt phẳng (SBC) là đường thẳng SO .
- Đường thẳng AM cắt mặt phẳng (SBC) tại điểm I . Khi đó tứ giác $SADI$ là hình bình hành.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------



a) Đúng.

Theo tính chất hình bình hành.

b) đúng.

Vì BC song song với AD nên BC song song với mặt phẳng (SAD) .

c) Sai.

Vì BC song song với AD nên giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và mặt phẳng (SBC) là đường thẳng qua S và song song với hai đường thẳng AD và BC .



d) Đúng.

Giao tuyến d của hai mặt phẳng (SAD) và mặt phẳng (SBC) là đường thẳng qua S và song song với hai đường thẳng AD và BC .

Khi đó I là giao điểm của AM và d .

Theo định lý thalet.

$$\frac{MI}{MA} = \frac{SM}{MD} = 1.$$

Vậy tứ giác $SADI$ là hình bình hành.

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $AB \parallel CD$, $AB = 2CD$, M là trung điểm cạnh AB .

a) $AM = DC$.

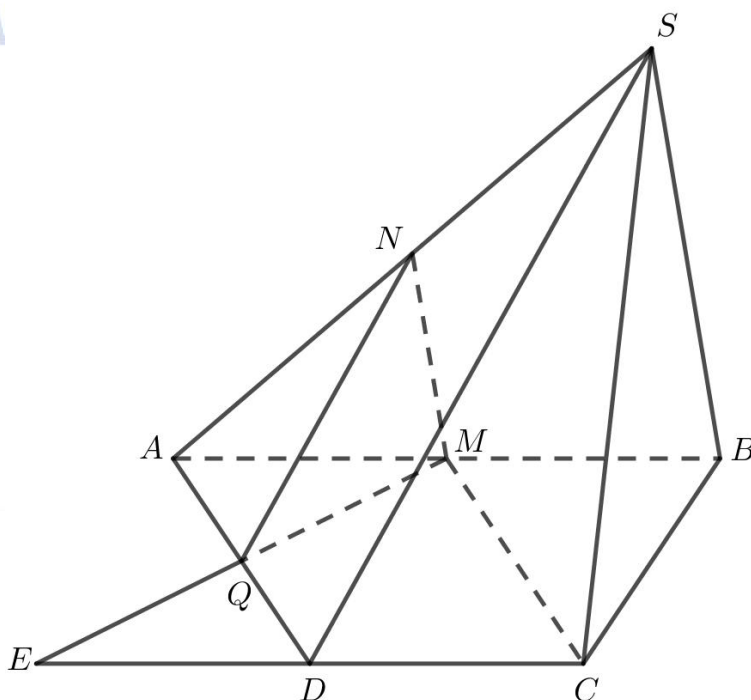
b) $MC \parallel (SAD)$.

c) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SMC) là đường thẳng Sx , $Sx \parallel AD$

d) (P) là mặt phẳng qua M và song song với hai đường thẳng SB, SD . Gọi E là giao điểm của CD với (P) , khi đó $\frac{EC}{DC} = \frac{1}{2}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------



a) Đúng.



$$AM = \frac{1}{2} AB = CD.$$

b) Đúng.

$$\left. \begin{array}{l} AM = CD \\ AM \parallel CD \end{array} \right\} \Rightarrow AMCD \text{ là hình bình hành}$$

$$\left. \begin{array}{l} AD \parallel MC \\ AD \subset (SAD) \end{array} \right\} \Rightarrow MC \parallel (SAD).$$

c) Đúng.

$$\left. \begin{array}{l} AD \subset (SAD) \\ MC \subset (SMC) \\ AD \parallel MC \\ (SAD) \cap (SMC) = Sx \end{array} \right\} \Rightarrow Sx \parallel AD.$$

d) Sai.

$$\left. \begin{array}{l} SB \parallel (P) \\ SB \subset (SAB) \\ (P) \cap (SAB) = My \end{array} \right\} \Rightarrow My \parallel SB$$

Gọi $N = My \cap SA$ nên N là trung điểm của SA .

$$\left. \begin{array}{l} SD \parallel (P) \\ SD \subset (SAD) \\ (P) \cap (SAD) = Nt \end{array} \right\} \Rightarrow Nt \parallel SD$$

Gọi $Q = Nt \cap AD$ nên Q là trung điểm của AD .

Trong $(ABCD)$ gọi $E = CD \cap QM$

$\Delta AQM = \Delta DQE$ vì $AQ = QD$, $\widehat{AQM} = \widehat{DQE}$ (đối đỉnh), $\widehat{QAM} = \widehat{QDE}$ (hai góc so le trong của hai đường thẳng song song AM, DE)

Ta có $AM = ED$ nên $\frac{EC}{DC} = 2$

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB, SAC . Gọi M', N' lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng AB, BC .

a) Đường thẳng AB song song với mặt phẳng (SMN)

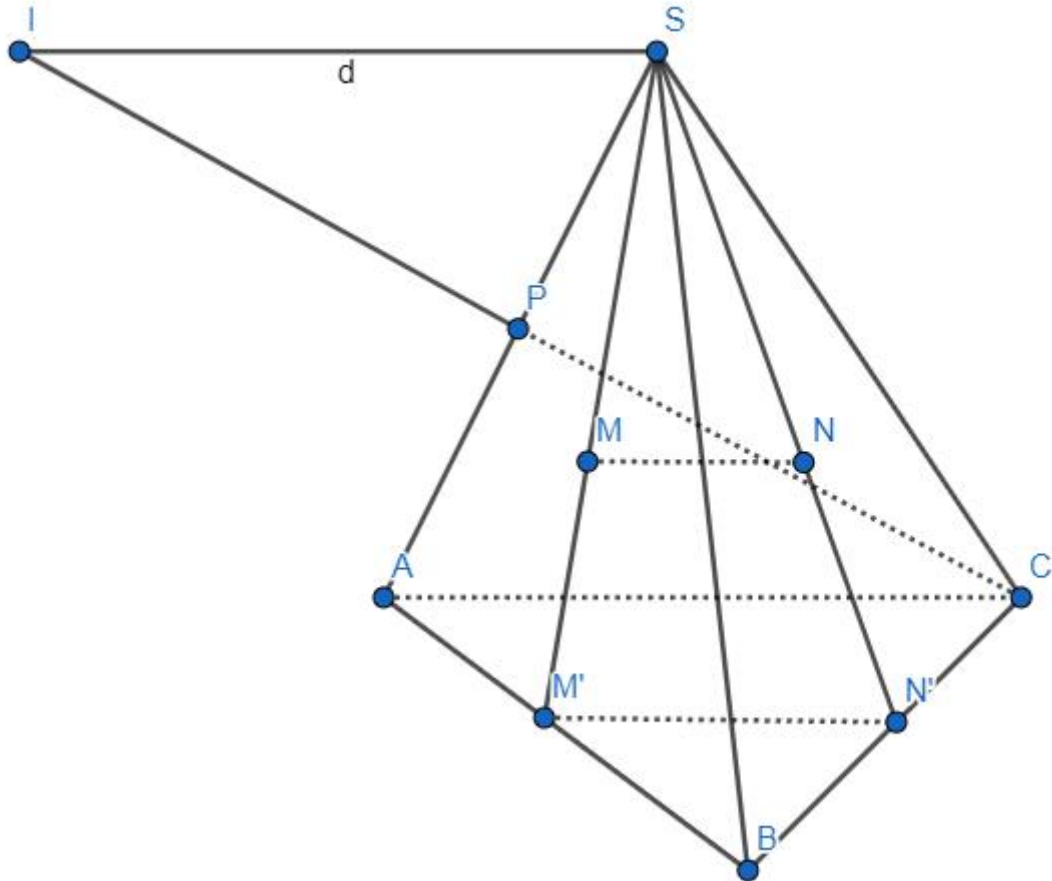
b) Đường thẳng $M'N'$ song song với mặt phẳng (AMN)



- c) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) là đường thẳng qua S và song song với đường thẳng AC .
- d) Gọi P là trung điểm SA . Đường thẳng CP cắt mặt phẳng (SMN) tại I . Khi đó P là trung điểm của đoạn thẳng CI

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------



a) Sai.

Vì SM cắt AB nên đường thẳng AB không song song với mặt phẳng (SMN)

b) Sai.

Vì $M'N' \subset (AMN)$.

c) Đúng.

Vì MN song song với AC nên giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và mặt phẳng (SAC) là đường thẳng qua S và song song với hai đường thẳng MN và AC .

d) Đúng.



Giao tuyến d của hai mặt phẳng (SMN) và mặt phẳng (SAC) là đường thẳng qua S và song song với hai đường thẳng MN và AC .

Khi đó I là giao điểm của CP và d .

Theo định lý thalet.

$$\frac{PI}{PC} = \frac{SP}{PA} = 1.$$

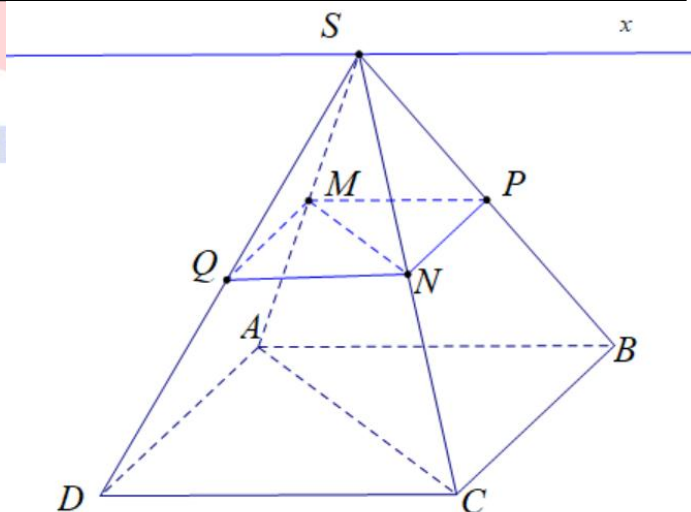
Vậy P là trung điểm của đoạn thẳng CI .

Câu 22: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và $SA = SB = SC = SD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và SC .

- Các mặt bên của hình chóp là các tam giác đều.
- Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là đường thẳng đi qua S và song song với AB .
- $MN \parallel (ABCD)$.
- Mặt phẳng (α) đi qua M và N song song với AB cắt cạnh SB tại P , cạnh SD tại Q thì diện tích của tứ giác $MPNQ$ là $\frac{a^2}{2}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------



a) Các mặt bên của hình chóp là các tam giác cân.

b) Xét $(SAB) \cap (SCD)$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} S \in (SAB) \cap (SCD) \\ AB \parallel CD \\ AB \subset (SAB), CD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow (SAB) \cap (SCD) = Sx$$

(với Sx qua S và $Sx \parallel AB \parallel CD$).



c) Vì MN là đường trung bình của ΔSAC nên

$$MN \parallel AC, AC \subset (ABCD) \Rightarrow MN \parallel (ABCD).$$

d) Ta có: $\begin{cases} M \in (SAB) \cap (\alpha) \\ (\alpha) \parallel AB, AB \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow (SAB) \cap (\alpha) = MP$ (với $MP \parallel AB, P \in SB$).

Vì M là trung điểm của SA và $MP \parallel AB, P \in SB$ nên P là trung điểm của SB

$$\Rightarrow MP = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}.$$

Vì $(\alpha) \parallel AB, AB \parallel CD \Rightarrow (\alpha) \parallel CD$

Ta có $\begin{cases} N \in (SCD) \cap (\alpha) \\ (\alpha) \parallel CD, CD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow (SCD) \cap (\alpha) = NQ$ (với $NQ \parallel CD, Q \in SD$).

Vì N là trung điểm của SC và $NQ \parallel CD, Q \in SD$ nên Q là trung điểm của SD

$$\Rightarrow NQ = \frac{CD}{2} = \frac{a}{2}.$$

Nối các đỉnh M, N, P, Q ta được một tứ giác.

Dễ thấy $MNPQ$ là một hình vuông có cạnh bằng $\frac{a}{2}$ nên có diện tích bằng $\frac{a^2}{4}$ (đơn vị diện tích).

Câu 23: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và $SA = SB = SC = SD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và SC .

a) Các mặt bên của hình chóp là các tam giác đều.

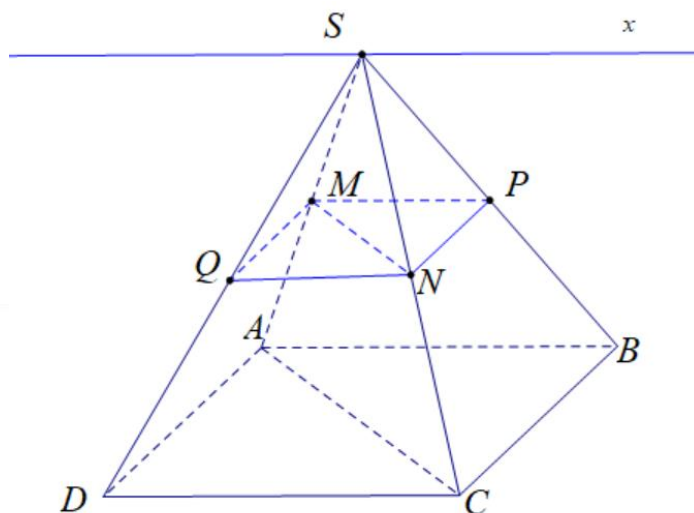
b) Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là đường thẳng đi qua S và song song với AB .

c) $MN \parallel (ABCD)$.

d) Mặt phẳng (α) đi qua M và N song song với AB cắt cạnh SB tại P , cạnh SD tại Q thì diện tích của tứ giác $MPNQ$ là $\frac{a^2}{2}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------



a) Các mặt bên của hình chóp là các tam giác cân.

b) Xét $(SAB) \cap (SCD)$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} S \in (SAB) \cap (SCD) \\ AB // CD \\ AB \subset (SAB), CD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow (SAB) \cap (SCD) = Sx$$

(với Sx qua S và $Sx // AB // CD$).

c) Vì MN là đường trung bình của ΔSAC nên

$$MN // AC, AC \subset (ABCD) \Rightarrow MN // (ABCD).$$

$$\text{d) Ta có: } \begin{cases} M \in (SAB) \cap (\alpha) \\ (\alpha) // AB, AB \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow (SAB) \cap (\alpha) = MP \text{ (với } MP // AB, P \in SB).$$

Vì M là trung điểm của SA và $MP // AB, P \in SB$ nên P là trung điểm của SB

$$\Rightarrow MP = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}.$$

Vì $(\alpha) // AB, AB // CD \Rightarrow (\alpha) // CD$

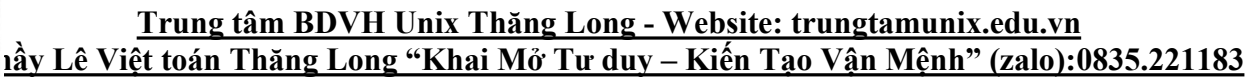
$$\text{Ta có } \begin{cases} N \in (SCD) \cap (\alpha) \\ (\alpha) // CD, CD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow (SCD) \cap (\alpha) = NQ \text{ (với } NQ // CD, Q \in SD).$$

Vì N là trung điểm của SC và $NQ // CD, Q \in SD$ nên Q là trung điểm của SD

$$\Rightarrow NQ = \frac{CD}{2} = \frac{a}{2}.$$

Nối các đỉnh M, N, P, Q ta được một tứ giác.

Dễ thấy $MNPQ$ là một hình vuông có cạnh bằng $\frac{a}{2}$ nên có diện tích bằng $\frac{a^2}{4}$ (đơn vị diện tích).



cho $\frac{SM}{SA} = \frac{2}{3}$. Một mặt phẳng (α) đi qua M song song với AB và AD , cắt các mặt của hình

b) Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (SAD) là đường thẳng đi qua M và song song với SD

d) Mặt phẳng (α) đi qua M song song với AB và AD , cắt các mặt của hình chóp theo hình là một tứ giác có diện tích bằng $\frac{16}{9}$

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

$$\begin{cases} M \in (SAD) \cap (\alpha) \\ (\alpha) \parallel AD, AD \subset (SAD) \end{cases} \Rightarrow (SAD) \cap (\alpha) = MQ \text{ 或 } MQ \parallel AD, Q \in SD.$$

Nối các đỉnh M, N, P, Q ta được một tứ giác.

$$\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{SP}{SC} = \frac{SQ}{SD} = \frac{MN}{AB} = \frac{NP}{BC} = \frac{PQ}{CD} = \frac{MQ}{AD} = \frac{2}{3}.$$

28 | Th.s Lê Việt (THPT Thăng Long, Hà Nội) – Chuyên gia Chiến lược Giáo dục và Sự nghiệp



Dễ thấy $MNPQ$ là một hình vuông có cạnh bằng $\frac{4}{3}$ nên có diện tích bằng $\frac{16}{9}$ (đơn vị diện tích).

Câu 25: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Lấy điểm M trên cạnh AD sao cho $AD = 3AM$. Gọi G, N theo thứ tự là trọng tâm các tam giác SAB, ABC .

a) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng đi qua S và song song với AB, CD

b) $\frac{DN}{DB} = \frac{1}{3}$

c) MN song song với mặt phẳng (SCD)

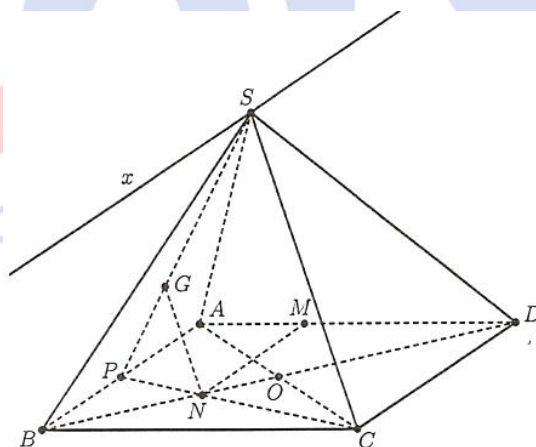
d) NG cắt với mặt phẳng (SAC) .

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Ta có:
$$\begin{cases} S \in (SAB) \cap (SCD) \\ AB // CD \\ AB \subset (SAB), CD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow (SAB) \cap (SCD) = Sx$$

(với Sx qua S và $Sx // AB // CD$).



c) Chứng minh MN song song với mặt phẳng (SCD) :

Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD$.

Vì N là trọng tâm của $\triangle ABC$ nên $BN = \frac{2}{3}BO = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}BD = \frac{1}{3}BD \Rightarrow \frac{DN}{DB} = \frac{2}{3}$.

Mặt khác, ta có: $AD = 3AM \Rightarrow \frac{DM}{DA} = \frac{2}{3}$.

Xét tam giác ADB , ta có: $\frac{DM}{DA} = \frac{DN}{DB} = \frac{2}{3}$ nên $MN // AB \Rightarrow MN // CD$,

mà $CD \subset (SCD) \Rightarrow MN // (SCD)$.



d) Chứng minh NG song song (SAC) :

Gọi P là trung điểm AB . Tam giác SPC có:

$$\frac{PG}{PS} = \frac{PN}{PC} = \frac{1}{3} \text{ (tính chất trọng tâm)}$$

$$\Rightarrow NG // SC, SC \subset (SAC) \Rightarrow NG // (SAC)$$

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và BC . Gọi H, K lần lượt là trọng tâm của ΔSAB và ΔSBC .

a) $AC // (SIJ)$.

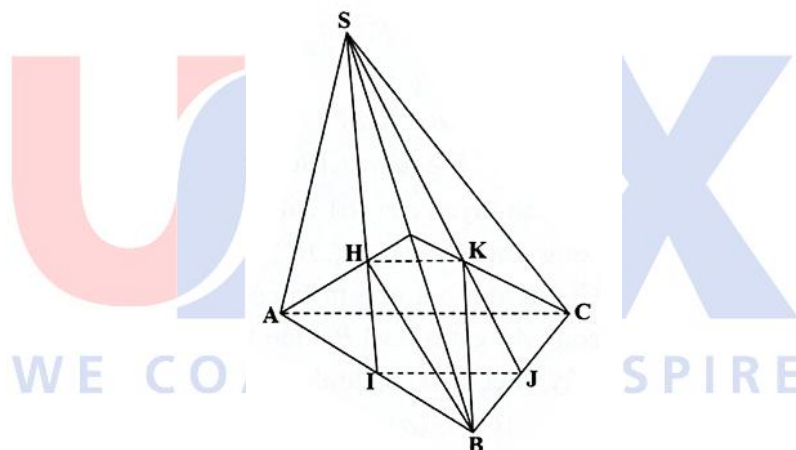
b) HK cắt IJ

c) $HK // (SAC)$.

d) Giao tuyến của (BHK) và (ABC) là đường thẳng đi qua B và song song với AC .

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------



a) Vì IJ là đường trung bình ΔABC nên $IJ // AC$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} AC // IJ \\ IJ \subset (SIJ) \Rightarrow AC // (SIJ) \\ AC \not\subset (SIJ) \end{cases}$$

b) Ta có $\frac{SH}{HI} = \frac{SK}{KJ} = 2$ (H, K lần lượt là trọng tâm ΔSAB và ΔSAC).

$$\Rightarrow HK // IJ$$

$$\text{Lại có } \begin{cases} HK // AC (HK // IJ, AC // IJ) \\ AC \subset (SAC) \\ HK \not\subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow HK // (SAC)$$



$$\text{c) Ta có } \begin{cases} HK // AC \\ HK \subset (BHK) \\ AC \subset (ABC) \\ B \in (BHK) \cap (ABC) \end{cases}$$

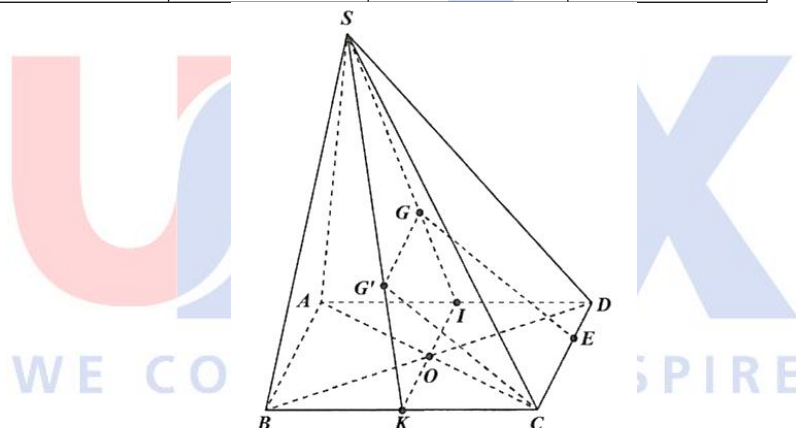
Vậy giao tuyến của (BHK) và (ABC) là đường thẳng Bx đi qua B và song song với AC và HK .

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi G là trọng tâm tam giác SAD và E là điểm trên cạnh DC sao cho $DC = 3DE$, I là trung điểm AD .

- OI song song với mặt phẳng (SAB)
- OI song song với mặt phẳng (SCD)
- IE song song với AC
- $GE // (SBC)$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------



$$\text{a) Ta có } \begin{cases} OI \notin (SAB), AB \subset (SAB) \\ OI // AB \end{cases} \Rightarrow OI // (SAB)$$

$$\text{Tương tự, } \begin{cases} OI \notin (SCD), CD \subset (SCD) \\ OI // CD \end{cases} \Rightarrow OI // (SCD).$$

$$\text{b) Vì } \frac{DI}{DA} = \frac{1}{2} \neq \frac{1}{3} = \frac{DE}{DC} \text{ nên } IE \text{ không song song với } AC. \text{ Trong hình chữ nhật } ABCD, \text{ gọi } P = IE \cap BC$$

$$\Rightarrow P = IE \cap (SBC).$$

Gọi K là trung điểm của BC , G' là trọng tâm tam giác SBC .

$$\text{Khi đó } \frac{SG'}{SK} = \frac{SG}{SI} = \frac{G'G}{KI} = \frac{2}{3}, \text{ suy ra } G'G // KI // CE \text{ và } \Rightarrow G'G = \frac{2}{3}KI = \frac{2}{3}CD = CE.$$



Do đó tứ giác $G'GEC$ là hình bình hành, suy ra $CG' \parallel CE \Rightarrow CG \parallel (SBC)$.

Câu 28: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng 2, M là một điểm thuộc cạnh SA sao cho $\frac{SM}{SA} = \frac{2}{3}$. Một mặt phẳng (α) đi qua M song song với AB và AD , cắt các mặt của hình

chóp theo hình là một tứ giác.

a) Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (SAB) là đường thẳng đi qua M và song song với AB

b) Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (SAD) là đường thẳng đi qua M và song song với SD

c) $\frac{SM}{SA} = \frac{1}{3}$

d) Mặt phẳng (α) đi qua M song song với AB và AD , cắt các mặt của hình chóp theo hình là một tứ giác có diện tích bằng $\frac{16}{9}$

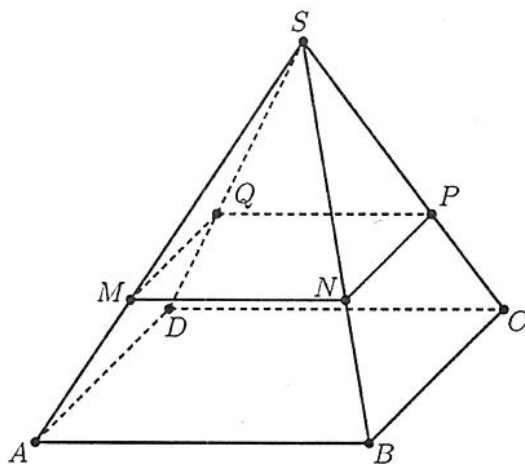
Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

$$\forall \begin{cases} M \in (SAB) \cap (\alpha) \\ (\alpha) \parallel AB, AB \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow (SAB) \cap (\alpha) = MN \vee MN \parallel AB, N \in SB;$$

$$\begin{cases} M \in (SAD) \cap (\alpha) \\ (\alpha) \parallel AD, AD \subset (SAD) \end{cases} \Rightarrow (SAD) \cap (\alpha) = MQ \vee MQ \parallel AD, Q \in SD.$$

Vì $BC \parallel AD \parallel MQ$ và $BC \not\subset (\alpha), MQ \subset (\alpha)$ nên $BC \parallel (\alpha)$.



$$\text{Khi đó, ta có: } \begin{cases} N \in (SBC) \cap (\alpha) \\ (\alpha) \parallel BC, BC \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow (SBC) \cap (\alpha) = NP \text{ (với } NP \parallel BC, P \in SC).$$

Nối các đỉnh M, N, P, Q ta được một tứ giác.

Ta có: $MN \parallel AB, MQ \parallel AD, NP \parallel BC, PQ \parallel CD$ nên theo định lý Thalès, ta có:



$$\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{SP}{SC} = \frac{SQ}{SD} = \frac{MN}{AB} = \frac{NP}{BC} = \frac{PQ}{CD} = \frac{MQ}{AD} = \frac{2}{3}.$$

Suy ra $MN = NP = PQ = MQ = \frac{2}{3} \cdot 2 = \frac{4}{3}$ (đáy hình của chóp là hình vuông cạnh 2).

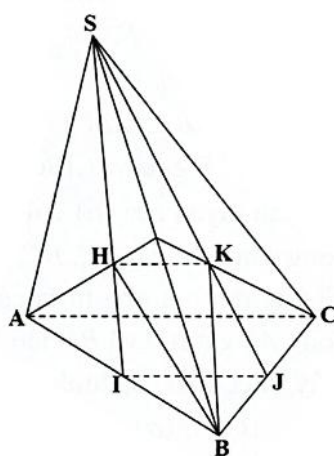
Dễ thấy $MNPQ$ là một hình vuông có cạnh bằng $\frac{4}{3}$ nên có diện tích bằng $\frac{16}{9}$ (đơn vị diện tích).

Câu 29: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và BC . Gọi H, K lần lượt là trọng tâm của ΔSAB và ΔSBC .

- $AC \parallel (SIJ)$.
- HK cắt IJ
- $HK \parallel (SAC)$.
- Giao tuyến của (BHK) và (ABC) là đường thẳng đi qua B và song song với AC .

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------



a) Vì IJ là đường trung bình ΔABC nên $IJ \parallel AC$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} AC \parallel IJ \\ IJ \subset (SIJ) \\ AC \notin (SIJ) \end{cases} \Rightarrow AC \parallel (SIJ).$$

b) Ta có $\frac{SH}{HI} = \frac{SK}{KJ} = 2$ (H, K lần lượt là trọng tâm ΔSAB và ΔSAC).

$$\Rightarrow HK \parallel IJ$$



Lại có
$$\begin{cases} HK // AC (HK // IJ, AC // IJ) \\ AC \subset (SAC) \\ HK \not\subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow HK // (SAC)$$

c) Ta có
$$\begin{cases} HK // AC \\ HK \subset (BHK) \\ AC \subset (ABC) \\ B \in (BHK) \cap (ABC) \end{cases}$$

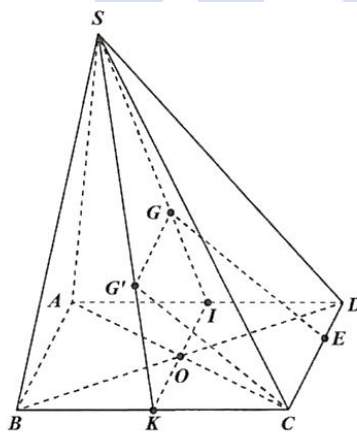
Vậy giao tuyến của (BHK) và (ABC) là đường thẳng Bx đi qua B và song song với AC và HK .

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi G là trọng tâm tam giác SAD và E là điểm trên cạnh DC sao cho $DC = 3DE$, I là trung điểm AD .

- OI song song với mặt phẳng (SAB)
- OI song song với mặt phẳng (SCD)
- IE song song với AC
- $GE // (SBC)$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------



a) Ta có
$$\begin{cases} OI \not\subset (SAB), AB \subset (SAB) \\ OI // AB \end{cases} \Rightarrow OI // (SAB)$$

Tương tự,
$$\begin{cases} OI \not\subset (SCD), CD \subset (SCD) \\ OI // CD \end{cases} \Rightarrow OI // (SCD).$$

b) Vì $\frac{DI}{DA} = \frac{1}{2} \neq \frac{1}{3} = \frac{DE}{DC}$ nên IE không song song với AC . Trong hình chữ nhật $ABCD$, gọi $P = IE \cap BC$

$$\Rightarrow P = IE \cap (SBC).$$



Gọi K là trung điểm của BC , G' là trọng tâm tam giác SBC .

Khi đó $\frac{SG'}{SK} = \frac{SG}{SI} = \frac{G'G}{KI} = \frac{2}{3}$, suy ra $G'G \parallel KI \parallel CE$ và $\Rightarrow G'G = \frac{2}{3}KI = \frac{2}{3}CD = CE$.

Do đó tứ giác $G'GEC$ là hình bình hành, suy ra $CG' \parallel CE \Rightarrow CG' \parallel (SBC)$.

