



CHƯƠNG

I

# ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

## BÀI 1. TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ



### HỆ THỐNG BÀI TẬP CÂU HỎI 4 MỆNH ĐỀ TRẢ LỜI ĐÚNG/SAI.

**PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Cho hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 4$ .

- a)  $y' = x^2 - 2x + 3, \forall x \in \mathbb{R}$ .
- b) Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -1)$ .
- c) Hàm số đạt cực đại tại điểm  $x = 3$ .
- d)  $|y_{CB} - y_{CT}| = \frac{32}{3}$ .

WE COACH WE INSPIRE

Lời giải

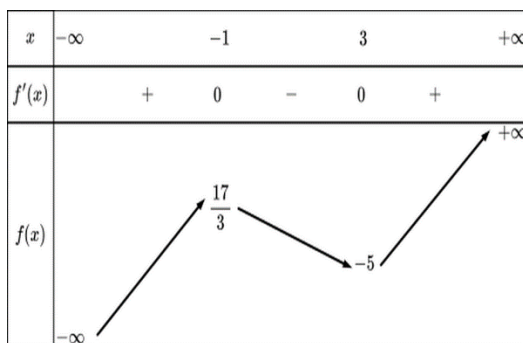
|        |         |        |         |
|--------|---------|--------|---------|
| a) Sai | b) Đúng | c) Sai | d) Đúng |
|--------|---------|--------|---------|

a) Sai.

Ta có:  $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 4 \Rightarrow y' = \frac{1}{3}.3x^2 - 2x - 3 = x^2 - 2x - 3$ .

b) Đúng.

Ta có:  $y' = x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$ . Ta có bảng biến thiên hàm số



Do đó, hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -1)$ .

c) Sai.

Dựa trên bảng biến thiên ta có, hàm số đạt cực đại tại điểm  $x = -1 \neq 3$ .

d) Đúng

$$\text{Ta có } y_{CB} = \frac{17}{3}, y_{CT} = -5 \Rightarrow |y_{CB} - y_{CT}| = \left| \frac{17}{3} + 5 \right| = \frac{32}{3}.$$

**Câu 2:** Cho hàm số  $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ .

a) Hàm số  $f(x)$  có tập xác định là  $\mathbb{R}$ .

b) Đồ thị hàm số  $f(x)$  cắt trục  $Oy$  tại điểm  $M(0; -1)$ .

c) Hàm số  $f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(0; 2)$ .

d) Giá trị cực tiểu của hàm số  $f(x)$  bằng  $-3$ .

**Lời giải**

|         |        |         |         |
|---------|--------|---------|---------|
| a) Đúng | b) Sai | c) Đúng | d) Đúng |
|---------|--------|---------|---------|

a) Đúng

b) Sai

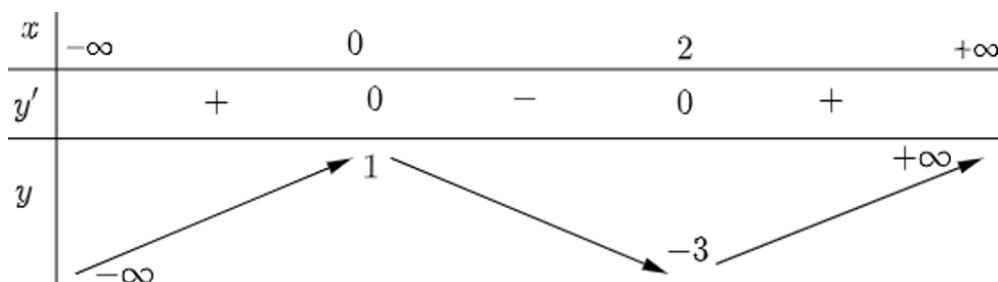
$$\text{Khi } x = 0 \Rightarrow y = -1$$

c) Đúng

Khảo sát bảng biến thiên

$$f'(x) = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

BBT



**d) Đúng**

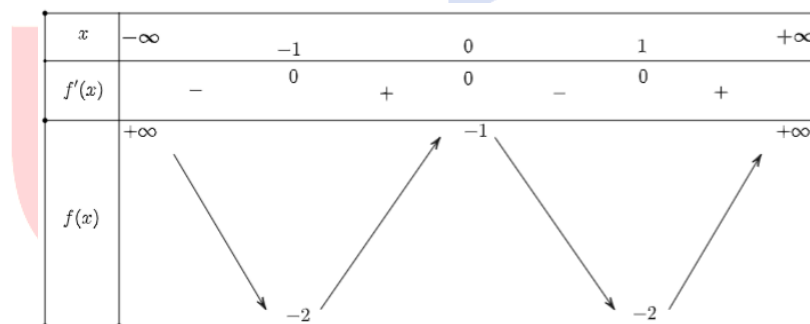
**Câu 3:** Cho hàm số  $y = x^4 - 2x^2 - 1$  (C).

- Hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.
- Đồ thị (C) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2.
- Hàm số đã cho đạt cực đại tại  $x = 0$  và đạt cực tiểu tại  $x = \pm 1$ .
- Khoảng cách giữa điểm cực đại và điểm cực tiểu của (C) bằng  $\sqrt{2}$ .

**Lời giải**

|                |               |                |                |
|----------------|---------------|----------------|----------------|
| <b>a) Đúng</b> | <b>b) Sai</b> | <b>c) Đúng</b> | <b>d) Đúng</b> |
|----------------|---------------|----------------|----------------|

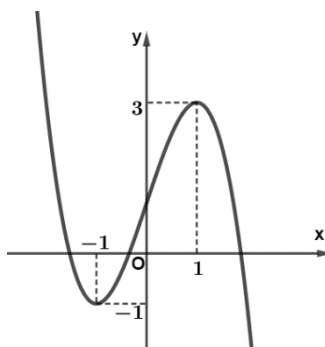
Ta có  $y = f(x) = x^4 - 2x^2 - 1 \Rightarrow f'(x) = 4x^3 - 4x; f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = \pm 1$ .



Từ bảng biến thiên suy ra:

- ▶ Hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.
- ▶ Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -1.
- ▶ Hàm số đã cho đạt cực đại tại  $x = 0$  và đạt cực tiểu tại  $x = \pm 1$ .
- ▶ Điểm cực đại của (C) là  $A(0; -1)$ , điểm cực tiểu của (C) là  $B(\pm 1; -2)$ . Ta có  $AB = \sqrt{2}$ .

**Câu 4:** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây.





- a) Hàm số nghịch biến trên các khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(1; +\infty)$ .
- b) Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là  $(-1; -1)$ .
- c) Gọi  $a$  và  $b$  lần lượt là tung độ của điểm cực tiểu và điểm cực đại của hàm số ta có  $a^2 + b^2 = 10$ .
- d) Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị là  $x - y + 2 = 0$ .

**Lời giải**

|         |         |         |         |
|---------|---------|---------|---------|
| a) Đúng | b) Đúng | c) Đúng | d) Đúng |
|---------|---------|---------|---------|

**a) Đúng**

Hàm số nghịch biến trên các khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(1; +\infty)$ .

Vì hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(1; +\infty)$ .

**b) Đúng**

Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là  $(-1; -1)$ .

**c) Đúng**

Gọi  $a$  và  $b$  lần lượt là hoành độ của điểm cực tiểu và điểm cực đại của hàm số ta có  $a^2 + b^2 = 10$ .

Vì tung độ của điểm cực tiểu là  $a = -1$  và điểm cực đại là  $b = 3$  nên  $a^2 + b^2 = 10$ .

**d) Đúng**

Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là  $(d): x - y + 2 = 0$ .

Vì đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là  $A(-1; 1); B(1; 3)$ . Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm

$A, B$  là:  $(d): \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{2} \Leftrightarrow x - y + 2 = 0$ .

**Câu 5:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đạo hàm  $f'(x) = (x+1)(x-3)x^2$ .

- a) Hàm số đạt cực trị tại  $x = -1; x = 3; x = 0$ .
- b) Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên  $(-1; 3)$ .
- c) Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên  $(-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$ .
- d) Hàm số  $y = f(3x)$  nghịch biến trên  $\left(-\frac{1}{3}; 1\right)$ .

**Lời giải**

|        |         |        |         |
|--------|---------|--------|---------|
| a) Sai | b) Đúng | c) Sai | d) Đúng |
|--------|---------|--------|---------|

**a) Sai**

Hàm số đạt cực trị tại  $x = -1; x = 3; x = 0$ .



$$\text{Vì } f'(x) = (x+1)(x-3)x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \\ x = 0 \end{cases}.$$

Tuy nhiên  $x = 0$  là nghiệm bậc chẵn của  $f'(x)$  nên  $x = 0$  không là điểm cực trị.

**b) Đúng**

Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên  $(-1; 3)$ .

$$\text{Cho } f'(x) < 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-3)x^2 < 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-3) < 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 3$$

Suy ra hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên  $(-1; 3)$ .

**c) Sai**

Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên  $(-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$ .

$$\text{Cho } f'(x) > 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-3)x^2 > 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-3) > 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x > 3 \end{cases}$$

Ta lập được bảng biến thiên  $f(-1)$

|         |           |         |        |           |     |
|---------|-----------|---------|--------|-----------|-----|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$    | $3$    | $+\infty$ |     |
| $f'(x)$ | $+$       | $0$     | $-$    | $0$       | $+$ |
| $f(x)$  | $-\infty$ | $f(-1)$ | $f(3)$ | $+\infty$ |     |

Theo bảng biến thiên thì  $-1 < 3$  nhưng  $f(-1) > f(3)$  nên hàm số  $y = f(x)$  không thể đồng biến trên  $(-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$ .

**d) Đúng**

Hàm số  $y = f(3x)$  nghịch biến trên  $\left(-\frac{1}{3}; 1\right)$ .

$$\begin{aligned} \text{Do } f'(x) &= (x+1)(x-3)x^2 \text{ nên ta có } y' = [f(3x)]' = 3f'(3x) = 3(3x+1)(3x-3)(3x)^2 \\ &= 3f'(3x) = 27x^2(3x+1)(3x-3). \end{aligned}$$

$$\text{Điều kiện hàm } y = f(3x) \text{ nghịch biến là } y' < 0 \Leftrightarrow 27x^2(3x+1)(3x-3) < 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{3} < x < 1$$

Hàm số chỉ nghịch biến trên  $\left(-\frac{1}{3}; 1\right)$ .



**Câu 6:** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

|         |           |      |     |     |           |     |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----------|-----|
| $x$     | $-\infty$ | $-2$ | $0$ | $2$ | $+\infty$ |     |
| $f'(x)$ | $-$       | $0$  | $+$ | $-$ | $0$       | $+$ |
| $f(x)$  | $+\infty$ |      | $3$ |     | $+\infty$ |     |

$\swarrow$        $\nearrow$        $\searrow$        $\nearrow$   
 $1$        $1$

- a) Giá trị cực đại của hàm số  $f(x)$  bằng 3.  
b) Hàm số  $f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(1;3)$ .  
c)  $f(-10) > f(-3)$ .  
d) Đồ thị hàm số  $f(x)$  có ba điểm cực trị là ba đỉnh tam giác có diện tích bằng 4.

**Lời giải**

|         |        |         |         |
|---------|--------|---------|---------|
| a) Đúng | b) Sai | c) Đúng | d) Đúng |
|---------|--------|---------|---------|

- a) Giá trị cực đại của hàm số bằng 3. **Đúng**  
b) Hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-2;0)$  và  $(2;+\infty)$ . **Đúng**  
c)  $f(-10) > f(-3)$ . **Đúng** vì hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty;-2)$  nên  $f(-10) > f(-3)$ .  
d) Đồ thị hàm số  $f(x)$  có ba điểm cực trị là ba đỉnh tam giác có diện tích bằng 4. **Đúng**  
Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị  $A(0;3), B(-2;1), C(2;1)$   
Tam giác  $ABC$  cân ở  $A$ . Gọi  $H(0;1)$  là trung điểm đoạn  $BC$ .  
Ta có  $AH = 2, BC = 4$ . Diện tích  $ABC$  là  $S = \frac{1}{2}AH.BC = 4$ .

**Câu 7:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

|      |           |      |     |     |           |     |
|------|-----------|------|-----|-----|-----------|-----|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $+\infty$ |     |
| $y'$ | $-$       | $0$  | $+$ | $-$ | $0$       | $+$ |
| $y$  | $+\infty$ |      | $3$ |     | $+\infty$ |     |

$\searrow$        $\nearrow$        $\searrow$        $\nearrow$   
 $0$        $0$

- a) Hàm số đồng biến trên các khoảng  $(0;3)$  và  $(0;+\infty)$ .  
b) Hàm số đồng biến trên khoảng  $(2;+\infty)$ .  
c) Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số với hoành độ không âm là  $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} = 1$ .  
d) Ba điểm cực trị của đồ thị hàm số tạo thành một tam giác có diện tích bằng 3.



**Lời giải**

|       | a) Sai    | b) Đúng | c) Đúng | d) Đúng |           |     |     |
|-------|-----------|---------|---------|---------|-----------|-----|-----|
| $x$   | $-\infty$ | $-1$    | $0$     | $1$     | $+\infty$ |     |     |
| $y''$ | $-$       | $0$     | $+$     | $0$     | $-$       | $0$ | $+$ |
| $y$   | $+\infty$ |         | $3$     |         | $+\infty$ |     |     |
|       |           | $0$     |         | $0$     |           |     |     |

**a)** Hàm số đồng biến trên các khoảng  $(0;3)$  và  $(0;+\infty)$  **Sai**.

Vì hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-1;0)$  và  $(1;+\infty)$ .

**b)** Hàm số đồng biến trên khoảng  $(2;+\infty)$  **Đúng**.

Vì hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-1;0)$  và  $(1;+\infty)$

**c)** Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số với hoành độ không âm là  $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} = 1$  **Đúng**

Vì đồ thị hàm số có hai điểm cực trị với hoành độ không âm là  $A(0;3)$  và  $B(1;0)$  nên đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số với hoành độ không âm là  $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} = 1$ .

**d)** Ba điểm cực trị của đồ thị hàm số tạo thành một tam giác có diện tích bằng 3 **Đúng**

Vì đồ thị hàm số có hai điểm cực trị với hoành độ không âm là  $A(0;3)$ ,  $B(1;0)$  và  $C(-1;0)$  nên diện tích tam giác  $ABC$  là  $S = \frac{1}{2}|y_A - y_B| \cdot |x_B - x_C| = \frac{1}{2}|3-0| \cdot |1+1| = 3$ .

**Câu 8:** Đồ thị hàm số  $y = f(x) = x^3 - 3x$

a) Hàm số  $f(x)$  luôn đồng biến trên  $(-\infty;-1) \cup (1;+\infty)$ .

b) Hàm số  $f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(-1;1)$ .

c) Hàm số  $f(x)$  đạt cực tiểu tại điểm  $x_0 = -1$ .

d) Đồ thị hàm số  $f(x)$  có hai cực trị  $A$  và  $B$ . Điểm  $M(0;-1)$  thuộc đường thẳng  $AB$ .

**Lời giải**

| a) Sai | b) Đúng | c) Đúng | d) Sai |
|--------|---------|---------|--------|
|--------|---------|---------|--------|

$$y = f(x) = x^3 - 3x \text{ có } f'(x) = 3x^2 - 3; f'(0) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

BXD:



|    |           |    |   |   |           |
|----|-----------|----|---|---|-----------|
| x  | $-\infty$ | -1 |   | 1 | $+\infty$ |
| y' | +         | 0  | - | 0 | +         |

Từ BXD ta thấy

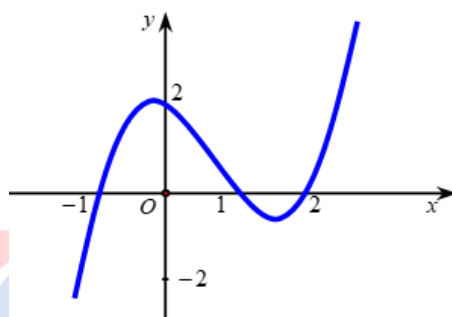
a) Sai.

b) Đúng.

c) Đúng ( Do y' đổi dấu từ - sang + khi qua 1 nên x=1 là điểm cực tiểu).

d) Sai. Ta có đồ thị có 2 điểm cực trị là  $A(-1; 2), B(1; -2)$  có pt đường thẳng qua 2 điểm A, B là  $2x + y = 0$  nên điểm  $M(0; -1)$  không thuộc đường thẳng **AB**.

**Câu 9:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  và có đạo hàm  $f'(x)$ . Đồ thị của hàm số  $f'(x)$  như hình dưới đây.



a) Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$ .

b) Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(-1; 1)$ .

c) Hàm số  $y = f(x)$  có ba điểm 3 điểm cực trị.

d) Hàm số  $y = f(x)$  có điểm cực đại là  $x = 1$  và điểm cực tiểu là  $x = -1, x = 2$ .

**Lời giải**

|               |                |                |                |
|---------------|----------------|----------------|----------------|
| <b>a) Sai</b> | <b>b) Đúng</b> | <b>c) Đúng</b> | <b>d) Đúng</b> |
|---------------|----------------|----------------|----------------|

Từ đồ thị của hàm số  $f'(x)$  ta có

$$+ f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}.$$

+ Bảng biến thiên



|         |           |                                                                                   |      |                                                                                   |     |                                                                                   |     |                                                                                    |           |
|---------|-----------|-----------------------------------------------------------------------------------|------|-----------------------------------------------------------------------------------|-----|-----------------------------------------------------------------------------------|-----|------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| $x$     | $-\infty$ |                                                                                   | $-1$ |                                                                                   | $1$ |                                                                                   | $2$ |                                                                                    | $+\infty$ |
| $f'(x)$ |           | $-$                                                                               | $0$  | $+$                                                                               | $0$ | $-$                                                                               | $0$ | $+$                                                                                |           |
| $f(x)$  |           |  |      |  |     |  |     |  |           |

- a) Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$  là sai.
- b) Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(-1; 1)$  là đúng.
- c) Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số  $y = f(x)$  có ba điểm 3 điểm cực trị là đúng
- d) Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số  $y = f(x)$  có điểm cực đại là  $x = 1$  và điểm cực tiểu là  $x = -1$ ,  $x = 2$ .

**Câu 10:** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{-x^2 + 2x + 2}{x + 1}$ .

- a) Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; -5)$ .
- b) Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-2; 0)$ .
- c) Với mọi  $a, b \in (1; +\infty)$  và  $a < b$  thì  $f(a) < f(b)$ .
- d) Gọi  $A, B$  là 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số  $y = f(x)$ . Đường thẳng  $AB$  cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 1.

**Lời giải**

|                |               |               |                |
|----------------|---------------|---------------|----------------|
| <b>a) Đúng</b> | <b>b) Sai</b> | <b>c) Sai</b> | <b>d) Đúng</b> |
|----------------|---------------|---------------|----------------|

**a) Đúng.**

Tập xác định:  $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ .

Ta có:  $y' = \frac{-x^2 - 2x}{(x+1)^2}$ ;  $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$  hoặc  $x = -2$ .

Bảng biến thiên:

|      |           |      |           |           |           |
|------|-----------|------|-----------|-----------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-2$ | $-1$      | $0$       | $+\infty$ |
| $y'$ |           | $-$  | $0$       | $+$       |           |
| $y$  | $+\infty$ |      | $+\infty$ |           | $2$       |
|      |           | $6$  |           | $-\infty$ | $-\infty$ |

Từ bảng biến thiên, ta suy ra hàm số nghịch biến trên các khoảng  $(-\infty; -2)$  và  $(0; +\infty)$  Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; -5)$  là khẳng định đúng.

**b) Sai.**



Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-2;0)$  là khẳng định sai vì  $y = f(x)$  không xác định tại  $x = -1 \in (-2;0)$ .

c) Sai.

Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(1; +\infty)$  nên với mọi  $a, b \in (1; +\infty)$  và  $a < b$  thì  $f(a) > f(b)$ . Do đó, khẳng định c sai.

d) Đúng.

Đường thẳng  $AB$  có phương trình:  $y = \frac{(-x^2 + 2x + 2)'}{(x+1)'} = -2x + 2$ .

Phương trình hoành độ giao điểm của  $AB$  và  $Ox$  có dạng:  $-2x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ . Vậy  $AB$  cắt  $Ox$  tại điểm  $M(1;0)$ . Vậy khẳng định d đúng.

**Câu 11:** Cho hàm số  $y = \frac{x^2 - x + 1}{x}$  có đồ thị là  $(C)$ .

a) Đạo hàm  $y'$  của hàm số là  $y' = 1 - \frac{1}{x^2}, \forall x \neq 0$ .

b) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -1)$ .

c) Giá trị cực đại của hàm số đã cho lớn hơn giá trị cực tiểu của hàm số.

d) Gọi  $A, B$  là hai điểm cực trị của đồ thị  $(C)$ , diện tích tam giác  $OAB$  bằng 2.

**Lời giải**

|         |         |        |        |
|---------|---------|--------|--------|
| a) Đúng | b) Đúng | c) Sai | d) Sai |
|---------|---------|--------|--------|

a) Đúng.

$$y = x - 1 + \frac{1}{x} \Rightarrow y' = 1 - \frac{1}{x^2}, \forall x \neq 0.$$

b) Đúng.

$$\text{Ta có } y' = 1 - \frac{1}{x^2} = \frac{x^2 - 1}{x^2}, \forall x \neq 0.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1.$$

Bảng biến thiên :

|      |           |      |           |     |           |     |
|------|-----------|------|-----------|-----|-----------|-----|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$ | $0$       | $1$ | $+\infty$ |     |
| $y'$ | $+$       | $0$  | $-$       | $-$ | $0$       | $+$ |
| $y$  | $-\infty$ | $-3$ | $+\infty$ | $1$ | $+\infty$ |     |



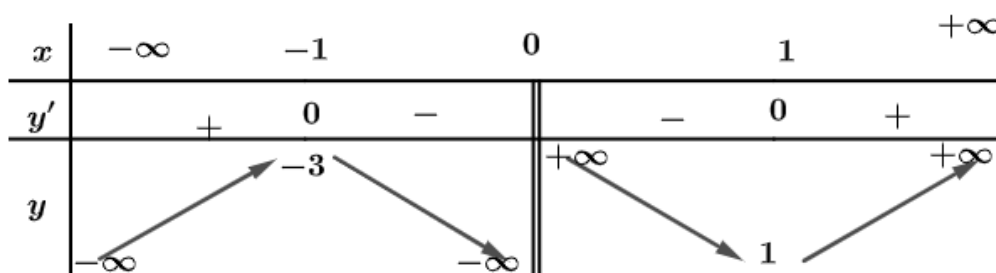
Từ bảng biến thiên suy ra hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -1)$ .

c) Sai.

Ta có  $y' = 1 - \frac{1}{x^2} = \frac{x^2 - 1}{x^2}, \forall x \neq 0$ .

$$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên :



Từ bảng biến thiên ta có  $y_{CD} = -3 < y_{CT} = 1$ .

d) Sai.

Toạ độ hai điểm cực trị là  $A(-1; -3), B(1; 1)$ .

$$OA = \sqrt{10}, OB = \sqrt{2}, AB = 2\sqrt{5}.$$

Đặt  $p = \frac{OA + OB + AB}{2}$ , áp dụng công thức Hê-rông ta có :

$$S = \sqrt{p(p - OA)(p - OB)(p - AB)} = 1.$$

**Chú ý:** HS có thể tính diện tích tam giác OAB theo các cách khác đã học.

**Câu 12:** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{x^2 + x + 2}{x - 1}$  có đồ thị là  $(C)$ .

a) Tập xác định của hàm số là  $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ .

b)  $y' = f'(x) = 1 - \frac{4}{(x-1)^2}, \forall x \neq 1$ .

c) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $(1; 4)$ .

d) Hàm số  $g(x) = f(x)$  có 1 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.

**Lời giải**

|         |         |        |         |
|---------|---------|--------|---------|
| a) Đúng | b) Đúng | c) Sai | d) Đúng |
|---------|---------|--------|---------|



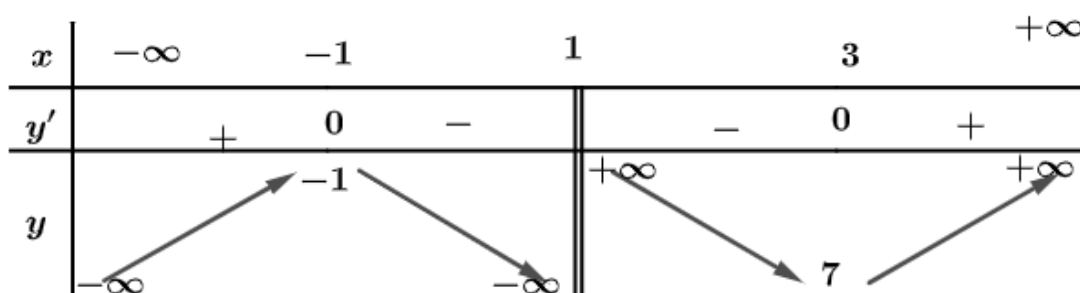
a) **Đúng.** Tập xác định của hàm số là  $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ .

b) **Đúng.**

$$y' = f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2} = 1 - \frac{4}{(x-1)^2}, \forall x \neq 1.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên :



c) **Sai**

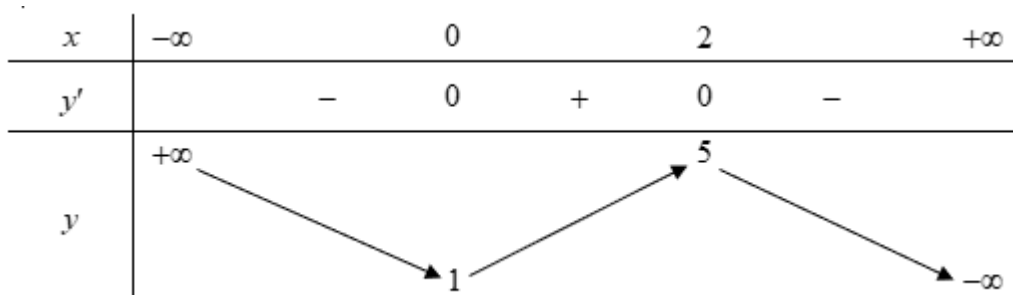
Từ bảng biến thiên suy ra hàm số nghịch biến trên các khoảng  $(-1;1), (1;3)$

d) **Đúng.**

Hai điểm cực trị của đồ thị  $(C)$  đối xứng nhau qua điểm  $I(1;3)$ .

Hai điểm cực trị của  $(C)$  là  $A(-1;-1), B(3;7)$ .

**Câu 13:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau



a) Hàm số  $f(x)$  đạt cực tiểu tại  $x = 0$ .

b) Hàm số có hai cực trị

c) Khoảng cách giữa hai điểm cực trị là 3.

d) Đường thẳng  $y = 2x + 1$  đi qua hai điểm cực trị.

**Lời giải**

|         |         |        |         |
|---------|---------|--------|---------|
| a) Đúng | b) Đúng | c) Sai | d) Đúng |
|---------|---------|--------|---------|



a) **Đúng:** Dựa vào bảng biến thiên nên  $f(x)$  đạt cực tiểu tại  $x = 0$ .

b) **Đúng:** Quan sát bảng biến thiên, dấu  $f'(x)$  đổi từ dương sang âm khi qua điểm  $x = 2$  nên hàm số  $f(x)$  đạt cực đại tại điểm  $x = 2$ .

Dấu  $f'(x)$  đổi từ âm sang dương khi qua điểm  $x = 0$  nên hàm số  $f(x)$  đạt cực tiểu tại điểm  $x = 0$ .  
Nên hàm số có hai cực trị.

c) **Sai:** Có  $A(0,1); B(2,5)$  nên  $\overline{AB}(2;4) \Rightarrow AB = 2\sqrt{5}$ .

d) **Đúng:** Tọa độ điểm cực trị  $A(-2;-1); B(1;2)$

Đường thẳng đi qua A,B nhận  $\overline{AB} = (2;4)$  làm vtcp nên ta có pt:  $2(x-0)-1(y-1)=0$   
 $\Rightarrow 2x-y+1=0 \Rightarrow y=2x+1$ .

**Câu 14:** Cho hàm số  $y = |x+1|(x-2)$ .

a) Hàm số có 2 điểm cực trị

b) Hàm số nghịch biến trên khoảng  $-\infty; -1$

c) Hàm số đồng biến trên các khoảng  $-\infty; -1$  và  $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$

d) Hàm số nghịch biến trên khoảng  $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$  và  $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$

**Lời giải**

| a) Đúng | b) Sai | c) Đúng | d) Sai |
|---------|--------|---------|--------|
|---------|--------|---------|--------|

Ta có  $y' = \begin{cases} 2x-1 & \text{khi } x \geq -1 \\ -2x+1 & \text{khi } x < -1 \end{cases}; y' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$

|      |                                                                                      |      |               |           |   |
|------|--------------------------------------------------------------------------------------|------|---------------|-----------|---|
| $x$  | $-\infty$                                                                            | $-1$ | $\frac{1}{2}$ | $+\infty$ |   |
| $y'$ | +                                                                                    |      | -             | 0         | + |
| $y$  |  |      |               |           |   |

Nhìn bảng biến thiên ta thấy

a) **Đúng**

b) **Sai**

c) **Đúng**

d) **Sai**



**Câu 15:** Cho hàm số  $f(x) = 3x^3 - 7x^2 + 5x - 6$ .

- a) Hàm số đạt cực đại tại  $x=1$  và đạt cực tiểu tại  $x=\frac{5}{9}$ .
- b) Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-1;0)$ .
- c) Hai điểm cực trị của đồ thị hàm số nằm khác phía so với trục  $Ox$ .
- d) Tồn tại hai số thực  $a, b$  với  $a < b$  sao cho  $\log_{\frac{\pi}{4}}[f(a)] < \log_{\frac{\pi}{4}}[f(b)]$ .

**Lời giải**

|               |                |               |               |
|---------------|----------------|---------------|---------------|
| <b>a) Sai</b> | <b>b) Đúng</b> | <b>c) Sai</b> | <b>d) Sai</b> |
|---------------|----------------|---------------|---------------|

Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$ , ta có  $f'(x) = 9x^2 - 14x + 5$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{5}{9} \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

|      |           |                     |     |           |           |     |
|------|-----------|---------------------|-----|-----------|-----------|-----|
| $x$  | $-\infty$ | $\frac{5}{9}$       |     | $1$       | $+\infty$ |     |
| $y'$ |           | $+$                 | $0$ | $-$       | $0$       | $+$ |
| $y$  |           | $-\frac{1183}{243}$ |     | $+\infty$ |           |     |
|      | $-\infty$ |                     |     | $-5$      |           |     |

Hàm số đồng biến trên  $\left(-\infty; \frac{5}{9}\right)$  và  $(1; +\infty)$  suy ra hàm số đồng biến trên  $(-1; 0)$

Hàm số đạt cực đại tại  $x = \frac{5}{9}$ , giá trị cực đại  $f\left(\frac{5}{9}\right) = \frac{-1183}{243}$

và đạt cực tiểu tại  $x = 1$ , giá trị cực tiểu  $f(1) = -5$

Vì  $f\left(\frac{5}{9}\right) \cdot f(1) > 0$  nên hai điểm cực trị của đồ thị hàm số nằm cùng phía so với trục  $Ox$ .

Ta có  $f(x) > 0 \Leftrightarrow 3x^3 - 7x^2 + 5x - 6 > 0 \Leftrightarrow x > 2$  và trên  $(2; +\infty)$  hàm số đồng biến

$$\text{Suy ra } \begin{cases} f(a) > 0 \\ f(b) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 2 \\ b > 2 \end{cases}$$



Ta có  $\log_{\frac{\pi}{4}}[f(a)] < \log_{\frac{\pi}{4}}[f(b)] \Leftrightarrow f(a) > f(b) \Leftrightarrow a > b$  ( trái với giả thiết) suy ra không tồn tại số thực  $a, b$  thỏa mãn đề bài cho

**Câu 16:** Cho hàm số  $y = \frac{x^2 + 3x + 6}{x + 1}$ .

a) Đạo hàm của hàm số là  $y' = \frac{x^2 + 2x - 3}{(x + 1)^2}, \forall x \neq -1$ .

b) Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là  $(1; 5)$ .

c) Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-3; 1)$ .

d) Tổng khoảng cách từ các điểm cực trị của đồ thị hàm số đến trục hoành bằng 2.

**Lời giải**

|         |         |        |        |
|---------|---------|--------|--------|
| a) Đúng | b) Đúng | c) Sai | d) Sai |
|---------|---------|--------|--------|

TXĐ:  $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ .

**a) Đúng**

Đạo hàm của hàm số là  $y' = \frac{x^2 + 2x - 3}{(x + 1)^2}, \forall x \neq -1$ .

**b) Đúng**

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

|         |           |      |           |     |           |     |
|---------|-----------|------|-----------|-----|-----------|-----|
| $x$     | $-\infty$ | $-3$ | $-1$      | $1$ | $+\infty$ |     |
| $y'(x)$ | $+$       | $0$  | $-$       | $-$ | $0$       | $+$ |
| $y(x)$  | $-\infty$ | $-3$ | $+\infty$ | $5$ | $+\infty$ |     |

Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là  $(1; 5)$ .

**c) Sai**

Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-3; -1)$  và  $(-1; 1)$ .

**d) Sai**



Gọi hai điểm cực trị là  $A(1;5); B(-3;-3)$ . Khi đó  $d(A; Ox) = |5| = 5$ ,  $d(B; Ox) = |-3| = 3$ .

Tổng khoảng cách từ các điểm cực trị của đồ thị hàm số đến trục hoành bằng 8.

**Câu 17:** Cho hàm số  $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$ .

a) Đạo hàm của hàm số là  $y' = \frac{x^2 - 2x}{x + 1}$ .

b) Giá trị cực đại của hàm số bằng  $-2$ .

c) Điểm cực tiểu của hàm số bằng  $0$ .

d) Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là  $y = 2x - 2$ .

**Lời giải**

| a) Sai | b) Đúng | c) Sai | d) Đúng |
|--------|---------|--------|---------|
|--------|---------|--------|---------|

a) Ta có:  $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1} = x - 1 + \frac{1}{x - 1}$  TXD:  $D = \mathbb{R} / \{1\}$ .

Đạo hàm của hàm số là  $y' = 1 - \frac{1}{(x - 1)^2} = \frac{x^2 - 2x}{(x - 1)^2} \neq \frac{x^2 - 2x}{x + 1} \Rightarrow$  a) **SAI**.

b)  $y' = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 - 2x}{x - 1} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

BBT:

| $x$  | $-\infty$ | 0          | 1          | 2          | $+\infty$  |           |
|------|-----------|------------|------------|------------|------------|-----------|
| $y'$ | +         | 0          | -          | -          | 0          | +         |
| $y$  | $-\infty$ | $\nearrow$ | $\searrow$ | $\searrow$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Từ BBT ta có: Giá trị cực đại của hàm số bằng  $-2 \Rightarrow$  b) **ĐÚNG**.

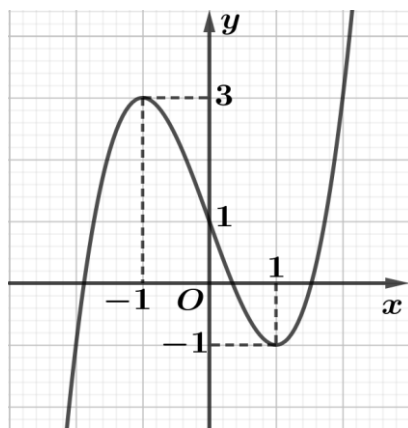
c) Điểm cực tiểu của hàm số bằng  $2 \neq 0 \Rightarrow$  c) **SAI**.

d) Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho có dạng:  $y = ax + b$  (d).

Vì (d) đi qua các điểm  $(0; -2), (2; 2)$  nên ta có:  $\begin{cases} -2 = b \\ 2 = 2a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -2 \end{cases} \Rightarrow (d): y = 2x - 2$ .

Suy ra d) **ĐÚNG**.

**Câu 18:** Chi hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị (C) như hình vẽ



- a) Hàm số đạt cực đại tại điểm  $x = -1$ .
- b) Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(1; +\infty)$ .
- c) Hai điểm cực trị của đồ thị hàm số cùng với gốc toạ độ tạo thành tam giác có diện tích bằng 2.
- d) Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số bằng  $3\sqrt{5}$ .

**Lời giải**

|         |         |        |        |
|---------|---------|--------|--------|
| a) Đúng | b) Đúng | c) Sai | d) Sai |
|---------|---------|--------|--------|

a) Từ đồ thị ta thấy hàm số đạt cực đại tại điểm  $x = -1$ .

**Chọn Đúng.**

b) Từ đồ thị ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng  $(1; +\infty)$ .

**Chọn Đúng.**

c) Đồ thị có hai điểm cực trị là  $A(-1; 3)$ ,  $B(1; -1)$ .

$$\text{Ta có } \begin{cases} \overrightarrow{OA} = (-1; 3) \\ \overrightarrow{OB} = (1; -1) \end{cases} \Rightarrow S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} |(-1) \cdot (-1) - 3 \cdot 1| = 1.$$

**Chọn Sai.**

d) Khoảng cách giữa hai điểm cực trị  $A(-1; 3)$ ,  $B(1; -1)$  là  $AB = \sqrt{2^2 + (-4)^2} = 2\sqrt{5}$ .

**Chọn Sai.**

**Câu 19:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x(x - 2)$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Hàm số đồng biến trên  $(-\infty; 2)$ .
- b) Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên  $(0; 2)$ .
- c) Hàm số  $y = f(x)$  đạt cực đại tại  $x = 0$ .
- d) Hàm số  $y = f(x)$  có 2 điểm cực trị.

**Lời giải**

|        |         |         |         |
|--------|---------|---------|---------|
| a) Sai | b) Đúng | c) Đúng | d) Đúng |
|--------|---------|---------|---------|



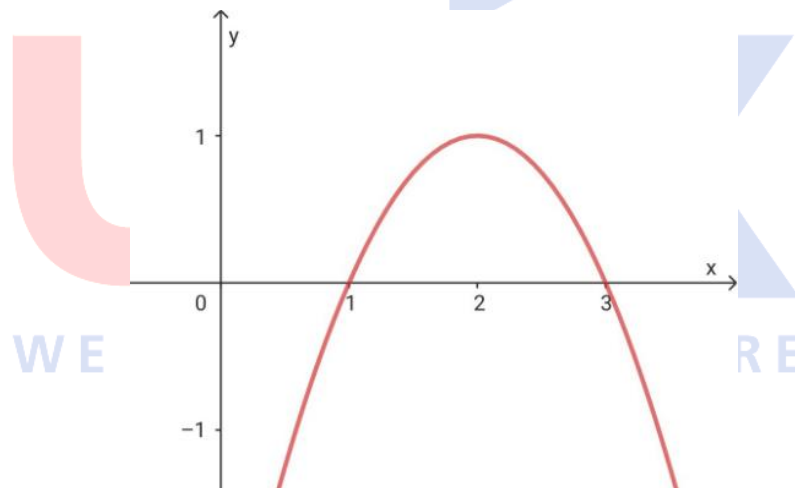
Ta có  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

Suy ra BBT của hàm số  $f(x)$  như sau:

|         |           |        |        |           |   |
|---------|-----------|--------|--------|-----------|---|
| $x$     | $-\infty$ | 0      | 2      | $+\infty$ |   |
| $f'(x)$ | +         | 0      | -      | 0         | + |
| $f(x)$  | $-\infty$ | $f(0)$ | $f(2)$ | $+\infty$ |   |

- a) Từ BBT suy ra hàm số đồng biến trên  $(-\infty; 0)$  và  $(2; +\infty)$ .  
 b) Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên  $(0; 2)$ .  
 c) Hàm số  $y = f(x)$  đạt cực đại tại  $x = 0$ .  
 d) Hàm số  $y = f(x)$  có 2 điểm cực trị.

**Câu 20:** Cho hàm số  $y = f(x)$ . Đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ dưới.



- a) Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên  $(3; +\infty)$ .  
 b) Hàm số  $y = f'(x)$  có một điểm cực trị.  
 c) Hàm số  $y = f(x)$  có hai điểm cực trị.  
 d) Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên  $(-\infty; 2)$ .

**Lời giải**

|         |         |         |        |
|---------|---------|---------|--------|
| a) Đúng | b) Đúng | c) Đúng | d) Sai |
|---------|---------|---------|--------|

Ta có

**a) Đúng**

Dựa vào hình vẽ,  $f'(x) < 0 \forall x \in (3; +\infty)$  nên hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên  $(3; +\infty)$ .

**b) Đúng.**

Dựa vào hình vẽ, hàm số  $y = f'(x)$  có duy nhất điểm cực đại là  $x = 2$ .



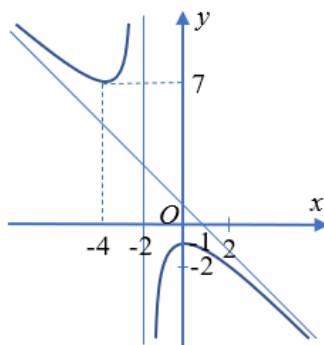
c) Đúng.

Hàm số  $y = f'(x)$  đổi dấu hai lần khi qua trục hoành nên hàm số  $y = f(x)$  có hai điểm cực trị.

d) Sai.

Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên  $(-\infty; 1)$ .

**Câu 21:** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x + d}$  có đồ thị là đường cong như hình vẽ dưới đây, biết đường tiệm cận của đồ thị hàm số đi qua hai điểm  $(0; 1)$  và  $(1; 0)$ .



a) Tập xác định của hàm số là  $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ .

Khoảng cách từ  $M(1; -8)$  đến đường thẳng đi qua các điểm cực trị của đồ thị hàm số bằng  $\sqrt{5}$ .

b) Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-4; 0)$ .

c) Ta có  $a + b + c + d = -2$ .

d) Khoảng cách từ  $M(1; -8)$  đến đường thẳng đi qua các điểm cực trị của đồ thị hàm số bằng  $\sqrt{5}$ .

WE COACH WE INSPIRE **Lời giải**

|        |        |         |         |
|--------|--------|---------|---------|
| a) Sai | b) Sai | c) Đúng | d) Đúng |
|--------|--------|---------|---------|

+ Theo hàm số thì TCD của đồ thị hàm số là  $x = -d$ .

Theo đồ thị hàm số thì TCD của đồ thị hàm số là  $x = -2$ .

$$\Rightarrow d = 2 \Rightarrow f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x + 2}.$$

+ Đồ thị hàm số đi qua  $(0; -1)$  nên  $-1 = \frac{a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c}{0 + 2}$

$$\Leftrightarrow c = -2 \Rightarrow f(x) = \frac{ax^2 + bx - 2}{x + 2}.$$

+ Từ hàm số  $f(x) = \frac{ax^2 + bx - 2}{x + 2} \Rightarrow f(x) = ax + (b - 2a) + \frac{4a - 2b - 2}{x + 2}.$



Suy ra TCX có phương trình:  $y = ax + (b - 2a)$ .

Theo GT: TCX đi qua  $(0;1)$  và  $(1;0)$  nên

$$\begin{cases} 1 = a \cdot 0 + (b - 2a) \\ 0 = a \cdot 1 + (b - 2a) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b - 2a = 1 \\ b = a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -1 \end{cases}.$$

$$\Rightarrow y = f(x) = \frac{-x^2 - x - 2}{x + 2}.$$

a) Sai

Tập xác định của hàm số  $y = f(x) = \frac{-x^2 - x - 2}{x + 2}$  là  $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ .

b) Sai

Hàm số không xác định tại  $x = -2 \in (-4; 0)$  nên đồ thị hàm số không thể đơn điệu trên  $(-4; 0)$ .

c) Đúng

$$a + b + c + d = -1 - 1 - 2 + 2 = -2.$$

d) Đúng

Đường thẳng đi qua các điểm cực trị của đồ thị hàm số:

$$y = \frac{(-x^2 - x - 2)'}{(x + 2)'} \Rightarrow y = -2x - 1 \Rightarrow 2x + y + 1 = 0.$$

Khoảng cách từ  $M(1; -8)$  đến đường thẳng đi qua các điểm cực trị của đồ thị hàm số bằng

$$\frac{|2 \cdot 1 - 8 + 1|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}.$$

**Câu 22:** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{x^2 + x - 1}{x + 2}$ .

a) Tập xác định của hàm số  $y = f(x)$  là  $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ .

b) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  là điểm  $I(2; 1)$ .

c) Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có hai điểm cực trị nằm cùng phía với trục hoành.

d) Gọi  $M$  là giao điểm của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  với trục tung. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm  $M$  là  $y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

|         |        |         |         |
|---------|--------|---------|---------|
| a) Đúng | b) Sai | c) Đúng | d) Đúng |
|---------|--------|---------|---------|

$$\text{Xét hàm số } y = f(x) = \frac{x^2 + x - 1}{x + 2}.$$



Ta có

**a) Đúng.**

Tập xác định của hàm số  $y = f(x)$  là  $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ .

**b) Sai.**

Ta có  $y = f(x) = \frac{x^2 + x - 1}{x + 2} = x - 1 + \frac{1}{x + 2}$ .

Vì  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) + (x - 1)] = 0$  nên  $y = x - 1$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = f(x)$ .

Vì  $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = -\infty$  nên  $x = -2$  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = f(x)$ .

Do đó giao điểm  $I(-2; -3)$  của hai đường tiệm cận trên chính là tâm đối xứng của đồ thị hàm số  $y = f(x)$ .

**c) Đúng.**

Ta có  $y' = \frac{x^2 + 4x + 3}{(x + 2)^2}$ ;  $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -3 \end{cases}$

Bảng biến thiên

|      |           |      |   |      |  |      |   |           |
|------|-----------|------|---|------|--|------|---|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-3$ |   | $-2$ |  | $-1$ |   | $+\infty$ |
| $y'$ |           | +    | 0 | -    |  | -    | 0 | +         |
| $y$  |           |      |   |      |  |      |   |           |

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy đồ thị hàm số đạt cực đại tại điểm  $(-1; -1)$  và cực tiểu tại điểm  $(-3; -5)$ .

Vì  $y_{\text{CD}} \cdot y_{\text{CT}} > 0$  nên hai điểm cực trị của đồ thị hàm số nằm cùng phía với trục hoành.

**d) Đúng.**

Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  cắt trục tung tại điểm  $M\left(0; -\frac{1}{2}\right)$ .

Do đó, phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm  $M$  là  $y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{2}$ .

**Câu 23:** Cho hàm số  $y = -\frac{x^3}{3} + 3x^2 - 5x$  có đồ thị  $(C)$ .

**a)** Tập xác định của hàm số là  $(-\infty; +\infty)$ .

**b)** Hàm số có hai điểm cực trị.

**c)** Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 1$ .

**d)** Hiệu giữa giá trị cực đại và giá trị cực tiểu bằng  $\frac{32}{3}$ .

**Lời giải**

|                |                |                |                |
|----------------|----------------|----------------|----------------|
| <b>a) Đúng</b> | <b>b) Đúng</b> | <b>c) Đúng</b> | <b>d) Đúng</b> |
|----------------|----------------|----------------|----------------|



a) Do hàm số là hàm đa thức nên tập xác định là  $D = \mathbb{R} = -\infty; +\infty$ .

b) Ta có:  $y' = -x^2 + 6x - 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 5 \end{cases}$ .

Bảng biến thiên của hàm số

|      |           |   |                |   |                |   |           |
|------|-----------|---|----------------|---|----------------|---|-----------|
| $x$  | $-\infty$ |   | 1              |   | 5              |   | $+\infty$ |
| $y'$ |           | - | 0              | + | 0              | - |           |
| $y$  | $+\infty$ |   |                |   |                |   | $+\infty$ |
|      |           |   | $-\frac{7}{3}$ |   | $\frac{25}{3}$ |   |           |

Dựa vào BBT ta có hàm số có 2 cực trị.

c) Dựa vào BBT ta có hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 1$ .

d)

$$y_{CD} - y_{CT} = \frac{25}{3} - \left(-\frac{7}{3}\right) = \frac{32}{3}$$

**Câu 24:** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$  có đồ thị là  $(C)$ .

a) Hàm số có hai điểm cực trị trái dấu.

b) Hàm số có một giá trị cực trị bằng 6.

c) Hai điểm cực trị của đồ thị  $(C)$  đối xứng qua điểm  $I(1; -1)$ .

d) Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số song song với đường thẳng  $\Delta: 8x + y - 2 = 0$ .

**Lời giải**

|         |         |        |         |
|---------|---------|--------|---------|
| a) Đúng | b) Đúng | c) Sai | d) Đúng |
|---------|---------|--------|---------|

a) Đúng.

$$y' = 3x^2 - 6x - 9; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Vậy hàm số có hai điểm cực trị  $x_1 = -1; x_2 = 3$ .

b) Đúng.

Các giá trị cực trị của hàm số là  $y(-1) = 6; y(3) = -26$ .

c) Sai.

Đồ thị  $(C)$  có hai điểm cực trị là  $A(-1; 6); B(3; -26)$ .

Vì  $I(1; -1)$  không phải là trung điểm của  $AB$  nên hai điểm cực trị của đồ thị  $(C)$  đối xứng qua điểm  $I(1; -10)$ .



d) Đúng.

Đường thẳng  $AB$  có vector chỉ phương là  $\overrightarrow{AB} = (4; -32)$  nên có vector pháp tuyến là  $\vec{n} = (8; 1)$ . Do đó,  $AB$  có phương trình là  $8x + y + 2 = 0$ .

Vậy  $AB$  song song với  $\Delta: 8x + y - 2 = 0$ .

**Câu 25:** Cho hàm số  $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ , có đồ thị là  $(H)$ .

a) Hàm số có hai điểm cực trị.

b) Hàm số có một giá trị cực trị bằng  $-1$ .

c) Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của  $(H)$  bằng  $3\sqrt{5}$

d) Hai điểm cực trị của  $(H)$  cách đều đường thẳng thị  $\Delta: x + y - 2 = 0$ .

**Lời giải**

|         |         |        |         |
|---------|---------|--------|---------|
| a) Đúng | b) Đúng | c) Sai | d) Đúng |
|---------|---------|--------|---------|

a) Đúng.

$$y' = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Vậy hàm số có hai điểm cực trị  $x_1 = 0; x_2 = 2$ .

b) Đúng.

Các giá trị cực trị của hàm số là  $y(0) = -1; y(2) = 3$ .

c) Sai.

Đồ thị  $(C)$  có hai điểm cực trị là  $A(0; -1); B(2; 3)$ . Ta có  $AB = 2\sqrt{5}$ .

d) Đúng.

Đồ thị  $(C)$  có hai điểm cực trị là  $A(0; -1); B(2; 3)$ .

Đường thẳng  $\Delta$  đi qua trung điểm  $I(1; 1)$  của  $AB$  nên cách đều hai điểm  $A, B$ .

**Câu 26:** Cho hàm số  $f(x) = \log_5(4x + 1)$ .

a) Tập xác định của hàm số  $f(x)$  là khoảng  $\left(-\frac{1}{4}; +\infty\right)$ .

b) Đạo hàm của hàm số  $f(x)$  là  $f'(x) = \frac{4 \cdot \ln 5}{4x + 1}$ .

c) Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng xác định của nó.



d) Phương trình tiếp tuyến của đồ thị  $y = f(x)$  tại điểm  $x=1$  là  $y = \frac{4}{5\ln 5}x - \frac{4}{5\ln 5} + 1$ .

**Lời giải**

|         |        |         |         |
|---------|--------|---------|---------|
| a) Đúng | b) Sai | c) Đúng | d) Đúng |
|---------|--------|---------|---------|

**a) Đúng.**

Điều kiện:  $4x+1 > 0 \Leftrightarrow x > -\frac{1}{4}$ . Vậy tập xác định của  $f(x)$  là  $D = \left(-\frac{1}{4}; +\infty\right)$ .

**b) Sai.**

$$f'(x) = \frac{(4x+1)'}{(4x+1)\ln 5} = \frac{4}{(4x+1)\ln 5}.$$

**c) Đúng.**

Ta có  $f'(x) = \frac{4}{(4x+1)\ln 5} > 0, \forall x \in \left(-\frac{1}{4}; +\infty\right)$ . Do đó hàm số  $f(x)$  đồng biến trên khoảng xác định của nó.

**d) Đúng.**

Với  $x=1 \Rightarrow y = f(1) = \log_5 5 = 1$

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị  $y = f(x)$  tại điểm  $x=1, y=1$  là:

$$y-1 = f'(1) \cdot (x-1) \Leftrightarrow y = \frac{4}{5\ln 5}(x-1) + 1 \Leftrightarrow y = \frac{4}{5\ln 5}x - \frac{4}{5\ln 5} + 1.$$

**Câu 27:** Cho hàm số  $y = \log_2(4x - x^2)$  CÓ đồ thị (C).

**a)** Tập xác định của hàm số là  $D = [0; 4]$

**b)** Đạo hàm của hàm số là  $y' = \frac{4-2x}{(4x-x^2)\ln 2}$ .

**c)** Hàm số đạt cực đại tại  $x=2$ .

**d)** Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là  $(2; 2)$ .

**Lời giải**

|        |         |         |        |
|--------|---------|---------|--------|
| a) Sai | b) Đúng | c) Đúng | d) Sai |
|--------|---------|---------|--------|

**a) Sai**

ĐKXĐ:  $4x - x^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 4$ . TXĐ:  $D = (0; 4)$

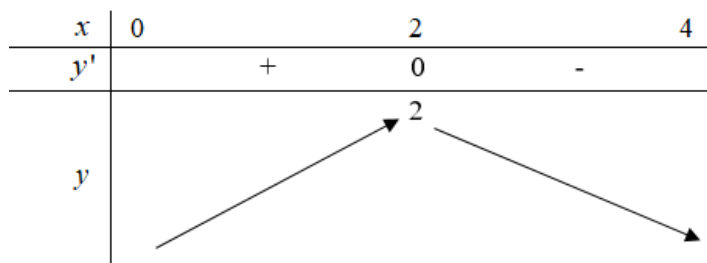
**b) Đúng.**



$$y' = \frac{(4x - x^2)'}{(4x - x^2) \ln 2} = \frac{4 - 2x}{(4x - x^2) \ln 2}$$

c) Đúng

$$y' = 0 \Rightarrow 4 - 2x = 0 \Leftrightarrow x = 2.$$



Hàm số đạt cực đại tại  $x = 2$

d) Sai

Điểm cực đại của đồ thị hàm số là  $(2; 2)$

**Câu 28:** Cho hàm số  $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x + \frac{2}{3}$  có đồ thị  $(C)$ .

a) Hàm số đã cho có hai điểm cực trị.

b) Giá trị cực tiểu của hàm số là  $x = 3$ .

c) Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là  $(1; 2)$ .

d) Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho là  $\frac{\sqrt{13}}{13}$ .

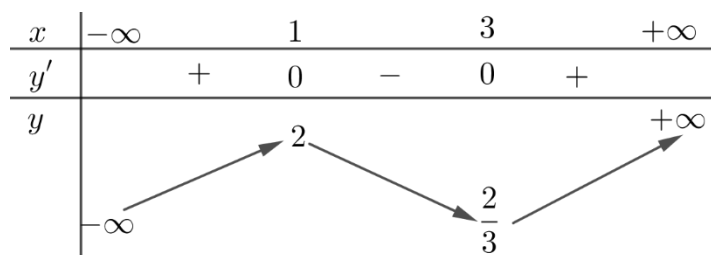
**Lời giải**

|         |        |         |        |
|---------|--------|---------|--------|
| a) Đúng | b) Sai | c) Đúng | d) Sai |
|---------|--------|---------|--------|

a) Hàm số đã cho có hai điểm cực trị

$$\text{Ta có } y' = x^2 - 4x + 3 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên:



Vậy hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

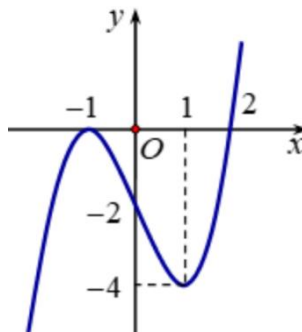




d) sai

Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là  $A(2; -5)$  không thuộc đường thẳng  $2x + 2y - 4 = 0$

**Câu 30:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$ . Đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  được cho trong hình dưới đây.



a) Tại  $x = -1, x = 1$  ta có  $f'(x) = 0$ .

b) Trong khoảng  $(-1; 2)$  ta có  $f'(x) < 0$ .

c) Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; 2)$ .

d) Hàm số  $y = f(x)$  đạt cực đại tại  $x = -1$  và đạt cực tiểu tại  $x = 1$ .

**Lời giải**

|        |         |         |        |
|--------|---------|---------|--------|
| a) Sai | b) Đúng | c) Đúng | d) Sai |
|--------|---------|---------|--------|

a) Sai

Từ đồ thị hàm số  $y = f'(x)$ , ta có

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow x > 2$$

$$f'(x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x \neq -1 \end{cases}$$

Bảng xét dấu:

|         |           |      |     |           |
|---------|-----------|------|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $2$ | $+\infty$ |
| $f'(x)$ |           | $-$  | $0$ | $+$       |

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

b) Đúng

Quan sát đồ thị ta có trong khoảng  $(-1; 2)$  ta có  $f'(x) < 0$ .

c) Đúng



Quan sát đồ thị ta có trong khoảng  $(-\infty; 2)$  ta có  $f'(x) \leq 0$  nên hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; 2)$ .

**d) Sai**

Từ bảng xét dấu suy ra hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 2$ , hàm số không có cực đại.

**Câu 31:** Cho hàm số  $y = \sqrt{2024x - x^2}$ .

**a)** Đạo hàm của hàm số đã cho là  $y' = \frac{1}{2\sqrt{2024x - x^2}}$ .

**b)** Hàm số đồng biến trên khoảng  $(0; 1012)$ .

**c)** Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(2018; 2020)$ .

**d)** Đồ thị của hàm số có điểm cực đại là  $(1012; 1012)$ .

**Lời giải**

| a) Sai | b) Đúng | c) Đúng | d) Đúng |
|--------|---------|---------|---------|
|--------|---------|---------|---------|

a) Sai.

Ta có:  $y' = \left( \sqrt{2024x - x^2} \right)' = \frac{(2024x - x^2)'}{2\sqrt{2024x - x^2}} = \frac{2024 - 2x}{2\sqrt{2024x - x^2}} = \frac{1012 - x}{\sqrt{2024x - x^2}}$ .

b) Đúng.

Tập xác định:  $D = [0; 2024]$

$$y' = \frac{1012 - x}{\sqrt{2024x - x^2}}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = 1012.$$

Bảng biến thiên:

|      |   |      |      |   |
|------|---|------|------|---|
| $x$  | 0 | 1012 | 2024 |   |
| $y'$ |   | +    | 0    | - |
| $y$  |   |      | 1012 |   |
|      | 0 |      |      | 0 |

Hàm số đồng biến trên khoảng  $(0; 1012)$ , nghịch biến trên khoảng  $(1012; 2024)$ .

**c) Đúng.**

Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(1012; 2024)$ .



Do đó hàm số nghịch biến trên  $(2018; 2020)$ .

d) Đúng.

Dựa vào BBT đồ thị của hàm số có điểm cực đại là  $(1012; 1012)$ .

**Câu 32:** Cho hàm số  $f(x) = |2024x|$ .

a) Hàm số không có đạo hàm tại  $x = 0$ .

b) Hàm số đã cho có bảng biến thiên như sau:

|         |           |     |           |
|---------|-----------|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $0$ | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | $-$       | $0$ | $+$       |
| $f(x)$  | $+\infty$ | $0$ | $+\infty$ |

c) Hàm số đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$ .

d) Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là gốc tọa độ  $O$ .

**Lời giải**

|         |        |         |         |
|---------|--------|---------|---------|
| a) Đúng | b) Sai | c) Đúng | d) Đúng |
|---------|--------|---------|---------|

a) Đúng.

Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$ .

$$\text{Ta có: } f(x) = |2024x| = \begin{cases} -2024x & \text{khi } x \in (-\infty; 0) \\ 2024x & \text{khi } x \in (0; +\infty) \\ 0 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{|2024x| - 0}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2024x}{x} = 2024.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|2024x| - 0}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-2024x}{x} = -2024.$$

Do  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} \neq \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0}$  nên hàm số không có đạo hàm tại  $x = 0$ .

b) Sai.

Với  $x \in (-\infty; 0)$  thì  $f(x) = -2024x \Rightarrow f'(x) = -2024$ .

Với  $x \in (0; +\infty)$  thì  $f(x) = 2024x \Rightarrow f'(x) = 2024$ .

Với  $x = 0$  thì hàm số không tồn tạo đạo hàm.

Ta có bảng biến thiên:



|         |           |   |     |   |           |
|---------|-----------|---|-----|---|-----------|
| $x$     | $-\infty$ |   | $0$ |   | $+\infty$ |
| $f'(x)$ |           | - |     | + |           |
| $f(x)$  | $+\infty$ |   |     |   | $+\infty$ |

$0$

**c) Đúng.**

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số đã cho ta suy ra hàm số đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$ .

**d) Đúng.**

Dựa vào bảng biến thiên ta có đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là gốc tọa độ  $O$ .

**Câu 33:** Cho hàm số  $y = x - 2\sqrt{x-1}$  có đồ thị  $(C)$ .

a) Tập xác định của hàm số là  $D = [1; +\infty)$ .

b)  $y(2) = 0$

c) Đạo hàm của hàm số là  $y' = 1 - \frac{2}{\sqrt{x-1}}$ .

d) Điểm cực đại của đồ thị hàm số là  $(2, 0)$ .

**Lời giải**

|                |                |               |               |
|----------------|----------------|---------------|---------------|
| <b>a) Đúng</b> | <b>b) Đúng</b> | <b>c) Sai</b> | <b>d) Sai</b> |
|----------------|----------------|---------------|---------------|

**a) Đúng.**

ĐK :  $x-1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$ . TXĐ:  $D = [1; +\infty)$

**b) Đúng.**

$$y(2) = 2 - 2\sqrt{2-1} = 0$$

**c) Sai.**

$$y' = 1 - \frac{2}{2\sqrt{x-1}} = 1 - \frac{1}{\sqrt{x-1}}$$

**d) Sai**

$$\text{Ta có } y' = \frac{\sqrt{x-1}-1}{\sqrt{x-1}}; y' = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x-1}-1 = 0 \Leftrightarrow x = 2(TM)$$



|      |   |   |           |   |
|------|---|---|-----------|---|
| $x$  | 1 | 2 | $+\infty$ |   |
| $y'$ |   | - | 0         | + |
| $y$  |   |   |           |   |

$\swarrow \quad \searrow$   
0

Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là  $(2;0)$

**Câu 34:** Cho hàm số  $y = x - \sin x + 2025$ .

- a) Tập xác định của hàm số là  $D = \mathbb{R}$ .
- b) Đạo hàm của hàm số là  $y' = 1 - \cos x$ .
- c) Hàm số đạt cực trị tại các điểm  $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .
- d) Trên đoạn  $[-\pi; \pi]$ , hàm số có một điểm cực đại.

**Lời giải**

|         |         |        |         |
|---------|---------|--------|---------|
| a) Đúng | b) Đúng | c) Sai | d) Đúng |
|---------|---------|--------|---------|

a) Đúng.

b) Đúng.

c) Sai.

Ta có  $y' = 1 - \cos x \geq 0 \forall x$ . Do đó hàm số không có cực trị trên  $\mathbb{R}$ .

d) Sai.

Do hàm số không có cực trị trên  $\mathbb{R}$  nên trên đoạn  $[-\pi; \pi]$ , hàm số không có điểm trị.

**Câu 35:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục và xác định trên  $\mathbb{R}$ , có đạo hàm  $f'(x) = x(x+1)(x-2)^2$ .

- a)  $f'(x) = 0$  có 3 nghiệm phân biệt.
- b) Hàm số  $y = f(x)$  có 3 điểm cực trị.
- c) Hàm số  $y = f(2x+3)$  có 4 điểm cực trị.
- d) Hàm số  $y = f(x^2 - 1)$  có 2 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.

**Lời giải**

|         |        |        |        |
|---------|--------|--------|--------|
| a) Đúng | b) Sai | c) Sai | d) Sai |
|---------|--------|--------|--------|

a) Đúng.

Ta có  $f'(x) = x(x+1)(x-2)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = -1; x = 2$ .

b) Sai.



Ta có  $f'(x)=0$  có 3 nghiệm phân biệt nhưng qua  $x=2$  thì  $f'(x)$  không đổi dấu nên hàm số  $y=f(x)$  có 2 điểm cực trị tại  $x=0; x=-1$ .

c) Sai.

Xét hàm số  $y=f(2x+3)$  có đạo hàm  $y'=2f'(2x+3)=2(2x+3)(2x+4)(2x+1)^2$

Ta thấy  $y'=0$  có 3 nghiệm phân biệt là  $x=\frac{-3}{2}; x=-2; x=\frac{-1}{2}$  nhưng qua  $x=\frac{-1}{2}$  thì  $y'$  không đổi dấu nên hàm số  $y=f(2x+3)$  có 2 điểm cực trị tại  $x=\frac{-3}{2}; x=-2$ .

d) Sai.

Xét hàm số  $y=f(x^2-1)$  có đạo hàm  $y'=2xf'(x^2-1)=2x(x^2-1)x^2(x^2-3)^2$

Ta có bảng biến thiên như sau:

|      |           |             |      |     |     |            |           |
|------|-----------|-------------|------|-----|-----|------------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-\sqrt{3}$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $\sqrt{3}$ | $+\infty$ |
| $y'$ | $-$       | $0$         | $-$  | $0$ | $+$ | $0$        | $+$       |

Vậy hàm số có 1 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.

**Câu 36:** Cho hàm số  $y=f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

|      |           |      |      |     |           |     |      |     |           |
|------|-----------|------|------|-----|-----------|-----|------|-----|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$ | $0$  | $1$ | $+\infty$ |     |      |     |           |
| $y'$ |           | $-$  | $0$  | $+$ | $0$       | $-$ | $0$  | $+$ |           |
| $y$  | $+\infty$ |      | $-4$ |     | $-3$      |     | $-4$ |     | $+\infty$ |

a) Điểm cực đại của hàm số là  $x=0$ .

b) Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 1.

c) Hàm số  $y=|f(x)|$  có 3 cực trị.

d) Hàm số  $y=f(|x|)$  có 5 cực trị.

**Lời giải**

|         |        |        |        |
|---------|--------|--------|--------|
| a) Đúng | b) Sai | c) Sai | d) Sai |
|---------|--------|--------|--------|

a) Đúng: Điểm cực đại của hàm số là  $x=0$

b) Sai: Giá trị cực tiểu của hàm số bằng  $-4$

c) Sai: Hàm số  $y=f(x)$  có 3 cực trị và đồ thị hàm số  $y=f(x)$  cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt nên hàm số  $y=|f(x)|$  có 5 cực trị.



d) Sai: Vì hàm số  $y = f(x)$  là hàm trùng phương nên  $y = f(|x|) = f(x)$  có 3 cực trị

**Câu 37:** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng xét dấu của  $f'(x)$  như sau:

|         |           |      |     |     |     |           |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ | $+\infty$ |
| $f'(x)$ |           | $+$  | $0$ | $-$ | $0$ | $+$       |

a) Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = -1$ .

b) Hàm số đã cho có 3 cực trị.

c) Hàm số  $y = f(|x|)$  có 3 cực trị.

d) Hàm số  $y = f(-2x+1)$  có 5 cực trị.

**Lời giải**

|        |         |         |        |
|--------|---------|---------|--------|
| a) Sai | b) Đúng | c) Đúng | d) Sai |
|--------|---------|---------|--------|

Ta có BBT của hàm số  $y = f(x)$

|         |           |      |     |     |     |           |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ | $+\infty$ |
| $f'(x)$ |           | $+$  | $0$ | $-$ | $0$ | $+$       |
| $f(x)$  |           |      |     |     |     |           |

a) Sai: Điểm cực đại của hàm số là  $x = 0$

b) Đúng: Hàm số có 3 cực trị.

c) Đúng: Hàm số  $y = f(|x|)$  có 3 cực trị.

d) Sai: Vì số cực trị của hàm số  $y = f(-2x+1)$  bằng số cực trị của hàm số  $y = f(x)$

**Câu 38:** Cho hàm số  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ) có bảng biến thiên như sau

|         |           |      |     |           |     |           |
|---------|-----------|------|-----|-----------|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-2$ | $3$ | $+\infty$ |     |           |
| $f'(x)$ |           | $-$  | $0$ | $+$       | $0$ | $-$       |
| $f(x)$  | $+\infty$ |      |     | $4$       |     | $-\infty$ |

a) Hàm số đạt cực đại tại điểm  $x = 4$ .

b) Giá trị cực tiểu của hàm số là  $y = 1$ .

c) Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng  $-1; 1$ .

d) Hàm số  $y = f(x)$  có 3 số dương trong các hệ số  $a, b, c, d$ .

**Lời giải**

|        |         |         |         |
|--------|---------|---------|---------|
| a) Sai | b) Đúng | c) Đúng | d) Đúng |
|--------|---------|---------|---------|



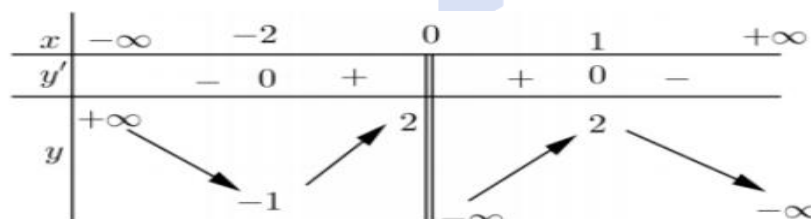
- a) Sai: Từ bảng biến thiên suy ra hàm số đạt cực đại tại điểm  $x = 3$ .  
 b) Đúng: Từ bảng biến thiên suy ra Giá trị cực tiểu của hàm số là  $y = 1$ .  
 c) Đúng: Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng  $-2; 3$  suy  $-1; 1 \subset (-2; 3)$ .  
 d) Đúng:

Ta có:  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ )  $\Rightarrow f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$

Đồ thị hàm số  $f(x)$  có hai điểm cực trị  $A(-2; 1), B(3; 4)$  nên ta có hệ:

$$\begin{cases} f(-2) = 1 \\ f(3) = 4 \\ f'(-2) = 0 \\ f'(3) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -8a + 4b - 2c + d = 1 \\ 27a + 9b + 3c + d = 4 \\ 12a - 4b + c = 0 \\ 27a + 6b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{6}{125} \\ b = \frac{9}{125} \\ c = \frac{108}{125} \\ d = \frac{257}{125} \end{cases} . \text{ Trong các số } a, b, c, d \text{ có 3 số dương.}$$

**Câu 39:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ bên.



- a) Hàm số  $f(x)$  đạt cực tiểu tại  $x = -2$ .  
 b) Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  là  $(-2; -1)$ .  
 c) Đường thẳng  $y = x + 1$  đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho.  
 d) Hàm số  $y = g(x) = f(2x - 3)$  đạt cực tiểu tại điểm  $x = \frac{5}{2}$ .

**Lời giải**

|         |         |         |         |
|---------|---------|---------|---------|
| a) Đúng | b) Đúng | c) Đúng | d) Đúng |
|---------|---------|---------|---------|

- a) Đúng: Dựa vào bảng biến thiên, Dấu  $f'(x)$  đổi từ âm sang dương khi qua điểm  $x = -2$  nên hàm số  $f(x)$  đạt cực tiểu tại điểm  $x = -2$ .  
 b) Đúng: Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  là  $(-2; -1)$ .  
 c) Đúng. Tọa độ điểm cực trị  $A(-2; -1); B(1; 2)$

Đường thẳng đi qua A, B nhận  $\overrightarrow{AB} = (3; 3)$  làm vtcp nên ta có pt:  $3(x - 1) - 3(y - 2) = 0$   
 $\Rightarrow x - y + 1 = 0 \Rightarrow y = x + 1$ .



d) Đúng. Ta có:  $g'(x) = 2f'(2x - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \\ 2x - 3 = 2 \Rightarrow x = \frac{5}{2} \end{cases}$ .

BBT

|      |           |               |               |           |   |   |
|------|-----------|---------------|---------------|-----------|---|---|
| $x$  | $-\infty$ | $\frac{3}{2}$ | $\frac{5}{2}$ | $+\infty$ |   |   |
| $y'$ |           | +             | 0             | -         | 0 | + |

Vậy: Hàm số  $y = g(x) = f(2x - 3)$  đạt cực tiểu tại điểm  $x = \frac{5}{2}$ .

**Câu 40:** Người ta bơm xăng vào bình xăng của một xe ô tô. Biết rằng thể tích  $V$  (lít) của lượng xăng trong bình xăng tính theo thời gian bơm xăng  $t$  (phút) được cho bởi công thức sau đây  $V(t) = 200t^2 - \frac{200}{3}t^3 + 5$

với  $0 \leq t \leq \frac{1}{2}$ . Khi xăng chảy vào bình, gọi  $V'(t)$  là tốc độ tăng thể tích tại thời điểm  $t$ .

- a) Ban đầu trong bình xăng có 205 lít xăng.
- b) Kể từ 10 giây đầu bơm xăng thì tốc độ tăng thể tích đạt 72 lít/phút.
- c) Tốc độ tăng thể tích luôn tăng trong quá trình bơm xăng.
- d) Tốc độ tăng thể tích đạt giá trị lớn nhất là 150 lit/phút.

**Lời giải**

|               |               |                |                |
|---------------|---------------|----------------|----------------|
| <b>a) Sai</b> | <b>b) Sai</b> | <b>c) Đúng</b> | <b>d) Đúng</b> |
|---------------|---------------|----------------|----------------|

a) Ban đầu, tại thời điểm  $t = 0$ ,  $V(0) = 5$  (lít)

b) Đổi: 10 giây =  $\frac{1}{6}$  phút.

$$V'(t) = -200t^2 + 400t.$$

$$\Rightarrow V'\left(\frac{1}{6}\right) = \frac{550}{9} \approx 61,11 \text{ (lít/phút)}.$$

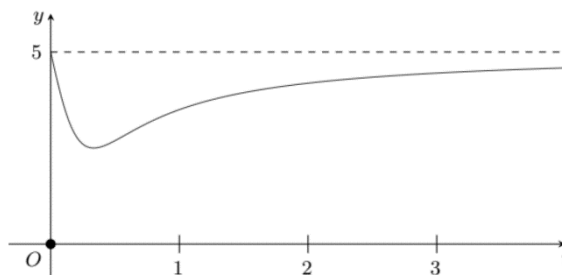
$$c) V''(t) = -400t + 400 \geq 0 \quad \forall t \in \left[0; \frac{1}{2}\right].$$

Vậy tốc độ tăng thể tích luôn tăng trong quá trình bơm xăng.

$$d) \max_{t \in \left[0; \frac{1}{2}\right]} V'(t) = V'\left(\frac{1}{2}\right) = 150 \text{ (lít/phút)}.$$



**Câu 41:** Sự phân hủy của rác thải hữu cơ có trong nước sẽ làm tiêu hao oxygen hòa tan trong nước. Nồng độ oxygen ( $mg/l$ ) trong một hồ nước sau  $t$  giờ ( $t \geq 0$ ) khi một lượng rác thải hữu cơ bị xả vào hồ nước được xấp xỉ bởi hàm số (có đồ thị như hình vẽ bên cạnh):  $y(t) = 5 - \frac{15t}{9t^2 + 1}$ .



- a) Khi  $t = 1$  giờ, thì nồng độ oxygen trong hồ là  $3,5$  ( $mg/l$ ).
- b) Nồng độ oxygen trong hồ cao nhất là  $5$  ( $mg/l$ ).
- c) Nồng độ oxygen trong hồ thấp nhất là  $2,45$  ( $mg/l$ ).
- d) Đạo hàm  $y'(t)$  biểu thị tốc độ thay đổi nồng độ oxygen trong nước. Tốc độ thay đổi nồng độ oxygen lớn nhất khi  $t = \frac{\sqrt{3}}{3}$  giờ.

**Lời giải**

|         |         |        |         |
|---------|---------|--------|---------|
| a) Đúng | b) Đúng | c) Sai | d) Đúng |
|---------|---------|--------|---------|

a)  $y(1) = 3,5$  ( $mg/l$ ).

b) TXĐ:  $D = \mathbb{R}$

Xét  $y(t)$  trên khoảng  $[0; +\infty)$ .

$$y'(t) = \frac{135t^2 - 15}{(9t^2 + 1)^2}$$

$$\text{Cho } y'(t) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{3} \quad (N) \\ t = -\frac{1}{3} \quad (L) \end{cases}$$

BBT:

|         |   |               |           |   |
|---------|---|---------------|-----------|---|
| $t$     | 0 | $\frac{1}{3}$ | $+\infty$ |   |
| $y'(t)$ |   | -             | 0         | + |
| $y(t)$  | 5 |               | 2,5       | 5 |

$$\max_{t \in [0; +\infty)} y(t) = y(0) = 5 \quad (mg/l).$$



c)  $\min_{t \in [0; +\infty)} y(t) = y\left(\frac{1}{3}\right) = 2,5 \text{ (mg/l)}.$

d) 
$$y''(t) = \frac{270t \cdot (9t^2 + 1)^2 - (135t^2 - 15) \cdot 36t \cdot (9t^2 + 1)}{(9t^2 + 1)^4} = \frac{t(9t^2 + 1)[270 \cdot (9t^2 + 1) - 36 \cdot (135t^2 - 15)]}{(9t^2 + 1)^4}$$

$$= \frac{t(9t^2 + 1)(-2430t^2 + 810)}{(9t^2 + 1)^4}$$

Cho  $y''(t) = 0$

$\Leftrightarrow t(9t^2 + 1)(-2430t^2 + 810) = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \text{ (N)} \\ t = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ (N)} \\ t = -\frac{\sqrt{3}}{3} \text{ (L)} \end{cases}$

BBT:

|          |     |                      |           |
|----------|-----|----------------------|-----------|
| $t$      | 0   | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | $+\infty$ |
| $y''(t)$ | +   | 0                    | -         |
| $y'(t)$  | -15 | $\frac{15}{8}$       | 0         |

Vậy tốc độ thay đổi nồng độ oxygen lớn nhất khi  $t = \frac{\sqrt{3}}{3}$  giờ.

**Câu 42:** Một chất điểm chuyển động trên trục  $Ox$  với phương trình  $x(t) = -t^3 + 6t^2$ . ( $x$  tính bằng mét,  $t$  tính bằng giây, với  $t \geq 0$ ).

- Trong khoảng thời gian từ  $t = 0$  đến  $t = 3$  giây, chất điểm chuyển động ngược với chiều dương của trục  $Ox$ .
- Vận tốc trung bình của chất điểm trong khoảng thời gian từ  $t = 0$  đến  $t = 4$  giây bằng 6 m/s.
- Vận tốc đạt cực đại tại thời điểm  $t = 2$  giây.
- Trong khoảng thời gian từ  $t = 2$  đến  $t = 4$  giây chất điểm chuyển động chậm dần.

**Lời giải**

|        |        |         |         |
|--------|--------|---------|---------|
| a) Sai | b) Sai | c) Đúng | d) Đúng |
|--------|--------|---------|---------|



Vận tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm  $t$  là:  $v(t) = x'(t) = -3t^2 + 12t$ .

**a) Sai**

$$v(t) = -3t^2 + 12t = 3t(4-t) > 0, \forall t: 0 < t < 3.$$

Vậy trong khoảng thời gian từ  $t = 0$  đến  $t = 3$  giây chất điểm động theo chiều dương của trục  $Ox$ .

**b) Sai**

$$\text{Ta có } x(0) = 0; x(4) = 32. \text{ Vậy } v_{tb} = \frac{x(4) - x(0)}{4 - 0} = \frac{32}{4} = 8 \text{ (m/s)}$$

**c) Đúng**

$$\text{Ta có } v'(t) = -6t + 12. \text{ Ta có } v'(t) = 0 \Leftrightarrow -6t + 12 = 0 \Leftrightarrow t = 2.$$

Ta thấy  $v'(t)$  đổi dấu từ dương sang âm khi qua  $t = 2$ . Vậy vận tốc đạt cực đại tại  $t = 2$ .

**d) Đúng**

$$\text{Ta có } a(t) = v'(t) = -6t + 12. \text{ Ta có } a(t) = 0 \Leftrightarrow -6t + 12 = 0 \Leftrightarrow t = 2.$$

Trong khoảng thời gian từ  $t = 2$  đến  $t = 4$ , ta thấy  $a(t) < 0$  và  $v(t) > 0$ .

Vậy chất điểm chuyển động chậm dần trong khoảng thời gian từ  $t = 2$  đến  $t = 4$  giây.

WE COACH. WE INSPIRE