



CHƯƠNG

I

ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

BÀI 3. ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TRÍCH TỪ ĐỀ THAM KHẢO VÀ ĐỀ CHÍNH THỨC CỦA BỘ GIÁO DỤC TỪ NĂM 2017 ĐẾN NAY

Câu 1: **Câu 8 (101-2023)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-1}{x-2}$ có phương trình là

A. $x = 2$.

B. $x = -2$.

C. $x = 3$.

D. $x = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x-1}{x-2} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x-1}{x-2} = -\infty$ nên tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-1}{x-2}$ có phương trình là $x = 2$.

Câu 2: **Câu 15 (102-2023)** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'		+	
y	3	$+\infty$	3

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

A. $x = -1$.

B. $x = -3$.

C. $x = 3$.

D. $x = 1$.

Lời giải

Quan sát bảng biến thiên ta thấy $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$.

Do đó đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$.

Câu 3: **Câu 19 (103-2023)** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	+		+
y	3	$+\infty$	$-\infty$

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

- A. $x = -1$. B. $x = -3$. C. $x = 1$. D. $x = 3$.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty$ nên đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là đường thẳng có phương trình là $x = 1$.

Câu 4: Câu 24 (104-2023) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-1}{x-2}$ có phương trình là

- A. $x = \frac{1}{2}$. B. $x = -2$. C. $x = 3$. D. $x = 2$.

Lời giải

Do $\lim_{x \rightarrow 2^\pm} \frac{3x-1}{x-2} = \pm\infty$ nên ta có tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x = 2$.

Câu 5: (MĐ 101-2022) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{2x+4}$ là đường thẳng có phương trình:

- A. $x = -2$. B. $x = 1$. C. $y = 1$. D. $y = -2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 1$ nên tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{2x+4}$ là đường thẳng có phương trình $y = 1$.

Câu 6: (MĐ 102-2022) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{2x+4}$ là đường thẳng có phương trình:

- A. $y = -2$. B. $x = -2$. C. $x = 1$. D. $y = 1$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Có: } \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{2x+4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 - \frac{1}{x}}{2 + \frac{4}{x}} = 1$$

$$\text{và: } \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-1}{2x+4} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 - \frac{1}{x}}{2 + \frac{4}{x}} = 1$$



Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{2x+4}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng có phương trình: $y = 1$.

Câu 7: (MĐ 103-2022) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f'(x)$		-	-
$f(x)$	-1	$+\infty$	-1

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình:

- A. $x = -1$. B. $y = -1$. C. $y = -2$. D. $x = -2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} y = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} y = -\infty$.

Vậy tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng $x = -2$.

Câu 8: (MĐ 104-2022) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f'(x)$		-	-
$f(x)$	-1	$+\infty$	-1

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình:

- A. $y = -1$. B. $y = -2$. C. $x = -2$. D. $x = -1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = -\infty$ nên tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

Câu 9: (TK 2020-2021) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+4}{x-1}$ là đường thẳng:

- A. $x = 1$. B. $x = -1$. C. $x = 2$. D. $x = -2$.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x+4}{x-1} = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x+4}{x-1} = +\infty$ nên $x = 1$ là tiệm cận đứng.

Câu 10: (MĐ 101 2020-2021 – ĐỢT 1) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $x = 1$. B. $x = -1$. C. $x = 2$. D. $x = \frac{1}{2}$.



Lời giải

Vì $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x-1}{x-1} = +\infty$ nên đường thẳng $x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

- Câu 11:** (MĐ 102 2020-2021 – ĐỢT 1) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình
- A. $x = -1$. B. $x = -2$. C. $x = 2$. D. $x = 1$.

Lời giải

Chọn C

Từ $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+1}{x-2} = +\infty$ hoặc $\lim_{x \rightarrow 2^-} y = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+1}{x-2} = -\infty$ nên suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = 2$.

- Câu 12:** (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 1) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình
- A. $x = 2$. B. $x = 1$. C. $x = \frac{-1}{2}$. D. $x = -1$.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x+1}{x-1} = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x+1}{x-1} = -\infty$.

Vậy tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là đường thẳng $x = 1$.

- Câu 13:** (MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 1) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ là đường thẳng có phương trình?
- A. $x = 2$. B. $x = -1$. C. $x = -2$. D. $x = 1$.

Lời giải

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} y = -\infty$ nên đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x = -2$ là tiệm cận đứng.

- Câu 14:** (MĐ 101 2020-2021 – ĐỢT 2) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x-1}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình:
- A. $y = -4$. B. $y = 1$. C. $y = 4$. D. $y = -1$.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{4x-1}{x+1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{4 - \frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x}} = 4$.



Vậy tiệm cận ngang đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình: $y = 4$.

Câu 15: (MĐ 102 2020-2021 – ĐỢT 2) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5x-1}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình:

- A.** $y = 5$. **B.** $y = 1$. **C.** $y = -5$. **D.** $y = -1$.

Lời giải

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5x-1}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình $y = 5$

Câu 16: (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 2) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình:

- A.** $y = 1$. **B.** $y = -1$. **C.** $y = 2$. **D.** $y = -2$.

Lời giải

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ là đường thẳng: $y = 2$.

Câu 17: (MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 2) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-1}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình:

- A.** $y = -3$. **B.** $y = -1$. **C.** $y = 3$. **D.** $y = 1$.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x-1}{x+1} = 3$.

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{3x-1}{x+1}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 3$.

Câu 18: (Đề Minh Họa 2020 Lần 1) Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5x^2 - 4x - 1}{x^2 - 1}$ là

- A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Tiệm cận ngang:

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^2 - 4x - 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 \left(5 - \frac{4}{x} - \frac{1}{x^2} \right)}{x^2 \left(1 - \frac{1}{x^2} \right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5 - \frac{4}{x} - \frac{1}{x^2}}{1 - \frac{1}{x^2}} = 5$ nên đồ thị hàm số

có một tiệm cận ngang $y = 5$.

Tiệm cận đứng:



Cho $x^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1} y = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^2 - 4x - 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(5x+1)(x-1)}{(x+1)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x+1}{x+1} = \frac{6}{2} = 3$ nên $x = 1$ không là tiệm cận đứng.

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{5x^2 - 4x - 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{5x^2 - 4x - 1}{(x+1)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \left(\frac{1}{x+1} \cdot \frac{5x^2 - 4x - 1}{x-1} \right) = -\infty$$

$$\text{vì } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{1}{x+1} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{5x^2 - 4x - 1}{x-1} = -4 < 0 \end{cases}$$

Khi đó, đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng $x = -1$.

Tổng cộng đồ thị hàm số có 2 tiệm cận.

Câu 19: (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ là

A. $y = -2$. **B.** $y = 1$. **C.** $x = -1$. **D.** $x = 2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x+1} = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-2}{x+1} = 1$

Suy ra $y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 20: (Mã 101 - 2020 Lần 1) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+1}{x-1}$ là

A. $y = \frac{1}{4}$. **B.** $y = 4$. **C.** $y = 1$. **D.** $y = -1$.

Lời giải

Chọn B

Tiệm cận ngang $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \frac{4}{1} = 4$

Câu 21: (Mã 102 - 2020 Lần 1) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5x+1}{x-1}$ là

A. $y = 1$. **B.** $y = \frac{1}{5}$. **C.** $y = -1$. **D.** $y = 5$.

Lời giải

Chọn D



Ta có
$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x+1}{x-1} = 5 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x+1}{x-1} = 5 \end{cases} \Rightarrow y = 5 \text{ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.}$$

Câu 22: (Mã 103 - 2020 Lần 1) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là:

- A. $y = \frac{1}{2}$. B. $y = -1$. C. $y = 1$. D. $y = 2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có
$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x+1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2 + \frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x}} = 2.$$
 Suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 2$.

Câu 23: (Mã 104 - 2020 Lần 1) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x-1}$ là:

- A. $y = \frac{1}{3}$. B. $y = 3$. C. $y = -1$. D. $y = 1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có :
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+1}{x-1} = 3 \text{ và } \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x+1}{x-1} = 3$$
 nên $y = 3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 24: (Mã 101 – 2020 Lần 2) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+2}{x-1}$ là

- A. $x = 2$. B. $x = -2$. C. $x = 1$. D. $x = -1$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có
$$\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty,$$
 suy ra đồ thị có tiệm cận đứng là $x = 1$.

Câu 25: (Mã 102 - 2020 Lần 2) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x-3}$ là

- A. $x = -3$. B. $x = -1$. C. $x = 1$. D. $x = 3$.

Lời giải.

Chọn D

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x-1}{x-3} = -\infty.$$
 Suy ra tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 3$.



Câu 26: (Mã 103 - 2020 Lần 2) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-2}{x+1}$ là

A. $x = -2$.

B. $x = 1$.

C. $x = -1$.

D. $x = 2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow -1^+} y = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x-2}{x+1} = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -1^-} y = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x-2}{x+1} = +\infty$ nên đường thẳng $x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 27: (Mã 104 - 2020 Lần 2) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x+3}$ là

A. $x = -1$.

B. $x = 1$.

C. $x = -3$.

D. $x = 3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow -3^+} y = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -3^-} y = +\infty$ nên đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x = -3$ làm tiệm cận đứng.

Câu 28: (Đề minh họa 1, Năm 2017) Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

A. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 1$ và $y = -1$.

D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 1$ và $x = -1$.

Lời giải

Chọn C

Câu 29: (Đề minh họa 1, Năm 2017) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số

$$y = \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}$$

có hai tiệm cận ngang.

A. Không có giá trị thực nào của m thỏa mãn yêu cầu đề bài.

B. $m < 0$.

C. $m = 0$.

D. $m > 0$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}} = \frac{-\left(1 + \frac{1}{x}\right)}{\sqrt{m + \frac{1}{x^2}}} = -\frac{1}{\sqrt{m}}$$



$$\text{và } \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1+\frac{1}{x}}{\sqrt{m+\frac{1}{x^2}}} = \frac{1}{\sqrt{m}}$$

Vậy hàm số có hai tiệm cận ngang là : $y = \frac{1}{\sqrt{m}}; y = -\frac{1}{\sqrt{m}} \Rightarrow m > 0$

Câu 30: (Đề minh họa 2, Năm 2017) Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$?

A. $x=1$.

B. $y=-1$.

C. $y=2$.

D. $x=-1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim_{x \rightarrow -1^+} y = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x+1}{x+1} = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow -1^-} y = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x+1}{x+1} = +\infty$ suy ra đường thẳng $x=-1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

Câu 31: (Đề minh họa 2, Năm 2017) Tìm tất cả các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}$.

A. $x=-3$ và $x=-2$.

B. $x=-3$.

C. $x=3$ và $x=2$.

D. $x=3$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{2; 3\}$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6} &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(2x-1)^2 - (x^2+x+3)}{(x^2-5x+6)(2x-1+\sqrt{x^2+x+3})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(2x-1)^2 - (x^2+x+3)}{(x^2-5x+6)(2x-1+\sqrt{x^2+x+3})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(3x+1)}{(x-3)(2x-1+\sqrt{x^2+x+3})} = -\frac{7}{6} \end{aligned}$$

Tương tự $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6} = -\frac{7}{6}$. Suy ra đường thẳng $x=2$ **không** là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6} = +\infty; \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6} = -\infty.$$

Suy ra đường thẳng $x=3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.



Câu 32: (Đề minh họa 3, Năm 2017) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hỏi đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$	-2		0	$+\infty$
y'			+		-
y					

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} y = -\infty \Rightarrow \text{TCD: } x = -2; \lim_{x \rightarrow 0^-} y = +\infty \Rightarrow \text{TCD: } x = 0; \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0 \Rightarrow \text{TCN: } y = 0.$$

Câu 33: (Mã 101, Năm 2017) Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}$ là:

A. 3.

B. 2.

C. 0.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định của hàm số: $D = [-9; +\infty) \setminus \{0; -1\}$

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x} = +\infty \text{ và } \lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x} = -\infty.$$

$$\Rightarrow \text{TCĐ: } x = -1.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} y = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{(x^2+x)(\sqrt{x+9}+3)} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+9}+3)} = \frac{1}{6}.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} y = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x}{(x^2+x)(\sqrt{x+9}+3)} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+9}+3)} = \frac{1}{6}.$$

$\Rightarrow x = 0$ không là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng.

Câu 34: (Mã 102, Năm 2017) Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x}$ là

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định của hàm số: $D = [-4; +\infty) \setminus \{0; -1\}$

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 0} y = \frac{1}{4}.$$



$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x} = +\infty \text{ và } \lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x} = -\infty$$

$\Rightarrow$ TCD: $x = -1$.

Vậy đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng.

Câu 35: (Mã 103, Năm 2017) Đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$.

B. $y = \frac{1}{x^2+x+1}$.

C. $y = \frac{1}{x^4+1}$.

D. $y = \frac{1}{x^2+1}$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$ có tiệm cận đứng là $x = 0$.

Đồ thị các hàm số ở các đáp án B, C, D đều không có tiệm cận đứng do mẫu vô nghiệm.

Câu 36: (Mã 104, Năm 2017) Đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x^2-4}$ có mấy tiệm cận.

A. 0.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có $x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$

$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x-2}{x^2-4} \right) = \frac{1}{4}$ nên đường thẳng $x = 2$ không phải là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow -2^+} \left(\frac{x-2}{x^2-4} \right) = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{1}{x+2} = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \left(\frac{x-2}{x^2-4} \right) = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{1}{x+2} = -\infty$, nên đường thẳng $x = -2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{x-2}{x^2-4} \right) = 0$ nên đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy có đồ thị có hai đường tiệm cận.

Câu 37: (Đề minh họa, Năm 2018) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y = \frac{x^2-3x+2}{x-1}$.

B. $y = \frac{x^2}{x^2+1}$.

C. $y = \sqrt{x^2-1}$.

D. $y = \frac{x}{x+1}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x}{x+1} = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x}{x+1} = -\infty$ nên đường thẳng $x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 38: (Mã 101, Năm 2018) Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}$ là

A. 3.

B. 2.

C. 0.

D. 1.

Lời giải



Chọn D

Tập xác định của hàm số: $D = [-9; +\infty) \setminus \{0; -1\}$

Ta có: $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x} = -\infty$.

$\Rightarrow$ TCD: $x = -1$.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} y = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{(x^2+x)(\sqrt{x+9}+3)} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+9}+3)} = \frac{1}{6}.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} y = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x}{(x^2+x)(\sqrt{x+9}+3)} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+9}+3)} = \frac{1}{6}.$$

$\Rightarrow x = 0$ không là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng.

Câu 39: (Mã 102, Năm 2018) Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x}$ là

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định của hàm số: $D = [-4; +\infty) \setminus \{0; -1\}$

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 0} y = \frac{1}{4}$.

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x} = +\infty \text{ và } \lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x} = -\infty$$

$\Rightarrow$ TCD: $x = -1$.

Vậy đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng.

Câu 40: (Mã 103, Năm 2018) Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+25}-5}{x^2+x}$ là

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D = [-25; +\infty) \setminus \{-1; 0\}$. Biến đổi $f(x) = \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+25}+5)}$.

Vì $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+25}+5)} = +\infty$ nên đồ thị hàm số đã cho có 1 tiệm cận đứng $x = -1$.

Câu 41: (Mã 104, Năm 2018) Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+16}-4}{x^2+x}$ là

A. 0.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn D



Tập xác định hàm số $D = [-16; +\infty) \setminus \{-1; 0\}$.

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow 0} y = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+16} - 4}{(x+1)x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x(x+1)(\sqrt{x+16} + 4)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+16} + 4)} = \frac{1}{8}.$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{\sqrt{x+16} - 4}{(x+1)x} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+16} + 4)} = +\infty.$$

vì $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} (\sqrt{x+16} + 4) = \sqrt{15} + 4 > 0$, $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} (x+1) = 0$ và $x \rightarrow (-1)^+$ thì $x > -1 \Rightarrow x+1 > 0$.

$$\text{Tương tự } \lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+16} + 4)} = -\infty.$$

Vậy đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là $x = -1$.

Câu 42: (Đề minh họa, Năm 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y		2		3	5
			$+\infty$		

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn C

Vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 5 \Rightarrow$ đường thẳng $y = 5$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vì $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2 \Rightarrow$ đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vì $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty \Rightarrow$ đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

KL: Đồ thị hàm số có tổng số ba đường tiệm cận.

Câu 43: (Mã 101, Năm 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0		1		$+\infty$
y'		-		-	0	+
y	2		$+\infty$		-2	$+\infty$
		-4				

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn D



Dựa vào bản biến thiên ta có

$\lim_{x \rightarrow 0^+} y = +\infty \Rightarrow x = 0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2 \Rightarrow y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là 2.

Câu 44: (Mã 102, Năm 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	-	-	0	+
y	0	2	$-\infty$	$+\infty$

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ đồ thị hàm số không tồn tại tiệm cận ngang khi $x \rightarrow +\infty$.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ Vậy đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận ngang $y = 0$.

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 2$; $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng $x = 0$.

Vậy tổng số tiệm cận đứng và ngang là 2.

Câu 45: (Mã 103, Năm 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
y'	-	-	0	+
y	1	2	$-\infty$	3

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta có

$\lim_{x \rightarrow 0^-} y = -\infty \Rightarrow x = 0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 1 \Rightarrow y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.



$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 3 \Rightarrow y = 3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là 3.

Câu 46: (Mã 104, Năm 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$		
y'	-		-	0	+	
y	0		$+\infty$			3
		-4		-3		

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta có

$\lim_{x \rightarrow 0^+} y = +\infty \Rightarrow x = 0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 0 \Rightarrow y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 3 \Rightarrow y = 3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là 3.

