



CHƯƠNG

I

ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

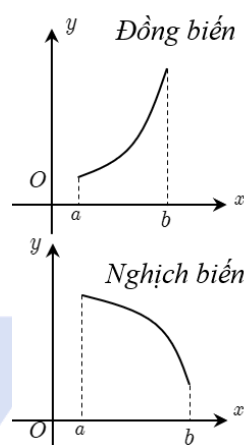
BÀI 1. TÍNH ĐƠN ĐIỀU CỦA HÀM SỐ

1. **Định lí** (thừa nhận): Giả sử hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng K .

Nếu $f'(x) > 0, \forall x \in K$ thì hàm số đồng biến trên khoảng K .

Nếu $f'(x) < 0, \forall x \in K$ thì hàm số nghịch biến trên khoảng K .

Nếu $f'(x) = 0, \forall x \in K$ thì hàm số không đổi trên khoảng K .



2. **Hình dáng đồ thị**

Nếu hàm số **đồng biến** trên K thì từ trái sang phải **đồ thị đi lên**.

Nếu hàm số **nghịch biến** trên K thì từ trái sang phải **đồ thị đi xuống**.



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TRÍCH TỪ ĐỀ THAM KHẢO VÀ ĐỀ CHÍNH THỨC CỦA BỘ GIÁO DỤC TỪ NĂM 2017 ĐẾN NAY

Câu 1: **Câu 12 (101-2023)** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$		+	0	-	0	+

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; 0)$.

B. $(2; +\infty)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $(-1; 2)$.

Lời giải

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Câu 2: **Câu 28 (104-2023)** Cho hàm số $y = (x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		0	$-$		0	$+$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2; +\infty)$.

B. $(0; +\infty)$.

C. $(-\infty; 0)$.

D. $(-1; 2)$.

Lời giải

Nhận thấy $f'(x) > 0$ với $\forall x \in (2; +\infty)$ nên hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Câu 3: **Câu 38 (104-2023)** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-4)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $f(5) > f(6)$.

B. $f(0) > f(2)$.

C. $f(4) > f(0)$.

D. $f(4) > f(2)$.

Lời giải

Ta lập bảng xét dấu của $f(x)$

x	$-\infty$	0	4	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$				$+\infty$

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy $f(0)$ là cực đại nên $f(0) > f(2)$

Câu 4: **Câu 33 (101-2023)** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-4)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $f(4) > f(0)$.

B. $f(0) > f(2)$.

C. $f(5) > f(6)$.

D. $f(4) > f(2)$.

Lời giải

$$f'(x) = x(x-4) \text{ nên } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	4	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$					

Dựa vào bảng biến thiên ta được $f(0) > f(2)$.

Câu 5: **Câu 9 (102-2023)** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^3$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; +\infty)$.

B. $(-\infty; 1)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $(-\infty; 0)$.

Lời giải

Hàm số đã cho nghịch biến $\Leftrightarrow x^3 \leq 0 \Leftrightarrow x \leq 0$.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^3$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0; +\infty)$.

B. $(-\infty; 1)$.

C. $(-\infty; 0)$.

D. $(-\infty; +\infty)$.



Lời giải

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$

Dựa vào bảng xét dấu của $f'(x)$ suy ra hàm $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Câu 7: **Câu 30 (102-2023)** Hàm số $y = x^4 - 2x^2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; +\infty)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(-1; 0)$. D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Ta có $y' = 4x^3 - 4x$, $y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	-1	0	-1	$+\infty$

Hàm số $y = x^4 - 2x^2$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$

Câu 8: **(MĐ 101-2022)** Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = x^4 - x^2$. B. $y = x^3 - x$. C. $y = \frac{x-1}{x+2}$. D. $y = x^3 + x$.

Lời giải

Chọn D

Xét $y = x^3 + x$ có $y' = 3x^2 + 1 > 0; \forall x \in \mathbb{R}$. Vậy hàm số trên đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 9: **(MĐ 103-2022)** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x + 1$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-\infty; -1)$. D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x) = x + 1$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$		$-$ 0 $+$	

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

Câu 10: (MĐ 101-2022) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$		0	3	0	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; +\infty)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; 0)$. D. $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $f'(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -1) \cup (0; 1)$.

Suy ra hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1); (0; 1)$.

Câu 11: (ĐTK 2021) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0 $-$	0 $+$	0 $-$
$f(x)$	$-\infty$	1	-1	1	$-\infty$

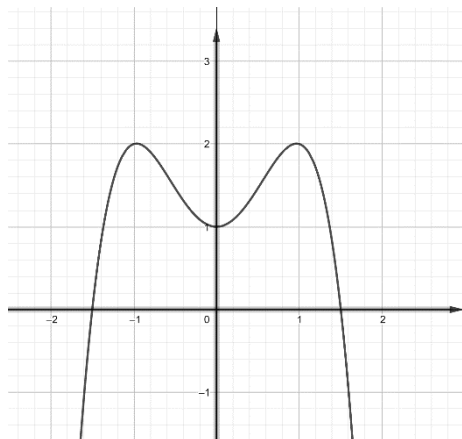
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào, trong các khoảng dưới đây?

- A. $(-2; 2)$. B. $(0; 2)$. C. $(-2; 0)$. D. $(2; +\infty)$.

Lời giải

Ta thấy trên $(0; 2)$ thì $f'(x) > 0$ và mũi tên có chiều hướng lên.

Câu 12: (MĐ 102 - 2021 – ĐỢT 1) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như đường cong hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



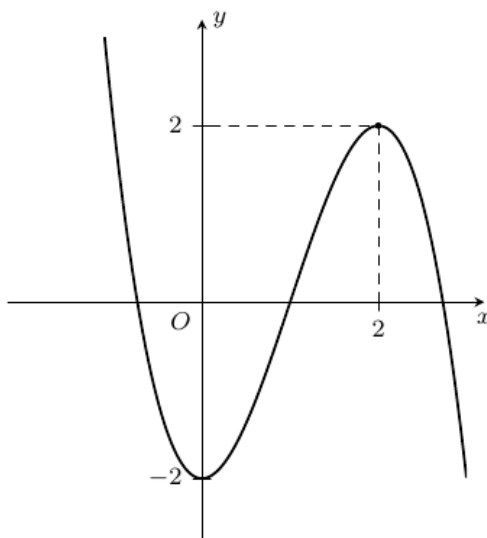
- A. $(-1; 1)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(0; 1)$. D. $(0; +\infty)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta có hàm số đồng biến trên các khoảng: $(-\infty; -1); (0; 1)$



Câu 13: (MĐ 103 - 2021 – ĐỢT 1) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-\infty; 2)$.

B. $(0; 2)$.

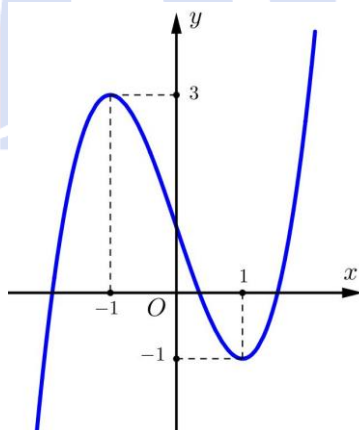
C. $(-2; 2)$.

D. $(2; +\infty)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 14: (MĐ 104 - 2021 – ĐỢT 1) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1; 1)$.

B. $(1; +\infty)$.

C. $(-\infty; 1)$.

D. $(0; 3)$.

Lời giải

Từ hình vẽ ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Câu 15: (MĐ 2021 – ĐỢT 2) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0; +\infty)$.

B. $(-2; 2)$.

C. $(-2; 0)$.

D. $(-\infty; -2)$.

Lời giải

Dựa vào bảng xét dấu của đạo hàm ta thấy, $f'(x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < x < 0 \\ x > 2 \end{cases}$.

Do đó, trong các khoảng đã cho, hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$.

Câu 16: (MĐ 2021 – ĐỢT 2) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; -2)$.

B. $(-2; 2)$.

C. $(-2; 0)$.

D. $(0; +\infty)$.

Lời giải

Ta có $f'(x) > 0$ trên mỗi khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; 2)$ nên hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; 2)$.

Câu 17: (MĐ 103 - 2021 – ĐỢT 2) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng nào dưới đây?

A. $(-1; 1)$.

B. $(0; +\infty)$.

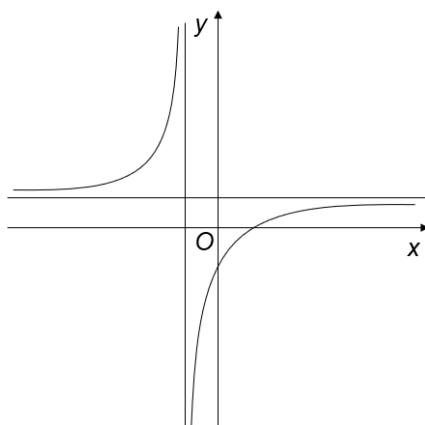
C. $(-\infty; -1)$.

D. $(-1; 0)$.

Lời giải

Dựa vào bảng xét dấu của đạo hàm ta có hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$

Câu 18: (MĐ 102 - 2021 – ĐỢT 1) Biết hàm số $y = \frac{x+a}{x+1}$ (a là số thực cho trước, $a \neq 1$) có đồ thị như hình vẽ sau:



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $y' < 0, \forall x \neq -1$.

B. $y' > 0, \forall x \neq -1$.

C. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

D. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Lời giải

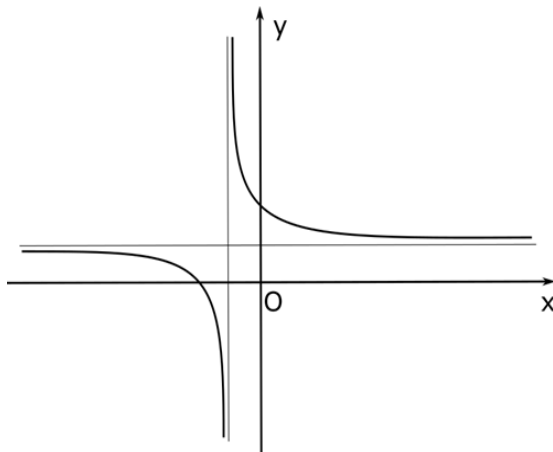


Hàm số đã cho có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đã cho đồng biến trên mỗi khoảng xác định.

Do đó $y' > 0, \forall x \neq -1$.

Câu 19: (MĐ 102 - 2021 – ĐỢT 1) Biết hàm số $y = \frac{x+a}{x+1}$ (a là số thực cho trước, $a \neq 1$) có đồ thị như trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

B. $y' > 0, \forall x \neq -1$.

C. $y' < 0, \forall x \neq -1$ **!**

D. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Lời giải

ĐK: $x \neq -1$.

Đặt $y = f(x) = \frac{x+a}{x+1}$. Từ đồ thị hàm số đã cho ta có:

Với $\forall x_1, x_2 \in (-1; +\infty)$, $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$. Do đó $f(x)$ nghịch biến trên $(-1; +\infty)$.

Với $\forall x_1, x_2 \in (-\infty; -1)$, $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$. Do đó $f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; -1)$.

Suy ra hàm số đã cho nghịch biến trên $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$. Vậy $y' < 0, \forall x \neq -1$.

Câu 20: (Mã 101 – 2020 Lần 1) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-1	4	-1	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; -1)$.

B. $(0; 1)$.

C. $(-1; 1)$.

D. $(-1; 0)$

Lời giải

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 21: (Đề Minh Họa 2020 – Lần 2) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	$-$
$f(x)$		2		2		
	$-\infty$		1		$-\infty$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(1; +\infty)$. **B.** $(-1; 0)$. **C.** $(-1; 1)$. **D.** $(0; 1)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy: Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

Câu 22: (Mã 104 – 2020 Lần 1) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-3	0	3	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$							$+\infty$

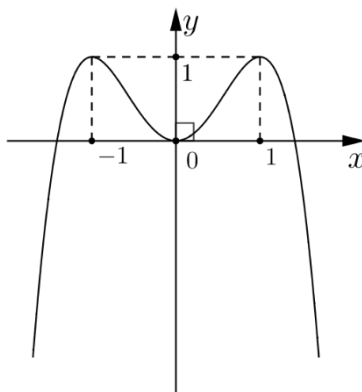
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(-3; 0)$. **B.** $(-3; 3)$. **C.** $(0; 3)$. **D.** $(-\infty; -3)$.

Lời giải

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-3; 0)$ và $(3; +\infty)$.

Câu 23: (Mã 102 – 2020 – Lần 2) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



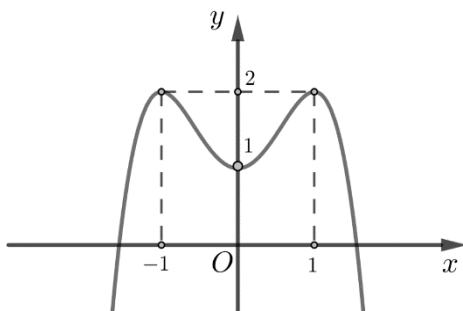
- A.** $(-1; 0)$. **B.** $(-\infty; -1)$. **C.** $(0; 1)$. **D.** $(0; +\infty)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị của hàm số $y = f(x)$ ta có:

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$, đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

Câu 24: (Mã 107 – 2020 Lần 2) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(0;1)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ ta có hàm số đồng biến trên hai khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$
 $\Rightarrow$ chọn đáp án **A.**

Câu 25: (Đề minh họa 1, Năm 2017) Hỏi hàm số $y = 2x^4 + 1$ đồng biến trên khoảng nào?

- A.** $(-\infty;-\frac{1}{2})$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\frac{1}{2};+\infty)$. **D.** $(-\infty;0)$

Lời giải

Chọn B

$y = 2x^4 + 1$. Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

Ta có: $y' = 8x^3$; $y' = 0 \Leftrightarrow 8x^3 = 0 \Leftrightarrow x = 0$ su ra $y(0) = 1$

Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	1	$+\infty$

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Câu 26: (Đề minh họa 2, Năm 2017) Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + x + 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(\frac{1}{3};1)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;\frac{1}{3})$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(\frac{1}{3};1)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = 3x^2 - 4x + 1 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$ hoặc $x = \frac{1}{3}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$.

Câu 27: (Đề Minh họa lần 3, Năm 2017) Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -1)$.
 B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$.
 C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.
 D. Hàm số nghịch biến trên $(-1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Phương pháp:

- ☐ Bước 1: Tìm tập xác định, tính y' .
- ☐ Bước 2: giải phương trình $y' = 0$ tìm các nghiệm.
- ☐ Bước 3: Lập bảng biến thiên và kết luận các khoảng đồng biến và nghịch biến.

Cách giải: $y = \frac{x-2}{x+1} \Rightarrow y' = \frac{3}{(x+1)^2} > 0, \forall x$.

Câu 28: (Đề minh họa lần 3, Năm 2017) Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

- A. $y = 3x^3 + 3x - 2$.
 B. $y = 2x^3 - 5x + 1$.
 C. $y = x^4 + 3x^2$.
 D. $y = \frac{x-2}{x+1}$.

Lời giải

Chọn A

Phương pháp: Tính đạo hàm các hàm số và xét dấu đạo hàm, nếu $y' > 0$ với mọi x thì hàm số đó đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Cách giải: Ta có:
$$\begin{cases} (3x^3 + 3x - 2)' = 9x^2 + 3 > 0, \forall x \\ (2x^3 - 5x + 1)' = 6x^2 - 5 \\ (x^4 + 3x^2)' = 4x^3 + 6x \\ \left(\frac{x-2}{x+1}\right)' = \frac{3}{(x+1)^2} \end{cases}$$

Câu 29: (Mã 103, Năm 2017) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 + 1, \forall x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
 B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
 C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
 D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải



Chọn D

Ta có $f'(x) = x^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Câu 30: (Mã 103, Năm 2017) Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = 4x^3 - 4x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$				0				$+\infty$
			-1			-1			

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

Câu 31: (Mã 104, Năm 2017) Cho hàm số $y = \sqrt{2x^2 + 1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

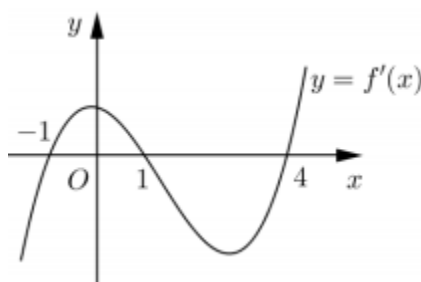
- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $D = \mathbb{R}, y' = \frac{2x}{\sqrt{2x^2 + 1}}$. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Câu 32: (ĐỀ THAM KHẢO 2018) Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y = f(2 - x)$ đồng biến trên khoảng



A. $(1;3)$.

B. $(2;+\infty)$.

C. $(-2;1)$.

D. $(-\infty;-2)$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1:

Ta thấy $f'(x) < 0$ với $\begin{cases} x \in (1;4) \\ x < -1 \end{cases}$ nên $f(x)$ nghịch biến trên $(1;4)$ và $(-\infty;-1)$ suy ra $g(x) = f(-x)$ đồng biến trên $(-4;-1)$ và $(1;+\infty)$. Khi đó $f(2-x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;1)$ và $(3;+\infty)$

Cách 2:

Dựa vào đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ta có $f'(x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ 1 < x < 4 \end{cases}$.

Ta có $(f(2-x))' = (2-x)' \cdot f'(2-x) = -f'(2-x)$.

Để hàm số $y = f(2-x)$ đồng biến thì $(f(2-x))' > 0 \Leftrightarrow f'(2-x) < 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2-x < -1 \\ 1 < 2-x < 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ -2 < x < 1 \end{cases}$$

Câu 33: (Mã 101, Năm 2019) Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $y = f(3-2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(4;+\infty)$.

B. $(-2;1)$.

C. $(2;4)$.

D. $(1;2)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = -2f'(3-2x) < 0 \Leftrightarrow f'(3-2x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < 3-2x < -1 \\ 3-2x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 > x > 2 \\ x < 1 \end{cases}$.

Vì hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$ nên nghịch biến trên $(-2;1)$.

Câu 34: (Mã 102, Năm 2019) Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $y = f(5-2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;3)$.

B. $(0;2)$.

C. $(3;5)$.

D. $(5;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $y = f(5-2x)$.

$$y' = [f(5-2x)]' = -2f'(5-2x).$$



Xét bất phương trình: $y' < 0 \Leftrightarrow f'(5-2x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < 5-2x < -1 \\ 5-2x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 < x < 4 \\ x < 2 \end{cases}$.

Suy ra hàm số $y = f(5-2x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 2)$ và khoảng $(3; 4)$.

Vì $(0; 2) \subset (-\infty; 2)$ nên chọn đáp án B

Câu 35: (Mã 103, Năm 2019) Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$

Hàm số $y = f(3-2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(3; 4)$.

B. $(2; 3)$.

C. $(-\infty; -3)$.

D. $(0; 2)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y' = f'(3-2x) = (3-2x)' f'(3-2x) = -2f'(3-2x)$.

$$*) y' = 0 \Leftrightarrow -2f'(3-2x) = 0 \Leftrightarrow f'(3-2x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3-2x = -3 \\ 3-2x = -1 \\ 3-2x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 2 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$*) y' \geq 0 \Leftrightarrow -2f'(3-2x) \geq 0 \Leftrightarrow f'(3-2x) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3-2x \leq -3 \\ -1 \leq 3-2x \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	1		2		3		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	0	+

Hàm số $y = f(3-2x)$ đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$ nên đồng biến trên khoảng $(3; 4)$.

Câu 36: (Mã 104, Năm 2019) Cho hàm số $f(x)$, có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$

Hàm số $y = f(5-2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; -3)$.

B. $(4; 5)$.

C. $(3; 4)$.

D. $(1; 3)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = -2f'(5-2x)$.

Hàm số $y = f(5-2x)$ đồng biến $\Leftrightarrow -2f'(5-2x) \geq 0 \Leftrightarrow f'(5-2x) \leq 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5-2x < -3 \\ -1 < 5-2x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 4 \\ 2 < x < 3 \end{cases}.$$

Vậy chọn đáp án **B.**

Câu 37: (Đề minh họa lần 3, Năm 2017) Hỏi có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y = (m^2 - 1)x^3 + (m - 1)x^2 - x + 4$ nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$?

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

Phương pháp: Hàm số nghịch biến trên đâu thì $f'(x) \leq 0$ tại đó với dấu bằng xảy ra tại hữu hạn điểm.

Cách giải: Xét $m = 1$ thì $y = -x + 4$ (thỏa mãn nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$). Xét $m \neq 1$, ta có:

$$f'(x) = 3(m^2 - 1)x^2 + 2(m - 1)x - 1$$

$$f'(x) \leq 0, \forall x \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 < 0 \\ \Delta' = (m - 1)^2 + 3(m^2 - 1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 < 1 \\ 2m^2 - m - 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m < 1 \\ m > \frac{-2}{2} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < m < 1.$$

Mà m là số nguyên nên $m = 0$ hoặc $m = 1$.

Câu 38: (Mã 102, Năm 2017) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x+2}{x+5m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -10)$?

A. 2.

B. Vô số.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{-5m\}.$$

$$y' = \frac{5m - 2}{(x + 5m)^2}.$$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -10)$ khi và chỉ khi $\begin{cases} 5m - 2 > 0 \\ -5m \in [-10; +\infty) \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{2}{5} \\ -5m \geq -10 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{2}{5} < m \leq 2.$$

Vì m nguyên nên $m \in \{1; 2\}$. Vậy có 2 giá trị của tham số m .

Câu 39: (Mã 102, Năm 2017) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x+6}{x+5m}$ nghịch biến trên khoảng $(10; +\infty)$?

A. 3.

B. Vô số.

C. 4.

D. 5.

Lời giải

Chọn C



Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-5m\}$.

$$y' = \frac{5m-6}{(x+5m)^2}$$

Hàm số nghịch biến trên $(10; +\infty)$ khi và chỉ khi $\begin{cases} y' < 0, \forall x \in D \\ -5m \notin (10; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5m-6 < 0 \\ -5m \leq 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{6}{5} \\ m \geq -2 \end{cases}$.

Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-2; -1; 0; 1\}$.

- Câu 40: (Mã 103, Năm 2017)** Cho hàm số $y = \frac{mx-2m-3}{x-m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số đồng biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của S .
- A. 5. B. 4. C. Vô số. D. 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = \frac{-m^2+2m+3}{(x-m)^2}$

Để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định thì $y' \geq 0 \Leftrightarrow -m^2+2m+3 \geq 0 \Leftrightarrow m \in [-1; 3]$

Xét tại $m = -1; m = 3$ thấy không thỏa mãn. Vậy $m = 0; m = 1; m = 2$.

- Câu 41: (Mã 104, Năm 2017)** Cho hàm số $y = \frac{mx+4m}{x+m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của S .
- A. 5. B. 4. C. Vô số. D. 3.

Lời giải

Chọn D

$$D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}; y' = \frac{m^2-4m}{(x+m)^2}$$

Hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định khi $y' < 0, \forall x \in D \Leftrightarrow m^2-4m < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 4$

Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên có 3 giá trị thỏa.

- Câu 42: (Đề minh họa, Năm 2019)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = -x^3 - 6x^2 + (4m-9)x + 4$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ là
- A. $(-\infty; 0]$. B. $\left[-\frac{3}{4}; +\infty\right)$. C. $\left(-\infty; -\frac{3}{4}\right]$. D. $[0; +\infty)$

Lời giải

Chọn C

Theo đề $y' = -3x^2 - 12x + 4m - 9 \leq 0, \forall x \in (-\infty; -1) \Leftrightarrow 4m \leq 3x^2 + 12x + 9, \forall x \in (-\infty; -1)$

Đặt $g(x) = 3x^2 + 12x + 9 \Rightarrow g'(x) = 6x + 12$

x	$-\infty$	-2	-1
$g'(x)$		0	
		$-$	$+$
$g(x)$	$+\infty$	-3	6

Vậy $4m \leq -3 \Leftrightarrow m \leq -\frac{3}{4}$.

Câu 43: (Mã 101, Năm 2018) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x+2}{x+5m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -10)$?

A. 2.

B. Vô số.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-5m\}$.

$$y' = \frac{5m-2}{(x+5m)^2}.$$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -10)$ khi và chỉ khi $\begin{cases} 5m-2 > 0 \\ -5m \in [-10; +\infty) \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{2}{5} \\ -5m \geq -10 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{2}{5} < m \leq 2.$$

Vì m nguyên nên $m \in \{1; 2\}$. Vậy có 2 giá trị của tham số m .

Câu 44: (Mã 102, Năm 2018) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x+6}{x+5m}$ nghịch biến trên khoảng $(10; +\infty)$?

A. 3.

B. Vô số.

C. 4.

D. 5.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-5m\}$.

$$y' = \frac{5m-6}{(x+5m)^2}$$

Hàm số nghịch biến trên $(10; +\infty)$ khi và chỉ khi $\begin{cases} y' < 0, \forall x \in D \\ -5m \notin (10; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5m-6 < 0 \\ -5m \leq 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{6}{5} \\ m \geq -2 \end{cases}.$

Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-2; -1; 0; 1\}$.



Câu 45: (Mã 103, Năm 2018) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x+1}{x+3m}$ nghịch biến trên khoảng $(6; +\infty)$?

- A. 3.** **B. Vô số.** **C. 0.** **D. 6.**

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-3m\}$; $y' = \frac{3m-1}{(x+3m)^2}$.

Hàm số $y = \frac{x+1}{x+3m}$ nghịch biến trên khoảng $(6; +\infty)$ khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} y' < 0 \\ (6; +\infty) \subset D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3m-1 < 0 \\ -3m \leq 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{1}{3} \\ m \geq -2 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq m < \frac{1}{3}.$$

Vì $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-2; -1; 0\}$.

Câu 46: (Mã 104, Năm 2018) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x+2}{x+3m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -6)$.

- A. 2.** **B. 6.** **C. Vô số.** **D. 1.**

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D = (-\infty; -3m) \cup (-3m; +\infty)$.

Ta có $y' = \frac{3m-2}{(x+3m)^2}$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -6) \Leftrightarrow \begin{cases} 3m-2 > 0 \\ -6 \leq -3m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{2}{3} \\ m \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{2}{3} < m \leq 2.$

Mà m nguyên nên $m = \{1; 2\}$.

Câu 47: (Đề Tham Khảo Lần 2 2020) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + 4x + 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- A. 5.** **B. 4.** **C. 3.** **D. 2.**

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x) = x^2 + 2mx + 4$.

Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $f'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ (Dấu '=' xảy ra tại hữu hạn điểm).

Ta có $f'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' \leq 0$

$\Leftrightarrow \Delta' = m^2 - 4 \leq 0$

$$\Leftrightarrow -2 \leq m \leq 2.$$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$, vậy có 5 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 48: (Đề Tham Khảo Lần 1 2020) Cho hàm số $f(x) = \frac{mx-4}{x-m}$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

A. 5.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$.

$$\text{Đạo hàm } f'(x) = \frac{-m^2+4}{(x-m)^2}.$$

Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$ khi và chỉ khi

$$f'(x) > 0 \forall x \in (0; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} -m^2+4 > 0 \\ m \notin (0; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m \leq 0.$$

Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = \{-1; 0\}$. Vậy có hai giá trị nguyên của m thỏa mãn đề bài.

Câu 49: (Mã 101 – 2020 – Lần 1) Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x+4}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -7)$ là

A. $[4; 7)$.

B. $(4; 7]$.

C. $(4; 7)$.

D. $(4; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus -m$.

$$\text{Ta có: } y' = \frac{m-4}{(x+m)^2}.$$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; -7) \Leftrightarrow y' > 0, \forall x \in (-\infty; -7) \Leftrightarrow \begin{cases} m-4 > 0 \\ -m \notin (-\infty; -7) \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 4 \\ -m \geq -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 4 \\ m \leq 7 \end{cases} \Leftrightarrow 4 < m \leq 7.$$

Câu 50: (Mã 102 – 2020 – Lần 1) Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x+5}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -8)$ là

A. $(5; +\infty)$.

B. $(5; 8]$.

C. $[5; 8)$.

D. $(5; 8)$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $x \neq -m$.

$$\text{Ta có } y' = \frac{m-5}{(x+m)^2}$$



Để hàm số $y = \frac{x+5}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -8)$ thì

$$\begin{cases} y' > 0 \\ -m \notin (-\infty; -8) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m-5 > 0 \\ -m \geq -8 \end{cases} \Rightarrow 5 < m \leq 8.$$

Câu 51: (Mã 103 – 2020 – Lần 1) Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x+2}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -5)$

- A.** $(2; 5]$. **B.** $[2; 5)$. **C.** $(2; +\infty)$. **D.** $(2; 5)$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$.

Ta có: $y' = \frac{m-2}{(x+m)^2}$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -5) \Leftrightarrow \begin{cases} y' > 0 \forall x \in (-\infty; -5) \\ -m \notin (-\infty; -5) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-2 > 0 \\ -m \geq -5 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < m \leq 5.$

Câu 52: (Mã 104- 2020 – Lần 1) Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x+3}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -6)$ là

- A.** $(3; 6]$. **B.** $(3; 6)$. **C.** $(3; +\infty)$. **D.** $[3; 6)$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định khi: $x+m \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -m$.

$$y = \frac{x+3}{x+m} \Rightarrow y' = \frac{m-3}{(x+m)^2}$$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -6)$ khi và chỉ khi: $\begin{cases} y' > 0, \forall x \in (-\infty; -6) \\ -m \notin (-\infty; -6) \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-3 > 0 \\ -m \in [-6; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 \\ -m \geq -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 \\ m \leq 6 \end{cases} \Leftrightarrow 3 < m \leq 6.$$

Vậy: $m \in (3; 6]$.

Câu 53: (Mã 101 – 2020 -Lần 2) Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + (4-m)x$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$ là

- A.** $(-\infty; 1]$ **B.** $(-\infty; 4]$ **C.** $(-\infty; 1)$ **D.** $(-\infty; 4)$

Lời giải

Chọn B

Ta có.

$$y' = 3x^2 - 6x + 4 - m. \text{ ycbt} \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (2; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 6x + 4 - m \geq 0, \forall x \in (2; +\infty) \Leftrightarrow m \leq 3x^2 - 6x + 4, \forall x \in (2; +\infty)$$

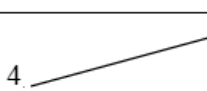
$$\Leftrightarrow m \leq \min_{(2; +\infty)} g(x) \text{ với } g(x) = 3x^2 - 6x + 4$$

Ta có.

$$g'(x) = 6x - 6$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow 6x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$g'(x)$		0		+
$g(x)$				$+\infty$

4. 

Dựa vào bảng biến thiên, suy ra: $m \leq 4$ thỏa yêu cầu bài toán.

Vậy: $m \in (-\infty; 4]$ thì hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Câu 54: (Mã 102 – 2020 – Lần 2) Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + (5 - m)x$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$ là

A. $(-\infty; 2)$.

B. $(-\infty; 5)$.

C. $(-\infty; 5]$.

D. $(-\infty; 2]$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y' = 3x^2 - 6x + 5 - m$.

Hàm số đã cho đồng biến trên $(2; +\infty)$ khi và chỉ khi $y' \geq 0, \forall x \in (2; +\infty)$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 6x + 5 - m \geq 0, \forall x > 2 \Leftrightarrow m \leq 3x^2 - 6x + 5, \forall x > 2.$$

Xét hàm số $f(x) = 3x^2 - 6x + 5$ trên khoảng $(2; +\infty)$.

$$\text{Có } f'(x) = 6x - 6, f'(x) = 0 \Leftrightarrow 6x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ (loại)}.$$

Bảng biến thiên

x	2	$+\infty$
$f'(x)$		+
$f(x)$	5	$+\infty$



Từ bảng biến thiên ta có $m \leq 3x^2 - 6x + 5, \forall x > 2 \Leftrightarrow m \leq 5$.

Vậy $m \in (-\infty; 5]$.

Câu 55: (Mã 103 – 2020 – Lần 2) Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + (2 - m)x$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$ là

A. $(-\infty; -1]$.

B. $(-\infty; 2)$.

C. $(-\infty; -1)$.

D. $(-\infty; 2]$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $y' = 3x^2 - 6x + 2 - m$.

Để hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$ khi và chỉ khi $y' \geq 0, \forall x \in (2; +\infty)$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 6x + 2 - m \geq 0, \forall x \in (2; +\infty) \quad m \leq 3x^2 - 6x + 2, \forall x \in (2; +\infty).$$

Xét hàm số $f(x) = 3x^2 - 6x + 2, \forall x \in (2; +\infty)$.

$$f'(x) = 6x - 6; \quad f'(x) = 0 \Rightarrow 6x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$f'(x)$		0		+
$f(x)$			2	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy $m \leq 2$. Vậy $m \in (-\infty; 2]$.

Câu 56: (Mã 104 – 2020 – Lần 2) Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + (1-m)x$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$ là

A. $(-\infty; -2)$.

B. $(-\infty; 1)$.

C. $(-\infty; -2]$.

D. $(-\infty; 1]$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = 3x^2 - 6x + 1 - m$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty) \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (2; +\infty)$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 6x + 1 - m \geq 0, \forall x \in (2; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 6x + 1 \geq m, \forall x \in (2; +\infty).$$

Xét hàm số $g(x) = 3x^2 - 6x + 1$ với $\forall x \in (2; +\infty)$.

$$g'(x) = 6x - 6; \quad g'(x) > 0, \forall x \in (2; +\infty).$$

Bảng biến thiên $g(x)$:

x	2	$+\infty$
$g'(x)$		+
$g(x)$		$+\infty$

Vậy $m \leq 1$.

CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

KIẾN THỨC CẦN NHỚ:

- Định lý cực trị

- **Điều kiện cần** : Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(a; b)$ và đạt cực đại tại x_0 thì $f'(x_0) = 0$.

- **Điều kiện đủ** :

Nếu $f'(x)$ đổi dấu từ **âm sang dương** khi x đi qua điểm x_0 thì hàm số $y = f(x)$

đạt **cực tiểu** tại điểm x_0 .

Nếu $f'(x)$ đổi dấu từ **dương sang âm** khi x đi qua điểm x_0 thì hàm số $y = f(x)$

đạt **cực đại** tại điểm x_0 .

- **Định lý 3**: Giả sử $y = f(x)$ có đạo hàm cấp 2 trong khoảng $(x_0 - h; x_0 + h)$, với $h > 0$. Khi đó:

Nếu $y'(x_0) = 0$, $y''(x_0) > 0$ thì x_0 là điểm cực tiểu.

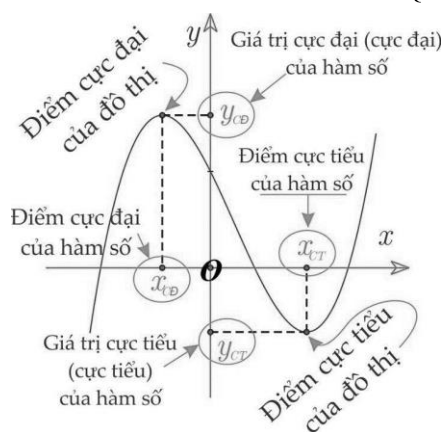
Nếu $y'(x_0) = 0$, $y''(x_0) < 0$ thì x_0 là điểm cực đại.

- Các THUẬT NGỮ cần nhớ

- Điểm cực đại (cực tiểu) của hàm số là x_0 , **giá trị cực đại (cực tiểu)** của hàm số là $f(x_0)$

(hay y_{CB} hoặc y_{CT}). Điểm cực đại của **đồ thị hàm số** là $M(x_0; f(x_0))$.

- Nếu $M(x_0; y_0)$ là điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x) \Rightarrow \begin{cases} y'(x_0) = 0 \\ M(x_0; y_0) \in y = f(x) \end{cases}$.



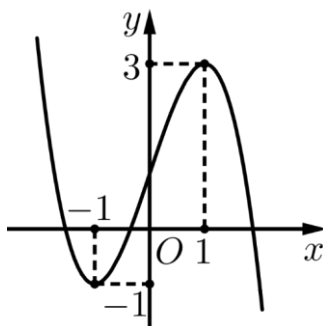
♦ Dựa vào bảng biến thiên:

- Nếu x qua điểm x_0 mà $f'(x)$ đổi từ dấu $(+)$ sang dấu $(-)$ thì x_0 là điểm cực đại.
 - Nếu x qua điểm x_0 mà $f'(x)$ đổi từ dấu $(-)$ sang dấu $(+)$ thì x_0 là điểm cực tiểu.
- (số lần đổi dấu của $f'(x)$ chính bằng số điểm cực trị của hàm số)



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 57: Câu 26 (101-2023) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng:



A. 0.

B. 1.

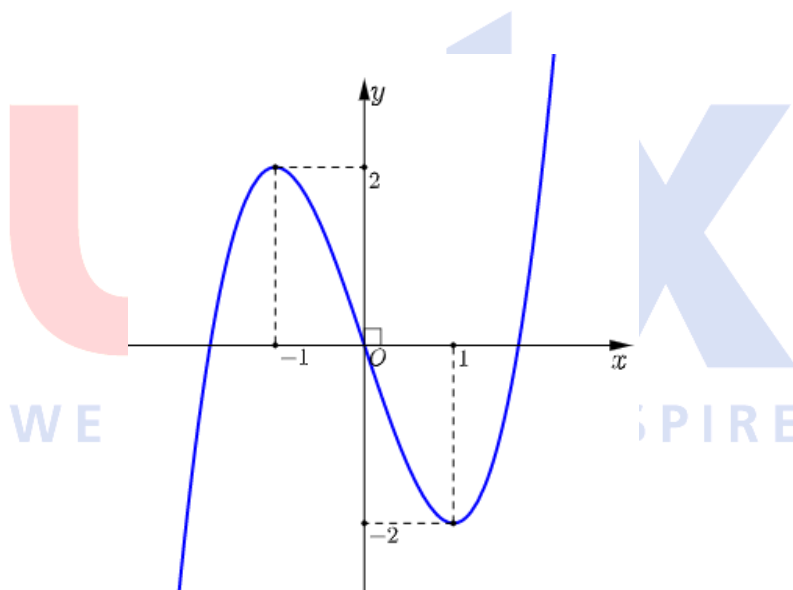
C. 3.

D. -1.

Lời giải

Giá trị cực đại của hàm số là 3.

Câu 58: Câu 12 (102-2023) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong như hình bên.



Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. $x = 1$.

B. $x = -2$.

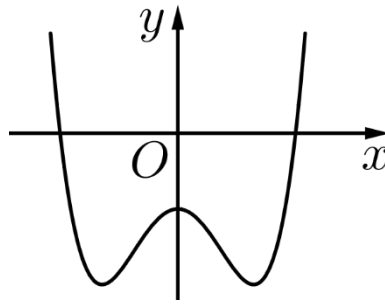
C. $x = -1$.

D. $x = 2$.

Lời giải

Từ đồ thị ta thấy điểm cực tiểu của hàm số đã cho là $x = 1$.

Câu 59: Câu 28 (101-2023) Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là



A. 1.

B. 3.

C. 0.

D. 2.

Lời giải

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là 2.

Câu 60: **Câu 24 (102-2023)** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+2)(x-1)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2.

B. 0.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Xét phương trình $f'(x) = 0$

$$\Leftrightarrow f'(x) = (x+2)(x-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+2=0 \\ x-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ x=1 \end{cases}$$

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Từ bảng xét dấu ta có số điểm cực trị của hàm số đã cho là 2.

Câu 61: **(MĐ 101-2022)** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$						
	$-\infty$	2	-2	$+\infty$		

Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. $x = -2$.

B. $x = 2$.

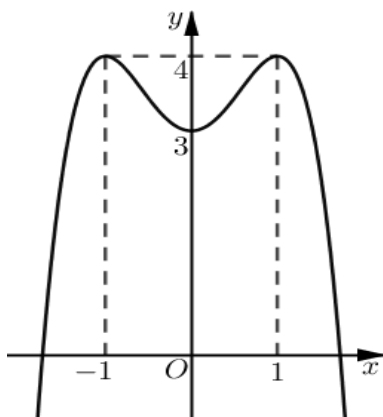
C. $x = -1$.

D. $x = 1$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$

Câu 62: **(MĐ 103-2022)** Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng



A. 1.

B. 4.

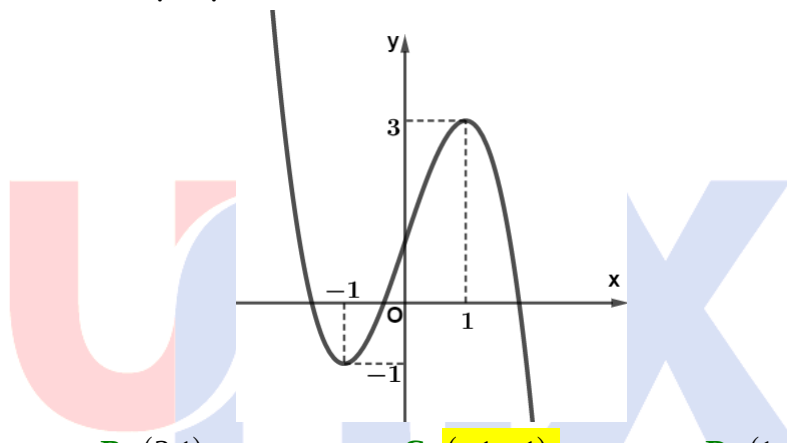
C. -1.

D. 3.

Lời giải

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng 3.

Câu 63: (MĐ 104-2022) Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là



A. (1; 3).

B. (3; 1).

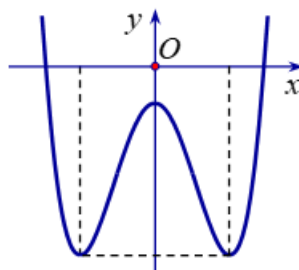
C. (-1; -1).

D. (1; -1).

Lời giải

Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là $-1; -1$.

Câu 64: (MĐ 102-2022) Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như đường cong trong hình bên.



Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Từ đồ thị ta thấy: Số điểm cực trị của hàm số đã cho là 3.

Câu 65: (ĐTK 2020-2021) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	1	-3	$+\infty$	

Điểm cực đại của hàm số đã cho là:

A. $x = -3$.

B. $x = 1$.

C. $x = 2$.

D. $x = -2$.

Lời giải

Vì $f'(x)$ đổi dấu từ $+$ sang $-$ khi hàm số qua $x = -2$ nên $x_{CD} = -2$.

Câu 66: (MĐ 102 2020-2021 – ĐỢT 1) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	3	-5	$+\infty$	

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 3.

B. -1 .

C. -5 .

D. 1.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng 3.

Câu 67: (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 1) Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-3	-1	1	2	$+\infty$				
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Lời giải

Đạo hàm đổi dấu 4 lần nên hàm số có 4 điểm cực trị.

Câu 68: (MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 1) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	3	1	3	$-\infty$		

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 0.

B. 3.

C. 1.

D. -1 .

Lời giải

Từ bảng biến thiên suy ra giá trị cực tiểu là $y = 1$.

Câu 69: (MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 1) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:



x	$-\infty$	-2	-1	2	4	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3.

B. 4.

C. 2.

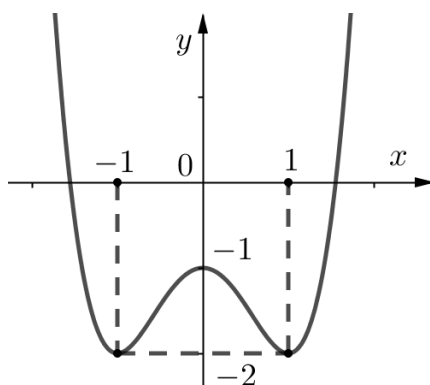
D. 5.

Lời giải

Từ bảng xét dấu ta thấy hàm số $y = f(x)$ đổi dấu khi qua $x = -2$; $x = -1$; $x = 2$; $x = 4$.

Do đó, hàm số đã cho có 4 điểm cực trị.

Câu 70: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực đại của hàm số đã cho là:



A. $x = 1$.

B. $x = -1$.

C. $x = -2$.

D. $x = 0$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy điểm cực đại của hàm số là $x = 0$.

Câu 71: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1		5		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$f(x)$		3		-5		$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0.

B. 1.

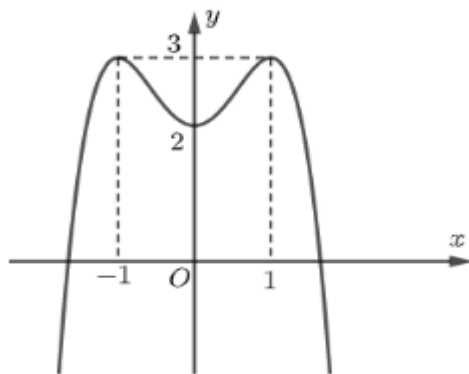
C. 2.

D. 3.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số đã cho có hai điểm cực trị tại $x = 1$ và $x = 5$.

Câu 72: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$, ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong như hình bên. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là:



A. $x = -1$.

B. $x = 2$.

C. $x = 1$.

D. $x = 0$.

Lời giải

Nhìn vào đồ thị hàm số ta thấy hàm số có điểm cực tiểu là $x = 0$.

Câu 73: (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 2) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	3	0	3	$-\infty$

Hỏi số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là 3.

Câu 74: (MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 2) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-3	0	-3	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho có ba điểm cực trị.

Câu 75: (MĐ 102 2020-2021 – ĐỢT 1) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-3	-2	3	5	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 5.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Lời giải



Chọn D

Theo bảng xét dấu, ta thấy đạo hàm đổi dấu 4 lần nên hàm số có 4 điểm cực trị.

Câu 76: (Đề tốt nghiệp 2020 Mã đề 101) Cho hàm $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$						$+\infty$

$\nearrow$ 2
 $\searrow$ -5
 $\nearrow$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 3.

B. -5.

C. 0.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

Từ BBT ta có hàm số đạt giá trị cực tiểu $f(3) = -5$ tại $x = 3$

Câu 77: (Đề tốt nghiệp THPT 2020 mã đề 103) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$	$+\infty$						

$\searrow$ -1
 $\nearrow$ 3
 $\searrow$ $-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 2.

B. -2.

C. 3.

D. -1.

Lời giải

Chọn D

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng -1.

Câu 78: (Đề tốt nghiệp THPT 2020 mã đề 102) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$	$+\infty$						

$\searrow$ -3
 $\nearrow$ 2
 $\searrow$ $-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 3.

B. 2.

C. -2.

D. -3.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy giá trị cực đại của hàm số đã cho là $y_{CD} = 2$.

Câu 79: (Đề tốt nghiệp 2020 Mã đề 101) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	-

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 4.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

Do hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, $f'(-1) = 0$,

$f'(1)$ không xác định nhưng do hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ nên tồn tại $f(1)$

và $f'(x)$ đổi dấu từ "+" sang "-" khi đi qua các điểm $x = -1$, $x = 1$ nên hàm số đã cho đạt cực đại tại 2 điểm này.

Vậy số điểm cực đại của hàm số đã cho là 2.

Câu 80: (Đề tốt nghiệp THPT 2020 mã đề 102) Cho hàm $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	-	+

Số điểm cực tiểu của hàm số là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

Ta thấy $f'(x)$ đổi dấu 2 lần từ (-) sang (+) khi qua các điểm $x = -1$; $x = 1$ nên hàm số có 2 điểm cực tiểu.

Câu 81: (Đề tốt nghiệp THPT 2020 mã đề 103) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	1	2	3	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	-	+

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn A

Câu 82: (Đề tốt nghiệp THPT 2020 mã đề 104) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng xét dấu $f'(x)$



x	$-\infty$	-2	1	2	3	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là:

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x) = 0$, $f'(x)$ không xác định tại $x = -2$; $x = 1$; $x = 2$, $x = 3$. Nhưng có 2 giá trị $x = -2$; $x = 2$ mà qua đó $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm nên hàm số đã cho có 2 điểm cực đại.

Câu 83: (Đề minh họa 2, Năm 2017) Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x + 1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Cực tiểu của hàm số bằng -3 .

B. Cực tiểu của hàm số bằng 1 .

C. Cực tiểu của hàm số bằng -6 .

D. Cực tiểu của hàm số bằng 2 .

Lời giải

Chọn D

Cách 1.

$$\text{Ta có: } y' = \frac{x^2 + 2x - 3}{(x + 1)^2}; y' = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 1 \end{cases}$$

Lập bảng biến thiên.

Vậy hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ và giá trị cực tiểu bằng 2 .

Cách 2.

$$\text{Ta có } y' = \frac{x^2 + 2x - 3}{(x + 1)^2}; x = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$y'' = \frac{8}{(x + 1)^3}. \text{ Khi đó: } y''(1) = 1 > 0; y''(-3) = -1 < 0.$$

Nên hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ và giá trị cực tiểu bằng 2 .

Câu 84: (Mã 101, Năm 2017) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		5		1		$+\infty$

Đồ thị của hàm số $y = |f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 5

B. 3

C. 4

D. 2

Lời giải

Chọn B

Do đồ thị $y = f(x)$ cắt trục Ox tại 1 điểm nên đồ thị $y = |f(x)|$ sẽ có 3 điểm cực trị.

Câu 85: (Mã 102, Năm 2017) Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ có hai cực trị A và B . Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng AB ?

A. $Q(-1;10)$

B. $M(0;-1)$

C. $N(1;-10)$

D. $P(1;0)$

Lời giải

Ta có: $y' = 3x^2 - 6x - 9$ thực hiện phép chia y cho y' ta được số dư là $y = -8x - 2$.

Như thế điểm $N(1;-10)$ thuộc đường thẳng AB .

Câu 86: (Mã 103, Năm 2017) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y		4	-5	2	

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số có bốn điểm cực trị.

B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.

C. Hàm số không có cực đại.

D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -5$.

Lời giải

Ta dễ thấy mệnh đề hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$ đúng.

Câu 87: (Mã 103, Năm 2017) Đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 5$ có hai điểm cực trị A và B . Tính diện tích S của tam giác OAB với O là gốc tọa độ.

A. $S = 9$.

B. $S = \frac{10}{3}$.

C. $S = 5$.

D. $S = 10$.

Lời giải

Ta có: $y' = -3x^2 + 6x$, $y' = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$.

Nên $A(0;5), B(2;9) \Rightarrow \overline{AB} = (2;4) \Rightarrow AB = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20}$.

Phương trình đường thẳng AB : $y = 2x + 5$.

Diện tích tam giác OAB là: $S = 5$.

Câu 88: (Mã 104, Năm 2017) Hàm số $y = \frac{2x+3}{x+1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3.

B. 0.

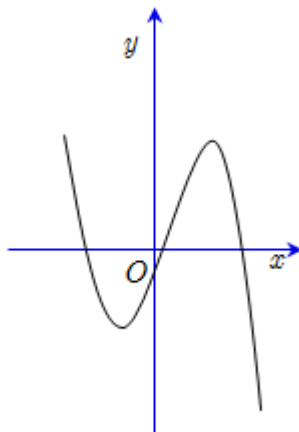
C. 2.

D. 1.

Lời giải

Có $y' = \frac{-1}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq -1$ nên hàm số không có cực trị.

Câu 89: (Mã 102, Năm 2018) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số này là



A. 0

B. 1

C. 3

D. 2

Lời giải

Dựa vào hình dạng đồ thị hàm số có hai điểm cực trị.

Câu 90: (Đề minh họa 1, Năm 2019) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x+2)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3.

B. 2.

C. 5.

D. 1.

Lời giải

Ta có $f'(x) = x(x-1)(x+2)^3; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \\ x=-2 \end{cases}$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$

Vì $f'(x)$ đổi dấu 3 lần khi đi qua các điểm nên hàm số đã cho có 3 cực trị.

Câu 91: (Mã 101, Năm 2019) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+2)^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Xét $f'(x) = x(x+2)^2$. Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x+2)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-2 \end{cases}$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
y'	$-$	0	$-$	$+$

Dựa vào bảng xét dấu đạo hàm suy ra hàm số có một cực trị.

Câu 92: (Mã 102, Năm 2019) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-2)^2$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 3

Lời giải

Ta có: $f'(x) = x(x-2)^2$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x-2)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases}$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		-	0	+	0	+	
y	$+\infty$						$+\infty$

Vậy hàm số có một điểm cực trị.

Câu 93: (Mã 103, Năm 2019) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^2$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x-1)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases}$.

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	+	
$f(x)$	$+\infty$						$+\infty$

Vậy hàm số đã cho có một điểm cực trị.

Câu 94: (Đề minh họa 2, Năm 2017) Biết $M(0;2)$, $N(2;-2)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Tính giá trị của hàm số tại $x = -2$.

A. $y(-2) = 2$.

B. $y(-2) = 22$.

C. $y(-2) = 6$.

D. $y(-2) = -18$.

Lời giải

Ta có: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

Vì $M(0;2)$, $N(2;-2)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số nên:



$$\begin{cases} y'(0) = 0 \\ y'(2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ 12a + 4b + c = 0 \end{cases} \quad (1) \quad \text{và} \quad \begin{cases} y(0) = 2 \\ y(2) = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 2 \\ 8a + 4b + 2c + d = -2 \end{cases} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra: $a = 1$; $b = -3$; $c = 0$; $d = 2 \Rightarrow y = x^3 - 3x^2 + 2 \Rightarrow y(-2) = -18$.

